



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE MATEMÁTICA

**Análisis y procesos electorales entre los años 1935 a  
2009, caso Venezuela y métodos matemáticos aplicados  
a sistemas electorales.**

Trabajo Especial de Grado presentado ante  
la ilustre Universidad Central de Venezuela  
por el **Br. Luis R. Pereda S.** para optar  
al título de Licenciado en Matemática.

**Tutor: Dr. Nelson Merentes**

**Cotutor: Prof. Alberto Navas**

**Cotutor: Prof. Guillermo Durand**

Caracas, Venezuela

2011

Nosotros, los abajo firmantes, designados por la Universidad Central de Venezuela como integrantes del Jurado Examinador del Trabajo Especial de Grado titulado “**Análisis y procesos electorales entre los años 1935 a 2009 y métodos matemáticos aplicados a sistemas electorales**”, presentado por el **Br. Luis Rodolfo Pereda Suárez**, titular de la Cédula de Identidad **13.489.779**, certificamos que este trabajo cumple con los requisitos exigidos por nuestra Magna Casa de Estudios para optar al título de **Licenciado en Matemática**.

---

**Tutor**

**Prof. Nelson Merentes.**

---

**Cotutor**

**Prof. Alberto Navas.**

---

**Cotutor y Jurado**

**Prof. Guillermo Durand.**

---

**Jurado**

**Prof. José L. Sánchez.**

## Dedicado a:

Este trabajo especial de grado, lo dedico con todo mi amor y cariño a las siguientes personas:

A Onofre Pereda, y Ana Felix Suárez, que en este momento reciben un pequeño fruto en comparación de todo lo que han cultivado a través de mi persona.

A Douglas, Janette, Anabel y Andy , por el amor y la confianza que hemos mantenido durante nuestras vidas, sin importar nuestras diferencias de hermanos.

Abuela Geronima, Tios (Vicente, Hilario, Cosme, Baldomero, Guillermina), Primos y Sobrinos, por el apoyo y solidaridad en los momentos más notables de nuestras vidas, que nos caracterizan como una gran familia unida.

Mi Novia, por el amor y la amistad que me has transmitido y por todos los momentos buenos que hemos compartido.

Amigas y Amigos, por humildad, sinceridad y bondad que han mantenido sin importar las condiciones sociales y económicas.

Profesores y preparadores, por la excelente educación que me han brindado antes y después de obtener la licenciatura en matemática.

Anotadores y Árbitros, por la amistad que hemos mantenido y por los conocimientos que me han transmitido dentro y fuera del mundo del béisbol.

Por encima de todo, a Dios por darme la vida y regalarme la familia, amigos y profesores más maravillosos del mundo.

*“El mundo de Dios es perfecto” (Jossy Aguirre).*

## Agradecimiento.

Una vez terminado el trabajo especial de grado, recuerdo a todas las personas que de alguna manera han realizado un aporte a lo largo de mi vida estudiantil. Esas personas, fueron los principales colaboradores para la culminación exitosa de la Licenciatura en Matemática, es por ello, que aprovecho este pequeño espacio para agradecerles por todas las cosas buenas que me han dado y por ayudarme a cumplir uno de mis más grandes sueños.

Mi gratitud, principalmente es para Dios, por darme existencia, salud, guiarme por el camino del bien y por ubicarme en el lugar donde están las personas más maravillosas de mi vida. Igualmente agradezco muy profundamente a todas las personas que hicieron posible la realización de este trabajo, esas personas son: Mis Padres, hermanos, abuela y mi novia, porque me han dado amor y todo el apoyo necesario para cumplir mis metas. Tios, primos y sobrinos, por tenderme la mano cuando más lo he necesitado y por brindarme una gran unión familiar. También les hago llegar este agradecimiento a mi Tutor, Profesores de la Escuela de Matemática y de Bachillerato, compañeros de aula y del equipo de baloncesto, amigos y vecinos de Hoyo de la Puerta, a la Universidad Central de Venezuela, Liga de Anotadores, Asociación Venezolana de Árbitros y Liga de Softbol Hoyo de la Puerta, porque me han dado la mejor educación y enseñanza en el recorrido de mi vida.

# Contenido

<b>Introducción</b>	<b>7</b>
<b>Resumen</b>	<b>9</b>
<b>1 Sistema electoral venezolano entre los años 1935-2009.</b>	<b>10</b>
1.1 Antecedentes del sistema electoral venezolano. . . . .	10
<b>2 Elecciones y Sistemas electorales.</b>	<b>24</b>
2.1 Elecciones. . . . .	24
2.2 Clasificación de las elecciones. . . . .	25
2.3 Formas de participación política. . . . .	25
2.4 Importancia de las elecciones. . . . .	26
2.4.1 Las elecciones en las democracias liberales. . . . .	26
2.4.2 Las elecciones en los sistemas políticos no competitivos. . . . .	27
2.4.3 Las elecciones en los sistemas políticos autoritarios. . . . .	27
2.5 Funciones de las elecciones. . . . .	28
2.5.1 Funciones de las elecciones competitivas. . . . .	28
2.5.2 Funciones de las elecciones no competitivas. . . . .	30
2.5.3 Funciones de las elecciones semicompetitivas. . . . .	30
2.5.4 Democracia defensiva y elecciones de apertura. . . . .	31
2.6 El derecho del sufragio. . . . .	32
2.7 Sistemas electorales. . . . .	35
2.8 Importancia de los sistemas electorales. . . . .	35
2.9 Principios de representación y fórmulas de decisión. . . . .	36
2.9.1 Ventajas de la representación por mayoría. . . . .	38

---

2.9.2	Ventajas de la representación proporcional. . . . .	39
2.10	Tipos de sistemas electorales. . . . .	40
2.11	Elementos particulares de los sistemas electorales. . . . .	42
2.11.1	Distribución de las circunscripciones electorales. . . . .	42
2.11.2	Candidatura, formas de votación y de boletas electorales. . . . .	47
2.11.3	Reglas para realizar la conversión de votos en escaños. . . . .	48
2.12	Algunos antecedentes históricos de los métodos de reparto. . . . .	49
<b>3</b>	<b>Métodos de reparto y la injusticia electoral.</b>	<b>53</b>
3.1	Propiedades. . . . .	55
3.2	Método de Hamilton o Sistema de Cociente y Residuo electoral. . . . .	55
3.3	Método de Jefferson o Regla D'Hondt. . . . .	59
3.4	Método de Webster o Método de los divisores impares. . . . .	61
3.5	La injusticia en la repartición de escaños. . . . .	63
3.6	Fórmulas para determinar el número de Diputados a elegir en cada estado. . . . .	66
<b>4</b>	<b>Aplicación de la injusticia en el reparto de escaños.</b>	<b>69</b>
4.1	Resultados electorales entre los años 1935 a 2009 de Diputados al Congreso, caso Venezuela. . . . .	69
4.1.1	Elecciones de Diputados al Congreso año 1947. . . . .	70
4.1.2	Elecciones de Diputados al Congreso año 1958. . . . .	71
4.1.3	Elecciones de Diputados al Congreso año 1963. . . . .	72
4.1.4	Elecciones de Diputados al Congreso año 1968. . . . .	74
4.1.5	Elecciones de Diputados al Congreso año 1973. . . . .	77
4.1.6	Elecciones de Diputados al Congreso año 1978. . . . .	80
4.1.7	Elecciones de Diputados al Congreso año 1983. . . . .	83
4.1.8	Elecciones de Diputados al Congreso año 1988. . . . .	85
4.1.9	Elecciones de Diputados a la Asamblea Nacional año 2000 (Nominales). . . . .	87
4.1.10	Elecciones de Diputados a la Asamblea Nacional año 2000 (Lista). . . . .	88
4.1.11	Elecciones de Diputados a la Asamblea Nacional año 2005 (Nominales). . . . .	90
4.1.12	Elecciones de Diputados a la Asamblea Nacional año 2005 (Lista). . . . .	90

---

<b>5 Construcción de la función de decisión social.</b>	<b>92</b>
5.0.13 Teorema de Decisión Social (Aleskerov-Chistyakov-Kalgain) . . . . .	94
5.0.14 Una Comparación con las Reglas Conocidas . . . . .	98
5.0.15 Monótono y Cuatro Representantes de las Clases de Indiferencia . . . . .	99
5.0.16 El Umbral dual de la Agregación . . . . .	102
 <b>Conclusiones</b>	 <b>106</b>
 <b>Bibliografía</b>	 <b>108</b>

# Introducción

En democracia, se realizan procesos de elección de diversos puestos de representación pública, tales como presidente, gobernadores, alcaldes, diputados, concejales, entre otros. Estos procesos son conocidos como procesos electorales. En ellos intervienen diferentes actores como lo son: los electores, los candidatos, los partidos, los medios de comunicación y las autoridades que organizan el proceso. Teniendo un rol de gran magnitud las autoridades, ya que ellos deben regir los procedimientos para la conformación de la lista de electores, las normas para la realización de las campañas, la instalación de los lugares de votación, la emisión y conteo de los sufragios, la resolución de los conflictos que se presenten antes y después del acto electoral. Cuando se efectúan elecciones para la repartición de uno o más cargos, la conversión de votos en escaños se puede hacer utilizando un método de reparto. Dicho método se encargará de distribuir un número de escaños a cada partido de manera proporcional, es decir, a cada partido se le asignará un porcentaje de los cargos dependiendo de la cantidad de votos que haya obtenido en el acto.

El escenario ideal sería realizar una distribución equitativa de escaños en relación al número de votos obtenidos por cada partido. No obstante, la aplicación de los métodos de reparto no responde a la repartición proporcional equitativa, y es entonces donde es necesario analizar el nivel de justicia o injusticia con que se realiza esta actividad.

Los objetivos que pretendemos alcanzar en este trabajo especial de grado, son de doble propósito, por un lado presentar una visión de hechos históricos electorales entre los años 1935 a 2009 y por otro lado, trabajar sobre la modelación de lo electoral por medio de los llamados métodos electorales. Si bien es cierto que algunos métodos electorales fueron diseñados antes de la época que analizamos en este trabajo, menos cierto es que algunas herramientas y metodología electoral fueron concebidos en el siglo XX.



En 1952 Kenneth Arrow, un economista matemático norteamericano, llegó a demostrar que es imposible diseñar un sistema de votación perfecto. Señaló cinco características que debería poseer cualquier sistema razonable para que un colectivo llegue a adoptar decisiones, teniendo en cuenta los deseos de sus componentes.

Siguiendo el método axiomático demostró que era imposible diseñar un sistema de votación que en todos los casos posibles respectara esas cinco características razonables convenidas. Es decir, cualquier sistema de votación elegido viola alguno de esos axiomas. De hecho sólo sería posible en aquel que haya un elector fijo tal que el resultado de la elección coincida siempre con sus preferencias. Conocido como teorema de Arrow (ver [21]), postularía que el único sistema electoral libre de paradojas es una dictadura.

En particular este trabajo se centra en el análisis de la injusticia electoral en el proceso venezolano entre los años 1935 a 2009. El mismo consta de cinco capítulos interrelacionados entre sí, garantizando la completa comprensión de su contenido y que serán brevemente descritos a continuación: El capítulo 1 resume los aspectos más relevantes de la evolución del sistema electoral venezolano, como por ejemplo, los requisitos, limitaciones para ejercer el voto y la variación del número de diputados a elegir a través del tiempo. El capítulo 2 engloba las referencias necesarias para que el lector maneje los conceptos relacionados con las elecciones y los sistemas electorales, de manera de entender con mayor facilidad el desarrollo de este trabajo. En el Capítulo 3 se describen tres de los métodos de reparto (Hamilton, D'Hondt y Webster (ver [25])) para determinar el número de diputados correspondientes a cada estado y entidades federales del país, seguido de explicación detallada de la forma de obtención del parámetro "injusticia electoral" definida por E. Huntington (ver [17]). Así mismo, en este capítulo se incluye el cálculo del número de puestos a elegir para todo el territorio nacional y sus circunscripciones. En el Capítulo 4 se presentan los valores del parámetro injusticia electoral correspondientes a los resultados de las elecciones de diputados en Venezuela durante el periodo comprendido entre 1935 y 2009. En el capítulo cinco presentamos un artículo desarrollado por Aleskerov, Chistyakov y Kalyagin (ver [4]), donde mencionan algunas propiedades que debe cumplir una función, para definirse como una función de decisión social, describen la regla del umbral y del umbral dual, para decidir de un conjunto finito de alternativas la más preferible. Finalmente, se presentan las conclusiones alcanzadas a través de la presente investigación.

## Resumen

En este trabajo especial de grado, explicamos la forma que ha evolucionado nuestro sistema electoral resaltando las restricciones y requisitos para ejercer el voto en Venezuela, específicamente en las elecciones de Diputados en los años 1935 a 2009, además presentamos los métodos utilizados para la repartición de escaños en cada una de estas elecciones, entre ellos la regla de D'Hondt que ha sido utilizada en los últimos años con algunas modificaciones. Por otra parte mostramos algunos resultados de estas elecciones en Venezuela en el período antes mencionado y para complementar nuestro trabajo, presentamos la mencionada regla del umbral, la cual se caracteriza por tomar en consideración las calificaciones bajas, en un conjunto finito de alternativas para decidir que alternativa es más preferible.

# Capítulo 1

## Sistema electoral venezolano entre los años 1935-2009.

En este capítulo se explica la evolución de los sistemas electorales en Venezuela (desde el sufragio censitario y la representación por mayoría hasta el sufragio universal con representación proporcional). De cómo se han vinculado y desarrollado esos sistemas electorales junto con el sistema político, según las condiciones que han operado en las etapas de la historia republicana del país, estudiando cada sistema electoral en cuanto a sus bases teóricas, las normas que regulan la participación de electores y candidatos, y los instrumentos o normas que permiten interpretar los resultados de las elecciones y traducirlos en una distribución determinada del poder.

### 1.1 Antecedentes del sistema electoral venezolano.

A partir del 19 de abril de 1810, Venezuela surge como una nación independiente. El Cabildo de Caracas se transforma en la Junta Conservadora de los derechos de Fernando VII y convoca a elecciones para constituir un cuerpo deliberante representativo de las Provincias Unidas de Venezuela (Caracas, Barinas, Barcelona, Cumaná, Margarita, Mérida y Trujillo). El espíritu independentista de los ideólogos de aquella revolución, quedó plasmado en la instalación del Primer Congreso de Venezuela el 2 de marzo de 1811, en la declaración de la Independencia el 5 de julio y la promulgación de nuestra primera Constitución el 21 de diciembre de ese mismo año.

La instalación del Primer Congreso de Venezuela se efectuó en la Casa del Conde de San Javier, en Caracas, hoy esquina El Conde. Concurrieron 30 de los 43 Diputados electos de las diferentes provincias, donde los principales miembros fueron: Felipe Fermín Paúl (Presidente), Francisco de

Miranda, Juan Germán Roscio, Martín Tovar Ponte, Francisco Javier Ustáriz, Fernando del Toro, Ignacio Fernández Peña, Manuel Palacio Fajardo y Ramón Ignacio Méndez.

El pueblo fue llamado a elecciones mediante un Reglamento de Elecciones promulgado el 11 de junio de 1810. Se afirma que ese Reglamento [11] fue contentivo del derecho más universal de votar sólo igualado por el establecido en la Constitución de 1947.

El control de las elecciones estuvo a cargo de los alcaldes de primera elección en las ciudades y villas y de los tenientes justicias mayores de los pueblos quienes debían nombrar comisionados para la formación del censo general. En Caracas, dividida en ocho cuarteles, los alcaldes serían los encargados del censo haciéndolo formar por intermedio de los alcaldes de barrio o de otras personas que pudieran verificarlo con mayor brevedad y exactitud.

El comisionado y sus acompañantes formarían una matrícula general y la lista o registro civil de los sufragantes.

Las congregaciones de electores parroquiales se reunirían para elegir los diputados. Estas congregaciones serían presididas por los alcaldes primero de las ciudades y villas haciendo de secretario quien lo fuera del Ayuntamiento. Pero en Caracas y en las capitales de las otras provincias, las Congregaciones de Electores serían presididas por el Presidente o el Vice-Presidente de la junta gubernativa.

En una primera etapa, ligada al proceso de la llamada Primera República, se echan las bases del derecho electoral venezolano con el Reglamento Electoral de 1811, elaborado con miras a la elección del Congreso Constituyente del mismo año.

Bajo esta normativa no podían votar:

- Las mujeres.
- Los solteros menores de 25 años.
- Los dementes y sordomudos.
- Deudores fallidos con particulares y con el fisco.
- Extranjeros, transeúntes, vagos y quienes hayan sufrido pena afflictiva o infamatoria.
- El que no tenga casa propia, que viva de un salario o a expensas de otro.

Pero la Constitución de 1811 avanza hacia la definición de criterios mucho más modernos de carácter censitario. Ser propietario de un caudal libre según las siguientes condiciones:

- De 600 pesos para solteros habitantes en capitales.
- De 400 pesos para casados habitantes en capitales.
- De 400 pesos para solteros habitantes en ciudades menores.
- Los poseedores de Grado o aprobación pública (en ciencias, arte liberal o mecánica), propietarios o arrendadores de tierras, siempre que sus productos (rentas) fuesen iguales a los casos de soltero o casado referidos anteriormente.

Sintetizando, en la primera etapa de evolución del derecho al sufragio en Venezuela, quedaban en situación de exclusión los siguientes casos:

- Mujeres, esclavos y sirvientes.
- Personas que no alcanzan los requisitos de propiedad o renta.
- Personas en situaciones irregulares [26].

El sistema establecido, para las elecciones del Segundo Congreso de Venezuela (Simón Bolívar 17-10-1818) fué el siguiente: En cada división del Ejército Republicano será su Jefe el Comisionado para convocar a los sufragantes. Dichos jefes por sus propios conocimientos y por la información obtenida de personas idóneas, certificarán que estan al alcance de su mando con derecho a elegir y de todos ellos formarán listas por el orden alfabético con expresión de su naturaleza, vecindario, estado y edad. Las dudas o dificultades que se susciten sobre cualidades o formas, se decidirán por el Presidente de la Congregación de Electores o por el encargado del llamamiento y recolección de votos y sus asociados, en las divisiones se verificará el escrutinio. Una vez terminada la elección en cada distrito militar o provincia, el jefe comisionado remitirá todos los papeles del Consejo de Gobierno y comunicará su nombramiento a los cinco diputados de su número, para que sin pérdida de tiempo comparecieran en la capital y pudiera instalarse el Congreso el 1º de enero de 1819 [11].

La Constitución de Angostura de 1819 estableció los requisitos censitarios, los más elevados implantados hasta entonces:

- Propiedad raíz con valor superior a los 100 pesos.
- Poseer un Grado o aprobación pública en ciencias, arte liberal o mecánica.
- Ser empleado con sueldo anual mínimo de 300 pesos [26].

Esta Constitución preveía en materia electoral que el día 18 de noviembre, cada cuatro años, se constituiría la Asamblea Electoral en la capital del departamento presidida por el Prefecto y compuesta de los electores parroquiales, que estuvieren presente y terminarían en una sola sesión de ocho días todas las elecciones que deban hacerse, después de lo cual o pasado ese término quedarían disueltas [11].

Por su parte, el Reglamento Electoral de enero de 1820, para elegir el Congreso Constituyente de Cúcuta ratificó el derecho al voto para los militares y conservó los límites censitarios de 1819.

Los requisitos para 1821 fueron:

- Propiedad raíz con valor superior a los 100 pesos.
- Ejercer oficio o industria útil, con casa o taller abierto.
- No vivir en dependencia ni condición de sirviente [26].

En la Constitución de 1821 la Asamblea Electoral estaba compuesta por los electores nombrados por los cabildos y era presidida por el cabildo de la Capital. La autoridad electoral se traslada a los cabildos [11].

Las asambleas parroquiales de sufragantes eran presididas por el juez.

Los resultados se remitían a la Cámara de Representantes. Los votos para el Presidente se enviaban sin escutar al Senado. En cuanto a las elecciones y escrutinios por el Congreso se debía proceder de la siguiente forma:

En los años de elecciones se reuniría el Congreso. En su presencia se abrirían los pliegos de las elecciones del Presidente y del Vicepresidente de la República y de los Senadores y Diputados y se formarían listas de todos los sufragios de las Asambleas Electorales, asentándolos en el registro correspondiente a cada clase de elecciones. El escrutinio se hacía públicamente por cuatro miembros del Congreso y los secretarios. Esta Constitución le atribuye al Congreso funciones de autoridad electoral.

El Presidente de la República estaba facultado para dictar todas las ordenes concernientes para que oportunamente se realicen las elecciones (Art. 116). El 13 de enero de 1830 el Poder Ejecutivo dictó un decreto convocando a elecciones. De acuerdo con el mismo habría una Asamblea Parroquial presidida por el teniente corregidor. Una Junta Parroquial que resolvería acerca de las dudas sobre la cualidad del sufragante y hacer respetar el voto; una Junta Escrutadora en cada cabecera de cantón. Las juntas escrutadoras dirigirán a la de la capital de la provincia el resultado de los exámenes y calificaciones que hagan de los que aparezcan nombrados electores y darán pronto curso aviso a éstos para que concurran a la capital de la provincia el día previsto en el Decreto. Se reunirán luego las Asambleas de Electores para votar por los diputados al Congreso Constituyente.

La Constitución del 24 de septiembre de 1830 estableció en materia electoral lo siguiente:

La primera autoridad de cada parroquia asociándose con dos vecinos notables designados por el Consejo Municipal del cantón formará, dos meses antes de cada período, una lista de los individuos que en el distrito de su parroquia tengan derecho de sufragantes parroquiales y la fijará en un lugar

público y otra de los que reúnan las cualidades que se exigen para electores y las remitirá a la primera autoridad civil del cantón. Luego, junto con el consejo municipal elaborará la lista de electores de todo el cantón (Art. 18).

Obsérvese cómo la autoridad del registro electoral era compartida entre el Poder Ejecutivo y los consejos municipales, siendo todas autoridades de carácter local.

Cada dos años se reuniría la Asamblea Parroquial presidida por cuatro jueces en quienes concurren las cualidades de sufragantes parroquiales, nombrados conforme a la ley (Art. 20 y 21).

Aparece por primera vez el Poder Judicial en la administración electoral.

El artículo 21 de esta Constitución disponía que los jueces sin necesidad de esperar orden alguna deberán convocarla indispensablemente en dichos períodos para el día señalado en la Constitución.

El objeto de la Asamblea Parroquial era votar para elegir a los electores a razón de diez por provincia (Art.23). Los electores formaban las Asambleas o Colegios Electorales presididas por el Concejo Municipal hasta que la Asamblea elija a su Presidente (Art. 32 y 33). Estas Asambleas elegirán a los Presidentes y Vicepresidentes de cada Estado, a los Senadores y sus suplentes, a los Representantes y a los Diputados provinciales [11].

En la Constitución de 1830 van a quedar fuera del sistema electoral de manera absoluta: las mujeres, los sirvientes y esclavos, y los que no llenasen los requisitos mínimos. En relación a 1811, se puede considerar la Carta de 1830 como una posición avanzada, en línea de evolución hacia el establecimiento formal del sufragio universal de varones a finales de la década de 1850 [26].

La Constitución del 18 de abril de 1857 preveía que la elección del Presidente y del Vicepresidente correspondía a los electores que eligieran los cantones y que el escrutinio de los votos lo haría el Congreso (Art. 59). El Congreso se convierte en la máxima autoridad electoral, al menos en lo relativo a la elección de las más altas autoridades del país.

La Constitución del 31 de diciembre de 1858 preveía la elección directa de los Diputados pudiendo la ley aumentar la base de población para elegir Diputados (Art. 58).

El Presidente y Vicepresidente de la República serían elegidos por votación directa y secreta de los ciudadanos que estén en el goce de la ciudadanía (Art. 81). Para ser Presidente o Vicepresidente se requería haber obtenido la mayoría de los votos. Si ello no ocurría el Congreso perfeccionaba la elección (Art. 83). Correspondía al Congreso presidir las elecciones.

La Constitución de los Estados Unidos de Venezuela mandada a ejecutar el 13 de abril de 1864 estableció el voto universal, directo y secreto para elegir a los Diputados, Senadores y al Presidente. En este caso el Congreso realizará el escrutinio. En caso de que ningún candidato hubiese obtenido la

mayoría de los votos, la elección se hacía por Estados en razón de un voto por cada Estado tomando en cuenta para ello la votación de la mayoría absoluta de sus Senadores y Diputados. Si no se logra lo decide la suerte.

El 12 de febrero de 1869 un decreto legislativo fijó el día para el escrutinio de las elecciones para el Presidente y declaró que desde el 20 de dicho mes quedaba rehabilitada la legalidad y en toda plenitud la Constitución de 1864.

La Constitución de los Estados Unidos de Venezuela del 27 de mayo de 1874 estableció que los Senadores y Diputados serían electos por votación popular y directa de los Senadores y Diputados. La elección del Presidente, se haría de manera directa y pública correspondiendo al Congreso el escrutinio. Para resultar electo Presidente se requería la mayoría absoluta. Si ello no ocurría el Congreso perfeccionaría la elección mediante el voto de cada estado representado por la mayoría absoluta de sus Senadores y Diputados. En caso de empate resolvía la suerte [11].

La Constitución del 27 de abril de 1881 estableció que la elección de los Diputados se haría por votación popular y la de los Senadores por el voto de las asambleas legislativas. El Presidente sería elegido por el Concejo Federal integrado por un Senador y un Diputado por cada Estado y de un Diputado por el Distrito Federal elegidos por el Congreso. El Presidente debía ser electo del seno del Consejo Federal.

La Constitución del 16 de abril de 1891 estableció que los estados que formaban la federación venezolana debían organizarse conforme a los principios de gobierno popular, electivo, federal, representativo, alternativo y responsable. La Cámara de Diputados se elegiría por votación popular. Los Senadores por las asambleas legislativas y el Presidente por el Concejo Federal.

En las elecciones populares el sufragio sería directo, público y obligatorio. El voto del sufragante había de ser emitido en plena y pública sesión de la junta respectiva; ésta lo escribiría en los libros de registro que la ley estableciera para las votaciones y el elector firmaría el asiento contentivo de su voto (Art. 12, Numeral 22).

El primero de enero de 1893 fue promulgado el Decreto Ejecutivo sobre elecciones para una Asamblea Constituyente, la cual sería convocada por el Presidente, Jefe del Ejecutivo Nacional, los Diputados se elegirían por el voto directo y secreto de los ciudadanos. El decreto hace referencia a un decreto espacial para regular las elecciones y que sería dictado aparte.

El 21 de junio de 1893 estableció que la Cámara de Diputados se elegiría por votación popular, el Senado por las asambleas legislativas y el Presidente por votación popular.

Ratifica la obligación de los estados de establecer elecciones populares mediante el sufragio



universal y secreto.

La Constitución del 29 de marzo de 1901 consagra que los miembros de la Cámara de Diputados serán elegidos por votación popular y los Senadores por las asambleas legislativas.

La legislación electoral dejó de ser atribución del Congreso Nacional.

La Constitución del 27 de abril de 1904 consagró que los estados se obligan a adoptar para el nombramiento de los concejos municipales, las asambleas legislativas y la Cámara de Diputados el voto directo o por delegación, debiendo ser secreto en ambos casos y tener por base el censo electoral, según la Ley Federal sobre la materia (Art. 7-19).

Los Diputados se elegirán por votación directa y los Senadores por las asambleas legislativas.

El artículo 52 atribuía al Congreso dictar las leyes electorales de los territorios federales y del Distrito Federal y la elección del Cuerpo Electoral [11].

El Cuerpo Electoral (Art. 70) estaba compuesto por catorce miembros del Congreso Nacional, elegidos por éste, de manera que quede formado por un Senador o Diputado por cada una de las entidades políticas y por el Distrito Federal. Su papel era elegir al Presidente.

El 19 de abril de 1914 fue promulgado el Estatuto Constitucional Provisorio de los Estados Unidos de Venezuela. La Constitución el 19 de junio de ese mismo año.

El numeral 20 obligaba a los estados a adoptar, para el nombramiento de la Cámara de Diputados, las asambleas legislativas y los concejos municipales el voto directo y para los demás funcionarios de elección popular el voto indirecto o por delegación, debiendo ser secreto en ambos casos y tener por base el censo electoral, según la Ley Federal sobre la materia.

La Cámara de Diputados era electa por el voto popular y el Senado por las asambleas legislativas y el Presidente por el Congreso Nacional.

La Constitución del 24 de junio de 1922 consagra la libertad de sufragio (Art. 13-11) y en cuanto al sistema electoral repite lo establecido por la Constitución anterior. Reaparece en esta normativa la facultad del Congreso de dictar leyes electorales para el Distrito Federal y los territorios federales.

La Constitución de 1925 en su artículo 17 repite la disposición que establecía que los estados debían consagrar el voto directo para elegir la Cámara de Diputados, las asambleas legislativas y los concejos municipales tomando como base el censo electoral según la Ley Federal de la materia.

Reitera la Constitución comentada que la Cámara de Diputados sería electa por el voto popular y el Senado por las asambleas legislativas. El Presidente sería elegido por el Congreso.

Las Constituciones del 23 de mayo de 1928, 29 de mayo de 1929 y del primero de julio de 1931, repiten las disposiciones precedentes.

En 1931 para formar la Cámara de Diputados cada Estado elegía, por votación directa y de conformidad con su Ley de Elecciones, un Diputado por cada treinta y cinco mil habitantes y uno más por cada exceso de quince mil. El Estado cuya población no alcance treinta y cinco mil habitantes elegirá un Diputado.

La Constitución del 20 de julio de 1936 introduce algunas modificaciones que dieran la impresión fueran en retroceso con relación a las precedentes, en lo relativo a la eliminación de la elección de la Cámara de Diputados por el voto directo del pueblo [11].

La ley electoral de 1936 disponía elecciones separadas, uninominales y descentralizadas para Senadores, Diputados al Congreso, Diputados a las Asambleas Legislativas y Concejales, siendo proclamados los representantes de los dos primeros tipos por mayoría absoluta y los otros por mayoría relativa. El sufragio era, sin embargo, excluyente para analfabetos y mujeres, y no concedía papel primordial a los partidos, con lo que se alejaba del contenido democrático a que aspiraba [24].

El Congreso tenía atribuciones para legislar sobre las elecciones. La Cámara de Diputados sería elegida por los concejos municipales, el Senado por las asambleas legislativas y el Presidente por el Congreso.

Mediante la Ley de Censo Electoral y de Elecciones del 11 de septiembre de 1936 se creó el Consejo Supremo Electoral aun cuando su autoridad era aun relativa, debido entre otras cosas al procedimiento indirecto de las elecciones para miembros del Congreso, lo cual hacía residir el poder del control electoral en las Juntas Electorales y del Distrito Federal y de los Territorios Federales.

La Ley del Censo Electoral y de Elecciones del 20 de septiembre de 1945 introdujo importantes reformas e innovaciones a nuestro sistema electoral. Mantuvo los organismos electorales; pero el Consejo Supremo Electoral sería nombrado por el Congreso Nacional y estaría integrado por nueve miembros (Art. 9) que no serían del mismo partido (Art. 26).

Al Consejo Supremo Electoral se atribuyó la facultad de dictar su Reglamento Interior y de Debates, controlar lo actuado en las elecciones para Diputados al Congreso Nacional, presentar al Congreso Nacional, por órgano del Ministerio de Relaciones Interiores, un informe anual de sus actividades, así como de sus nuevas atribuciones [11].

En un primer paso de apertura hacia la democracia política, la Ley electoral de 1945, otorga el derecho de sufragio a las mujeres para la elección de concejos municipales; permite la elección directa de Concejales y Diputados a las Asambleas Legislativa y al Congreso Nacional (la elección de Senadores permanece indirecta), otorgaba el derecho al voto a los hombres analfabetos y mayores de 21 años para las elecciones parlamentarias y establece como instrumento para interpretar los

resultados de las elecciones una mezcla de representación proporcional y método de mayoría, según el número de puestos por adjudicar. No llegó a entrar en vigencia debido al cambio de gobierno originado por el golpe de estado del 18 de octubre de ese año contra el Presidente Isaías Medina Angarita.

El sistema electoral, como conjunto de normas y procedimientos destinados a reglamentar el ejercicio de la democracia política, se aplicó por primera vez para las elecciones del 27 de octubre de 1946, las cuales tenían el objeto de designar representantes para la Asamblea Constituyente, según lo establecido por el Estatuto Electoral decretado por la Junta Revolucionaria de Gobierno el 15 de marzo de 1946. Este Estatuto de 1946 estableció el sufragio universal (al otorgar el derecho a voto a los mayores de 18 años, sin distinción de sexo o nivel de instrucción), directo y secreto. Como instrumento para interpretar el resultado de las elecciones adoptó el Sistema de Representación Proporcional con el método de D'Hondt por distritos, para la asignación de los puestos; también estableció la posibilidad de adjudicar puestos adicionales (limitados a uno sólo por partido político) por Cociente Electoral Nacional. A cada estado del país, así como Territorios Federales y al Distrito Federal (distritos electorales coincidentes con la división político-territorial del país), correspondería un número de representantes según su población, de acuerdo a una base de población preestablecida. Los puestos serían asignados por Estado, tomando en cuenta el total de votos válidos de cada partido en el Estado respectivo [24].

En 1947 el Estatuto Electoral mantuvo los principios del anterior: sufragio universal, directo y secreto; y sistema de representación proporcional, pero ahora basados en disposiciones constitucionales y con mayores precisiones. El país fue dividido en veintitrés (23) circunscripciones o distritos electorales, según la división geográfica (veinte (20) estados, dos (2) territorios federales y un (1) distrito federal). Cada distrito electoral tendría una representación geográfica (atendiendo al criterio de igualdad federal), que constituiría la Cámara de Senadores, y una representación de acuerdo a su población (atendiendo al criterio de desigualdad territorial y demográfica), que constituiría la Cámara de Diputados.

La representación geográfica sería igual para todos, dada la disposición constitucional que define a Venezuela como una República Federal: dos (2) representantes por cada circunscripción estatal y dos (2) por el Distrito Federal. Para la representación, de acuerdo a la población, la Constitución estableció que los veinte estados y el Distrito Federal podrían designar un representante por cada cuarentamil (40.000) habitantes y uno más por exceso de veintemil (20.000) o en todo caso, un mínimo de dos representantes; los territorios federales podrían designar sólo un representante cada uno.

La elección tanto del Presidente de la República como de representantes para todos los Cuerpos Deliberantes (Congreso Nacional, Asambleas Legislativas y Concejos Municipales) se realizaría en un sólo acto de votación. Una tarjeta grande permitiría expresar la preferencia por un candidato presidencial; una tarjeta pequeña permitiría expresar la preferencia por la lista de candidatos de un partido, para designar los miembros de todos los Cuerpos Deliberantes. Los candidatos sólo podrían ser postulados por partidos políticos o grupos de electores debidamente legalizados. Cada partido u grupo de electores tendría asignado un color. Los electores simplemente debían colocar en un sobre una tarjeta grande y una tarjeta pequeña del color correspondiente al partido por cuyos candidatos quiere sufragar [24].

La distribución de los puestos se haría a través de un sistema mixto de representación proporcional y mayoría:

- a) Mayoría simple para determinar el Presidente de la República (sería designado el candidato que obtuviera el mayor número de votos).
- b) Representación proporcional por método de D'Hondt para designar Diputados al Congreso, en las circunscripciones con tres o más puestos y para asignar Diputados a las Asambleas Legislativas y miembros de Concejos Municipales.
- c) Mayoría para la designación de Senadores; de Diputados al Congreso en circunscripciones de dos puestos y para la designación del representante de cada Territorio Federal.

El estatuto contempla también la posibilidad de adjudicar puestos adicionales para Senadores y Diputados ampliando el límite del Estatuto anterior (que permitía sólo un puesto adicional para cada partido) a dos (2) Senadores y cuatro (4) Diputados por partido, independientemente de que hayan obtenido o no representación directa.

Las condiciones para postular candidatos a los Cuerpos Deliberantes eran realmente mínimas. Podían hacerlo los Partidos o grupos legales o cinco (5) ciudadanos en representación de cien (100) electores debidamente inscritos o identificados.

El proceso de apertura democrática que se venía desarrollando fue suspendido por el golpe de 1948, quedando sin efecto los resultados de la aplicación de este Estatuto Electoral (el más moderno hasta entonces) y debió esperar hasta 1958 para reanudarse [24].

Para el año 1951 se elegía, un Diputado por cada cincuenta mil habitantes y uno más por el exceso no menor de veinticinco mil. El estado cuya población no alcance para elegir dos Diputados, elegirá este número en todo caso. En cada Territorio Federal se elegía un Diputado.

El 30 de noviembre de 1952 Marcos Pérez Jiménez, respaldado por las Fuerzas Armadas, desconoció las elecciones y se erigió en dictador. La Asamblea Constituyente elegida por el pueblo nunca se reunió. En su lugar funcionó un gremio, que además de promulgar la Constitución de 1953 nombró Presidente Constitucional al dictador, a los Senadores y Diputados a las Asambleas Legislativas escogidos por aquél.

Mediante la Ley de Elecciones del 13 de noviembre de 1957 la dictadura impuso lo que se llamó el plebiscito, para continuar en el poder. Mediante él se elegiría al Presidente de la República, los Senadores y Diputados al Congreso Nacional, las asambleas legislativas y los concejos municipales. Serían electores: los venezolanos y extranjeros mayores de 18 años, estos últimos si comprobaban tener dos años en el país.

El único candidato a presidente sería el dictador por el cual se votaría a favor o en contra. Los candidatos a cuerpos deliberantes serían amigos del dictador por los cuales se votaría a favor o en contra.

El Consejo Supremo Electoral estaría integrado por sendos representantes del Poder Legislativo (Congreso Nacional) del Poder Judicial (Cortes Federal y de Casación) y del Poder Municipal (Concejo Municipal del Distrito Federal).

Este Concejo perdió la facultad de organizar el Registro Electoral, porque no existía y adquirió la de organizar la propaganda electoral, ya que sólo a él le correspondía.

La Constitución del 23 de enero de 1961, fue producto de un consenso nacional encabezado por los partidos políticos actuantes en la época: Acción Democrática, Partido Comunista, Movimiento de Izquierda Revolucionaria y Partido Revolucionario Nacionalista. No se registraron votos salvados en la aprobación de su articulado [11].

A partir de ese año surgen cambios en nuestro sistema electoral que aun se mantienen vigentes. El gobierno de la República de Venezuela es y será siempre democrático, representativo, responsable y alternativo (Art. 3). La soberanía reside en el pueblo, quien la ejerce mediante el sufragio, por los órganos del Poder Público (Art 4).

El voto es un derecho y una función pública (Art 110). Son electores todos los venezolanos que hayan cumplido 18 años de edad y los extranjeros pueden votar en elecciones municipales. Son elegibles los electores mayores de 21 años que sepan leer y escribir (Art. 112). La legislación electoral asegura la libertad y el secreto del voto y consagra el derecho de representación de las minorías (Art. 113).

La Cámara de Diputados se eligen por votación universal y directa por el sistema de representación

proporcional de las minorías a los Diputados, según la base de población total del país. En cada Estado se eligen por lo menos dos (2) Diputados y uno (1) por cada Territorio Federal. (Art. 151).

Los Senadores serán electos por el mismo procedimiento en razón de dos (2) por cada Estado y dos (2) por el Distrito Federal. Además se elegirán Senadores adicionales por el cuociente nacional (Art. 148). Este principio se aplica también a la elección de los Diputados.

El Presidente de la República es elegido por votación universal, directa y por mayoría relativa (Art. 183)

El Consejo Supremo Electoral reduce el número de sus miembros a nueve (9), de los cuales tres (3) serían independientes electos por el Congreso por el voto de las dos terceras partes. Cinco (5) correspondían a los partidos mayoritarios y uno (1) a los minoritarios [14].

En la reforma de 1970 se introduce el concepto de que en el ejercicio de sus funciones el Consejo Supremo Electoral gozará de autonomía funcional y administrativa.

El Consejo Supremo Electoral cambió su estructuración y eliminó el representante de los partidos minoritarios para sustituirlo por un independiente más.

Por otra parte adquirió la atribución de cuidar de la oportuna y correcta expedición de la cédula de identidad y de los documentos requeridos para su obtención. De esta manera se convirtió en un organismo fiscalizador del Poder Ejecutivo.

En ese año cada estado elige el número de Diputados que resulte de dividir el número de sus habitantes entre la base de población. La base de población es 0,55% de la población total del país. El estado cuya población no alcanzare a elegir dos (2) Diputados elegirá este número en todo caso.

En 1988 se mantiene el mismo procedimiento para determinar el número de Diputados a elegir en cada estado y en Distrito Federal, utilizado en 1970 y se le agrega lo siguiente: Si hecha la división resultare un residuo superior a la mitad de la base de población. Se elige un Diputado más.

El primero de septiembre de 1989 fue promulgada la Ley Orgánica del Sufragio, la cual introdujo la representación proporcional personalizada [11].

El sistema de elecciones para escoger Diputados al Congreso de la República es proporcional personalizado, estructurado según el principio de representación proporcional, pero combinado con el principio de la elección uninominal en circuitos uninominales.

En las Entidades Federales donde se elijan tres (3) o más Diputados, se dividirá entre dos (2) el número de Diputados a elegir. El número entero o mayor más proximo al resultado de esa división corresponderá a los Diputados a ser electos por el sistema uninominal, el resto se elegirá por el sistema de las listas según el principio de representación proporcional. El número de Diputados a ser

electos por la vía uninominal define el número de circuitos electorales para la elección de Diputados al Congreso de la República que deba tener cada entidad federal.

Los puestos de candidatos uninominales se adjudican a quienes hayan obtenido la primera mayoría relativa en cada circuito electoral y para determinar los puestos que corresponden a cada partido por representación proporcional o por cociente se aplica el método de D'Hondt, el cual explicaremos con detalles en el próximo capítulo.

Para el año 1993 en cada Estado y en el Distrito Federal se elige el número de Diputados que resulte de dividir el número de sus habitantes entre la base de población. La base de población es 0,55% de la población total del país. El estado cuya población no alcance a elegir tres (3) Diputados elegirá este número en todo caso. Si hecha la división resultare un residuo superior a la mitad de la base de población. Se elige un Diputado más.

El 20 de diciembre de 1999 fue promulgada la Constitución Bolivariana de la República de Venezuela, la cual dió inicio a nuestro actual sistema electoral.

La Constitución de la República Bolivariana de Venezuela del año 1999, reza que todos los ciudadanos y ciudadanas tienen el derecho de participar libremente en los asuntos públicos, directamente o por medio de sus representantes elegidos o elegidas. También reza que el sufragio es un derecho. Se ejercerá mediante votaciones libres, universales, directas y secretas. La ley garantizará el principio de la personalización del sufragio y la representación proporcional [15].

El 3 de febrero de 2000 El Estatuto Electoral del Poder Público mantiene el sistema de representación proporcional personalizado para la elección de los integrantes de la Asamblea Nacional, de los consejos legislativos de los estados, del Cabildo Metropolitano de Caracas, de los consejos municipales y de las juntas parroquiales. Para ese año en cada entidad federal o municipio el sesenta por ciento (60%) de los representantes populares serán elegidos en circunscripciones nominales y el cuarenta por ciento (40%) se elegirá por lista (ver [16]).

En el año 2007, la Ley Orgánica del Sufragio y Participación Política, establece que el sistema de elección para escoger Diputados al Congreso de la República, Diputados de las Asambleas Legislativas y Concejales es proporcional personalizado. En cada entidad federal, se divide entre dos (2) el número de Diputados a elegir. El número entero o el menor más próximo al resultado de esta división corresponde a los Diputados a ser electos de forma nominal y el resto se elige por lista, según el principio de representación proporcional [23].

Para el año 2009 se introduce un cambio en el sistema de representación proporcional personalizado, es decir, si el número de Diputados y Diputadas a la Asamblea Nacional, legisladores

y legisladoras de los estados, concejales y concejalas y demás cuerpos colegiados de elección popular, a elegir, sea igual o mayor a diez (10), se elegirá tres (3) cargos por lista. El número restante se elegirá en circunscripciones nominales y en caso que el número de Diputados a elegir es menor que diez (10), entonces se eligen dos (2) cargos por lista y el resto en circunscripciones nominales [16].

En la actualidad se eligen tres Diputados o Diputadas a la Asamblea Nacional, más un número de Diputados o Diputadas igual al resultado de dividir el número de la población del estado entre una base de población igual al uno coma uno por ciento (1,1%) de la población total del país [22].



## Capítulo 2

# Elecciones y Sistemas electorales.

En este capítulo, trataremos el tema de las elecciones y los sistemas electorales. Las elecciones son uno de los procesos más importantes dentro de los sistemas políticos democráticos, porque a través de ellas los ciudadanos expresan sus preferencias para decidir quién o quiénes ocuparán cargos políticos.

Después de dar la definición de elecciones, nos ubicamos en sistemas políticos democráticos, autoritarios o totalitarios, para dar una clasificación de las elecciones y ver de que manera varía su importancia y sus funciones.

Por otra parte, un sistema electoral es el conjunto de principios, normas, reglas procedimientos técnicos enlazados entre sí y legalmente establecidos, por medio de los cuales los electores expresan su voluntad política en votos que a su vez se convierten en escaños o poder público.

En una de las secciones estudiaremos los tipos de sistemas electorales, pero, principalmente debemos ver si estamos en sistemas de representación por mayoría o de representación proporcional. También tenemos que existen otros tipos, si tomamos en cuenta las relaciones votos/escaños y votante/elegido como parametros de diferenciación.

### 2.1 Elecciones.

*Definición 2.1* **Las elecciones** son un procedimiento por el cual los miembros de organizaciones y/o de la comunidad eligen representantes para ocupar cargos políticos.

Las elecciones son una técnica para constituir cuerpos representativos y/o para delegar autoridad. De acuerdo con esto pueden ser empleadas en lugar de otras técnicas (designación de representantes por sucesión, por oficio o por nombramiento) sin tener en sí misma contenido democrático alguno, es

decir, las elecciones no son exclusivas de las democracias [27].

## 2.2 Clasificación de las elecciones.

La noción de elección implica necesariamente competencia y libertad de escoger entre distintas opciones: así, para poder ejercer realmente el sufragio, el votante tiene que poder elegir entre distintos candidatos o partidos políticos, entre distintas ideologías y programas.

Sólo cuando el votante tiene la posibilidad de elegir, como mínimo entre dos alternativas, puede ejercer verdaderamente el sufragio. Además, tiene que tener la libertad para decidirse por cualquiera de ellas, de lo contrario estaríamos frente a elecciones sin opción (elections without choice). La posibilidad y la libertad de elegir tienen que estar amparadas por la Ley. Cuando se dan las condiciones antes mencionadas, se habla de **elecciones competitivas**. Cuando se le niega al votante la posibilidad y la libertad de elección, hablamos de **elecciones no competitivas**. Cuando existen restricciones de distinto tipo que limitan la posibilidad y la libertad de elección, hablamos de **elecciones semicompetitivas** [27].

Al distinguir entre distintos tipos de elecciones de acuerdo con el grado de competitividad que permiten, a partir de las elecciones, aumenta la posibilidad de sacar conclusiones acerca de la estructura de un sistema político. Sobre esta base, es posible establecer, a grandes rasgos, la siguiente clasificación:

Elecciones competitivas ————— Sistemas democráticos.

Elecciones semicompetitivas ———— Sistemas autoritarios.

Elecciones no competitivas ———— Sistemas totalitarios.

## 2.3 Formas de participación política.

En la democracia existen formas de participación política por vías constitucionales, donde podemos mencionar las siguientes:

Elecciones: Constituyen el medio a través del cual se garantiza la participación de la mayor parte de la población.

Votar en referendos y/o plebiscitos: a través de estas instituciones, el votante decide entre un sí o un no, ya sea sobre una cuestión de materia política (por ejemplo, ley de aborto), o sobre una cuestión política personal, por lo general, sobre la permanencia en el cargo de un político determinado.

Otras formas de participación política son: la afiliación y militancia en un partido político, pertenencia a un grupo de interés, colaboración en asociaciones ciudadanas y/o vecinales y por ultimo influencia individual sobre los legisladores, la opinión pública, etc.

Por vias extraconstitucionales se tienen, las que se conocen bajo el concepto de participación política agresiva, incluso inciden en la propia estabilidad de la institucionalidad democrática. Incluyen huelgas ilegales, luchas callejeras con la policía y otros manifestantes, apoyo a grupos que luchan por la via armada contra el gobierno, etc. Generalmente, estas formas de participación, no son reconocidas como tales.

Sim embargo, constituyen casi la única forma de participación efectiva para sectores sociales que se consideran excluidos, que no apoyan la democracia ni sistema político alguno, que no confían en los canales de participación regulares del sistema político y que ven en los métodos de la participación política agresiva el único medio para influir en cambiar las decisiones políticas del gobierno [27].

## 2.4 Importancia de las elecciones.

A continuación se explica la importancia de las elecciones en democracias, en sistemas políticos no competitivos y en autoritarios, ya que la misma varía dependiendo el sistema político en el cual se realice tal proceso.

### 2.4.1 Las elecciones en las democracias liberales.

Las elecciones constituyen la base del concepto de democracia liberal. Según la teoría democrática liberal, la élite política gobernante tiene que ser designada a través de elecciones. Esta concepción se basa en la estrecha relación entre elecciones y democracia: sin elecciones, sin competencia abierta por el poder político entre fuerzas sociales y agrupaciones políticas, no hay democracia, pues las elecciones son la fuente de legitimación del sistema político.

Cuando un gobierno es fruto del sufragio universal y de elecciones libres, es reconocido como legítimo y democrático. Las elecciones son la fuente de legitimación del liderazgo político. Por lo tanto, las elecciones tienen una importancia crucial en las democracias occidentales.

La importancia de las elecciones desde el punto de vista teórico se basa en el concepto liberal de democracia. De acuerdo con este concepto, la democracia no acaba con la dominación política, pero intenta controlarla mediante la división de poderes, la vigencia de los derechos humanos, el derecho de oposición y la oportunidad para la oposición de alcanzar el gobierno.

En contraste con las otras formas de participación política, las elecciones tienen una especial importancia, ya que se celebran periódicamente, constituyen la única forma de participación en el proceso político para la mayor parte de la población, constituyen la forma más común de participación política institucionalizada y a través de cuyo ejercicio se reducen al máximo las desigualdades socioestructurales.

### **2.4.2 Las elecciones en los sistemas políticos no competitivos.**

Los países que formaban parte del desaparecido bloque soviético constituyen un ejemplo histórico clásico de sistemas políticos donde los líderes políticos empleaban elecciones no competitivas como un instrumento de control sobre la población.

El concepto de democracia en los sistemas políticos socialistas tenía un origen muy distinto al de las democracias liberales occidentales.

En la ex Unión Soviética, el gobierno del Partido Comunista y sus aspiraciones de liderazgo no se sustentaba en elecciones: la legitimidad del sistema de partido único y el poder del Partido Comunista yacían en la misión histórica de la clase trabajadora de acuerdo a las necesidades de las leyes objetivas del desarrollo social.

Bajo tales condiciones, las elecciones servían como un instrumento para mantener la estructura de poder establecida y no para cuestionarla. Así, las elecciones estaban sujetas al control absoluto del Partido Comunista y del Estado. La oposición no podía manifestar sus opiniones.

### **2.4.3 Las elecciones en los sistemas políticos autoritarios.**

Las elecciones en los Estados autoritarios no cuestionan las relaciones de poder vigentes. En los sistemas autoritarios también se celebran elecciones, pero sólo para confirmar las relaciones de poder existentes. A diferencia de las democracias, en estos sistemas no se logran cambios fundamentales en la estructura de poder directamente a través de elecciones. Por otra parte, a diferencia de los sistemas totalitarios, la oposición dispone de la posibilidad de manifestar, dentro de ciertos límites, sus puntos de vista. Puede haber incluso partidos de oposición legalizados. Es más, el disenso político puede canalizarse a través de la abstención electoral. Por lo tanto, el control sobre el proceso electoral no es total. Aunque los resultados de las elecciones en los sistemas autoritarios no cuestionan la dominación del partido (o partidos) pro-régimen, estos pueden ejercer cierta influencia sobre el comportamiento de los líderes políticos, quienes a menudo reaccionan rápidamente, incluso ante pequeñas variaciones en los porcentajes de apoyo o de rechazo electoral.

Así mismo, es necesario considerar que en los sistemas autoritarios las elecciones se hallan mucho más expuestas a la competencia de los ideales democráticos y de elecciones libres que en los sistemas totalitarios. Este hecho se refleja en las frecuentes reformas de las leyes electorales, que buscan generar en la población la impresión de que se está avanzando hacia el establecimiento o restablecimiento de las condiciones democráticas [27].

## 2.5 Funciones de las elecciones.

Las elecciones cumplen múltiples funciones, dependiendo si estamos en un sistema democrático, autoritario o totalitario. Además, antes de mencionar cada una de estas funciones debemos tomar en cuenta el contexto social, institucional y político en el que se llevan a cabo.

### 2.5.1 Funciones de las elecciones competitivas.

En países caracterizados por la fragmentación social, las elecciones pueden cumplir la función de asegurar una representación justa a los distintos grupos socioculturales o de superar políticamente las líneas divisorias entre grupos, formando mayorías parlamentarias.

En sociedades más homogéneas, la función de las elecciones puede radificar principalmente en generar competencia por el liderazgo político entre los partidos. Dicha competencia será, una lucha por obtener una mayoría parlamentaria sólo si el sistema de partidos es reducido en número. Por el contrario, la competencia en un sistema multipartidista se centrará en la obtención de porcentajes de los votos emitidos y cuotas de representación en el parlamento [27].

En principio, las funciones concretas de las elecciones están determinadas por tres factores estructurales:

1. La estructura de la sociedad: el proceso electoral, las funciones de las elecciones y el comportamiento del votante individual están determinados por la clase, la estratificación social, la estructura étnica, la religión, la existencia de grupos de presión y la profundidad de los antagonismos sociales.
2. La estructura del sistema político: el proceso electoral, las funciones de las elecciones y el comportamiento del votante individual dependen también de la estructura del sistema político. Las funciones de las elecciones variarán en un sistema de un gobierno parlamentario y en uno presidencialista. En un sistema parlamentario, es necesario tomar en cuenta la distribución

interna de poder en el sistema político, así como si el centro de poder político se encuentra en el parlamento, en el gabinete o en el canciller/primer ministro. Las funciones de las elecciones y el comportamiento electoral individual diferirán, así mismo, en un Estado unitario y en uno federal y ambos se verán afectados, a su vez, por la cultura política, las pautas dominantes en el proceso de decisión política y los modos de resolución de conflictos (competencia o concordancia como pautas de canalización de conflictos, representación mayoritaria o proporcional).

3. La estructura del sistema de partidos: el proceso electoral, las funciones de las elecciones y el comportamiento del votante individual están determinados, entre otros factores, por el número de partidos que compiten para obtener representación parlamentaria, su tamaño respectivo y la distancia ideológica existente entre los distintos partidos.

En sociedades relativamente homogéneas, sin clivajes profundos, con un sistema parlamentario y cuyo sistema de partidos lo integran pocos partidos, las elecciones pueden desempeñar las siguientes funciones:

- Legitimación del sistema político y del gobierno formado por un partido o por una coalición de partidos.
- Expresión de confianza en los candidatos y los partidos políticos.
- Reclutamiento de la élite política.
- Representación de opiniones e intereses del electorado.
- Ajuste de las instituciones políticas a las preferencias de los votantes.
- Movilización del electorado en torno a valores sociales, metas y programas políticos e intereses político-partidistas.
- Canalización de los conflictos políticos mediante procedimientos pacíficos.
- Integración de la pluralidad social y formación de una voluntad común políticamente viable.
- Estímulo de la competencia por el poder político sobre la base de programas alternativos.
- Designación del gobierno a través de la formación de mayorías parlamentarias.
- Establecimiento de una oposición capaz de ejercer control sobre el gobierno.

- Oportunidad de un cambio de gobierno.
- Concientización política de la población mediante la clarificación de los problemas y alternativas políticas.

En sociedades menos homogéneas, con sistemas multipartidistas, las elecciones sólo pueden cumplir con algunas de las funciones mencionadas. Por ejemplo, en países como Israel, la interrogante de qué partido formará parte del gobierno no se decide en las elecciones, sino que será fruto de las negociaciones sobre coaliciones que realizarán los líderes partidistas después de las elecciones.

No obstante, las elecciones competitivas servirán siempre como instrumento de legitimación del sistema político y del ejercicio democrático del poder [27].

### 2.5.2 Funciones de las elecciones no competitivas.

Las elecciones en los sistemas políticos no competitivos carecen de todas aquellas funciones inherentes al concepto democrático liberal, como las derivadas de la competencia abierta y la libertad de opción. En consecuencia, estas elecciones no implican la legitimación del poder político o su control; sin embargo, esto no significa que las elecciones no competitivas carezcan de toda función. Como instrumento de dominación, las elecciones no competitivas son vistas por el marxismo-leninismo como un medio para apoyar el desarrollo del socialismo, es decir, como un medio para lograr:

- La movilización de todas las fuerzas sociales.
- La elucidación de los criterios de la política comunista.
- El fortalecimiento de la unidad política y moral del pueblo.
- El testimonio de la unidad entre la clase trabajadora y el Partido, mediante la obtención de porcentajes máximos de participación y de aprobación de los candidatos en listas únicas.

Por lo tanto, las funciones de las elecciones no competitivas en los sistemas políticos socialistas se basan en un concepto propio sobre éstas [27].

### 2.5.3 Funciones de las elecciones semicompetitivas.

Las elecciones semicompetitivas abarcan situaciones histórico-electorales muy diferentes, cuyas características no son ni completamente liberales ni absolutamente represivas frente a la oposición.

Sus funciones se orientan hacia las elecciones competitivas más que hacia las no competitivas y sobre todo, se ven más frecuentemente confrontadas con el ideal democrático.

Aunque las elecciones semicompetitivas no cuestionan la estructura de poder existente, la élite dominante busca legitimar a su poder a través de ellas. La intención consiste en crear la apariencia de condiciones liberal-democráticas, no tanto en el escenario político interno, donde la oposición sabe perfectamente cuáles son los límites de su influencia política, sino más bien frente a la opinión pública internacional. Dichas elecciones pueden relajar hasta cierto punto la situación política local, pueden hacer visible la existencia de una oposición y en ciertos casos, generar reajustes en el aparato de poder. En consecuencia, las elecciones semicompetitivas pueden servir para estabilizar regímenes autoritarios. En ello radica su función principal, basada en las demás funciones específicas ya mencionadas, las cuales son:

- El intento de legitimar la estructura de poder existente.
- Relajar la situación política en el ámbito interno.
- Mejorar la reputación en el nivel internacional.
- Permitir la manifestación (e integración parcial) de la oposición política.
- Lograr un reajuste en la estructura de poder con el fin de estabilizar el sistema [27].

#### 2.5.4 Democracia defensiva y elecciones de apertura.

Existen elecciones en las que se contradicen la estructura del sistema político y las intenciones y consecuencias de una elección. Para ello hay que distinguir entre dos situaciones: elecciones en las democracias, que representan una amenaza para la democracia y elecciones en regímenes autoritarios, que buscan superar la estructura autoritaria del sistema político.

*Definición 2.2* En la teoría de la democracia no se legitima el camino de la democracia a la dictadura a través del voto del electorado. En este sentido se desarrolla la definición de **democracia defensiva**, donde pueden ser proscritos aquellos partidos políticos que se plantean como meta la eliminación de la democracia [27].

*Definición 2.3* Las **elecciones de apertura** ocurren cuando gobernantes autoritarios organizan elecciones libres y honestas, del tipo occidental-democrático o dentro de un marco que sigue siendo autoritario o semiautoritario [27].



Una elección de apertura tiene la función de avanzar de manera determinante hacia un nuevo régimen: el sistema democrático. El mejor criterio para identificar elecciones libres y virtualmente de apertura, es una victoria electoral de la oposición democrática frente al régimen de turno.

## 2.6 El derecho del sufragio.

La democracia liberal se basa en el reconocimiento del sufragio universal, igual, directo y secreto. La elección democrática de los poderes políticos constitucionales en especial del parlamento y en sistemas presidencialistas, también del presidente constituye, junto a la libertad de expresión, de reunión, de asociación y de prensa, uno de los prerequisites fundamentales de la democracia moderna.

Los principios del sufragio, cambiaron desde el punto de vista jurídico-histórico y conceptual. Por consiguiente, no sólo hay que observar si el sufragio era universal, sino también qué se entendía por universal. En el siglo XIX, el concepto de sufragio universal comprendía únicamente el derecho de voto de los hombres. Hoy en día rigen cuatro principios para las elecciones democráticas, los cuales pueden definirse de manera precisa y confrontarse así con las distintas regulaciones históricas del sufragio. Los principios fundamentales del sufragio: universal, igual, directo y secreto, se encuentran generalmente plasmados en el texto constitucional [27].

1. **Universal:** Esta norma jurídica exige que todos los ciudadanos de un Estado, más allá de su sexo, raza, idioma, ingreso o propiedad, profesión, estrato o clase, formación, confesión o convicciones políticas, tengan derecho a votar y de ser elegidos.

Este principio no se ve invalidado por el hecho de exigir el cumplimiento de ciertos prerequisites imprescindibles, como una determinada edad, nacionalidad, residencia, plena posesión de los derechos ciudadanos, además de estar en plena posesión de las facultades mentales y no sufrir ninguna condena legal. A lo largo de la historia, el sufragio se limitó esencialmente de tres maneras diferentes:

- a) A través de la exclusión de determinados grupos de la población, como minorías étnicas o religiosas, personas en situación de dependencia, mujeres, etc.
- b) Mediante el establecimiento de un censo (sufragio censitario) o la exigencia de un certificado de propiedad, renta o ingresos.
- c) Exigiendo una determinada formación, como el haber concurrido a la escuela o ejercer una profesión, cuya consecuencia más común fue la exclusión de los analfabetos. El principio de

sufragio universal puede violarse, así mismo, cuando se establecen edades distintas para la mayoría de edad y para ejercer el derecho de sufragio.

El principio de universalidad de acceso es contrario al sufragio censitario, que limita el voto a una parte de la ciudadanía en función de sus recursos económicos o de otras características socioeconómicas [9].

2. **Igual:** Este principio exige que el peso de cada voto de las personas habilitadas para votar sea el mismo y que no esté diferenciado de acuerdo a la propiedad, ingreso, renta, formación, religión, raza, sexo o convicción política.

Mediante este principio se postula la igualdad en el valor numérico de los votos. Con el principio de igualdad no son compatibles ni el sufragio de clase o curia, ni el sufragio plural:

a) En el sufragio de clase o curia se subdivide al electorado en grupos muy diferentes entre sí en número, los cuales eligen una cantidad fija de diputados.

b) En el sufragio plural, el número de votos disponibles para los electores hábiles se diferencia otorgando votos adicionales a determinados grupos de personas (propietarios, padres de familia, etc.). El principio de la igualdad resulta, además, importante para la organización técnica de las elecciones, sobre todo en el ámbito de la delimitación de las circunscripciones electorales. Para garantizar la igualdad en el valor numérico de los votos, la delimitación de las circunscripciones electorales tiene que hacerse cuidando de mantener una relación aproximadamente igual entre la población (o electores hábiles) y los diputados a ser electos, en términos de los valores en el ámbito nacional. El postulado del sufragio igual es hoy prácticamente el más importante de todos los principios del sufragio.

3. **Secreto:** Este principio exige que la decisión del elector al emitir su voto (hoy en día generalmente mediante una boleta) no puede ser conocida por terceros.

El principio se diferencia de todas las formas de emisión abierta (voto firmado) o pública del voto (voto nominal). Su realización se halla bajo la tutela de la organización electoral (suministro de cabinas o cuartos secretos, urnas, etc.).

El secreto del voto separa al ciudadano de su situación social, de las presiones de su comunidad local y de sus superiores jerárquicos. Por tanto, reduce la conformidad con el grupo y el control social, ya que no es posible demostrar a quién se ha votado como sucede en el caso del voto nominal no secreto [9].

4. **Directo:** El votante determina directamente a sus representantes.

Este principio constituye lo opuesto de las elecciones indirectas que prevén gremios intermedios (por ejemplo electores, colegios electorales, etc.) entre el votante y el elegido. Hay que distinguir entre elecciones indirectas formales (los representantes intermedios están atados al voto de los ciudadanos) y elecciones indirectas sustanciales (los representantes intermedios son libres de elegir a los representantes según sus propios criterios) [27].

Hay algunos mecanismos institucionales para asegurar la desigualdad del voto, entre ellos tenemos el voto indirecto, voto por estamentos o curias, voto plural y voto múltiple o ponderado.

1. Voto indirecto: Los ciudadanos eligen a grandes electores que a su vez eligen a los cargos. Este sistema se utiliza aún en los Estados Unidos y se aplicó en Venezuela en el siglo XIX y principios del XX, por ejemplo en 1914 la Cámara de Diputados era electa por elección popular y el Presidente era electo por el Congreso.
2. Voto por curias o estados: Divide a la población en grupos o estratos a los que se asigna un número de escaños, casi siempre de manera inversamente proporcional al tamaño de los estratos (es decir, los grupos más reducidos, privilegiados económica y políticamente, eligen más representantes que los más numerosos). A finales del siglo XIX en Alemania el electorado se dividía en tres clases que agrupaban respectivamente 3, 11 y 86% del electorado, en función de los impuestos pagados. Todas las clases elegían a un número equivalente de representantes. En Essent y Frankfurt sólo los Krupp y los Rothschild respectivamente eran miembros de la clase más rica.
3. Voto plural: Consiste simplemente en atribuir más de un voto a las personas en quienes concurren determinadas circunstancias o situaciones jurídicas, por ejemplo, hasta el año 1968 los 52 diputados de la Cámara baja de Irlanda del Norte se elegían por medio de un voto plural. En Bélgica durante el siglo XIX el sufragio era censitario pero igual. La introducción del sufragio universal masculino trajo consigo el voto plural: los casados mayores de 35 años, los mayores de 25 con propiedades y las viudas que pagaban más de 5 francos tenían un voto extra; los hombres con niveles de estudios medios recibían dos votos extras (acumulables al anterior en su caso) [9].
4. Voto múltiple o ponderado: implica el derecho de un elector a emitir un voto en más de una circunscripción electoral, a consecuencia de los diferentes títulos jurídicos que concurren en el

mismo. Este sistema se utilizaba en Inglaterra antes de 1948.

## 2.7 Sistemas electorales.

Para definir los sistemas electorales, el criterio por excelencia es el de su utilidad para fines analíticos; de acuerdo con esto, se impone consecuentemente, una definición más restringida.

*Definición 2.4* **Los sistemas electorales** determinan las reglas según las cuales los electores pueden expresar sus preferencias políticas y según las cuales es posible convertir votos en escaños parlamentarios (en caso de elecciones parlamentarias) o en cargos de gobierno (en caso de elecciones de presidente, gobernador, alcalde, etc.) [27].

Esta definición incluye las dimensiones relativas a circunscripciones, candidatura, votación, conversión de votos en escaños. Engloba, así mismo, todos los elementos técnicos que permiten dar forma concreta a estas dimensiones e interrelacionarlas para constituir un sistema electoral individual. La definición se restringe efectivamente a los elementos técnicos y procedimentales que sirven para estructurar las preferencias políticas a través del voto y convertir estos votos en escaños parlamentarios o puestos ejecutivos. Estos elementos tienen implicaciones políticas y la magnitud de sus efectos varía individualmente. Por esta razón, el interés del analista se centra en los elementos que ejercen un mayor efecto, como son el tamaño de las circunscripciones, la fórmula de decisión o conversión y de existir, la barrera legal.

La definición restringida de sistema electoral es útil, en primer lugar, porque centra la atención exclusivamente en este ámbito de elementos y efectos, en segundo lugar, porque posibilita así un análisis diferenciado de este factor, precisamente definido, el sistema electoral, en relación con los demás factores presentes en el proceso electoral y de la formación de la representación política. En estos procesos, el sistema electoral es sólo un factor entre muchos otros.

## 2.8 Importancia de los sistemas electorales.

La importancia del sistema electoral como un factor estructurante del sistema político es un tema sobre el cual discrepan tanto los politólogos como los políticos.

Tomando en cuenta las afirmaciones de prominentes politólogos expertos en sistemas electorales, no hay duda acerca del rol fundamental desempeñado por los sistemas electorales. De acuerdo con Giovanni Sartori (1994, p. IX) (ver [27]), el sistema electoral es “a most essential part of the workin

of political systems. Not only are electoral systems the most manipulative instrument of politics; they also shape the party system and affect the spectrum of representation". Por su parte, Arend Lijphart (1994, p.1) sostiene incluso que "the electoral system is the most fundamental element of representative democracy" [27].

Mientras que resulta posible discutir las afirmaciones de Sartori y Lijphart, esta última posición es sin duda exagerada, pues pasa por alto el hecho de que, en general, los factores determinantes del desarrollo político son múltiples y de origen muy variado. En consecuencia, los intentos de establecer relaciones causales conducen casi siempre al monocausalismo, i.e., a la negación de la pluralidad de factores causantes. Pero tampoco es sostenible la posición opuesta, defendida con frecuencia, según la cual los sistemas electorales no tienen ninguna importancia. Esta interpretación no es válida por numerosas pruebas empíricas que nos permiten afirmar que los sistemas electorales influyen sobre el comportamiento y los resultados electorales.

El efecto de los sistemas electorales sobre el proceso de formación de la voluntad política se puede constatar fácilmente en los resultados de las elecciones. Por ejemplo, el número de partidos que entra en el parlamento: el sistema electoral es un parámetro decisivo; observemos también la formación de mayorías parlamentarias. Muchas veces, las mayorías parlamentarias de un partido se deben al efecto desproporcional producido por el sistema electoral a la hora de convertir votos en escaños. Así, el sistema electoral influye en el tipo de gobierno en términos de la alternativa gobierno unipartidista versus gobierno de coalición, lo que lleva a desarrollar culturas políticas diferentes.

Hay sistemas electorales que posibilitan que el segundo y el tercer partido superen al primero en fuerza parlamentaria, formando un gobierno de coalición en contra del primero. Es más, existen sistemas electorales que pueden hacer que el segundo partido, en cuanto a votos obtenidos, acceda al gobierno, al adjudicarle más escaños en el parlamento. Por lo tanto, es posible afirmar que no deben subestimarse los efectos de los sistemas electorales: los sistemas electorales desempeñan un papel importante en el proceso de formación de la voluntad política y en la transferencia de poder (bajo la forma de escaños parlamentarios o puestos ejecutivos) [27].

## 2.9 Principios de representación y fórmulas de decisión.

Existen dos principios básicos para clasificar los sistemas electorales: la representación por mayoría y la representación proporcional.

En el mundo abundan los sistemas electorales y cada día surgen otros nuevos, pues las posibilidades

creativas son prácticamente ilimitadas. Sin embargo, todos los sistemas electorales derivan de dos tipos básicos, que deben ser percibidos como principios de representación fundamentales: el principio de representación por mayoría (relativa o absoluta), que es llevado a la práctica por los sistemas electorales mayoritarios y el principio de representación proporcional, que es llevado a la práctica por los sistemas proporcionales.

A continuación, estableceremos las principales diferencias entre estos dos principios básicos. Explicaremos primero la diferencia entre los principios o fórmulas de decisión (mayoritario versus proporcional) y los principios de representación (representación por mayoría versus representación proporcional). Es importante, además, determinar la importancia de los criterios de diferenciación para la clasificación de los sistemas electorales.

Los sistemas electorales de tipo mayoritario y los sistemas electorales de tipo proporcional pueden definirse según dos criterios: la fórmula de decisión y el principio de representación.

Antes de profundizar más en las consideraciones explicativas, definiremos ahora los dos tipos fundamentales de sistemas electorales, el mayoritario y el de representación proporcional, según el principio de representación y empíricamente, según su efecto sobre la relación entre votos y escaños [27].

**Sistema de representación por mayoría:** Hay una brecha entre los porcentajes de votos y de escaños obtenidos por los diversos partidos.

**Sistemas de representación proporcional:** Hay concordancia relativa entre los porcentajes de votos y de escaños obtenidos por los diversos partidos.

*Definición 2.5 Principio de decisión* representa la fórmula de acuerdo a la cual se determinan los que ganan el (o los) escaño(s) o participan en la distribución de los escaños en disputa y los que no reciben ningún escaño [27].

*Definición 2.6 Mayoría como principio de decisión o principio mayoritario* significa que la mayoría del total de los votos emitidos decide quién gana la elección [27].

La mayoría puede ser relativa o absoluta. Hablamos de **mayoría relativa** cuando se obtiene mayor número de votos que cualquier otro candidato y decimos que existe **mayoría absoluta** cuando se obtiene mayor número de votos que los demás candidatos juntos.

*Definición 2.7 Proporcionalidad como principio de decisión o principio proporcional* significa que el resultado de la elección se decide según la proporción de los votos emitidos obtenida

por cada candidato o partido [27].

En los sistemas de representación por mayoría la asignación de escaños depende de que un candidato o partido obtenga la mayoría de los votos requerida. Las leyes electorales rezan aproximadamente así: se considerará electo al candidato que haya obtenido la mayoría relativa (o absoluta) de los votos emitidos.

En los sistemas de representación proporcional la asignación de escaños depende de la proporción de votos obtenidos por los diferentes candidatos o partidos: se considerará electos a los candidatos o partidos cuyos votos sean por lo menos iguales a un cociente determinado. Un partido tendrá una cantidad de escaños igual a la cantidad de veces que dicho cociente quepa en el total de los votos obtenidos.

**Definición 2.8 Principio de representación por mayoría** es aquel cuyo objetivo consiste en producir el gobierno de un partido o de una coalición de partidos basado en una mayoría parlamentaria [27].

**Definición 2.9 Principio de representación proporcional**, este principio trata de reproducir lo más fielmente posible en el parlamento las fuerzas sociales y los grupos políticos existentes en la población [27].

### 2.9.1 Ventajas de la representación por mayoría.

1. Impide la fragmentación partidaria. Los partidos pequeños tienen pocas posibilidades de obtener escaños en el parlamento.
2. Fomenta la concentración partidaria, debido a su tendencia a la formación de un sistema bipartidista.
3. Fomenta la estabilidad del gobierno mediante la formación de mayorías parlamentarias monopartidistas.
4. Fomenta la moderación política, pues hace que los partidos más grandes compitan para ganar el apoyo del electorado ubicado en el centro del espectro ideológico, teniendo que asumir la responsabilidad política en el caso de triunfar en los comicios. En otras palabras, los partidos más grandes tienen que orientar sus programas políticos hacia los votantes moderados y restringir dichos programas a reformas incrementales y factibles.

5. Fomenta la alternancia en el gobierno, porque una variación pequeña en la relación de votos puede dar lugar a una gran variación en la relación de escaños parlamentarios.
6. Permite al elector decidir directamente, a través de su voto, quiénes deben gobernar, sin delegar tal decisión a las negociaciones entre los partidos después de las elecciones.

### **2.9.2 Ventajas de la representación proporcional.**

1. Facilita la máxima representación de todas las opiniones e intereses en el parlamento, en relación con su fuerza respectiva en el electorado.
2. Impide la formación de mayorías parlamentarias demasiado artificiales, que no se corresponden con una mayoría real en el electorado y solo representan el resultado de interferencias institucionales en el proceso de formación de la voluntad política.
3. Facilita la formación de mayorías a través de la negociación y el compromiso político entre diversas fuerzas sociales y/o grupos étnicos/religiosos.
4. Dificulta las convulsiones políticas extremas producidas sobre todo por los efectos distorsionantes del sistema electoral y no por cambios fundamentales en las preferencias de los votantes.
5. Refleja los cambios sociales y el surgimiento de nuevas corrientes políticas, al facilitar su representación en el parlamento.
6. Impide el surgimiento de un sistema de partido dominante, en el que dicho partido debe su posición privilegiada básicamente al sistema electoral, tornándose así difícil, si no imposible, cualquier cambio político.

Los efectos políticos de los dos principios de representación dependen de la estructura social y política de un país. Existe una compleja interacción de los diversos factores y sólo el análisis de cada país puede proveer la información necesaria para analizar y evaluar sus efectos.

Las decisiones políticas sobre el sistema electoral también dependen de la estructura sociopolítica de cada país. Las sociedades divididas por razones étnicas, religiosas y lingüísticas, optan a menudo por la representación proporcional, ya que no reúnen los prerequisites para la aplicación exitosa del principio mayoritario. Bajo estas condiciones, la fragmentación política no se desprende del empleo de la representación proporcional: de hecho, la aplicación de la representación proporcional se deriva del pluralismo segmentado existente en estas sociedades.



Los criterios para evaluar los principios de representación y sus correspondientes sistemas electorales no se pueden extraer, por lo tanto, de modelos estáticos que sólo se corresponden con la realidad política bajo ciertas precondiciones sociales (homogeneidad). Los criterios tienen que orientarse hacia objetivos que sean significativos y deseables para la sociedad [27].

## 2.10 Tipos de sistemas electorales.

A continuación, describiremos tipos de sistemas electorales que corresponden o se acercan a sistemas electorales concretos (tipos reales). El criterio de diferenciación es, el efecto que tienen los sistemas electorales sobre la relación votos/escaños y ciertos aspectos de su composición. Estamos interesados fundamentalmente en la diferenciación sistemática; la tipología de sistemas electorales sólo tiene fines orientadores, dado que la realidad es cambiante y el debate sobre los sistemas electorales incluye todas las posibilidades y variantes de los tipos. Empezando con el ámbito de los sistemas de representación por mayoría, distinguimos tres tipos.

El primer tipo es el sistema de mayoría relativa en circunscripciones uninominales. Se trata del sistema clásico correspondiente al principio de representación por mayoría, que se aplica en Gran Bretaña y en el mundo bajo de la influencia político-cultural anglosajona. Su efecto desproporcional favorece al partido más votado.

El segundo tipo es el de mayoría absoluta en circunscripciones uninominales (con segunda vuelta), sistema electoral con mucha historia, que en la actualidad se emplea en Francia, Colombia, Perú, Brasil, Chile, Guatemala, El Salvador (con voto alternativo también en Australia), Bolivia, Argentina entre otros. Su efecto desproporcional favorece al partido o alianza de partidos con más votos.

El tercer tipo es el sistema de circunscripciones plurinominales (hasta cinco escaños) variable de tamaño pequeño o trinominales invariables, con efectos de distorsión de la proporcionalidad (la binominalidad es una variante con efectos específicos). Este tipo es un representante de los demás sistemas mayoritarios que no operan exclusivamente con base en las fórmulas de decisión mayoritaria en circunscripciones uninominales y que se conoce con el nombre de formador de mayorías.

En el ámbito de los sistemas de representación proporcional, también distinguimos tres tipos.

El cuarto tipo es el proporcional en circunscripciones plurinominales variables de media mayor, es decir, de tamaño mediano y grande, que constituyen una barrera del sistema. Sin embargo, este sistema puede producir una considerable desproporcionalidad entre votos y escaños (por este motivo se le denomina a menudo como de representación proporcional impura). Como ejemplos ilustrativos

pueden figurar España y Portugal.

El quinto tipo es el de la representación proporcional pura. Este sistema aspira a una proporcionalidad lo más exacta posible, excluyendo el uso de barreras naturales o legales de una altura que pueda impedir alcanzar una alta proporcionalidad. A modo de ejemplos ilustrativos pueden citarse Israel y los Países Bajos.

El sexto tipo es el proporcional con barrera legal de representación en el nivel nacional. Este sistema elimina a los pequeños partidos que no pueden superar la barrera legal, pero distribuye proporcionalmente los escaños entre los partidos restantes. Ejemplos ilustrativos son Alemania y Suecia.

Si tomamos en cuenta más criterios de diferenciación, sobre todo, los elementos componentes de los sistemas electorales que no sólo influyen en la relación votos/escaños, sino también en la relación votante/elegido, obtenemos otros tipos de sistemas electorales.

Respecto a la categoría residual de sistemas mayoritarios, junto al sistema mayoritario en circunscripciones plurinominales pequeñas (tres a cinco escaños) distinguimos dos tipos más, a saber:

El séptimo tipo es el sistema mayoritario con representación de minoría en circunscripciones plurinominales. El sistema clásico correspondiente es el del voto limitado (el elector tiene menos votos que diputados por elegir en una circunscripción).

El octavo tipo es el sistema mayoritario con lista proporcional adicional. Este sistema puede cumplir funciones como la de dar representación a los partidos de la oposición (por sobre todo, en sistemas de partido con partido dominante) o la de contrabalancear el efecto de la uninominalidad (independencia del diputado frente al partido) y fortalecer a los partidos políticos a través de la lista.

Respecto a los sistemas proporcionales con barrera legal (anticipando la diferenciación entre varias formas de personalizar la representación proporcional), distinguimos así tres tipos, donde el criterio de diferenciación es la relación entre los elementos mayoritarios y proporcionales presentes en el sistema. Dos de estos sistemas diferencian internamente el tipo de sistema proporcional con barrera legal.

El noveno tipo es el sistema proporcional personalizado, que combina la uninominalidad con el principio de representación proporcional. Actualmente en Venezuela se utiliza este tipo de sistema en las elecciones de Diputados a la Asamblea Nacional.

El décimo tipo es el sistema proporcional compensatorio, que combina la uninominalidad con escaños de lista que tienen la función de compensar (de alguna manera) la desproporcionalidad resultante de la uninominalidad.

El undécimo tipo es el sistema segmentado, ya no es proporcional en cuanto a sus efectos. Este

sistema combina la uninominalidad con la lista de tal modo que se forma una representación en dos partes en la composición del parlamento; una mayoritaria y otra proporcional. Este sistema electoral se acerca al sistema mayoritario con lista proporcional o adicional, radicando su mayor diferencia en la relación numérica entre escaños uninominales y proporcionales: en el caso del sistema segmentado, puede dar una relación equilibrada (desde un tercio hasta la mitad de los escaños de la lista proporcional) [27].

## 2.11 Elementos particulares de los sistemas electorales.

Los sistemas electorales son estructuras complejas, consistentes en un gran número de elementos distintos que pueden ser combinados prácticamente de cualquier modo.

Los sistemas electorales establecen disposiciones que toman en consideración gran cantidad de aspectos que, en general, pueden dividirse en cuatro áreas:

- Distribución de las circunscripciones electorales (tamaño de las circunscripciones).
- Candidatura.
- Votación.
- Transformación de votos en escaños.

### 2.11.1 Distribución de las circunscripciones electorales.

La distribución de las circunscripciones electorales es de vital importancia para los efectos de los sistemas electorales, es decir, para las oportunidades electorales de los partidos políticos.

La distribución de las circunscripciones electorales en un país constituye uno de los aspectos políticos más difíciles a la hora de elaborar y evaluar un sistema electoral. La crítica de un partido político al sistema electoral parte a menudo de la distribución de las circunscripciones electorales. Así, por ejemplo, el perjuicio sufrido por la socialdemocracia alemana durante el imperio guillermino (1871-1918) se originaba en la forma en que se habían distribuido las circunscripciones electorales. Durante la República de Weimar, esto se arregló de tal forma que la división geográfica de las circunscripciones no tuviera ninguna importancia para la atribución de escaños. Cada partido recibía un escaño por cada sesentamil (60.000) votos obtenidos [27].

**Circunscripción electoral, mesas de votación, círculo electoral.**

Para realizar unas elecciones, el territorio electoral se subdivide en varias entidades, tales como circunscripciones electorales, áreas de votación y círculos electorales. Cada tipo de jurisdicción tiene una función específica en el proceso electoral. Así, el área de votación tiene la función de facilitar el acto de votación mediante la división del territorio electoral en jurisdicciones que permiten al votante ejercer su derecho o deber cómodamente, mientras que la función principal de la circunscripción electoral se relaciona con el escrutinio, o sea, con la asignación de los escaños. En la circunscripción electoral, los votos válidos son convertidos en escaños. Es aquí donde se establece quiénes triunfaron y quiénes fueron derrotados. En los escrutinios, se toman en cuenta solamente los votos depositados dentro de la circunscripción electoral y no los de las otras circunscripciones. Por regla general, la circunscripción electoral representa también la entidad territorial para las candidaturas. Por otra parte, existen sistemas electorales donde se contemplan los circuitos electorales, cuya función se limita únicamente a la definición de las candidaturas.

Es muy importante observar que la distribución de las circunscripciones electorales no puede definirse de una vez y para siempre. Los procesos migratorios exigen un ajuste permanente de las circunscripciones a las nuevas realidades demográficas. En consecuencia, la crítica a la distribución de las circunscripciones electorales tiene dos puntos de partida: por un lado, la manipulación activa en beneficio de un partido o tendencia política y por otro lado, la pasividad ante el emprendimiento de las reformas necesarias [27].

**Representación igual o desigual.**

A través de la variación de la relación entre población y escaños, es posible manipular la representación política a favor de ciertos partidos políticos.

Constituye casi una tradición en todos los países el hecho de que la distribución de circunscripciones electorales en áreas urbanas y rurales se basa en distintas relaciones de población o electores respecto a escaños. En consecuencia, el electorado en circunscripciones rurales es por lo general más pequeño que el de las áreas urbanas con relación a los escaños por distribuir.

Sin embargo, según el principio democrático, cada voto debe tener el mismo valor.

Esta desigualdad en el valor de los votos, se alcanza cuando se aplica el mismo cálculo o cifra repartidora para atribuir escaños parlamentarios en todo el territorio electoral, en lo que se refiere a la cantidad requerida de habitantes (o de electores; en algunos casos también, en cuanto a la cantidad

de los votos válidos depositados).

La aplicación del principio de igualdad mediante la fijación de un promedio de habitantes por escaño parlamentario tiene dos variantes técnicas. La primera implica la distribución de circunscripciones electorales. Esta fórmula se aplica dividiendo el país en circunscripciones uninominales, cuyos límites deben ajustarse correctamente a la variación demográfica. La segunda fórmula implica el cómputo de la proporción de escaños atribuible a una circunscripción electoral basada en el número de habitantes.

Este método se aplica generalmente en los sistemas con circunscripciones plurinominales. El número de escaños por circunscripción varía entonces con arreglo a la variación demográfica [27].

### **Gerrymandering.**

Otra forma de manipular la distribución de las circunscripciones electorales se conoce con el nombre de **gerrymandering**, término por el cual se entiende la delimitación de las circunscripciones electorales con arreglo a consideraciones político-partidistas.

En este caso, la manipulación política es de carácter deliberado, pues se aprovecha la variación de la distribución geográfica de los simpatizantes de los partidos políticos. El origen del nombre de esta técnica de manipulación se remonta a un señor de nombre Gerry, quien de delimitó una circunscripción con la forma de una salamandra, la cual le garantizaba un triunfo seguro en la ciudad de Boston (de allí el concepto, gerry-mandra).

Sin embargo, hay distintos motivos políticos que dan origen al gerrymandering. Un caso consiste en el intento de crear un escaño seguro y lograr así la victoria de un determinado candidato, como el señor Gerry. En otros casos, se busca aumentar o disminuir la representación política en el parlamento de determinados grupos sociales o partidos políticos.

El gerrymandering, apunta deliberadamente a la manipulación del resultado electoral. Si bien es cierto que la forma en que lo aplicó Gerry es políticamente objetable, el método se sigue empleando en la actualidad, aunque de manera más sutil, a fin de aprovechar la distribución geográfica del electorado a favor de un partido político [27].

### **Tamaño de las circunscripciones electorales y grado de proporcionalidad.**

El grado de proporcionalidad de un sistema electoral depende del tamaño de las circunscripciones electorales.

Por tamaño o magnitud de la circunscripción electoral no entendemos su extensión geográfica,

sino la cantidad de escaños que corresponden a una circunscripción. El número de escaños por circunscripción electoral puede determinar de modo decisivo los efectos de un sistema electoral.

El criterio del tamaño nos permite distinguir dos tipos de circunscripciones: las uninominales y las plurinominales.

En las circunscripciones uninominales, la decisión acerca de cómo atribuir escaños siempre se basa en la fórmula mayoritaria de pluralidad, mientras que en las plurinominales se puede aplicar alguna de las fórmulas proporcionales.

Ahora bien, la categoría circunscripción plurinomial es poco precisa, pues abarca todas aquellas circunscripciones electorales con más de un escaño en juego. En la práctica hay circunscripciones electorales de todos los tamaños; en la mayoría de los casos conviven distintos tamaños en un mismo país.

Para determinar los efectos de las circunscripciones plurinominales, es necesario definir subcategorías: circunscripciones pequeñas, medianas y grandes.

Escaños / circunscripción	Subcategorías.
dos - cinco	Circunscripción pequeña.
seis - diez	Circunscripción mediana.
diez y más	Circunscripción grande.

La variación del tamaño de las circunscripciones electorales permite controlar el efecto proporcional de un sistema electoral.

Al reducir el tamaño de las circunscripciones, se incrementa la desproporción entre votos y escaños. Inversamente, el grado de proporcionalidad de un sistema electoral aumenta si se incrementa el tamaño de las circunscripciones.

Esto significa que los efectos de un sistema electoral pueden ser modificados decisivamente dentro de la misma fórmula de representación proporcional. Incluso es posible que la simple variación del tamaño de las circunscripciones cambie el tipo fundamental del sistema electoral y el principio de representación [27].

### **Distribución regional de las circunscripciones de tamaños diferentes.**

La distorsión de la representación política en sistemas proporcionales resulta a menudo de la distribución desigual de las circunscripciones de diferentes tamaños.

Aun cuando la relación entre población/electores y escaños se aplique correctamente, pueden surgir distorsiones considerables en la representación política, las que se originan en la distribución

espacífica de las circunscripciones electorales. Tales distorsiones emergen de forma accidental a partir de la distribución de las circunscripciones de tamaños diferentes en el territorio nacional.

La precondition para esto es la variación de la densidad poblacional, fenómeno existente en casi todos los países, que se refuerza por los procesos migratorios de las zonas rurales a las urbanas.

Si las circunscripciones varían en tamaño (lo que suele suceder si no se establecen circunscripciones uninominales) y los límites de las circunscripciones se determinan con arreglo a la división administrativa (por ejemplo, cada provincia constituye una circunscripción), el resultado consiste en la formación de grandes circunscripciones en las zonas urbanas y pequeñas o medianas en las zonas rurales [27].

### **Tamaño de la circunscripción y relación elector/elegido.**

En una circunscripción uninominal, se supone que el elector vota por una persona que representa a un partido, mientras que, en las circunscripciones plurinominales, se supone que el elector vota por un partido en cuya lista aparecen distintos candidatos. La disyuntiva entre voto personal y voto de lista se vincula así con el tamaño de la circunscripción, lo que solamente es cierto en el caso de que la lista sea cerrada y bloqueada.

No obstante, la circunscripción uninominal se percibe como un elemento clave que permite al elector una selección entre personas o personalidades y posibilita, de este modo fundar una relación entre el elector y el elegido basada en el conocimiento, la confianza y la responsabilidad. Se supone, además, una mayor independencia del elegido respecto a su partido debido al voto que recibe él como candidato y la relación que se establece entre el diputado y su circunscripción durante el ejercicio del mandato, fenómeno que queda excluido en el caso de las circunscripciones plurinominales grandes, donde el diputado no es percibido en su calidad de representante de la circunscripción, sino más bien del partido (salvo en el caso de formas de listas no bloqueadas).

Así, cuando se opta por aumentar las posibilidades de votar por personas, de seleccionar entre candidatos, de relacionar mejor a electores y elegidos, la circunscripción uninominal constituye la alternativa frente a las listas no bloqueadas (y no cerradas). Vale considerar que, en el caso de la circunscripción uninominal, el elector, aunque vota por personas, toma de hecho una decisión entre partidos, mientras que, en el caso de la lista no bloqueada, puede escoger personas de acuerdo con sus preferencias políticas sin importar el orden propuesto por el partido. Esta diferencia conduce, en el caso de la circunscripción uninominal, a que resulte mucho más fuerte el rol del partido en el proceso de candidatura y votación que en el caso de la lista no bloqueada, efecto decisivo que explica

lo atractivo de la uninominalidad para los partidos políticos y para aquellos que comparten la idea de que los partidos políticos, para cumplir con sus funciones, tienen que estar bien estructurados [27].

### 2.11.2 Candidatura, formas de votación y de boletas electorales.

En el campo de la candidatura es especialmente importante porque permite influir a través de las distintas soluciones en la relación entre votante y elegido. La distinción fundamental se establece entre candidatura individual y lista de partido, distinción con la cual se asocia la idea de voto por una persona o personalidad versus voto por una lista de individuos anónimos. Este campo se encuentra lleno de creencias no siempre fundadas respecto al significado de estas alternativas. Contrariamente a lo que se supone normalmente, la personalidad del candidato puede jugar un papel más importante en el caso de las listas de partido que en el de la candidatura individual, dado que hay diferentes formas de listas y algunas se habren en función de un voto personal. A esto pueden contribuir los distintos procedimientos de votación (voto preferencial, alternativo, acumulativo, etc.) que posibilitan la ponderación del voto en dirección de un voto por candidatos.

Las diferentes formas de listas de partidos y de formas de votación le permiten al votante ejercer mayor o menor influencia en la selección de los candidatos.

La selección puede realizarse entre los candidatos del partido preferido por el votante o entre los mismos partidos. Esto depende de la forma de la lista [27].

#### **Tipos de listas.**

Lista cerrada y bloqueada: El orden de los candidatos es fijo; el elector tiene un voto y vota por la lista en su conjunto.

Lista cerrada y no bloqueada (semiabierta): Se puede modificar el orden de los candidatos ya sea a través de votos preferenciales, o a través de la reubicación. El elector dispone como mínimo de dos votos (uno por la lista y uno por el candidato) o tantos votos como candidatos elegibles; el elector puede acumular varios votos a favor de un candidato (acumulación).

Lista abierta: Existe la posibilidad de una reubicación tanto dentro de las listas como entre ellas: el elector dispone de varios votos pudiendo configurar su propia lista a partir de los candidatos propuestos por los partidos políticos (panachage) [27].

#### **Formas de votación.**

Voto único: Cada elector tiene un voto.



Voto preferencial: El elector puede expresar a través de su voto su preferencia por un candidato determinado.

Voto múltiple: El elector tiene varios votos o tantos como escaños se disputen en la circunscripción.

Voto múltiple limitado: El número de votos por elector es inferior al de los escaños disputados en la circunscripción.

Voto alterno: El elector puede indicar segundas, terceras y cuartas preferencias.

Acumulación: El elector puede acumular varios votos a favor de un candidato.

Panachage: El elector puede repartir sus votos entre los candidatos de listas diferentes.

Doble voto: El elector tiene dos votos; uno por el candidato de un partido político en el nivel de la circunscripción electoral y otro por la lista de un partido en el nivel de asociaciones de circunscripciones [27].

### 2.11.3 Reglas para realizar la conversión de votos en escaños.

#### **Barreras legales de representación.**

Cada partido político tiene que obtener un número legalmente determinado de votos para poder participar en la adjudicación de escaños parlamentarios.

Existen diferentes tipos de barreras legales de representación según su ámbito de aplicación y su altura. El ámbito puede ser la nación, la región (asociación de circunscripciones) o la circunscripción. Existe la posibilidad de establecer barreras legales en diferentes ámbitos alternativamente, combinándola con distintas alturas. En la práctica, las barreras legales existentes varían hasta ahora entre un 1% y un 12,5% de la votación; su margen de variación es de 1% a 5% en el nivel nacional y hasta 12,5% en el nivel de la circunscripción.

La barrera legal sólo se refiere a la participación de un partido en la distribución de los escaños y no al candidato individual del partido, quien conserva su escaño cuando lo ha conseguido, por ejemplo, por haber alcanzado la primera mayoría en una circunscripción uninominal [27].

#### **Transformación de votos en escaños.**

Entre los procedimientos para convertir votos en escaños, hay que distinguir, en primer lugar, la fórmula mayoritaria y la proporcional como fórmulas de decisión.

Bajo la fórmula mayoritaria, se distingue entre pluralidad y mayoría absoluta. La exigencia de una mayoría absoluta hace que se precise una segunda vuelta electoral, ya que sólo pocos candidatos

suelen obtener la mayoría absoluta de los votos en la primera vuelta.

La presentación de candidaturas en la segunda vuelta se encuentra generalmente limitada a aquellos dos candidatos que obtuvieron más votos en la primera vuelta electoral.

Las consecuencias políticas de la segunda vuelta electoral yacen en la importancia que adquieren los partidos menores. La segunda vuelta los torna interesantes para los partidos más grandes, que están intentando ganar la mayoría de los votos en las circunscripciones. Los partidos pequeños pueden ofrecer su apoyo a los candidatos de los partidos grandes en algunas de las circunscripciones a cambio de la concesión de otras [27].

Si los escaños se reparten según la fórmula de decisión proporcional, es necesario utilizar procedimientos específicos de conversión de votos en escaños. Existe una gran variedad de procedimientos, la mayoría puede clasificarse en dos grandes categorías: procedimientos de divisor y procedimientos de cociente. Entre los métodos utilizados para la repartición de escaños podemos mencionar el de Hamilton, Jefferson o D'Hondt, Webster, Huntington, Adams, Dean, Hare/Niemeyer, Droop, Imperiali, Condorcet y otros. En el capítulo 3 estudiaremos más a fondo algunos de estos métodos.

## 2.12 Algunos antecedentes históricos de los métodos de reparto.

La historia de los métodos electorales va bastante pareja a la historia de la democracia. La palabra democracia viene del griego *δημοκρατία* y combina dos palabras *demos* (pueblo) y *kratos* (fuerza, poder). Fue un sistema inventado por los atenienses para mejorar su sistema de gobierno alrededor del 508 AC. En una de sus primeras formas, introducida por Cleistenes, era una manera más bien negativa de elección ya que cada año se pedía a los votantes que emitieran un voto por el político a quién deseaban desterrar por un periodo de diez años.

La teoría de los métodos electorales fue estudiada por los miembros de la Academia de Ciencias de Paris en tiempos de la Revolución Francesa. En particular, Jean-Charles Borda propuso el (recuento Borda) en 1770 como un método para elegir a los miembros de la Academia, mientras que el marqués de Condorcet, por su parte, propuso un método en el que los candidatos se enfrentan de dos en dos.

Los sistemas parlamentarios modernos tienen su modelo en la constitución de los Estados Unidos de 1789. Allí se experimentaron y se fueron refinando los métodos más usados actualmente [28].

El primer método de reparto que se adoptó por el Congreso de los Estados Unidos fué el de Hamilton en 1792. Pero no llegó a usarse entonces porque George Washington, en el primer veto

presidencial de la historia de los Estados Unidos, rechazó el proyecto de ley insistiendo en que el reparto resultante debía ser más proporcional a la población.

El método de Hamilton, también es conocido como método de los restos más grandes o método de Vinton, debido a que en 1850 el representante de Ohio, Samuel Vinton propuso este método para asignar escaños en el parlamento de Estados Unidos [31]. Este método fue aplicado en las elecciones parlamentarias de Estados Unidos en 1850 hasta 1900.

Alexander Hamilton nació en Nevis actual Saint Kitts and Nevis, el 11 de enero de 1755 y falleció en Nueva York, el 12 de julio de 1804, fue un economista, político, escritor, abogado y soldado estadounidense. Fue el creador del Partido Federal de los Estados Unidos, primer partido político de la historia de los Estados Unidos, el cual dirigió hasta su muerte y fue elegido por Washington primer Secretario del Tesoro de la nación (1789-1795), desde ese cargo organizó la banca, estableciendo el Primer Banco de los Estados Unidos [8].

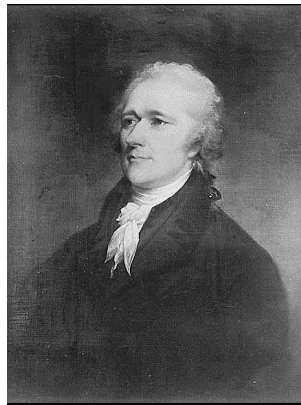


Figura 1.1: Alexander Hamilton (1755-1804).

Thomas Jefferson, que era secretario de estado con Washington, propuso entonces un método que consistía en elegir un divisor  $d$ , que fuera aproximadamente el tamaño medio de los distritos a los que corresponde un congresista y luego dividir la población de cada estado por ese divisor [29]. Este método fue introducido por Jefferson para el reparto de escaños en el Congreso de los Estados Unidos en 1794.

Thomas Jefferson nació el 13 de abril de 1743 y murió el 4 de Julio de 1826, fue el tercer presidente de los Estados Unidos de América, ocupando el cargo entre 1801 y 1809. Se le considera uno de los Padres Fundadores de la Nación y ha sido constantemente calificado por los expertos como uno de los más grandes Presidentes de Estados Unidos.

En 1760, a la edad de 16 años, entró en el College of William-Mary en Williamsburg. Se matriculó

en la escuela de filosofía y estudió matemáticas, metafísica y filosofía [30].

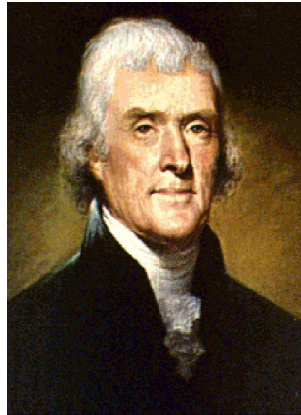


Figura 1.2: Thomas Jefferson (1743-1826).

A comienzos del siglo XX W. F. Willcox generalizó una antigua propuesta debida a Daniel Webster para obtener un método de asignación monótono, siendo usado en los Estados Unidos en 1911; de ahí su nombre de método de Webster. Este método fue propuesto en forma independiente por Saint-Lague en 1910.

Daniel Webster nació el 18 de Enero de 1782 en Salisbury, Nueva Hampshire y murió el 24 de Octubre de 1852. En 1797 ingresó en el Dartmouth College, donde se graduó en 1801. Dartmouth poseía una clase de oratoria, misma que Webster había practicado anteriormente en la United Fraternity Literary Society. Webster fue reconocido como gran orador en Hanover y en 1800 fue invitado a pronunciar un discurso en la celebración del Día de la Independencia en esa localidad [18].

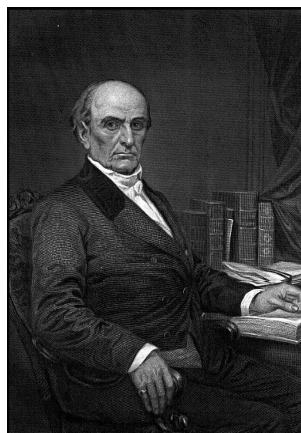


Figura 1.3: Daniel Webster (1782-1852).

En 1941 el Presidente Roosevelt elige el método de Huntington para asignar representantes en el Congreso de los Estados Unidos. Huntington se esforzó en demostrar que era el mejor de los métodos

que caían bajo su formalización [31].

Edward Vermilye Huntington, nació el 26 de Abril de 1874 en Clinton, Nueva York y falleció el 25 de Noviembre de 1952 en Cambridge, Massachusetts. Recibió grados de Licenciatura y Maestría por la Universidad de Harvard en 1895 y 1897, respectivamente. Después de dos años de enseñanza en Williams College, comenzó un Doctorado en la Universidad de Estrasburgo, que obtuvo en 1901.

El método propuesto por Huntington para el prorrateo del erario en la Cámara de Representantes de los Estados Unidos de América se aprobó en 1941 y todavía está en vigor [19].

## Capítulo 3

# Métodos de reparto y la injusticia electoral.

En este capítulo se describen los métodos más usados para la repartición de escaños en un parlamento y se introduce el concepto de injusticia como un posible criterio para decidir cuál de estos métodos es mejor.

Dada la relevancia del problema para establecer una regla de asignación parlamentaria que sea justa y democrática, es importante preguntarse por los criterios de escogencia social utilizados en los distintos sistemas electorales. Estos criterios nos permitirán, en algún grado, percibir la transparencia de los procesos electorales.

Para conocer los escaños que corresponden a cada uno de los partidos o movimientos políticos, existen varios métodos de reparto que se han ido modificando a medida que se han conocido sus ventajas y sus inconvenientes. Para describirlos, es necesario primero, precisar algunas definiciones y mencionar algunas propiedades que debería cumplir cada método.

Sea  $n$  el número total de partidos políticos, es decir,  $P_1, P_2, \dots, P_n$ . Sea  $V$  el número total de votos. Sean  $V_1, V_2, \dots, V_n$  los votos que reciben los partidos  $P_1, P_2, \dots, P_n$  respectivamente y sea  $e$  el número de escaños a repartir.

**Definición 3.1** Se llama proporción representativa del partido  $i$  a la proporción entre los votos de este partido y el total de votos [25].

Es decir:

$$\frac{V_i}{V}. \tag{3.0.1}$$

El total de votos es igual, a la suma de los votos que reciben los partidos, es decir:

$$\sum_{i=1}^n V_i = V. \quad (3.0.2)$$

Utilizando esta información, se puede calcular la razón de electores por cada partido o estado, según sea el caso:  $\frac{V_1}{V}$ ,  $\frac{V_2}{V}$ , ...,  $\frac{V_n}{V}$ , respectivamente. Lo ideal es que cada partido reciba una cantidad de cargos proporcional a su razón de electores; si denotamos por  $q_i$  el número de cargos que debe recibir el partido o estado  $i$ , matemáticamente se escribe como una igualdad de proporciones, a saber:  $\frac{q_i}{e} = \frac{V_i}{V}$ . De esta igualdad se despeja  $q_i$ , resultando  $q_i = \frac{V_i}{V}e$ . Esta cantidad se denomina la cuota exacta.

**Definición 3.2** Se llama cuota del partido político  $i$  al cociente:

$$q_i = \frac{V_i}{V}e. \quad (3.0.3)$$

La parte entera de  $q_i$  se llama cuota inferior, mientras que la parte entera de  $q_i$ , mas uno recibe el nombre de cuota superior [25].

Es decir:

$[q_i]$ : Cuota inferior.

$[q_i]+1$ : Cuota superior.

Recordemos que  $[.]$  es la función denominada parte entera. Esta función  $[.] : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$  es definida por:

$$[x] = y, \quad (3.0.4)$$

donde  $y = \text{Máx} \{z \in \mathbb{Z}\}$  tal que  $y \leq x$ .

La parte entera de un número  $x$  corresponde al entero mayor que sea menor o igual a  $x$ . Por ejemplo, la parte entera de 3.47 es igual a 3; o la parte entera de -0.52 es igual a -1.

**Definición 3.3** Se llama Porción Representativa del partido político  $i$  al cociente:

$$\frac{e_i}{V_i}. \quad (3.0.5)$$

### 3.1 Propiedades.

1. Verificación de la cuota: Ninguna diferencia entre escaños y cuota es superior a la unidad.
2. Monotonía respecto a la cantidad de escaños: Al aumentar el número  $n$  de escaños de la circunscripción, ningún partido debería recibir menos escaños, para una distribución fija de votos.
3. Monotonía respecto a los votos: Al comparar los resultados de dos elecciones, si el número de votos de un partido aumenta y el de otro disminuye, no debería ocurrir que el primero tenga menos escaños y el segundo más.
4. Homogeneidad: La solución no se altera si se multiplican los números de votos por un factor  $\lambda > 0$ .
5. Consistencia: Significa que las partes proporcionales de una asignación deben ser proporcionales. Es decir, si en una elección en la que participan más de dos partidos, a los partidos A y B se le otorgan  $a_1$  y  $a_2$  escaños, respectivamente, entonces, si sólo hubiesen participado estos dos partidos y el número de escaños a asignar hubiese sido  $a_1+a_2$ , la asignación debería ser la misma.
6. Exactitud: Significa que si las cuotas son enteras el método de asignación debería dar como solución las mismas cuotas.

Un sistema de asignación parlamentaria satisface el requisito de proporcionalidad si a cada partido o estado se le otorga una cantidad de escaños igual a su cuota exacta. Sin embargo, en algunos de los ejemplos que se presentan más adelante se puede verificar que las cuotas exactas no son números enteros y en consecuencia no existe una asignación parlamentaria enteramente proporcional.

El objetivo de los distintos métodos de reparto consiste en asignar a cada partido político un número de escaños lo más cercano a su cuota, de tal manera que la suma del total de escaños repartidos coincida con el total de escaños a repartir.

### 3.2 Método de Hamilton o Sistema de Cociente y Residuo electoral.

El método de Hamilton fue propuesto por Alexander Hamilton, secretario del Tesoro, en 1792. También es conocido como método de Vinton o método de los restos más grandes.



Este método asigna a cada partido político, en una primera aproximación, el número de escaños correspondiente a su cuota inferior; se dice que estos son escaños asignados por cociente. Los escaños aún no asignados, se reparten por orden de mayor a menor, a los partidos políticos cuya cuota tiene parte decimal más grande; se dice que estos últimos son escaños asignados por residuo.

En general, si tenemos  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , partidos políticos, donde obtuvieron  $V_1, V_2, \dots, V_n$  votos respectivamente, al aplicar el método de Hamilton para repartir  $e$  escaños, entonces la repartición se efectúa de la siguiente manera:

<i>Hamilton</i>	$P_1$	$P_2$	$P_3$	...	$P_n$
<b>Votos obtenidos</b>	$V_1$	$V_2$	$V_3$	...	$V_n$
<b>Cuota</b>	$q_1$	$q_2$	$q_3$	...	$q_n$
<b>Escaños por cociente</b>	$[q_1]$	$[q_2]$	$[q_3]$	...	$[q_n]$
<b>Escaños por residuo</b>	0 o 1	0 o 1	0 o 1	...	0 o 1
<b>Total de escaños</b>	$e_1$	$e_2$	$e_3$	...	$e_n$

Tabla 3.1: Método de Hamilton.

Si después de haber repartido los escaños por cociente, faltan  $k$  escaños para completar la repartición,  $0 \leq k \leq e$ , entonces se toma la parte decimal de la cuota de cada partido, se ordenan de mayor a menor y los primeros  $k$  partidos reciben 1 escaño, el resto de los partidos recibe 0 escaño. En resumen a cada partido le corresponde 0 o 1 escaño por residuo, dependiendo el valor de  $k$ .

Por otra parte, la suma de los escaños que obtuvo cada partido, es igual al total de escaños a repartir, es decir,

$$\sum_{i=1}^n e_i = e. \quad (3.2.1)$$

**Ejemplo 1** Supongamos que se quieren repartir 6 escaños entre 4 partidos:  $(A, B, C, D)$ , donde el partido  $A$  obtuvo 160.547 votos, el partido  $B$  94.621 votos, el partido  $C$  57.236 votos y el partido  $D$  obtuvo 42.781 votos, de un total de 355.185 votos, entonces la repartición de los escaños según el método de Hamilton es la siguiente:

<i>Hamilton</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<b>Votos obtenidos</b>	160.547	94.621	57.236	42.781
<b>Cuota</b>	2,71	1,60	0,97	0,72
<b>Escaños por cociente</b>	2	1	0	0
<b>Escaños por residuo</b>	1	0	1	1
<b>Total de escaños</b>	3	1	1	1

Tabla 3.2: Método de Hamilton. Ejemplo 1.

En la tabla 3.2 podemos ver que al partido *A* le corresponde 2 escaños, ya que  $[q_A]=2$  y al partido *B* se le asigna 1 escaño, pues  $[q_B]=1$ .

Como  $[q_C]=[q_D]=0$ , entonces el resto de los escaños son asignados en forma descendente a los partidos que tienen mayor parte decimal.

Por lo tanto los partidos *C*, *D* y *A*, reciben un escaño cada uno, porque su parte decimal es 97, 72 y 71 respectivamente.

**Ejemplo 2** Supongamos que queremos repartir 6 escaños entre 4 partidos, donde los votos obtenidos por cada partido fueron, 208.560 votos para el partido *A*, 82.032 votos para *B*, 38.102 votos para *C* y 30.214 votos para *D*, de un total de 358.908 votos, entonces la repartición de los escaños según el método de Hamilton es la siguiente:

<i>Hamilton</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<b>Votos obtenidos</b>	208.560	82.032	38.102	30.214
<b>Cuota</b>	3,49	1,37	0,64	0,51
<b>Escaños por cociente</b>	3	1	0	0
<b>Escaños por residuo</b>	0	0	1	1
<b>Total de escaños</b>	3	1	1	1

Tabla 3.3: Método de Hamilton. Ejemplo 2.

Tal como nos muestra la tabla 3.3 al partido *A* le corresponde 3 escaños, ya que  $[q_A]=3$  y al partido *B* se le asigna 1 escaño, pues  $[q_B]=1$ .

Como  $[q_C]=[q_D]=0$ , entonces el resto de los escaños son asignados en forma descendente a los partidos que tienen mayor parte decimal, tal como se hizo en el ejemplo 1.

Finalmente los partidos  $C$  y  $D$ , reciben un escaño cada uno, ya que su parte decimal es 64 y 51 respectivamente.

**Ejemplo 3** Consideremos el ejemplo 2 y supongamos ahora que vamos a repartir 7 escaños, entonces la repartición de los escaños según el método de Hamilton es la siguiente:

<i>Hamilton</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<b>Votos obtenidos</b>	208.560	82.032	38.102	30.214
<b>Cuota</b>	4,07	1,60	0,74	0,59
<b>Escaños por cociente</b>	4	1	0	0
<b>Escaños por residuo</b>	0	1	1	0
<b>Total de escaños</b>	4	2	1	0

Tabla 3.4: Método de Hamilton. Ejemplo 3.

En este ejemplo,  $[q_A]=4$ ,  $[q_B]=1$  y  $[q_C]=[q_D]=0$ , es decir, a los partidos  $A$  y  $B$  le corresponden 4 y 1 escaños respectivamente.

Como faltan 2 escaños por repartir, entonces le corresponden a los 2 partidos que tienen mayor parte decimal, que como podemos apreciar en la tabla 3.4, son los partidos  $C$  y  $B$ , el primero con 74 y el segundo con 60.

Si comparamos los ejemplos 2 y 3, podemos observar que a pesar de haber aumentado el número de escaños a repartir, el partido  $D$  con la misma cantidad de votos pierde un escaño, esto implica que el método de Hamilton no cumple la propiedad de monotonía, es decir, no es monotono.

El método de Hamilton, tiene la buena propiedad de que da soluciones que difieren de la cuota en menos de un escaño. Sin embargo presenta paradojas inaceptables como que al aumentar el número de escaños de la circunscripción hayan partidos que reciban menos representantes. Ésta es la denominada paradoja de Alabama debido a que en 1880 este estado tenía derecho a 8 representantes si el tamaño de la cámara era de 299, pero sólo a 7 representantes si el tamaño era de 300. Por otra parte, puede ocurrir que al comparar dos elecciones distintas un determinado partido haya obtenido más votos pero menos escaños. A esta paradoja se le denomina paradoja de los votos.

### 3.3 Método de Jefferson o Regla D'Hondt.

En 1794 Thomas Jefferson, secretario de estado con George Washington, propuso un método denominado método de Jefferson. En las democracias occidentales se llama método de los divisores naturales, cifra repartidora o regla de D'Hondt, cuyo nombre viene del matemático belga Victor D'Hondt.

La Regla D'Hondt es un sistema electoral que se utiliza para repartir los escaños de un congreso, en proporción al número de votos obtenidos por cada partido. La idea de este método consiste en dividir sucesivamente el número de votos de cada partido por uno, dos, tres hasta el número de escaños a repartir; y ordenar los resultados en forma decreciente hasta que se obtenga un número total de resultados igual al número de escaños por asignar. Específicamente el procedimiento consiste en lo siguiente:

1. Se ordena de mayor a menor los partidos según su votación obtenida.
2. Se divide la votación obtenida por cada uno de los partidos por uno, dos, tres y así sucesivamente hasta un número igual al total de escaños a repartir.
3. Por último se toman los mayores resultados, tantos como escaños por asignar. Son dichos resultados los que determinan el número de escaños que le corresponde a cada partido.

Los empates se resuelven mediante sorteo.

De esta manera que se asignan escaños siguiendo un orden de prioridades por medio de la función de clasificación:

$$R_i = \frac{V_i}{N_i + 1}, \quad (3.3.1)$$

donde,  $V_i$  es el número total de votos recibidos por el partido  $i$  y  $N_i$  es el número de escaños atribuidos al partido  $i$  hasta el momento.

En general, si tenemos  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , partidos políticos, donde obtuvieron  $V_1, V_2, \dots, V_n$  votos respectivamente, al aplicar el método de D'Hondt para repartir  $e$  escaños, entonces la repartición se efectúa de la siguiente manera:

<i>D'Hondt</i>	$1^0$ en votos	$2^0$ en votos	...	$n^0$ en votos
<b>Votos/1</b>	$1^0$ vot. /1	$2^0$ vot. /1	...	$n^0$ vot. /1
<b>Votos/2</b>	$1^0$ vot. /2	$2^0$ vot. /2	...	$n^0$ vot. /2
<b>Votos/3</b>	$1^0$ vot. /3	$2^0$ vot. /3	...	$n^0$ vot. /3
<b>⋮</b>	<b>⋮</b>	<b>⋮</b>	<b>⋮</b>	<b>⋮</b>
<b>Votos/e</b>	$1^0$ vot. /e	$2^0$ vot. /e	...	$n^0$ vot. /e
<b>Total de escaños</b>	$e_1$	$e_2$	...	$e_n$

Tabla 3.5: Método de D'Hondt.

*Ejemplo 4* Supongamos que se quieren repartir 6 escaños entre 4 partidos:  $(A, B, C, D)$ , donde  $A$  obtuvo 99.996 votos,  $B$  84.552 votos,  $C$  33.202 votos y  $D$  32.250 votos, de un total de 249.970 votos, entonces la repartición de los escaños según el método de D'Hondt es la siguiente:

<i>D'Hondt</i>	$A$	$B$	$C$	$D$
<b>Votos obtenidos</b>	99.996	84.552	33.202	32.250
<b>Votos/1</b>	99.996 <sup>(1)</sup>	84.552 <sup>(2)</sup>	33.202 <sup>(6)</sup>	32.250
<b>Votos/2</b>	49.9983 <sup>(3)</sup>	42.276 <sup>(4)</sup>	16.601	16.125
<b>Votos/3</b>	33.332 <sup>(5)</sup>	28.184	11.067	10.750
<b>Votos/4</b>	24.991	21.138	8.300	8.062
<b>Votos/5</b>	19.993	16.910	6.640	6.450
<b>Votos/6</b>	16.661	14.092	5.533	5.375
<b>Total de escaños</b>	3	2	1	0

Tabla 3.6: Método de D'Hondt. Ejemplo 4.

En este ejemplo el partido  $A$  obtiene 3 escaños, mientras que 2 son asignados para  $B$  y 1 para  $C$ . Los superíndices que aparecen en la tabla 3.6, denotan el orden decreciente desde el primero al sexto de todos los cocientes resultantes al aplicar el método de D'Hondt y por tanto indican el orden que fueron repartidos los seis (6) escaños.

### 3.4 Método de Webster o Método de los divisores impares.

El método de Webster, que lleva el nombre del hombre de estado y orador Daniel Webster (1782-1852), también se llama de los divisores impares o de Saint-Laguë en los países escandinavos donde se aplica, tales como Noruega, Suecia y Dinamarca.

En este método se siguen los mismos pasos de la Regla D'Hondt, pero aquí se utiliza otra función de clasificación, la cual se define como:

$$R_i = \frac{V_i}{2N_i + 1}, \quad (3.4.1)$$

donde  $V_i$  y  $N_i$  se definen como en la parte anterior.

Es decir, la repartición se realiza de la siguiente forma:

1. Se ordena de mayor a menor los partidos según su votación obtenida.
2. Se divide la votación obtenida por cada uno de los partidos por uno, tres, cinco, siete y así sucesivamente hasta un número mayor o igual al total de escaños a repartir.
3. Por último se toman los mayores resultados, tantos como escaños por asignar. Son dichos resultados los que determinan el número de escaños que le corresponde a cada partido.

Los empates se resuelven mediante sorteo.

En general, si tenemos  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , partidos políticos, donde obtuvieron  $V_1, V_2, \dots, V_n$  votos respectivamente, al aplicar el método de Webster para repartir  $e$  escaños, entonces la repartición se efectúa de la siguiente manera:

<i>Webster</i>	1 <sup>0</sup> en votos	2 <sup>0</sup> en votos	...	$n^0$ en votos
<b>Votos/1</b>	1 <sup>0</sup> vot. /1	2 <sup>0</sup> vot. /1	...	$n^0$ vot. /1
<b>Votos/3</b>	1 <sup>0</sup> vot. /3	2 <sup>0</sup> vot. /3	...	$n^0$ vot. /3
<b>Votos/5</b>	1 <sup>0</sup> vot. /5	2 <sup>0</sup> vot. /5	...	$n^0$ vot. /5
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<b>Votos/<math>e</math></b>	1 <sup>0</sup> vot. / $e$	2 <sup>0</sup> vot. / $e$	...	$n^0$ vot. / $e$
<b>Total de escaños</b>	$e_1$	$e_2$	...	$e_n$

Tabla 3.7: Método de Webster.

*Ejemplo 5* Supongamos que se quieren repartir 6 escaños entre 4 partidos:  $(A, B, C, D)$ , donde el partido  $A$  obtuvo 210.340 votos, el partido  $B$  160.647 votos, el partido  $C$  53.294 votos y el partido  $D$  obtuvo 48.016 votos, de un total de 472.297 votos validos, entonces la repartición de los escaños según el método de Webster es la siguiente:

<i>Webster</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<b>Votos obtenidos</b>	210.340	160.647	53.294	48.016
<b>Votos/1</b>	210.340 <sup>(1)</sup>	160.647 <sup>(2)</sup>	53.294 <sup>(5)</sup>	48.016 <sup>(6)</sup>
<b>Votos/3</b>	70.113 <sup>(3)</sup>	53.549 <sup>(4)</sup>	17.764	16.005
<b>Votos/5</b>	42.068	32.129	10.658	9.603
<b>Votos/7</b>	30.048	22.949	7.613	6.859
<b>Total de escaños</b>	2	2	1	1

Tabla 3.8: Método de Webster. Ejemplo 5.

En la tabla 3.8 se puede notar que los partidos  $A$  y  $B$  obtienen dos (2) escaños cada uno de los cuales el partido  $A$  recibe el primer y tercer escaño, por otra parte el partido  $B$  recibe el segundo y cuarto escaño y finalmente el quinto y sexto escaño le corresponden a los partidos  $C$  y  $D$ , respectivamente.

El método D’Hondt utiliza como divisores los números enteros  $(1, 2, 3, 4, \dots)$ , mientras que el método de Webster utiliza los divisores impares  $(1, 3, 5, 7, \dots)$ .

La sucesión de divisores se puede resumir en las llamadas funciones de clasificación, que muestran cómo se asignaría a la lista o partido el siguiente escaño, una vez que el partido ha obtenido  $N_i$  escaños [17].

Existen también otros métodos por cocientes o divisores que describiremos en la siguiente Tabla.

Método	Función de Clasificación	Divisores
<b>D’Hondt</b>	$R_i = \frac{V_i}{N_i+1}$	1, 2, 3, 4, ...
<b>Webster</b>	$R_i = \frac{V_i}{2N_i+1}$	1, 3, 5, 7, ...
<b>Hill-Huntington</b>	$R_i = \frac{V_i}{\sqrt{N_i(N_i+1)}}$	$\sqrt{2}, \sqrt{6}, \sqrt{12}, \sqrt{20}, \dots$
<b>Dean</b>	$R_i = \frac{V_i}{\frac{2N_i(N_i+1)}{(2N_i+1)}}$	$\frac{4}{3}, \frac{12}{5}, \frac{24}{7}, \frac{40}{9}, \dots$

Tabla 3.9: Métodos de reparto.

### 3.5 La injusticia en la repartición de escaños.

Para medir matemáticamente la injusticia en la repartición de escaños, el criterio mayoritariamente utilizado es el de Huntington, quien define la injusticia entre dos partidos  $i$  y  $j$  cualquiera como la diferencia:

$$D_{ij} = \frac{e_i}{V_i} - \frac{e_j}{V_j}. \quad (3.5.1)$$

Donde:

$e_i$ := Número de escaños obtenidos por el partido o lista  $i$ .

$e_j$ := Número de escaños obtenidos por el partido o lista  $j$ .

$V_i$ := Número de votos obtenidos por el partido o lista  $i$ .

$V_j$ := Número de votos obtenidos por el partido o lista  $j$ .

En otras palabras, la injusticia electoral entre dos partidos, es la diferencia resultante entre la porción representativa de cada partido. La porción representativa es la cantidad de cargos que ha recibido el partido  $i$  por cada elector.

El método de los divisores que minimiza la injusticia se define como aquél que transfiere escaños de un partido a otro de manera consistente.

**Proposición 3.1** De todos los métodos de cocientes, el método de Webster (Saint-Laguë) es el único que minimiza la injusticia.

#### **Demostración.**

Para obtener el método de divisores que produce la menor injusticia en la repartición de escaños, asumiremos que los Partidos A y B ya han obtenido la cantidad de escaños  $e_A$  y  $e_B$  mediante las votaciones  $V_A$  y  $V_B$ , respectivamente.

Queremos cuantificar la injusticia que se produciría con la transferencia del siguiente escaño ya sea al Partido A o al Partido B; esto es, aplicando el procedimiento habitual de repartición mediante las funciones de clasificación.

¿Cuál sería la injusticia cometida de asignar el siguiente escaño al Partido A?

Utilizando la fórmula de la injusticia (3.5.1), tenemos que la injusticia de asignar el siguiente escaño al Partido A está dada por:

$$D_{AB} = \frac{e_A + 1}{V_A} - \frac{e_B}{V_B}. \quad (3.5.2)$$



De modo similar, la injusticia de asignar el siguiente escaño al Partido B consiste en la diferencia:

$$D_{BA} = \frac{e_B + 1}{V_B} - \frac{e_A}{V_A}. \quad (3.5.3)$$

Si en la ronda de repartición lo más justo es que el Partido A obtenga el siguiente escaño, cualquier método de divisores o cocientes debería producir que:

$$D_{AB} < D_{BA}. \quad (3.5.4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.5.2) y (3.5.3) en la desigualdad (3.5.4), obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{e_A + 1}{V_A} - \frac{e_B}{V_B} < \frac{e_B + 1}{V_B} - \frac{e_A}{V_A}. \quad (3.5.5)$$

Esto es,

$$\frac{e_A + 1}{V_A} + \frac{e_A}{V_A} < \frac{e_B + 1}{V_B} + \frac{e_B}{V_B}. \quad (3.5.6)$$

Lo cual implica que:

$$\frac{V_B}{2e_B + 1} < \frac{V_A}{2e_A + 1}. \quad (3.5.7)$$

Como podemos apreciar, la Ecuación (3.5.7) es justamente el criterio que utilizaría el método de Webster para asignar el siguiente escaño al Partido A, siguiendo las funciones de clasificación descritas en la Tabla 3.9.

Confirmamos entonces que, de tener que repartir escaños en elecciones multipartidistas utilizando algún método de divisores o cocientes, escogeríamos el método Webster, ya que es el único que coincide con el criterio de menor injusticia según se define en la Ecuación (3.5.1).

En otras palabras, si se transfirieran escaños de un partido a otro de una manera diferente a como lo realiza el método Webster, aumentaría la injusticia en dicha repartición [17].

El método de Webster no solo minimiza la injusticia, también garantiza mayor oportunidad de obtener escaños a los partidos que reciben menos votos.

A continuación se utiliza uno de los ejemplos anteriores para distinguir la forma en que varía el número de escaños para cada partido y el valor de la injusticia electoral, si se aplica el método de Hamilton, D'Hondt o Webster.

**Ejemplo 6** Supongase que se tienen las mismas condiciones del ejemplo 5 y que se aplican los métodos de Hamilton, D'Hondt y Webster, entonces la repartición de escaños resultante es la siguiente:

Partidos	Votos	Hamilton	Porción Rep.	D'Hondt	Porción Rep.	Webster	Porción Rep.
<i>A</i>	210.340	3	0,0000143	3	0,0000143	2	0,0000095
<i>B</i>	160.647	2	0,0000124	3	0,0000187	2	0,0000124
<i>C</i>	53.294	1	0,0000188	0	0	1	0,0000188
<i>D</i>	48.016	0	0	0	0	1	0,0000208
<i>Totales</i>	472.297	6	0,0000127	6	0,0000127	6	0,0000127

Tabla 3.10: Métodos (Hamilton, D'Hondt y Webster). Ejemplo 6.

Mediante este ejemplo se puede ver que el método de Webster asigna escaños a todos los partidos, ya que como dijimos anteriormente, los partidos que reciben menos votos tienen mayor chance de obtener escaños cuando se aplica este método. Esto no ocurre en caso de utilizar los otros métodos, es decir, el partido *D* no obtiene escaños con Hamilton o D'Hondt y para el partido *C* ocurre lo mismo si se usa D'Hondt.

Por otra parte, si se aplican estos tres métodos y se utiliza la expresión 3.5.1, los resultados de injusticia electoral para cada par de partidos son los siguientes:

Hamilton	Injusticia	D'Hondt	Injusticia	Webster	Injusticia
$D_{AB}$	0,0000018	$D_{AB}$	0,0000044	$D_{AB}$	0,0000029
$D_{AC}$	0,0000045	$D_{AC}$	0,0000143	$D_{AC}$	0,0000093
$D_{AD}$	0,0000143	$D_{AD}$	0,0000143	$D_{AD}$	0,0000113
$D_{BC}$	0,0000063	$D_{BC}$	0,0000187	$D_{BC}$	0,0000063
$D_{BD}$	0,0000124	$D_{BD}$	0,0000187	$D_{BD}$	0,0000084
$D_{CD}$	0,0000188	$D_{CD}$	0	$D_{CD}$	0,0000021
Promedio	0,0000097	Promedio	0,0000117	Promedio	0,0000067

Tabla 3.11: Injusticia Electoral de los Métodos (Hamilton, D'Hondt y Webster).

En el método de D'Hondt, la injusticia electoral entre los partidos *C* y *D* es igual a cero, ya que ambos partidos no recibieron escaños. El resto de los valores son positivos y mayores en comparación

de los obtenidos cuando se aplica Hamilton o Webster. Mientras que en el caso de Hamilton, la injusticia electoral entre los partidos  $A; B$ ,  $A; C$  y  $B; C$  es menor o igual que en el caso de Webster y mayor para el resto de los pares de partidos, sin embargo el promedio de injusticia más bajo (0,0000067) se obtiene en el caso de utilizar el método de Webster.

### 3.6 Fórmulas para determinar el número de Diputados a elegir en cada estado.

En nuestro sistema electoral actual, para determinar el número de Diputados a elegir en un estado y en Distrito Capital, se procede de la manera siguiente:

Se eligen tres Diputados o Diputadas a la Asamblea Nacional, más un número de Diputados o Diputadas igual al resultado de dividir el número de la población del estado entre una base de población igual al uno coma uno por ciento (1,1%) de la población total del país [22].

Es decir, si denotamos por:

$D_i$ := Número de Diputados a elegir en el estado  $i$ .

$P_i$ := Número de la población del estado  $i$ .

$P$ := Número de la población total del país.

Entonces:

$$D_i = 3 + \frac{P_i}{(0,011)P}. \quad (3.6.1)$$

En años anteriores, el número de Diputados en cada estado se calculaba de otra forma, es decir, la base poblacional era otra o simplemente se elegía un diputado por un número de habitantes y uno o más diputados por exceso de cierta cantidad de la población del estado. Este número de habitantes lo fijaba la ley de ese año. Por ejemplo:

En 1931 y 1945 para formar la Cámara de Diputados cada Estado elegía, por votación directa y de conformidad con su Ley de Elecciones, un Diputado por cada treinta y cinco mil habitantes y uno más por cada exceso de quince mil. El Estado cuya población no alcance treinta y cinco mil habitantes elegirá un Diputado.

Entonces, si denotamos  $D_i$ ,  $P_i$  como en la parte anterior y  $D_{TF}$  como el número de Diputados a elegir por cada Territorio Federal, se tiene lo siguiente:

$$D_i = 1 \text{ si } P_i \in [0, 50.000) .$$

$$D_i = (2 + n) \text{ si } P_i \in [(50.000 + 15.000n), (50.000 + 15.000(n + 1))] , n \in \mathbb{N} \cup \{0\} .$$

$D_{TF}$ , se calcula igual que  $D_i$  .

Para el año 1947 se elegía, un Diputado por cada cuarenta mil habitantes y uno más por el exceso no menor de veinte mil. El estado cuya población no alcance para elegir dos Diputados, elegirá este número en todo caso.

Entonces:

$$D_i = 2 \text{ si } P_i \in [0, 60.000) .$$

$$D_i = (2 + n) \text{ si } P_i \in [(60.000 + 20.000n), (60.000 + 20.000(n + 1))] , n \in \mathbb{N} \cup \{0\} .$$

$$D_{TF} = 2 .$$

Para el año 1951 se elegía, un Diputado por cada cincuenta mil habitantes y uno más por el exceso no menor de veinticinco mil. El estado cuya población no alcance para elegir dos Diputados, elegirá este número en todo caso. En cada Territorio Federal se elegía un Diputado.

Entonces:

$$D_i = 2 \text{ si } P_i \in [0, 75.000) .$$

$$D_i = (2 + n) \text{ si } P_i \in [(75.000 + 25.000n), (75.000 + 25.000(n + 1))] , n \in \mathbb{N} \cup \{0\} .$$

$$D_{TF} = 1 .$$

Para el año 1957 y 1958 1959 1964 se mantiene el mismo método utilizado en 1951.

Para el año 1970, en cada estado se elige el número de Diputados que resulte de dividir el número de sus habitantes entre la base de población. La base de población es 0,55% de la población total del país. El estado cuya población no alcanzare a elegir dos (2) Diputados elegirá este número.

**Caso 1.** Si  $\frac{P_i}{(0,0055)P} < 2$  , entonces  $D_i = 2$ .

**Caso 2.** Si  $\frac{P_i}{(0,0055)P} \geq 2$  , entonces  $D_i = \frac{P_i}{(0,0055)P}$ .

$$D_{TF} = 1 .$$

Para el año 1973, se mantiene el mismo método utilizado en 1970, mientras que en 1988 se le agrega lo siguiente: Si hecha la división resultare un residuo superior a la mitad de la base de población. Se elige un Diputado más.

Es decir:

**Caso 1.** Si  $\frac{P_i}{(0,0055)P} < 2$  , entonces  $D_i = 2$  .

**Caso 2.** Si la división tiene residuo menor que la mitad de la base de la población y  $\frac{P_i}{(0,0055)P} \geq 2$  entonces  $D_i = \frac{P_i}{(0,0055)P} .$

**Caso 3.** Si la división tiene residuo mayor que la mitad de la base de la población y  $\frac{P_i}{(0,0055)P} \geq 2$  entonces  $D_i = \frac{P_i}{(0,0055)P} + 1$ .

$$D_{TF} = 1.$$

Este método se utilizó hasta el año 1993, ya que el 20 de agosto de ese año, se hicieron algunas modificaciones en la Ley Organica del Sufragio, tales como:

En cada Estado y en el Distrito Federal se elige el número de Diputados que resulte de dividir el número de sus habitantes entre la base de población. La base de población es 0,55% de la población total del país. El estado cuya población no alcanzare a elegir tres (3) Diputados elegirá este número en todo caso. Si hecha la división resultare un residuo superior a la mitad de la base de población. Se elige un Diputado más.

Es decir:

**Caso 1.** Si  $\frac{P_i}{(0,0055)P} < 3$ , entonces  $D_i = 3$ .

**Caso 2.** Si la división tiene residuo menor que la mitad de la base de la población y  $\frac{P_i}{(0,0055)P} \geq 3$ , entonces  $D_i = \frac{P_i}{(0,0055)P}$ .

**Caso 3.** Si la división tiene residuo mayor que la mitad de la base de la población y  $\frac{P_i}{(0,0055)P} \geq 3$ , entonces  $D_i = \frac{P_i}{(0,0055)P} + 1$ .

$$D_{TF} = 1.$$

El 3 de febrero de 2000 El Estatuto Electoral del Poder Público, establece un método para determinar el número de Diputados o Diputadas a elegir en cada Estado y en el Municipio Libertador del Distrito Metropolitano. Este método es el que mencionamos al principio de esta sección y es el que se utiliza actualmente. Para más detalles (ver [13] y [16]).

## Capítulo 4

# Aplicación de la injusticia en el reparto de escaños.

En este capítulo presentaremos los resultados obtenidos por cada partido en las elecciones de Diputados en Venezuela, desde el año 1935 hasta el 2009, es decir, veremos cuantos votos y escaños obtuvo cada uno de los diferentes partidos que han participado en este tipo de elecciones a través del periodo mencionado. Después de presentar tales resultados aplicaremos la fórmula de injusticia electoral definida por Huntington y que pudimos ver en el capítulo anterior, para todas las posibles parejas de partidos que pueden formarse en las elecciones de cada año.

Antes de mencionar estos resultados, recordemos que el número de posibles parejas de partidos que pueden formarse en una elección donde participan  $k$  partidos viene dado por:

$$V_{k,2} = \frac{k!}{(k-2)!}. \quad (4.0.1)$$

### 4.1 Resultados electorales entre los años 1935 a 2009 de Diputados al Congreso, caso Venezuela.

Como mencionamos anteriormente para 1936 los Diputados eran electos por los Consejos Municipales y no alcanzamos a obtener información de ese año, sino a partir de 1947.

4.1.1 Elecciones de Diputados al Congreso año 1947.

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>PRP</b>	7.068	1	0,0001415
B	<b>AD</b>	838.526	83	0,0000990
C	<b>COPEI</b>	200.695	16	0,0000797
D	<b>URD</b>	51.427	4	0,0000778
E	<b>UFR</b>	39.491	3	0,0000760
F	<b>PCV</b>	43.190	3	0,0000695
G	<b>PSV</b>	1.207	0	0
H	<b>Otras minorías</b>	2.160	0	0
	<b>Totales</b>	1.183.764	110	0,0000929

Tabla 4.1: Elecciones de Diputados (1947).

$D_{AB}$	0,0000425	$D_{AC}$	0,0000618	$D_{AD}$	0,0000637	$D_{AE}$	0,0000655
$D_{AF}$	0,0000720	$D_{AG}$	0,0001415	$D_{AH}$	0,0001415	$D_{BC}$	0,0000193
$D_{BD}$	0,0000212	$D_{BE}$	0,0000230	$D_{BF}$	0,0000295	$D_{BG}$	0,0000990
$D_{BH}$	0,0000990	$D_{CD}$	0,0000019	$D_{CE}$	0,0000038	$D_{CF}$	0,0000103
$D_{CG}$	0,0000797	$D_{CH}$	0,0000797	$D_{DE}$	0,0000018	$D_{DF}$	0,0000083
$D_{DG}$	0,0000778	$D_{DH}$	0,0000778	$D_{EF}$	0,0000065	$D_{EG}$	0,0000760
$D_{EH}$	0,0000760	$D_{FG}$	0,0000695	$D_{FH}$	0,0000695	$D_{GH}$	0

Tabla 4.2: Injusticia Electoral (1947).

En la tabla 4.1 se puede observar los diferentes partidos que participaron en las elecciones para Diputados al Congreso en el año 1947. En esta tabla representamos a cada partido con letras mayúsculas, para facilitar la notación en el momento de mostrar los resultados de la injusticia en la tabla 4.2 entre cada par de partidos.

Si utilizamos la formula 4.0.1 podemos ver que el número de parejas para calcular injusticia electoral para el año 1947 es 28. En la tabla 4.2 solo se pueden ver 14, es decir, la mitad de las parejas, esto es porque la injusticia entre dos partidos resulta dos valores iguales pero con signo opuesto, es decir:

$$D_{ij} = \frac{e_i}{V_i} - \frac{e_j}{V_j} = -(\frac{e_j}{V_j} - \frac{e_i}{V_i}) = -D_{ji} .$$

4.1.2 Elecciones de Diputados al Congreso año 1958.

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>AD</b>	1.275.973	73	0,0000572
B	<b>URD</b>	690.357	34	0,0000492
C	<b>COPEI</b>	392.305	18	0,0000459
D	<b>PCV</b>	160.791	7	0,0000435
E	<b>Otras minorías</b>	0	0	0
F	<b>PSV</b>	10.983	0	0
G	<b>MENI</b>	14.908	0	0
H	<b>PST</b>	15.476	0	0
I	<b>IR</b>	19.424	0	0
	<b>Totales</b>	2.580.217	132	0,0000512

Tabla 4.3: Elecciones de Diputados (1958).

$D_{AB}$	0,0000080	$D_{AC}$	0,0000113	$D_{AD}$	0,0000137	$D_{AE}$	0,0000572
$D_{AF}$	0,0000572	$D_{AG}$	0,0000572	$D_{AH}$	0,0000572	$D_{AI}$	0,0000572
$D_{BC}$	0,0000034	$D_{BD}$	0,0000057	$D_{BE}$	0,0000492	$D_{BF}$	0,0000492
$D_{BG}$	0,000492	$D_{BH}$	0,0000492	$D_{BI}$	0,0000492	$D_{CD}$	0,0000023
$D_{CE}$	0,0000459	$D_{CF}$	0,0000459	$D_{CG}$	0,0000459	$D_{CH}$	0,0000459
$D_{CI}$	0,0000459	$D_{DE}$	0,0000435	$D_{DF}$	0,0000435	$D_{DG}$	0,0000435
$D_{DH}$	0,0000435	$D_{DI}$	0,0000435	$D_{EF}$	0	$D_{EG}$	0
$D_{EH}$	0	$D_{EI}$	0	$D_{FG}$	0	$D_{FH}$	0
$D_{FI}$	0	$D_{GH}$	0	$D_{GI}$	0	$D_{HI}$	0

Tabla 4.4: Injusticia Electoral (1958).

Para las elecciones del año 1958, se puede pensar que el partido AD obtiene la mayor Porción Representativa (0,0000572), porque es el partido con mayor número de votos (1.275.973) y escaños obtenidos (73), en realidad esto no siempre es cierto, ya que para 1947 AD fué el primero en las



categorías votos y escaños, pero la mayor Porción Representativa la obtuvo el partido PRP.

Si tomamos un partido  $X$  con Porción Representativa distinta de cero y calculamos la injusticia con otro partido  $Y$  que tenga Porción Representativa igual a cero, entonces el resultado es igual a la Porción Representativa del partido  $X$ .

$$\text{En efecto, } D_{XY} = \frac{e_X}{V_X} - \frac{e_Y}{V_Y} = \frac{e_X}{V_X} - 0 = \frac{e_X}{V_X} .$$

Por ejemplo en la tabla 4.4 se verificar esta afirmación.

$$D_{DE} = \frac{e_D}{V_D} - \frac{e_E}{V_E} = \frac{e_D}{V_D} - 0 = \frac{e_D}{V_D} = 0,0000435 .$$

### 4.1.3 Elecciones de Diputados al Congreso año 1963.

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>AD</b>	936.124	66	0,0000705
B	<b>COPEI</b>	595.697	39	0,0000655
C	<b>FDP</b>	274.096	16	0,0000584
D	<b>URD</b>	497.454	29	0,0000583
E	<b>IPFN</b>	381.600	22	0,0000577
F	<b>MENI</b>	18.510	1	0,0000540
G	<b>AD-OPOS</b>	93.494	5	0,0000535
H	<b>PSV</b>	24.670	1	0,0000405
I	<b>MAN</b>	15.746	0	0
J	<b>PAN</b>	14.555	0	0
K	<b>CEPAS</b>	4.230	0	0
L	<b>Otras minorías</b>	5.550	0	0
	<b>Totales</b>	2.861.726	179	0,0000625

Tabla 4.5: Elecciones de Diputados (1963).

$D_{AB}$	0,0000050	$D_{AC}$	0,0000121	$D_{AD}$	0,0000122	$D_{AE}$	0,0000129
$D_{AF}$	0,0000165	$D_{AG}$	0,0000170	$D_{AH}$	0,0000300	$D_{AI}$	0,0000705
$D_{AJ}$	0,0000705	$D_{AK}$	0,0000705	$D_{AL}$	0,0000705	$D_{BC}$	0,0000071
$D_{BD}$	0,000072	$D_{BE}$	0,0000078	$D_{BF}$	0,0000114	$D_{BG}$	0,0000120
$D_{BH}$	0,0000249	$D_{BI}$	0,0000655	$D_{BJ}$	0,0000655	$D_{BK}$	0,0000655
$D_{BL}$	0,0000655	$D_{CD}$	0,0000001	$D_{CE}$	0,0000007	$D_{CF}$	0,00000435
$D_{CG}$	0,0000049	$D_{CH}$	0,0000178	$D_{CI}$	0,0000584	$D_{CJ}$	0,0000584
$D_{CK}$	0,0000584	$D_{CL}$	0,0000584	$D_{DE}$	0,0000006	$D_{DF}$	0,00000427
$D_{DG}$	0,0000048	$D_{DH}$	0,0000178	$D_{DI}$	0,0000583	$D_{DJ}$	0,0000583
$D_{DK}$	0,0000583	$D_{DL}$	0,0000583	$D_{EF}$	0,0000036	$D_{EG}$	0,00000417
$D_{EH}$	0,0000171	$D_{EI}$	0,0000577	$D_{EJ}$	0,0000577	$D_{EK}$	0,0000577
$D_{EL}$	0,0000577	$D_{FG}$	0,0000005	$D_{FH}$	0,0000135	$D_{FI}$	0,0000540
$D_{FJ}$	0,0000540	$D_{FK}$	0,0000540	$D_{FL}$	0,0000540	$D_{GH}$	0,0000129
$D_{GI}$	0,0000535	$D_{GJ}$	0,0000535	$D_{GK}$	0,0000535	$D_{GL}$	0,0000535
$D_{HI}$	0,0000405	$D_{HJ}$	0,0000405	$D_{HK}$	0,0000405	$D_{HL}$	0,0000405
$D_{IJ}$	0	$D_{IK}$	0	$D_{IL}$	0	$D_{JK}$	0
$D_{JL}$	0	$D_{KL}$	0				

Tabla 4.6: Injusticia Electoral (1963).

En las tablas anteriores, se utilizan siete (7) posiciones decimales para los resultados de injusticia electoral. En algunos casos utilizaremos ocho (8) o más, para mostrar que los resultados de algunas injusticias no son realmente iguales, por ejemplo en el caso de las elecciones de 1963, donde la injusticia entre los partidos FDP y MENI es 0,00000435 y entre los partidos URD y MENI es 0,00000427. En caso de utilizar siete (7) posiciones decimales estos resultados parecen ser iguales iguales (0,0000043).

En los resultados de las elecciones de 1963, también se presenta otra situación similar, donde los partidos FDP y URD tienen Porción Representativa 0,0000584 y 0,0000583 respectivamente cuando utilizamos siete (7) posiciones decimales y en caso de utilizar seis (6) la Porción Representativa para ambos partidos es 0,000058.

4.1.4 Elecciones de Diputados al Congreso año 1968.

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>AD</b>	939.759	66	0,0000702
B	<b>COPEI</b>	883.814	59	0,0000668
C	<b>URD</b>	340.195	18	0,0000529
D	<b>MEP</b>	475.909	25	0,0000525
E	<b>CCN</b>	402.351	21	0,0000522
F	<b>FDP</b>	194.931	10	0,0000513
G	<b>UPA</b>	103.591	5	0,0000483
H	<b>PRIN</b>	88.509	4	0,0000452
I	<b>FND</b>	96.027	4	0,0000417
J	<b>MAN</b>	24.407	1	0,0000410
K	<b>PSV</b>	29.920	1	0,0000334
L	<b>UPP</b>	1.471	0	0
M	<b>OPIR</b>	2.271	0	0
N	<b>AM</b>	2.281	0	0
O	<b>FIR</b>	2.354	0	0
P	<b>M-M</b>	2.917	0	0
Q	<b>CARABOBO</b>	3.799	0	0
R	<b>OVNI</b>	4.419	0	0
S	<b>Otras minorías</b>	5.972	0	0
T	<b>PRIVO</b>	6.178	0	0
U	<b>OPINA</b>	7.339	0	0
V	<b>AIR</b>	9.154	0	0
W	<b>MENI</b>	13.847	0	0
X	<b>API</b>	18.332	0	0
Y	<b>MDI</b>	18.337	0	0
	<b>Totales</b>	3.678.084	214	0,0000582

Tabla 4.7: Elecciones de Diputados (1968).

$D_{AB}$	0,0000035	$D_{AC}$	0,0000173	$D_{AD}$	0,0000177	$D_{AE}$	0,0000180
$D_{AF}$	0,0000189	$D_{AG}$	0,0000220	$D_{AH}$	0,0000250	$D_{AI}$	0,0000286
$D_{AJ}$	0,0000293	$D_{AK}$	0,0000368	$D_{AL}$	0,0000702	$D_{AM}$	0,0000702
$D_{AN}$	0,0000702	$D_{AO}$	0,0000702	$D_{AP}$	0,0000702	$D_{AQ}$	0,0000702
$D_{AR}$	0,0000702	$D_{AS}$	0,0000702	$D_{AT}$	0,0000702	$D_{AU}$	0,0000702
$D_{AV}$	0,0000702	$D_{AW}$	0,0000702	$D_{AX}$	0,0000702	$D_{AY}$	0,0000702
$D_{BC}$	0,0000138	$D_{BD}$	0,0000142	$D_{BE}$	0,0000146	$D_{BF}$	0,0000155
$D_{BG}$	0,0000185	$D_{BH}$	0,0000216	$D_{BI}$	0,0000251	$D_{BJ}$	0,0000258
$D_{BK}$	0,0000333	$D_{BL}$	0,0000668	$D_{BM}$	0,0000668	$D_{BN}$	0,0000668
$D_{BO}$	0,0000668	$D_{BP}$	0,0000668	$D_{BQ}$	0,0000668	$D_{BR}$	0,0000668
$D_{BS}$	0,0000668	$D_{BT}$	0,0000668	$D_{BU}$	0,0000668	$D_{BV}$	0,0000668
$D_{BW}$	0,0000668	$D_{BX}$	0,0000668	$D_{BY}$	0,0000668	$D_{CD}$	0,0000004
$D_{CE}$	0,0000007	$D_{CF}$	0,0000016	$D_{CG}$	0,0000046	$D_{CH}$	0,0000077
$D_{CI}$	0,0000113	$D_{CJ}$	0,0000119	$D_{CK}$	0,0000195	$D_{CL}$	0,0000529
$D_{CM}$	0,0000529	$D_{CN}$	0,0000529	$D_{CO}$	0,0000529	$D_{CP}$	0,0000529
$D_{CQ}$	0,0000529	$D_{CR}$	0,0000529	$D_{CS}$	0,0000529	$D_{CT}$	0,0000529
$D_{CU}$	0,0000529	$D_{CV}$	0,0000529	$D_{CW}$	0,0000529	$D_{CX}$	0,0000529
$D_{CY}$	0,0000529	$D_{DE}$	0,0000003	$D_{DF}$	0,0000012	$D_{DG}$	0,0000043
$D_{DH}$	0,0000073	$D_{DI}$	0,0000109	$D_{DJ}$	0,0000116	$D_{DK}$	0,0000191
$D_{DL}$	0,0000525	$D_{DM}$	0,0000525	$D_{DN}$	0,0000525	$D_{DO}$	0,0000525
$D_{DP}$	0,0000525	$D_{DQ}$	0,0000525	$D_{DR}$	0,0000525	$D_{DS}$	0,0000525
$D_{DT}$	0,0000525	$D_{DU}$	0,0000525	$D_{DV}$	0,0000525	$D_{DW}$	0,0000525
$D_{DX}$	0,0000525	$D_{DY}$	0,0000525	$D_{EF}$	0,0000009	$D_{EG}$	0,0000039
$D_{EH}$	0,0000070	$D_{EI}$	0,0000105	$D_{EJ}$	0,0000112	$D_{EK}$	0,0000188
$D_{EL}$	0,0000522	$D_{EM}$	0,0000522	$D_{EN}$	0,0000522	$D_{EO}$	0,0000522
$D_{EP}$	0,0000522	$D_{EQ}$	0,0000522	$D_{ER}$	0,0000522	$D_{ES}$	0,0000522
$D_{ET}$	0,0000522	$D_{EU}$	0,0000522	$D_{EV}$	0,0000522	$D_{EW}$	0,0000522
$D_{EX}$	0,0000522	$D_{EY}$	0,0000522	$D_{FG}$	0,0000030	$D_{FH}$	0,0000061
$D_{FI}$	0,0000096	$D_{FJ}$	0,0000103	$D_{FK}$	0,0000179	$D_{FL}$	0,0000513

Tabla 4.8: Injusticia Electoral (1968). Parte I.

$D_{FM}$	0,0000513	$D_{FN}$	0,0000513	$D_{FO}$	0,0000513	$D_{FP}$	0,0000513
$D_{FQ}$	0,0000513	$D_{FR}$	0,0000513	$D_{FS}$	0,0000513	$D_{FT}$	0,0000513
$D_{FU}$	0,0000513	$D_{FV}$	0,0000513	$D_{FW}$	0,0000513	$D_{FX}$	0,0000513
$D_{FY}$	0,0000513	$D_{GH}$	0,0000031	$D_{GI}$	0,0000066	$D_{GJ}$	0,0000073
$D_{GK}$	0,0000148	$D_{GL}$	0,0000483	$D_{GM}$	0,0000483	$D_{GN}$	0,0000483
$D_{GO}$	0,0000483	$D_{GP}$	0,0000483	$D_{GQ}$	0,0000483	$D_{GR}$	0,0000483
$D_{GS}$	0,0000483	$D_{GT}$	0,0000483	$D_{GU}$	0,0000483	$D_{GV}$	0,0000483
$D_{GW}$	0,0000483	$D_{GX}$	0,0000483	$D_{GY}$	0,0000483	$D_{HI}$	0,0000035
$D_{HJ}$	0,0000042	$D_{HK}$	0,0000118	$D_{HL}$	0,0000452	$D_{HM}$	0,0000452
$D_{HN}$	0,0000452	$D_{HO}$	0,0000452	$D_{HP}$	0,0000452	$D_{HQ}$	0,0000452
$D_{HR}$	0,0000452	$D_{HS}$	0,0000452	$D_{HT}$	0,0000452	$D_{HU}$	0,0000452
$D_{HV}$	0,0000452	$D_{HW}$	0,0000452	$D_{HX}$	0,0000452	$D_{HY}$	0,0000452
$D_{IJ}$	0,0000007	$D_{IK}$	0,0000082	$D_{IL}$	0,0000417	$D_{IM}$	0,0000417
$D_{IN}$	0,0000417	$D_{IO}$	0,0000417	$D_{IP}$	0,0000417	$D_{IQ}$	0,0000417
$D_{IR}$	0,0000417	$D_{IS}$	0,0000417	$D_{IT}$	0,0000417	$D_{IU}$	0,0000417
$D_{IV}$	0,0000417	$D_{IW}$	0,0000417	$D_{IX}$	0,0000417	$D_{IY}$	0,0000417
$D_{JK}$	0,0000075	$D_{JL}$	0,0000410	$D_{JM}$	0,0000410	$D_{JN}$	0,0000410
$D_{JO}$	0,0000410	$D_{JP}$	0,0000410	$D_{JQ}$	0,0000410	$D_{JR}$	0,0000410
$D_{JS}$	0,0000410	$D_{JT}$	0,0000410	$D_{JU}$	0,0000410	$D_{JV}$	0,0000410
$D_{JW}$	0,0000410	$D_{JX}$	0,0000410	$D_{JY}$	0,0000410	$D_{KL}$	0,0000334
$D_{KM}$	0,0000334	$D_{KN}$	0,0000334	$D_{KO}$	0,0000334	$D_{KP}$	0,0000334
$D_{KQ}$	0,0000334	$D_{KR}$	0,0000334	$D_{KS}$	0,0000334	$D_{KT}$	0,0000334
$D_{KU}$	0,0000334	$D_{KV}$	0,0000334	$D_{KW}$	0,0000334	$D_{KX}$	0,0000334
$D_{KY}$	0,0000334						

Tabla 4.9: Injusticia Electoral (1968). Parte II.

En las elecciones de 1968 tenemos un total de catorce (14) partidos con Porción Representativa igual a cero (0), entonces la injusticia entre dos partidos con esta condición es igual a cero (0). Por lo tanto omitiremos colocar los resultados de la injusticia entre los partidos, UPP, OPIR, AM, FIR, M-M, CARABOBO, OVNI, PRIVO, OPINA, AIR, MENI, API, MDI y otras minorías.

4.1.5 Elecciones de Diputados al Congreso año 1973.

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>COPEI</b>	1.330.514	64	0,0000481
B	<b>MAS</b>	232.756	9	0,0000387
C	<b>PCV</b>	52.754	2	0,0000379
D	<b>CCN</b>	189.667	7	0,0000369
E	<b>MEP</b>	218.192	8	0,0000367
F	<b>URD</b>	140.462	5	0,0000356
G	<b>AD</b>	2.955.439	102	0,0000345
H	<b>PNI</b>	30.618	1	0,0000327
I	<b>OPINA</b>	32.751	1	0,0000305
J	<b>MIR</b>	44.012	1	0,0000227
K	<b>ALCINA</b>	1.459	0	0
L	<b>ARPA</b>	1.575	0	0
M	<b>FE</b>	2.309	0	0
N	<b>URI</b>	3.489	0	0
O	<b>PRN</b>	3.658	0	0
P	<b>Otras minorías</b>	4.262	0	0
Q	<b>MDI</b>	6.220	0	0
R	<b>DES-COM</b>	7.341	0	0
S	<b>MPI</b>	8.324	0	0
T	<b>FND</b>	11.313	0	0
U	<b>PSD</b>	12.238	0	0
V	<b>MAN</b>	12.588	0	0
W	<b>FUN</b>	15.537	0	0
X	<b>IP</b>	27.528	0	0
Y	<b>FDP</b>	54.759	0	0
	<b>Totales</b>	5.399.765	200	0,0000370

Tabla 4.10: Elecciones de Diputados (1973).

$D_{AB}$	0,0000094	$D_{AC}$	0,0000102	$D_{AD}$	0,0000112	$D_{AE}$	0,0000114
$D_{AF}$	0,0000125	$D_{AG}$	0,0000136	$D_{AH}$	0,0000154	$D_{AI}$	0,0000176
$D_{AJ}$	0,0000254	$D_{AK}$	0,0000481	$D_{AL}$	0,0000481	$D_{AM}$	0,0000481
$D_{AN}$	0,0000481	$D_{AO}$	0,0000481	$D_{AP}$	0,0000481	$D_{AQ}$	0,0000481
$D_{AR}$	0,0000481	$D_{AS}$	0,0000481	$D_{AT}$	0,0000481	$D_{AU}$	0,0000481
$D_{AV}$	0,0000481	$D_{AW}$	0,0000481	$D_{AX}$	0,0000481	$D_{AY}$	0,0000481
$D_{BC}$	0,0000008	$D_{BD}$	0,0000018	$D_{BE}$	0,0000020	$D_{BF}$	0,0000031
$D_{BG}$	0,0000042	$D_{BH}$	0,0000060	$D_{BI}$	0,0000081	$D_{BJ}$	0,0000159
$D_{BK}$	0,0000387	$D_{BL}$	0,0000387	$D_{BM}$	0,0000387	$D_{BN}$	0,0000387
$D_{BO}$	0,0000387	$D_{BP}$	0,0000387	$D_{BQ}$	0,0000387	$D_{BR}$	0,0000387
$D_{BS}$	0,0000387	$D_{BT}$	0,0000387	$D_{BU}$	0,0000387	$D_{BV}$	0,0000387
$D_{BW}$	0,0000387	$D_{BX}$	0,0000387	$D_{BY}$	0,0000387	$D_{CD}$	0,0000010
$D_{CE}$	0,0000012	$D_{CF}$	0,0000023	$D_{CG}$	0,0000034	$D_{CH}$	0,0000053
$D_{CI}$	0,0000074	$D_{CJ}$	0,0000152	$D_{CK}$	0,0000379	$D_{CL}$	0,0000379
$D_{CM}$	0,0000379	$D_{CN}$	0,0000379	$D_{CO}$	0,0000379	$D_{CP}$	0,0000379
$D_{CQ}$	0,0000379	$D_{CR}$	0,0000379	$D_{CS}$	0,0000379	$D_{CT}$	0,0000379
$D_{CU}$	0,0000379	$D_{CV}$	0,0000379	$D_{CW}$	0,0000379	$D_{CX}$	0,0000379
$D_{CY}$	0,0000379	$D_{DE}$	0,0000002	$D_{DF}$	0,0000013	$D_{DG}$	0,0000024
$D_{DH}$	0,0000042	$D_{DI}$	0,0000064	$D_{DJ}$	0,0000142	$D_{DK}$	0,0000369
$D_{DL}$	0,0000369	$D_{DM}$	0,0000369	$D_{DN}$	0,0000369	$D_{DO}$	0,0000369
$D_{DP}$	0,0000369	$D_{DQ}$	0,0000369	$D_{DR}$	0,0000369	$D_{DS}$	0,0000369
$D_{DT}$	0,0000369	$D_{DU}$	0,0000369	$D_{DV}$	0,0000369	$D_{DW}$	0,0000369
$D_{DX}$	0,0000369	$D_{DY}$	0,0000369	$D_{EF}$	0,00000107	$D_{EG}$	0,0000022
$D_{EH}$	0,0000040	$D_{EI}$	0,0000061	$D_{EJ}$	0,0000139	$D_{EK}$	0,0000367
$D_{EL}$	0,0000367	$D_{EM}$	0,0000367	$D_{EN}$	0,0000367	$D_{EO}$	0,0000367
$D_{EP}$	0,0000367	$D_{EQ}$	0,0000367	$D_{ER}$	0,0000367	$D_{ES}$	0,0000367
$D_{ET}$	0,0000367	$D_{EU}$	0,0000367	$D_{EV}$	0,0000367	$D_{EW}$	0,0000367
$D_{EX}$	0,0000367	$D_{EY}$	0,0000367	$D_{FG}$	0,00000108	$D_{FH}$	0,0000029

Tabla 4.11: Injusticia Electoral (1973). Parte I.

$D_{FI}$	0,0000051	$D_{FJ}$	0,0000129	$D_{FK}$	0,0000356	$D_{FL}$	0,0000356
$D_{FM}$	0,0000356	$D_{FN}$	0,0000356	$D_{FO}$	0,0000356	$D_{FP}$	0,0000356
$D_{FQ}$	0,0000356	$D_{FR}$	0,0000356	$D_{FS}$	0,0000356	$D_{FT}$	0,0000356
$D_{FU}$	0,0000356	$D_{FV}$	0,0000356	$D_{FW}$	0,0000356	$D_{FX}$	0,0000356
$D_{FY}$	0,0000356	$D_{GH}$	0,0000019	$D_{GI}$	0,0000040	$D_{GJ}$	0,0000118
$D_{GK}$	0,0000345	$D_{GL}$	0,0000345	$D_{GM}$	0,0000345	$D_{GN}$	0,0000345
$D_{GO}$	0,0000345	$D_{GP}$	0,0000345	$D_{GQ}$	0,0000345	$D_{GR}$	0,0000345
$D_{GS}$	0,0000345	$D_{GT}$	0,0000345	$D_{GU}$	0,0000345	$D_{GV}$	0,0000345
$D_{GW}$	0,0000345	$D_{GX}$	0,0000345	$D_{GY}$	0,0000345	$D_{HI}$	0,0000021
$D_{HJ}$	0,0000099	$D_{HK}$	0,0000327	$D_{HL}$	0,0000327	$D_{HM}$	0,0000327
$D_{HN}$	0,0000327	$D_{HO}$	0,0000327	$D_{HP}$	0,0000327	$D_{HQ}$	0,0000327
$D_{HR}$	0,0000327	$D_{HS}$	0,0000327	$D_{HT}$	0,0000327	$D_{HU}$	0,0000327
$D_{HV}$	0,0000327	$D_{HW}$	0,0000327	$D_{HX}$	0,0000327	$D_{HY}$	0,0000327
$D_{IJ}$	0,0000078	$D_{IK}$	0,0000305	$D_{IL}$	0,0000305	$D_{IM}$	0,0000305
$D_{IN}$	0,0000305	$D_{IO}$	0,0000305	$D_{IP}$	0,0000305	$D_{IQ}$	0,0000305
$D_{IR}$	0,0000305	$D_{IS}$	0,0000305	$D_{IT}$	0,0000305	$D_{IU}$	0,0000305
$D_{IV}$	0,0000305	$D_{IW}$	0,0000305	$D_{IX}$	0,0000305	$D_{IY}$	0,0000305
$D_{JK}$	0,0000227	$D_{JL}$	0,0000227	$D_{JM}$	0,0000227	$D_{JN}$	0,0000227
$D_{JO}$	0,0000227	$D_{JP}$	0,0000227	$D_{JQ}$	0,0000227	$D_{JR}$	0,0000227
$D_{JS}$	0,0000227	$D_{JT}$	0,0000227	$D_{JU}$	0,0000227	$D_{JV}$	0,0000227
$D_{JW}$	0,0000227	$D_{JX}$	0,0000227	$D_{JY}$	0,0000227		

Tabla 4.12: Injusticia Electoral (1973). Parte II.

En las elecciones del año 1973 el partido PCV supera en un escaño a los partidos PNI, OPINA y MIR. La injusticia entre PCV y PNI es 0,0000053 y la diferencia de votos es 22.136, mientras que la injusticia entre PCV y OPINA es 0,0000074 y la diferencia de votos es 20.003, por último la injusticia entre PCV y MIR es 0,0000152 y la diferencia de votos es 8.742, es decir, para aquellos partidos cuya diferencia es un (1) escaño, a medida que disminuye la diferencia de votos, aumenta la injusticia.



4.1.6 Elecciones de Diputados al Congreso año 1978.

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>AD</b>	2.096.512	88	0,0000420
B	<b>COPEI</b>	2.103.004	84	0,0000399
C	<b>MEP</b>	117.445	4	0,0000341
D	<b>MAS</b>	325.328	11	0,00003381
E	<b>URD</b>	88.807	3	0,00003378
F	<b>LS</b>	30.191	1	0,0000331
G	<b>MIR</b>	123.915	4	0,0000323
H	<b>VUC</b>	46.847	1	0,0000213
I	<b>PCV</b>	55.168	1	0,0000181
J	<b>MIN</b>	83.700	1	0,0000119
K	<b>CC</b>	85.432	1	0,0000117
L	<b>Otras minorías</b>	910	0	0
M	<b>FE</b>	1.246	0	0
N	<b>ORA</b>	1.597	0	0
O	<b>IPDC</b>	6.719	0	0
P	<b>OPINA</b>	7.961	0	0
Q	<b>GAR</b>	9.034	0	0
R	<b>CCN</b>	10.906	0	0
S	<b>CR</b>	12.573	0	0
T	<b>FUN</b>	12.986	0	0
U	<b>FDP</b>	13.697	0	0
V	<b>MDT</b>	22.966	0	0
W	<b>MORENA</b>	26.235	0	0
	<b>Totales</b>	5.283.179	199	0,0000377

Tabla 4.13: Elecciones de Diputados (1978).

$D_{AB}$	0,0000020	$D_{AC}$	0,0000079	$D_{AD}$	0,00000816	$D_{AE}$	0,00000819
$D_{AF}$	0,0000089	$D_{AG}$	0,0000097	$D_{AH}$	0,0000206	$D_{AI}$	0,0000238
$D_{AJ}$	0,0000300	$D_{AK}$	0,0000303	$D_{AL}$	0,0000420	$D_{AM}$	0,0000420
$D_{AN}$	0,0000420	$D_{AO}$	0,0000420	$D_{AP}$	0,0000420	$D_{AQ}$	0,0000420
$D_{AR}$	0,0000420	$D_{AS}$	0,0000420	$D_{AT}$	0,0000420	$D_{AU}$	0,0000420
$D_{AV}$	0,0000420	$D_{AW}$	0,0000420	$D_{BC}$	0,0000059	$D_{BD}$	0,0000061
$D_{BE}$	0,0000062	$D_{BF}$	0,0000068	$D_{BG}$	0,0000077	$D_{BH}$	0,0000186
$D_{BI}$	0,0000218	$D_{BJ}$	0,0000280	$D_{BK}$	0,0000282	$D_{BL}$	0,0000399
$D_{BM}$	0,0000399	$D_{BN}$	0,0000399	$D_{BO}$	0,0000399	$D_{BP}$	0,0000399
$D_{BQ}$	0,0000399	$D_{BR}$	0,0000399	$D_{BS}$	0,0000399	$D_{BT}$	0,0000399
$D_{BU}$	0,0000399	$D_{BV}$	0,0000399	$D_{BW}$	0,0000399	$D_{CD}$	0,0000002
$D_{CE}$	0,0000003	$D_{CF}$	0,0000009	$D_{CG}$	0,0000018	$D_{CH}$	0,0000127
$D_{CI}$	0,0000159	$D_{CJ}$	0,0000221	$D_{CK}$	0,0000224	$D_{CL}$	0,0000341
$D_{CM}$	0,0000341	$D_{CN}$	0,0000341	$D_{CO}$	0,0000341	$D_{CP}$	0,0000341
$D_{CQ}$	0,0000341	$D_{CR}$	0,0000341	$D_{CS}$	0,0000341	$D_{CT}$	0,0000341
$D_{CU}$	0,0000341	$D_{CV}$	0,0000341	$D_{CW}$	0,0000341	$D_{DE}$	0,0000003
$D_{DF}$	0,0000069	$D_{DG}$	0,0000153	$D_{DH}$	0,00001247	$D_{DI}$	0,00001569
$D_{DJ}$	0,00002186	$D_{DK}$	0,00002211	$D_{DL}$	0,00003381	$D_{DM}$	0,00003381
$D_{DN}$	0,00003381	$D_{DO}$	0,00003381	$D_{DP}$	0,00003381	$D_{DQ}$	0,00003381
$D_{DR}$	0,00003381	$D_{DS}$	0,00003381	$D_{DT}$	0,00003381	$D_{DU}$	0,00003381
$D_{DV}$	0,00003381	$D_{DW}$	0,00003381	$D_{EF}$	0,0000066	$D_{EG}$	0,0000150
$D_{EH}$	0,00001244	$D_{EI}$	0,00001565	$D_{EJ}$	0,00002183	$D_{EK}$	0,00002208
$D_{EL}$	0,00003378	$D_{EM}$	0,00003378	$D_{EN}$	0,00003378	$D_{EO}$	0,00003378
$D_{EP}$	0,00003378	$D_{EQ}$	0,00003378	$D_{ER}$	0,00003378	$D_{ES}$	0,00003378
$D_{ET}$	0,00003378	$D_{EU}$	0,00003378	$D_{EV}$	0,00003378	$D_{EW}$	0,00003378
$D_{FG}$	0,0000008	$D_{FH}$	0,0000118	$D_{FI}$	0,0000150	$D_{FJ}$	0,0000212
$D_{FK}$	0,000214	$D_{FL}$	0,0000331	$D_{FM}$	0,0000331	$D_{FN}$	0,0000331
$D_{FO}$	0,0000331	$D_{FP}$	0,0000331	$D_{FQ}$	0,0000331	$D_{FR}$	0,0000331

Tabla 4.14: Injusticia Electoral (1978). Parte I.

$D_{FS}$	0,0000331	$D_{FT}$	0,0000331	$D_{FU}$	0,0000331	$D_{FV}$	0,0000331
$D_{FW}$	0,0000331	$D_{GH}$	0,0000109	$D_{GI}$	0,0000142	$D_{GJ}$	0,0000203
$D_{GK}$	0,0000206	$D_{GL}$	0,0000323	$D_{GM}$	0,0000323	$D_{GN}$	0,0000323
$D_{GO}$	0,0000323	$D_{GP}$	0,0000323	$D_{GQ}$	0,0000323	$D_{GR}$	0,0000323
$D_{GS}$	0,0000323	$D_{GT}$	0,0000323	$D_{GU}$	0,0000323	$D_{GV}$	0,0000323
$D_{GW}$	0,0000323	$D_{HI}$	0,0000032	$D_{HJ}$	0,0000094	$D_{HK}$	0,0000096
$D_{HL}$	0,0000213	$D_{HM}$	0,0000213	$D_{HN}$	0,0000213	$D_{HO}$	0,0000213
$D_{HP}$	0,0000213	$D_{HQ}$	0,0000213	$D_{HR}$	0,0000213	$D_{HS}$	0,0000213
$D_{HT}$	0,0000213	$D_{HU}$	0,0000213	$D_{HV}$	0,0000213	$D_{HW}$	0,0000213
$D_{IJ}$	0,0000062	$D_{IK}$	0,0000064	$D_{IL}$	0,0000181	$D_{IM}$	0,0000181
$D_{IN}$	0,0000181	$D_{IO}$	0,0000181	$D_{IP}$	0,0000181	$D_{IQ}$	0,0000181
$D_{IR}$	0,0000181	$D_{IS}$	0,0000181	$D_{IT}$	0,0000181	$D_{IU}$	0,0000181
$D_{IV}$	0,0000181	$D_{IW}$	0,0000181	$D_{JK}$	0,0000002	$D_{IL}$	0,0000119
$D_{JM}$	0,0000119	$D_{JN}$	0,0000119	$D_{JO}$	0,0000119	$D_{JP}$	0,0000119
$D_{JQ}$	0,0000119	$D_{JR}$	0,0000119	$D_{JS}$	0,0000119	$D_{JT}$	0,0000119
$D_{JU}$	0,0000119	$D_{JV}$	0,0000119	$D_{JW}$	0,0000119	$D_{KL}$	0,0000117
$D_{KM}$	0,0000117	$D_{KN}$	0,0000117	$D_{KO}$	0,0000117	$D_{KP}$	0,0000117
$D_{KQ}$	0,0000117	$D_{KR}$	0,0000117	$D_{KS}$	0,0000117	$D_{KT}$	0,0000117
$D_{KU}$	0,0000117	$D_{KV}$	0,0000117	$D_{KW}$	0,0000117		

Tabla 4.15: Injusticia Electoral (1978). Parte II.

En las elecciones de 1973 pudimos ver que para partidos cuya Porción Representativa es distinta de cero y difieren en un escaño, a medida que disminuye la diferencia de votos, aumenta la injusticia. Esta condición también se ha cumplido en las elecciones de 1947 entre URD, UFR y PCV, en 1968 entre UPA, PRIN y FND. Veamos que esto no siempre cumple.

Para las elecciones de 1978 los partidos MEP y MIR superan por un escaño al partido URD, la injusticia entre MEP y URD es 0,0000003 y la diferencia de votos es 28.638, mientras que la injusticia entre URD y MIR es 0,0000150 y la diferencia de votos es 35.108, es decir, aumentó la injusticia y también la diferencia de votos.

4.1.7 Elecciones de Diputados al Congreso año 1983.

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>AD</b>	3.286.564	113	0,0000344
B	<b>COPEI</b>	1.890.294	60	0,0000317
C	<b>MAS</b>	377.846	10	0,0000265
D	<b>PCV</b>	115.096	3	0,0000261
E	<b>URD</b>	125.467	3	0,0000239
F	<b>MEP</b>	129.240	3	0,0000232
G	<b>OPINA</b>	130.015	3	0,0000230
H	<b>MIR</b>	103.944	2	0,0000192
I	<b>MIN</b>	53.495	1	0,0000187
J	<b>LS</b>	59.766	1	0,0000167
K	<b>NA</b>	68.640	1	0,0000146
	<b>Totales</b>	6.340.367	200	0,0000315

Tabla 4.16: Elecciones de Diputados (1983).

Para las elecciones del año 1983, no fueron mostrados los resultados de aquellos partidos que no obtuvieron escaños, ya que no contamos con la información suficiente y tal como explicamos anteriormente la injusticia entre un partido cuya porción representativa es mayor que cero y otro partido que no recibió escaños, resulta igual a la porción representativa del partido que sí obtuvo escaños.

De igual forma, la tabla que presenta los resultados de injusticia electoral entre los partidos que participaron en el año 1983, se reduce considerablemente en comparación a las tablas de los años anteriores.

$D_{AB}$	0,00000264	$D_{AC}$	0,0000079	$D_{AD}$	0,0000083	$D_{AE}$	0,0000105
$D_{AF}$	0,0000112	$D_{AG}$	0,0000113	$D_{AH}$	0,0000151	$D_{AI}$	0,0000157
$D_{AJ}$	0,0000177	$D_{AK}$	0,0000198	$D_{BC}$	0,0000053	$D_{BD}$	0,0000057
$D_{BE}$	0,00000783	$D_{BF}$	0,0000085	$D_{BG}$	0,0000087	$D_{BH}$	0,0000125
$D_{BI}$	0,0000130	$D_{BJ}$	0,0000150	$D_{BK}$	0,0000172	$D_{CD}$	0,0000004
$D_{CE}$	0,00000256	$D_{CF}$	0,0000033	$D_{CG}$	0,0000034	$D_{CH}$	0,00000722
$D_{CI}$	0,00000777	$D_{CJ}$	0,0000097	$D_{CK}$	0,0000119	$D_{DE}$	0,00000215
$D_{DF}$	0,0000029	$D_{DG}$	0,0000030	$D_{DH}$	0,0000068	$D_{DI}$	0,0000074
$D_{DJ}$	0,00000933	$D_{DK}$	0,0000115	$D_{EF}$	0,0000007	$D_{EG}$	0,0000008
$D_{EH}$	0,000004670	$D_{EI}$	0,0000052	$D_{EJ}$	0,00000718	$D_{EK}$	0,00000934
$D_{FG}$	0,0000001	$D_{FH}$	0,0000040	$D_{FI}$	0,0000045	$D_{FJ}$	0,0000065
$D_{FK}$	0,0000086	$D_{GH}$	0,0000038	$D_{GI}$	0,0000044	$D_{GJ}$	0,0000063
$D_{GK}$	0,0000085	$D_{HI}$	0,0000005	$D_{HJ}$	0,0000025	$D_{HK}$	0,000004672
$D_{IJ}$	0,0000020	$D_{IK}$	0,0000041	$D_{JK}$	0,00000216		

Tabla 4.17: Injusticia Electoral (1983).

4.1.8 Elecciones de Diputados al Congreso año 1988.

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>AD</b>	3.115.787	97	0,0000311
B	<b>COPEI</b>	2.238.163	67	0,0000299
C	<b>LCR</b>	118.700	3	0,00002527
D	<b>NGD</b>	238.038	6	0,00002521
E	<b>MAS</b>	731.179	18	0,0000246
F	<b>OPINA</b>	42.078	1	0,0000238
G	<b>ORA</b>	92.756	2	0,0000216
H	<b>F-1</b>	93.851	2	0,0000213
I	<b>URD</b>	103.933	2	0,0000192
J	<b>MEP</b>	116.284	2	0,0000172
K	<b>PCV</b>	69.069	1	0,0000145
	<b>Totales</b>	6.959.838	201	0,0000289

Tabla 4.18: Elecciones de Diputados (1988).

$D_{AB}$	0,0000012	$D_{AC}$	0,00000586	$D_{AD}$	0,00000593	$D_{AE}$	0,0000065
$D_{AF}$	0,00000737	$D_{AG}$	0,0000096	$D_{AH}$	0,0000098	$D_{AI}$	0,0000119
$D_{AJ}$	0,0000139	$D_{AK}$	0,0000167	$D_{BC}$	0,00000466	$D_{BD}$	0,00000473
$D_{BE}$	0,0000053	$D_{BF}$	0,0000062	$D_{BG}$	0,0000084	$D_{BH}$	0,0000086
$D_{BI}$	0,00001069	$D_{BJ}$	0,0000127	$D_{BK}$	0,0000155	$D_{CD}$	0,0000001
$D_{CE}$	0,0000007	$D_{CF}$	0,0000015	$D_{CG}$	0,0000037	$D_{CH}$	0,0000040
$D_{CI}$	0,00000603	$D_{CJ}$	0,0000081	$D_{CK}$	0,0000108	$D_{DE}$	0,0000006
$D_{DF}$	0,0000014	$D_{DG}$	0,0000036	$D_{DH}$	0,0000039	$D_{DI}$	0,00000596
$D_{DJ}$	0,0000080	$D_{DK}$	0,00001073	$D_{EF}$	0,0000009	$D_{EG}$	0,0000031
$D_{EH}$	0,0000033	$D_{EI}$	0,0000054	$D_{EJ}$	0,00000742	$D_{EK}$	0,0000101
$D_{FG}$	0,0000022	$D_{FH}$	0,0000025	$D_{FI}$	0,0000045	$D_{FJ}$	0,0000066
$D_{FK}$	0,0000093	$D_{GH}$	0,0000003	$D_{GI}$	0,0000023	$D_{GJ}$	0,0000044
$D_{GK}$	0,0000071	$D_{HI}$	0,0000021	$D_{HJ}$	0,0000041	$D_{HK}$	0,0000068
$D_{IJ}$	0,0000020	$D_{IK}$	0,0000048	$D_{JK}$	0,0000027		

Tabla 4.19: Injusticia Electoral (1988).

Desde el año 1947 hasta 1988, pudimos presentar los resultados de las elecciones de diputados en cada período, ya que no fue posible adquirir la información necesaria para las elecciones de los años 1993 y 1998. Es por ello, que en la siguiente tabla se muestran los resultados correspondiente al año 2000.

4.1.9 Elecciones de Diputados a la Asamblea Nacional año 2000 (Nominales).

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>MAS</b>	9.673	2	0,00020676
B	<b>LAPY</b>	32.831	3	0,0000914
C	<b>PPT</b>	19.269	1	0,0000519
D	<b>COPEI</b>	84.515	3	0,0000355
E	<b>MVR</b>	2.225.770	70	0,0000314
F	<b>PUAMA</b>	41.657	1	0,0000240
G	<b>MPJ</b>	131.425	3	0,0000228
H	<b>AD</b>	811.785	14	0,0000172
I	<b>CONVIVE</b>	273.809	3	0,0000110
	<b>Totales</b>	3.630.734	100	0,0000275

Tabla 4.20: Elecciones de Diputados (Nominales, 2000).

$D_{AB}$	0,00011538	$D_{AC}$	0,00015486	$D_{AD}$	0,00017126	$D_{AE}$	0,00017531
$D_{AF}$	0,00018276	$D_{AG}$	0,00018393	$D_{AH}$	0,00018952	$D_{AI}$	0,00019580
$D_{BC}$	0,0000395	$D_{BD}$	0,0000559	$D_{BE}$	0,0000599	$D_{BF}$	0,0000674
$D_{BG}$	0,0000686	$D_{BH}$	0,0000741	$D_{BI}$	0,0000804	$D_{CD}$	0,0000164
$D_{CE}$	0,0000204	$D_{CF}$	0,0000279	$D_{CG}$	0,0000291	$D_{CH}$	0,0000347
$D_{CI}$	0,0000409	$D_{DE}$	0,0000040	$D_{DF}$	0,0000115	$D_{DG}$	0,0000127
$D_{DH}$	0,0000183	$D_{DI}$	0,0000245	$D_{EF}$	0,0000074	$D_{EG}$	0,0000086
$D_{EH}$	0,0000142	$D_{EI}$	0,0000205	$D_{FG}$	0,0000012	$D_{FH}$	0,0000068
$D_{FI}$	0,0000130	$D_{GH}$	0,0000056	$D_{GI}$	0,0000119	$D_{HI}$	0,0000063

Tabla 4.21: Injusticia Electoral (Nominales, 2000).



4.1.10 Elecciones de Diputados a la Asamblea Nacional año 2000 (Lista).

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>MDA</b>	687	1	0,00014556
B	<b>MIGATO</b>	21.044	2	0,0000950
C	<b>ABP</b>	49.218	2	0,0000406
D	<b>UNT</b>	78.109	3	0,0000384
E	<b>AD</b>	718.148	19	0,0000265
F	<b>CONVERGENCIA</b>	47.620	1	0,0000210
G	<b>PRVZLA</b>	309.168	6	0,0000194
H	<b>MPJ</b>	109.900	2	0,0000182
I	<b>MAS</b>	224.170	4	0,0000178
J	<b>LCR</b>	196.787	3	0,0000152
K	<b>COPEI</b>	227.349	3	0,0000132
L	<b>MVR</b>	1.779.992	22	0,0000111
	<b>Totales</b>	3.960.192	68	0,0000172

Tabla 4.22: Elecciones de Diputados (Lista, 2000).

$D_{AB}$	0,0013606	$D_{AC}$	0,0014150	$D_{AD}$	0,0014172	$D_{AE}$	0,0014291
$D_{AF}$	0,0014346	$D_{AG}$	0,0014362	$D_{AH}$	0,0014374	$D_{AI}$	0,0014378
$D_{AJ}$	0,0014404	$D_{AK}$	0,0014424	$D_{AL}$	0,0014445	$D_{BC}$	0,0000544
$D_{BD}$	0,0000566	$D_{BE}$	0,0000686	$D_{BF}$	0,0000740	$D_{BG}$	0,0000756
$D_{BH}$	0,0000768	$D_{BI}$	0,0000772	$D_{BJ}$	0,0000798	$D_{BK}$	0,0000818
$D_{BL}$	0,0000839	$D_{CD}$	0,0000022	$D_{CE}$	0,0000142	$D_{CF}$	0,0000196
$D_{CG}$	0,0000212	$D_{CH}$	0,0000224	$D_{CI}$	0,0000228	$D_{CJ}$	0,0000254
$D_{CK}$	0,0000274	$D_{CL}$	0,0000295	$D_{DE}$	0,0000120	$D_{DF}$	0,0000174
$D_{DG}$	0,0000190	$D_{DH}$	0,0000202	$D_{DI}$	0,0000206	$D_{DJ}$	0,0000232
$D_{DK}$	0,0000252	$D_{DL}$	0,0000273	$D_{EF}$	0,0000055	$D_{EG}$	0,00000705
$D_{EH}$	0,00000826	$D_{EI}$	0,0000086	$D_{EJ}$	0,0000112	$D_{EK}$	0,0000133
$D_{EL}$	0,0000153	$D_{FG}$	0,00000159	$D_{FH}$	0,0000028	$D_{FI}$	0,0000032
$D_{FJ}$	0,0000058	$D_{FK}$	0,0000078	$D_{FL}$	0,0000099	$D_{GH}$	0,0000012
$D_{GI}$	0,00000156	$D_{GJ}$	0,0000042	$D_{GK}$	0,0000062	$D_{GL}$	0,00000828
$D_{HI}$	0,0000004	$D_{HJ}$	0,0000030	$D_{HK}$	0,0000050	$D_{HL}$	0,00000708
$D_{IJ}$	0,0000026	$D_{IK}$	0,0000046	$D_{IL}$	0,0000067	$D_{JK}$	0,0000020
$D_{JL}$	0,0000041	$D_{KL}$	0,0000021				

Tabla 4.23: Injusticia Electoral (Lista, 2000).

En las elecciones correspondiente al año 2000, se eligieron 168 diputados de los cuales 100 resultaron electos nominalmente y 68 por lista, donde el partido MVR obtuvo un total de 92 cargos, 70 nominales y 22 por lista. Este partido adquirió más del 50% de los escaños en disputa, ya que en las nominales dicho partido obtuvo un 70% de los cargos, sin embargo el partido MAS adquirió mayor porción representativa (0,00020676), mientras que en las elecciones por lista el MVR resultó ser el partido con la menor porción representativa (0,0000111).

4.1.11 Elecciones de Diputados a la Asamblea Nacional año 2005 (Nominales).

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>UPPI</b>	12.779	1	0,0000783
B	<b>AMANSA</b>	17.716	1	0,0000564
C	<b>UVE</b>	2.861.954	86	0,0000300
D	<b>MVR</b>	734.678	11	0,0000150
	<b>Totales</b>	3.627.127	99	0,0000273

Tabla 4.24: Elecciones de Diputados (Nominales, 2005).

$D_{AB}$	0,0000218	$D_{AC}$	0,0000482	$D_{AD}$	0,0000633	$D_{BC}$	0,0000264
$D_{BD}$	0,0000415	$D_{CD}$	0,0000151				

Tabla 4.25: Injusticia Electoral (Nominales, 2005).

4.1.12 Elecciones de Diputados a la Asamblea Nacional año 2005 (Lista).

	Partidos ( $P_i$ )	Votos ( $V_i$ )	Escaños ( $e_i$ )	Porción Representativa ( $e_i/V_i$ )
A	<b>MI GENTE</b>	20.502	2	0,0000976
B	<b>MUPI</b>	10.513	1	0,0000951
C	<b>UVE</b>	171.965	8	0,0000465
D	<b>MVR</b>	1.884.809	71	0,0000377
	<b>Totales</b>	2.087.789	82	0,0000393

Tabla 4.26: Elecciones de Diputados (Lista, 2005).

$D_{AB}$	0,0000024	$D_{AC}$	0,0000510	$D_{AD}$	0,0000599	$D_{BC}$	0,0000486
$D_{BD}$	0,0000575	$D_{CD}$	0,0000089				

Tabla 4.27: Injusticia Electoral (Lista, 2005).

Finalmente se presentan los resultados de las últimas elecciones de diputados realizadas en el año 2005. En estas elecciones los escaños fueron distribuidos en tan sólo cuatro partidos, en las nominales

el partido UVE obtuvo 86 de 99 cargos, mientras que en las elecciones por lista 71 de 82 cargos le correspondieron al MVR. Por tal motivo, en las tablas de injusticia electoral de ambas categorías se muestran seis resultados, además la mayoría de los partidos que no fueron mencionados en este espacio, obtuvieron cero escaños y pocos votos.

## Capítulo 5

# Construcción de la función de decisión social.

La toma de decisión resulta un proceso habitual en la vida cotidiana del ser humano. En multitud de ocasiones nos encontramos ante diferentes alternativas entre las que debemos seleccionar la que a nuestro juicio, nos parece mejor o la que satisface el mayor número de necesidades requeridas. Los ejecutivos de la empresa y organizaciones, los responsables políticos, los directores de proyecto y es general los profesionales han de adoptar decisiones difíciles durante el transcurrir de sus actividades.

En este capítulo desarrollaremos (ver [4]), la construcción de la función de decisión social; y se describirá la regla umbral, como la única que cumple con los axiomas de Compensación por Pareja, Dominio Pareto, Umbral no compensatorio y la contracción.

El objetivo de este capítulo es investigar el problema de la construcción de una función de decisión social. A continuación presentamos un ejemplo que nos ilustra las dificultades que se puedan presentar cuando tenemos que tomar decisiones:

***EJEMPLO 5.0.1** Supongamos que un comité de cuatro miembros 1, 2, 3 y 4 evalúa tres candidatos  $x, y, z$  para optar por una posición. El comité de evaluaciones de los candidatos son propuestos por las preferencias.*

	1	2	3	4
<i>Ponderación (3)</i>	$x$	$x$	$z$	$z$
<i>Ponderación (2)</i>	$y$	$y$	$y$	$y$
<i>Ponderación (1)</i>	$z$	$z$	$x$	$x$

*El método de asignación de puntos es el siguiente: a la posición uno, se le asigna tres, a la segunda posición dos puntos y a la tercera posición un punto. La suma de las filas de los candidatos da el mismo número de calificaciones 8 por cada candidato, y es imposible tomar una decisión. Sin embargo, muy a menudo la elección más preferida es el candidato denotado por  $y$ .*

Es una práctica común que los trabajos científicos mandados a una revistas especializadas, sea rechazado si al menos un arbitro tiene una opinión negativa del trabajo y en el caso de aceptación deben tener todos los arbitros opinión favorable, es decir el manuscrito se acepta generalmente si los dos árbitros proporcionan opiniones positivas. Claramente, esta clase de situación es de naturaleza no compensatorio.

Este tipo de procedimiento ha sido axiomatizada en recientes artículos por Aleskerov, Yakuba y Yuzbashev (ver [5] y [7]), donde se establecen los siguientes axiomas: compensación de Pareto, dominación de pares, umbral no compensatorio y contracción.

Cada agente evalúa las alternativas desde el conjunto  $X$  usando las preferencias completo y transitiva, donde  $x$  es la alternativa finita.

Se considera el trabajo de Arrow ([10] y [21]) (1963), para resolver la construcción de decisión social, de dos formas:

- La agregación local, Aleskerov (1999) [2], es decir, la agregación se lleva a cabo sobre la base de comparaciones por pares de alternativas.
- Otra forma es utilizar ciertos procedimientos no-local, por ejemplo, las reglas de posición, de que sólo unas pocas obras con axiomática muy bien construido existen.

Una de las normas no-locales es la regla de votación de Borda ([32]); existen circunstancias donde la regla de borda no es la más adecuada, ya que cualquier suma de las filas tiene un “carácter compensatorio”. Por ejemplo una baja evaluación de algunas alternativa por un agente, puede ser compensada por las altas evaluaciones de otros agentes. Por lo tanto, si queremos tomar en cuenta las bajas evaluaciones de alternativas cuando la calidad o la perfección de las alternativas es importante, entonces la regla de borda o de su contraparte no se puede aplicar.

En este trabajo, se extiende el concepto de la regla de umbral para el caso cuando los agentes evaluadores están representados por  $m$ -grados con un entero  $m \geq 3$  arbitrario y muestran que la regla de umbral es la única regla, que cumple los axiomas mencionados anteriormente. En este modelo las bajas evaluaciones de algunos agentes son de mayor preocupación: esta no puede ser compensado por altos grados de los otros agentes. Se trata de la situación en la que la calidad o perfección de las alternativas es de gran valor e interés. Por otro lado, un procedimiento de agregación se puede hacer, teniendo en cuenta los altos grados de agentes: éste es el caso cuando estamos interesados en al menos una buena cantidad de alternativas. Esto es exactamente el modelo dual, y tiene todo las ventajas del modelo dual que incluye la construcción axiomática de la función de decisión social.

Sin embargo, una observación más debe hacerse en relación con una interpretación de la propiedad de no compensatorios. Bajo esta propiedad, cualquier agente quien otorgue un bajo grado a una alternativa que coloca esta decisión social por debajo en comparación con una alternativa con un average de grado regular. Por lo tanto, las opiniones marginales pueden fuertemente influir en la decisión social.

### 5.0.13 Teorema de Decisión Social (Aleskerov-Chistyakov-Kalgain)

Sea  $X$  un conjunto finito de alternativas de cardinalidad  $|X| \geq 2$ ,  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  un conjunto de  $n \geq 2$  agentes y  $M = \{1, 2, \dots, m\}$  un conjunto de grado ordenados  $1 < 2 < \dots < m$ , con  $m \geq 3$ . Un procedimiento de evaluación para las alternativas de  $X$  es una aplicación de la forma  $E : X \times N \longrightarrow M$ , que asigna a cada alternativa  $x \in X$  y cada agente  $i \in N$  un grado  $x_i = E(x, i) \in M$ . Como un resultado del procedimiento de evaluación  $E$  de cada alternativa  $x \in X$  se caracteriza por una colección de  $n$  grados  $x_1, \dots, x_n$ . Es decir.,

$$\hat{x} = E(x, \cdot) = (x_1, \dots, x_n) \in M^n \text{ para todo } x \in X,$$

donde:

$M^n = \{(x_1, \dots, x_n) : x_i \in M \text{ para cada } i \in N\}$  es el conjunto de todos los vectores n-dimensionales con componentes M. En la práctica, el vector grado  $\hat{x} = (x_1, \dots, x_n)$  para la alternativa  $x$  puede representar los grados de expertos, los datos de cuestionario, los datos de prueba, etc.

El conjunto  $\hat{X} = \{\hat{x} : x \in X\} \subset M^n$  es un perfil del individuo de  $X$ . El problema es clasificar los elementos de  $X$  haciendo uso del perfil individual  $\hat{X}$ . Por una clasificación de  $X$  entendemos una relación binaria completa y transitiva en  $X$ . Como  $\hat{X} \subset M^n$  y cada alternativa  $x \in X$  esta completamente caracterizado por su vector de perfil  $\hat{x}$ , sin pérdida de generalidad podemos asumir que  $X = \hat{X} = M^n$ , y por lo tanto,

$$x \in X \text{ si y sólo si } x = \hat{x} = (x_1, \dots, x_n) \in M^n \text{ con } x_i \in M.$$

La siguiente notación sera utilizada en el siguiente trabajo. Dado  $x, y \in X$ , se denota por  $x \succeq y$  la condición  $x_i \geq y_i$  para todo  $i \in N$ , y  $x \succ y$  significa que  $x \succeq y$  y existe un  $i_0 \in N$  tal que  $x_{i_0} > y_{i_0}$ . Observe que las relaciones de orden parcial  $\succeq$  y  $\succ$  en  $X$  no resuelven el problema de la clasificación de  $X$ , ya que no todos los vectores perfil de  $X$  son comparables con estas relaciones.

**Definición 5.1** Dado  $x \in X$  y  $j \in M$ , denotamos por  $v_j(x)$  el número de los grados  $j$  en el vector  $x = (x_1, \dots, x_n)$ :

$$v_j(x) = |\{i \in N : x_i = j\}|. \tag{5.0.1}$$

Observe que  $0 \leq v_j(x) \leq n$  para todos los  $x \in X$  y  $j \in M$ . Además

$$\sum_{j=1}^m v_j = v_1(x) + v_2(x) + \dots + v_m(x) = n \text{ para todo } x \in X. \tag{5.0.2}$$

Por último, dado  $x \in X$ , colocamos,

$$V_k(x) = \sum_{j=1}^k v_j \text{ si } 1 \leq k \leq m \text{ y } V_0(x) = 0. \tag{5.0.3}$$

Para que la igualdad (4.2) puede ser escrita de la siguiente manera  $V_m(x) = n, x \in X$ .

**Definición 5.2** Se dice que la  $\varphi : X \rightarrow \mathbb{R}$  es una **función de decisión social** si dado  $x, y \in X$  la función  $\varphi$  satisface las siguientes propiedades:



1. La desigualdad  $\varphi(x) > \varphi(y)$  si y sólo si la alternativa  $x$  es socialmente (estricto) más preferible que la alternativa  $y$ .
2.  $\varphi(x) = \varphi(y)$  si sólo si las alternativas  $x$  e  $y$  son socialmente indiferente.

En este trabajo estudiamos las funciones de decisión social  $\varphi : X \longrightarrow \mathbb{R}$  que cumple con los siguientes tres axiomas:

**A.1 Compensación por parejas:** si  $x, y \in X$  y  $v_j(x) = v_j(y)$  para todos  $1 \leq j \leq m - 1$ , entonces  $\varphi(x) = \varphi(y)$ .

**A.2 Dominio de Pareto:** si  $x, y \in X$  y  $x \succ y$ , entonces  $\varphi(x) > \varphi(y)$ .

**A.3 Umbral no compensatorios y contracción:** para cada número natural  $3 \leq k \leq m$  la siguiente condición:

- Si  $x, y \in X$ ,  $v_j(x) = v_j(y)$  para todo  $1 \leq j \leq m - k$  (si  $k = m$ , esta condición se omite),  $v_{m-k+1}(x) + 1 = v_{m-k+1}(y) \neq n - V_{m-k}(y)$ ,  $V_{m-k+2}(x) = n$  y  $V_{m-k+1}(y) + v_m(y) = n$ , entonces  $\varphi(x) > \varphi(y)$ .

A través de este trabajo la función  $\varphi$ , se denota como la función de decisión social.

**Definición 5.3 (Orden lexicográfico)** Sean  $u = (u_1, \dots, u_k)$  y  $v = (v_1, \dots, v_k)$  dos vectores  $k$ -dimensionales con componentes reales. Se dice que  $u \angle v$  en  $\mathbb{R}^k$  si y sólo si existe  $1 \leq i \leq k$  tal que  $u_j = v_j$  para todo  $1 \prec j \prec i - 1$  (no condición  $i = 1$ ) y  $u_i < v_i$ .

Se establece

$$v(x) = (v_1, \dots, v_{m-1}(x)) \in \{0, 1, \dots, n\}^{m-1} \text{ para } x \in X, \quad (5.0.4)$$

**Definición 5.4 (Regla de umbral)** Se dice que una relación binaria  $P$  sobre  $X$  es generado por la regla de umbral, si

$$P = \{(x, y) \in X \times X : v(x) \angle v(y)\}.$$

En otras palabras, dada  $x, y \in X$ , tiene  $(x, y) \in P$  si y sólo si  $v(x) \angle v(y)$ , es decir la alternativa  $x$  es socialmente (estricto) más preferible que la alternativa  $y$ .

La propiedad  $v(x) \angle v(y)$  en  $\mathbb{R}^{m-1}$  se llama la regla de umbral para la comparación de alternativas  $x$  e  $y$  (con respecto al número de bajas calificaciones).

Las principales propiedades de  $P$  son consecuencias directas de las propiedades de orden lexicográfico: Dado  $x, y, z \in X$ , Tenemos:

**P.1**  $(x, y) \in P$  y  $(y, z) \in P$ , entonces  $(x, z) \in P$  (transitividad en  $P$ ).

**P.2**  $(x, y) \notin P$  es equivalente a  $(y, x) \in P$  ó  $v(y) = v(x)$  (negación en  $P$ ).

**P.3**  $v(x) = v(y)$ , ó  $(x, y) \in P$  ó  $(y, x) \in P$  (generalidad en  $P$ ).

**P.4**  $(x, x) \notin P$  (reflexibilidad en  $P$ ).

**P.5**  $(x, y) \notin P$  y  $(y, z) \notin P$ , entonces  $(x, z) \notin P$ .

**P.6**  $(x, y) \notin P$  ó  $(y, x) \notin P$  (complejidad  $P^c = X^2 \setminus P$ ).

Una relación binaria de  $P$  satisface (P.1), (P.4) y (P.5) es comúnmente un orden débil en  $X$ . También se conoce que cualquier orden débil para  $P$  en  $X$  se caracteriza por la familia de sus clases de equivalencia. Dado un conjunto no vacío  $X'_1 = \Pi(X) \ A \subset X, \Pi(A) = \{x \in A : (y, x) \notin P \text{ para todo } y \in A\}$  es la función de elección en  $P$ . Inductivamente, si  $l \geq 2$  y subconjuntos no vacíos  $X'_1, \dots, X'_{l-1}$  en  $X$  tal que

$$\bigcup_{k=1}^{l-1} (X'_k) \neq X$$

ya esta definido, colocamos  $X'_l = \Pi(X \setminus (\bigcup_{k=1}^{l-1} X'_k))$ .

Puesto que  $X$  es finito, no existe un único entero positivo  $s=s(X)$  tal que  $X = \bigcup_{l=1}^s (X'_l)$ . Ahora  $X_l = X'_{s-l+1}$  para  $l = 1, 2, \dots, s$ , la colección disjunta  $\{X_l\}_{l=1}^s$  se dice que es la familia de clases de equivalencia de orden  $P$ , y tiene la siguiente propiedad: Dado  $x, y \in X$ ,  $(x, y) \in P$  si sólo si existen dos enteros de  $k$  y  $l$  donde  $1 \leq k < l \leq s$  tal que  $x \in X_l$  y  $y \in X_k$ . Esta propiedad muestra que la alternativa  $x$  es preferible que la alternativa  $y$  si sólo si  $x$  esta en una clase de equivalencia con mayor número de orden, y así, esto define la canónica (escrito) de clasificación de  $X$ . El valor  $s = s(X)$  para la relación  $P$  generado por la regla umbral que se calcula con el lema 4.9(b).

Decimos que una función  $\varphi : X \rightarrow \mathbb{R}$  es coherente la familia  $\{X_l\}_{l=1}^s$  de la clase de equivalencia de orden  $P$  en  $X$ , si dado  $x, y \in X$ , la desigualdad  $\varphi(x) > \varphi(y)$  si sólo si existe  $1 \leq k < l \leq s$  tal que  $x \in X_l$  e  $y \in X_k$ .

**Teorema 5.0.2** Una función de decisión social  $\varphi : X \rightarrow \mathbb{R}$  satisface el axioma A.1, A.2 y A.3 si y sólo si es coherente con la clase de familia de equivalencia de orden  $P$  en  $X$  generados por la regla de umbral  $v(x) \angle v(y)$  en  $\mathbb{R}^{m-1}$ .

Idea para la *Demostración* Dada una relación binaria  $P$  en  $X$  y una función  $\varphi : X \rightarrow \mathbb{R}$  si para todo  $x, y \in X$  se tiene

$$(x, y) \in P \text{ si sólo si } \varphi(x) > \varphi(y), \tag{5.0.5}$$

entonces  $P$  se dice que es representable por medio de  $\varphi$  o, en breve,  $\varphi$ -representable,  $\varphi$  se dice que es una función de preferencia por  $P$ . Teniendo esto en cuenta, así como las definiciones anteriores teorema 4.8, podemos reformular el teorema 4.8 de la siguiente manera: una función de decisión social en  $X$  satisface los axiomas compensación, Pareto Dominación, Umbral no compensatorios y contracción si y sólo si se trata de una función de preferencia por la relación binaria sobre  $X$  generados por la regla umbral.

### 5.0.14 Una Comparación con las Reglas Conocidas

En esta sección se construye un ejemplo, para el cual la regla de la mayoría simple, la regla de votación Borda y la regla de umbral producen diferentes decisiones sociales. Sea  $X = \{x, y, z\}$  un conjunto de tres alternativas diferentes,  $N = \{1, \dots, 13\}$  un conjunto de  $n = 13$  votantes y  $M = \{1, 2, 3\}$  el conjunto de los grados (es decir,  $m = 3$ ). Considere siguientes preferencias de los votantes de  $N$ :

3 votantes	4 votantes	6 votantes	rango
$x$	$x$	$y$	3
$y$	$z$	$z$	2
$z$	$y$	$x$	1

Esto significa que durante los tres primeros votantes  $x$  es la alternativa que más prefiere,  $y$  es la siguiente e  $z$  es la alternativa menos preferible, así como otros votantes. El problema de la votación es construir un (lineal) la relación binaria en  $X$  correspondiente a la decisión social de la sociedad  $N$ .

- (a) De acuerdo con la regla de la mayoría simple, el par de alternativas  $(x, y)$  es incluida en la decisión social (relación) si la preferencia de la forma “ $x$  es más preferible que  $y$ ” ocurre entre

la mayoría simple de los votantes. En nuestro ejemplo tenemos: de  $3 + 4 = 7$  los votantes  $x$  es más preferible que  $y$ , por  $3 + 6 = 9$  los votantes  $y$  es más preferible que  $z$  y  $3 + 4 = 7$  los votantes  $x$  es más preferible que  $z$  (y no hay mayoría simple entre las otras posibilidades). Por lo tanto la decisión social es  $\{(x, y), (y, z), (x, z)\}$ , y por tanto,  $x$  es más preferible que  $y$ , que a su vez, es más preferible que  $z$ , y el ganador es la  $x$ .

- (b) En el procedimiento de votación Borda para cada alternativa  $x$  de  $X$  cada votante  $i \in N$  asociados algunos  $\rho_i(x)$  alternativa más alto es el rango. En nuestro ejemplo para el votante en primer lugar entre los tres primeros votantes que tengo:

$\rho_1(x) = 3, \rho_1(y) = 2$  y  $\rho_1(z) = 1$ , y también para electores restantes. Entonces  $\rho(x) = \sum_{i \in N} \rho_i(x)$  para todo  $x \in X$ . Según la regla de votación borda una alternativa  $x$  es socialmente preferible a una alternativa  $y$  si  $\rho(x) > \rho(y)$ . Para el ejemplo anterior tenemos:

$$\rho(y) = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 6 \cdot 3 = 28 > \rho(x) = (3 + 4) \cdot 3 + 6 \cdot 1 = 27 > \rho(z) = 3 \cdot 1 + (4 + 6) \cdot 2 = 23,$$

y así,  $y$  es preferible a  $x$ ,  $x$  es preferible a  $z$  y el ganador es  $y$ .

- (c) Interpretación de las filas de las alternativas de (b) en los grados, para el ejemplo anterior tenemos (el asterisco es el orden, grado de los vectores):

$$\begin{aligned} v_1(x) = 6, v_2(x) = 0, v_3(x) = 7, \text{ ó } x^* &= (\underbrace{1, 1, 1, 1, 1, 1}_6, \underbrace{3, 3, 3, 3, 3, 3}_7), \\ v_1(y) = 4, v_2(y) = 3, v_3(y) = 6, \text{ ó } y^* &= (\underbrace{1, 1, 1, 1}_4, \underbrace{2, 2, 2}_3, \underbrace{3, 3, 3, 3, 3, 3}_6), \\ v_1(z) = 3, v_2(z) = 10, v_3(z) = 0, \text{ ó } z^* &= (\underbrace{1, 1, 1}_3, \underbrace{2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2}_{10}). \end{aligned}$$

Dado que  $v_1(z) = 3 < v_1(y) = 4 < v_1(x) = 6$ , entonces  $v(z) \angle_2 v(y) \angle_2 v(x)$ , y así, de acuerdo con la regla umbral  $z$  es socialmente preferible a  $y$  e  $y$  es preferible que  $x$ , el ganador es  $z$ .

### 5.0.15 Monótono y Cuatro Representantes de las Clases de Indiferencia

Dado que la relación binaria  $P$  en  $X$  generados por la regla de umbral de orden débil, la relación de indiferencia se define como

$$I = \{(x, y) \in X \times X : (x, y) \notin P \text{ y } (y, x) \notin P\}. \tag{5.0.6}$$

Es evidente, que es una relación de equivalencia en  $X$  (es decir, es reflexiva, simétrica y transitiva), en virtud de (P.2) y (P.3), tenemos:

$$I = \{(x, y) \in X \times X : v(x) = v(y)\}. \quad (5.0.7)$$

A continuación, la clase de indiferencia de una alternativa  $x \in X$  es el conjunto

$$I_x = \{y \in X : (y, x) \in I\} = \{y \in X : v(y) = v(x)\}, \quad (5.0.8)$$

y como siempre, dado  $x, y \in X$ , se encuentra:  $I_x = I_y$  si y sólo si  $(x, y) \in I$ ,  $I_x \cap I_y = \emptyset$  si y sólo si  $(x, y) \notin I$ , y  $X = \bigcup_{x \in X} I_x$  (unión disjunta). Denotamos por  $X/I$  el conjunto cociente  $\{I_x : x \in X\}$  de todas las clase de indiferencia con respecto a  $I$ .

De esta manera la relación binaria  $R = P \cup I$  es una clasificación canónica de  $X$ :  $R$  es transitiva ( $(x, y) \in R$  y  $(y, z) \in R$  entonces  $(x, z) \in R$ ) y completa (dado  $x, y \in X$ ,  $(x, y) \in R$  ó  $(y, x) \in R$ ).

Teniendo  $I_x \in X/I$  para algún  $x \in X$ , en virtud de (4.8), el vector  $v_{I_x} = v_y = v_x$  esta bien definida para cualquier  $y \in I_x$ . Entonces el cociente de la relación binaria  $P/I$  viene dada por

$$P/I = \{(I_x, I_y) \in (X/I) \times (X/I) : v(I_x) \angle v(I_y) \text{ en } \mathbb{R}^{m-1}\}$$

es un orden lineal en  $X/I$ . De hecho, desde la transitividad e irreflexividad de  $P/I$  son claras, basta con comprobar sólo la conexión de  $P/I$ , es decir, si  $I_x, I_y \in X/I$  y  $I_x \neq I_y$ , entonces  $(I_x, I_y) \in P/I$  ó  $(I_y, I_x) \in P/I$ . De hecho  $I_x \neq I_y$  implica  $I_x \cap I_y = \emptyset$  y  $(x, y) \in I$ . Por lo tanto,  $v(x) \neq v(y)$ , lo que da  $v(I_x) \neq v(I_y)$ , y por la integridad del orden lexicográfico  $\angle = \angle_{m-1}$  obtenemos  $v(I_x) \angle v(I_y)$  ó  $v(I_y) \angle v(I_x)$ .

Tomando nota de que, en virtud de (4.4) y (4.2), la igualdad  $v(y) = v(x)$  en (4.8) significa que  $v_j(y) = v_j(x)$  para todo  $j \in M$ , es decir, el vector  $y$  puede ser obtenido a partir del vector  $x$  (y viceversa) por una permutación de las coordenadas:

$$I_x = \{y \in X : \exists \text{ una permutación } \sigma \text{ de } N \text{ tal que } y = x \circ \sigma\},$$

donde la igualdad  $y = x \circ \sigma$  es la composición usual  $y_i = x_{\sigma(i)}$  para todo  $i \in N$ .

A fin de facilitar el tratamiento de las clases de indiferencia que  $I_x$  de  $X/I$ , en cada clase se selecciona un representante "principal"  $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*) \in I_x$ , cuyas coordenadas están ordenadas en

forma ascendente:

$$x_1^* \leq \dots \leq x_n^*$$

ó

$$x^* = \left( \underbrace{1, \dots, 1}_{v_1(x)}, \underbrace{2, \dots, 2}_{v_2(x)}, \dots, \underbrace{m-1, \dots, m-1}_{v_{m-1}(x)}, \underbrace{m, \dots, m}_{v_m(x)} \right), \quad (5.0.9)$$

donde el número de  $v_j(x)$  en el marco de las llaves indican la longitud correspondiente de subvectores. La alternativa  $x^*$ , se llama la representación monotonía de la clase  $I_x$  (o simplemente vector  $x$ ),  $I_x$  es determinada de manera única aunque puede ser obtenida a partir de  $x$  por distintas permutaciones o combinaciones de su coordenada. Se desprende de lo anterior que  $v_j(x^*) = v_j(x)$  para toda  $j \in M$ , o  $v(x^*) = v(x)$ , y así  $I_x = I_{x^*}$  para  $x \in X$ . Denotamos por  $X^* = \{x^* : x \in X\}$  el subconjunto de  $X$  de todo los representantes y por  $P^*$  la restricción de  $P$  a  $X^* \times X^*$ .

Tengamos en cuenta que, dada  $x, y \in X$ , tenemos:

$$\begin{aligned} (x, y) \in P & \text{ si sólo si } (I_x, I_y) \in P/I \text{ si sólo si } (x^*, y^*) \\ & \text{y } (x, y) \in I \text{ si sólo si } I_x = I_y \text{ si sólo si } x^* = y^*. \end{aligned} \quad (5.0.10)$$

Se deduce de (P.1), (P.4) y (P.3) que  $P^*$  es un orden lineal en  $X^*$  y que la biyección  $b : X/I \rightarrow X^*$ , definido por  $b(I_x) = x^*$  para todo  $x \in X$ , es de orden lineal de la preservación en el sentido de que  $(I_x, I_y) \in P/I$  si sólo si  $(b(I_x), b(I_y)) \in P^*$ ; dicho de otro modo, los pares  $(X/I, P/I)$  y  $(X^*, P^*)$  son isomorfos de orden lineal.

Por lo tanto, podemos trabajar con el conjunto  $X^*$  equipado con el orden lineal  $P^*$  en lugar del conjunto cociente de orden lineal  $(X/I, P/I)$ .

**Lema 5.1 (a)**  $|X/I| = |X^*| = C_{n+m-1}^{m-1} = C_{n+m-1}^n$  donde  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  es el coeficiente binomial y normal  $|A|$  denota el número de elementos en el conjunto  $A$  considerado.

**(b)**  $\{X_l\}_{l=1}^s = X/I$ , es decir la familia de todas las clases de equivalencia de orden débiles  $P$  coincide con el conjunto cociente de todas las clases de indiferencia con respecto a  $I$ ; por lo tanto;  $s = s(X) = C_{n+m-1}^{m-1}$ .

Los siguientes dos lemas son de fundamental importancia para el conjunto material posterior. En Lema (4.10) se muestra que la operación de tomar representante monótono

$X \ni x \rightarrow x^* \in X^*$  conserva el orden natural parcial las relaciones  $\succeq$  y  $\succ$  en  $X$ , y en el lema (4.11) se muestra que la relación  $x^* \succeq y^*$  y  $x^* \succ y^*$  puede ser caracterizada en términos de cantidades a partir de (4.1) y (4.3).

**Lema 5.2** Dado  $x, y \in X$ , tenemos:

- (a) si  $x \succeq y$ , entonces  $x^* \succeq y^*$ ;
- (b) si  $x \succ y$ , entonces  $x^* \succ y^*$ .

**Lema 5.3** Dado  $x, y \in X$ , tenemos:

- (a)  $x^* \succeq y^*$  si sólo si  $V_k(x) \leq V_k(y)$  para todo  $1 \leq k \leq m - 1$ ;
- (b)  $x^* \succ y^*$  si sólo si existe  $1 \leq k \leq m - 1$ , tales que  $v_j(x) = v_j(y)$  para todo  $1 \leq j \leq k - 1$  (sin condición  $k = 1$ ),  $v_k(x) < v_k(y)$  y  $V_p(x) \leq V_p(y)$  para todo  $k + 1 \leq p \leq m - 1$  (sin condición  $k = m - 1$ ).

### 5.0.16 El Umbral dual de la Agregación

Si la perfección (de calidad) de las alternativas es una preocupación principal, podemos aplicar la regla de umbral para clasificar el conjunto de alternativas. Sin embargo, si estamos interesados en al menos una buena característica de alternativas, debemos emplear una diferente, pero relacionados entre sí, la agregación de procedimiento, que se llama doble umbral. Este modelo dual para ver los de tres clasificados ya había sido mencionados por Aleskerov y Yakuba [6]. En esta sección se desarrolla la teoría axiomática de la agregación de doble umbral en el caso general.

Teniendo en cuenta una alternativa  $x \in X = M^n$ , y el conjunto,

$$\bar{v}(x) = (v_m(x), v_{m-1}(x), \dots, v_2(x)) \in \{0, 1, \dots, n\}^{m-1}.$$

La propiedad  $\bar{v}(y) \angle \bar{v}(x) \in \mathbb{R}^{m-1}$  se llama regla umbral dual para la comparación de alternativas  $x, y \in X$  (con respecto al número de altos grados), y una relación binaria sobre  $X$  de la forma

$$\bar{P} = \{(x, y) \in X \times X : \bar{v}(y) \angle \bar{v}(x) \in \mathbb{R}^{m-1}\}$$

se dice que es generado por la regla de umbral dual. En otras palabras, dados dos alternativas  $x, y \in X$ , tenemos  $(x, y) \in \bar{P}$  si y sólo si  $\bar{v}(y) \angle \bar{v}(x)$ , y decimos que  $x$  es estrictamente preferible que  $y$ .

Vamos a reducir la agregación de la teoría dual de la teoría desarrollada anteriormente. Para hacer esto, se introduce una permutación de el conjunto  $M$  de la siguiente manera:

$$r(j) = m - j + 1 \text{ para todo } j \in \{1, 2, \dots, m\}.$$

Tenga en cuenta que  $r$  es una biyección entre  $\{1, 2, \dots, m - 1\}$  y  $\{m, m - 1, \dots, 2\}$ , invirtiendo el orden de los números, y así, su composición autor  $r^2 = r \circ r$  es la identidad en  $\{1, 2, \dots, m - 1\}$  y  $\{m, m - 1, \dots, 2\} : r(r(j)) = j$  para todo  $j$ .

Dado  $x = (x_1, \dots, x_n) \in X = \{1, 2, \dots, m\}^n$ , nos propusimos

$$r(x) = (r(x_1), r(x_2), \dots, r(x_n)) = (m - x_1 + 1, m - x_2 + 1, \dots, m - x_n + 1),$$

y tenga en cuenta que  $r(r(x)) = x$ , es decir,  $r(x') = x$  si y sólo si  $x' = r(x)$ .

Las siguientes dos propiedades (4.11) y (4.12) de  $r$  serán de importancia:

$$v_j(r(x)) = v_{r(j)}(x) \text{ para todo } x \in X \text{ y } 1 \leq j \leq m. \quad (5.0.11)$$

De hecho, tenemos:

$$\begin{aligned} v_j(r(x)) &= |\{i \in N : r(x_i) = j\}| = |\{i \in N : m - x_i + 1 = j\}| \\ v_j(r(x)) &= |\{i \in N : x_i = m - j + 1\}| = |\{i \in N : X_i = r(j)\}| = v_{r(j)}(x) \end{aligned}$$

De ello se deduce que  $v_j(x) = v_{r(j)}(r(x))$  y

$$\bar{v}(x) = v(r(x)) \text{ y } \bar{v}(r(x)) = v(x) \text{ para todo } x \in X, \quad (5.0.12)$$

$$\begin{aligned} \bar{v}(x) &= (v_m(x), v_{m-1}(x), \dots, v_2(x)) = (v_{r(1)}(x), v_{r(2)}(x), \dots, v_{r(m-1)}(x)) \\ \bar{v}(x) &= (v_1(r(x)), v_2(r(x)), \dots, v_m(r(x))). \end{aligned}$$

Ahora dado  $x, y \in X$ , tenemos:

$$(x, y) \in \bar{P} \text{ si sólo si } v(r(y)) \angle v(r(x)) \text{ si sólo si } (r(y), r(x)) \in P \quad (5.0.13)$$

o, equivalentemente,  $(x, y) \in P$  si sólo si  $(r(y), r(x)) \in \bar{P}$ .



En virtud de (4.13), la relación  $\bar{P}$  sobre  $X$  satisface las propiedades (P. 1)-(P.6) (si reemplazamos  $P$  en estas propiedades por  $\bar{P}$ ), y por tanto,  $\bar{P}$  es un orden débil en  $X$ . Por ejemplo, la negación de  $\bar{P}$  es de la forma: dado  $x, y \in X$ ,  $(x, y) \notin X\bar{P}$  si sólo si  $(x, y) \in \bar{P}$  ó  $v(y) = v(x)$ , de hecho se deduce de (4.13)

$$(x, y) \notin \bar{P} \text{ si sólo si } (r(y), r(x)) \notin P \text{ si sólo si } [(r(x), r(y)) \in P \text{ ó } v(r(x)) = v(r(y))]$$

$$\text{si sólo si } [(y, x) \in \bar{P} \text{ ó } \bar{v}(x) = \bar{v}(y)],$$

y queda por señalar que, en vista de (4.2), la condición de “ $v_j(x) = v_j(y)$  para todo  $2 \leq j \leq m$ ” es equivalente a la condición de “ $v_j(x) = v_j(y)$  para todo  $1 \leq j \leq m - 1$ ”. Esta observación también demuestra que la relación de indiferencia  $\bar{I}$  en  $X$  generados por  $\bar{P}$  coincide con la relación de indiferencia  $I$ .

$$\bar{I} = \{(x, y) : (x, y) \notin \bar{P} \text{ y } (y, x) \notin \bar{P}\} = \{(x, y) : v(x) = v(y)\} = I.$$

Con el fin de tratar la axiomática de las funciones de preferencia por la relación  $\bar{P}$ , tenemos en cuenta que si  $\varphi$  es una función de preferencia por  $P$  y  $\psi$  es una función de preferencia por  $\bar{P}$ , entonces, dado  $x, y \in X$ , tenemos:

$$\psi(x) > \psi(y) \text{ si sólo si } (x, y) \in \bar{P} \text{ si sólo si } (r(y), r(x)) \in P$$

$$\text{si sólo si } \varphi(r(y)) > \varphi(r(x)) \text{ si sólo si } [-\varphi(r(x)) > -\varphi(r(y))]. \quad (5.0.14)$$

Se concluye que  $\varphi$  es una función de preferencia por  $P$  si y sólo si  $\bar{\varphi}$  la función, definida por  $\bar{\varphi}(x) = -\varphi(r(x))$  para todo  $x \in X$ , es una función de preferencia por  $\bar{P}$ , y viceversa:  $\bar{\varphi}$  es una función de preferencia de  $\bar{P}$  si y sólo si la función  $\varphi$ , definido para  $x \in X$   $\varphi(x) = -\bar{\varphi}(r(x))$ , es una función de preferencia por  $P$ . Se deduce del Teorema 1 que  $\bar{\varphi} \rightarrow \mathbb{R}$  función de preferencia por  $\bar{P}$  si y sólo si la función  $\varphi(x) = -\bar{\varphi}(r(x))$  satisface los axiomas (A.1)-(A3), y en virtud de (4.14) con  $\psi$  sustituye por  $\bar{\varphi}$ , dado  $x, y \in X$ , tenemos:

$$\bar{\varphi}(x) > \bar{\varphi}(y) \text{ si sólo si } \varphi(x') > \varphi(y'), \quad \text{donde } x' = r(y) \text{ y } y' = r(x).$$

Así, en sustitución de  $x$  por  $r(y)$  e  $y$  por  $r(x)$  en axiomas (A.1)-(A.3) y teniendo en cuenta la igualdades (4.11) y (4.12), obtenemos lo siguiente (doble) axiomas para function  $\bar{\varphi}$ . Axiomas (A.1) y (A.2) siguen siendo los mismos, porque las condiciones “ $\bar{v}(x) = \bar{v}(y)$ ” y “ $v(x) = v(y)$ ” son equivalentes, y si  $x \succ y$ , a continuación,  $r(y) \succ r(x)$ , y así,  $\varphi(r(y)) > \varphi(r(x))$  implica  $\bar{\varphi}(x) > \bar{\varphi}(y)$ . El doble tercer axioma asume la forma siguiente:

( $\bar{A}.3$ ) (no compensatorio doble umbral y contracción): para cada entero  $3 \leq k \leq m$  satisface la siguiente condición

( $\bar{A}.3.k$ ) Si  $x, y \in X$ ,  $v_j(x) = v_j(y)$  para todo  $k + 1 \leq j \leq m$  (si  $k = m$ , esta condición está ausente),  $v_k(y) + 1 = v_k(x) \neq V_k(x)$ ,  $V_{k-2}(y) = 0$  y  $V_{k-1}(x) = v_1(x)$ , entonces  $\bar{\varphi}(x) > \bar{\varphi}(y)$ .

Las observaciones anteriores llevan al siguiente corolario del teorema 1.

**Teorema 5.0.3** *Una función de decisión social  $\bar{\varphi}: X \rightarrow \mathbb{R}$  satisface los axiomas (A.1), (A.2) y (A.3) si sólo si es coherente con la familia de las clases de equivalencia de orden débil  $\bar{P}$  sobre  $X$  generados por la regla doble umbral  $\bar{v}(y) \angle \bar{v}(x)$  en  $\mathbb{R}^{m-1}$ .*

# Conclusiones

En el capítulo 4 se utilizó la definición de injusticia electoral, para cada par de partidos que han participado en las elecciones de diputados efectuadas en Venezuela entre los años 1935 hasta 2009. En cada una de estas elecciones se han observado algunos detalles tales como, la porción representativa de los partidos, el número de partidos, el número de votos y escaños que han recibido, la variación de la población electoral a través del tiempo y por supuesto los resultados de la injusticia electoral para cada par de partidos, que permiten llegar a las siguientes conclusiones:

Cuando se calculó la injusticia electoral para dos partidos arbitrarios, se obtuvieron resultados positivos o nulos, es decir, para dos partidos  $i, j$  se tiene  $D_{ij} \geq 0$ .

En el caso que la injusticia es mayor que cero, significa que el partido  $i$  tiene mayor porción representativa que el partido  $j$ , esto implica que el partido  $i$  ha sido más beneficiado en la repartición de escaños.

Para el caso donde la injusticia es igual a cero, pueden ocurrir dos situaciones. La primera, ambos partidos no obtuvieron escaños y la segunda, ambos partidos obtuvieron escaños y tienen igual porción representativa, en este caso, la repartición para ambos partidos resulta ser justa.

Para todo partido  $i$ , se obtuvo  $\frac{e_i}{V_i} \geq 0$ . Cuando la porción representativa es igual a cero, significa que el partido  $i$  no obtuvo escaños.

En el caso que resulta positiva y se aleja de cero, implica que cada escaño obtenido por el partido  $i$  representa pocos electores, pero si la porción representativa es positiva y se acerca a cero, significa que cada escaño representa mayor cantidad de electores.

No se pudo aplicar los métodos desarrollados en el capítulo 3, es decir, Hamilton, D'Hondt y Webster, en las elecciones de Diputados desde 1935 a 2009, porque no se cuenta con la información suficiente y detallada en las elecciones de cada año.

Es difícil la estandarización de los resultados dado la variación en número y tipo de partidos participantes, obviamente debido a la naturaleza de la actividad.

La repartición de los escaños varía según el método de reparto que se utilice. Algo similar ocurre cuando se tiene un conjunto finito de alternativas, el grado de preferencia de cada alternativa varía dependiendo la regla de decisión social que se aplique.

# Bibliografía

- [1] Aizerman M, Aleskerov F (1995). *Theory of Choice*. North-Holland, Amsterdam.
- [2] Aleskerov F (1999). *Arrovian Aggregating Models*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [3] Aleskerov FT, Chistyakov VV (2008). *Aggregating m-graded preferences: axiomatics and algorithms*. Talk at the 9th International Meeting of the Society for Social Choice and Welfare. Montreal, Concordia University, Canada, June 19-22, 2008.
- [4] Aleskerov FT, Chistyakov VV, Kalyagin VA (2010). *Social threshold aggregations*. Leverhulme Trust sponsored 2010 Voting Power in Practice workshop held at Chateau du Baffy, Normandy, July 30 - August 2, 2010.
- [5] Aleskerov FT, Yakuba VI (2003). *A method for aggregation of rankings of special form*. Abstracts of the 2nd Intern Confer on Control Problems. (IPU RAN, Moscow, Russia): p 116.
- [6] Aleskerov FT, Yakuba VI (2007). *A method for threshold aggregation of three-graded rankings*. Dokl Math 75: 322-324. [Russian original: Dokl Akad Nauk 413: 181-183].
- [7] Aleskerov F, Yakuba V, Yuzbashev D (2007). *A 'threshold aggregation' of three-graded rankings*. Math Social Sci 53: 106-110.
- [8] *Alexander Hamilton*. [Documento en línea].  
Disponibile: [http://es.wikipedia.org/wiki/Alexander\\_Hamilton](http://es.wikipedia.org/wiki/Alexander_Hamilton).
- [9] Anduiza Eva y Bosch Agustí. (2004). *Comportamiento Político y Electoral*. Primera edición, Editorial Ariel S.A. Barcelona.
- [10] Arrow K.; (1963). *Social Choice and Individual Values*. Segunda edición, Yale University Press.

- [11] Cabrera Elery, Yépez Germán y Suárez Naudy. (1991). *Democracia y Voto en Venezuela*. Italgráfica, Consejo Supremo Electoral, Caracas.
- [12] Chistyakov VV, Kalyagin VA (2008). *A model nocompnsatory aggregation with an arbitrary collection of grades*. Dokl Math 78: 617-620 [Russian original: Dokl Akad Nauk 421: 607-610].
- [13] *Constituciones de Venezuela*. [Documento en línea].  
Disponibile: <http://www.fakemink.com/1947.html>.
- [14] *Constitución de la República de Venezuela*. 1961.
- [15] *Constitución de la República Bolivariana de Venezuela*. 1999.
- [16] *Cronología Electoral de Venezolana Siglo XX (Tomo I al IV)*. 2009.
- [17] *¿Cuál es el Mejor Método de Cocientes en la repartición de escaños? 2004*. [Documento en línea].  
Disponibile: <http://www.grupoescalar.com/download/Mejor%20Metodo%20de%20cocientes.pdf>.
- [18] *Daniel Webster*. [Documento en línea].  
Disponibile: [http://es.wikipedia.org/wiki/Daniel\\_Webster](http://es.wikipedia.org/wiki/Daniel_Webster).
- [19] *Edward Vermilye Huntington*. [Documento en línea].  
Disponibile: [http://es.wikipedia.org/wiki/Edward\\_Vermilye\\_Huntington](http://es.wikipedia.org/wiki/Edward_Vermilye_Huntington).
- [20] Fishburn PC (1973). *The Theory of Social Choice*. Princeton University Press, Princeton NJ.
- [21] *Informe Teorema de Arrow*. [Documento en línea].  
Disponibile: [http://es.wikipedia.org/wiki/Paradoja\\_de\\_Arrow](http://es.wikipedia.org/wiki/Paradoja_de_Arrow).
- [22] *Ley Orgánica de Procesos Electorales*. 2009.
- [23] *Ley Orgánica de Sufragio y Participación Política*. 2007.
- [24] Martelo, Mercedes. (1987). *Propaganda Política Partidos y Sistemas Electorales*. Segunda edición, Publicaciones del Consejo Supremo Electoral, Caracas.
- [25] *Matemática Electoral: El Problema de la Distribución de Escaños en el Sistema Electoral Colombiano*. [Documento en línea].  
Disponibile: [http://www.matematicas.unal.edu.co/academia/programas/documentos\\_tesis/1-2007/17.pdf](http://www.matematicas.unal.edu.co/academia/programas/documentos_tesis/1-2007/17.pdf).

- [26] Navas B. Alberto. (1993). *Las Elecciones Presidenciales en Venezuela del Siglo XIX (1830-1854)*. Italgráfica, Academia Nacional de la Historia, Caracas.
- [27] Nohlen, Dieter. (1995). *Elecciones y Sistemas Electorales*. Tercera edición, Editorial Nueva Sociedad, Caracas.
- [28] *Sistemas Electorales*. [Documento en línea].  
Disponibile: [http://www.mat.uab.cat/matmat/PDFv2007/v2007n07\\_tr.pdf](http://www.mat.uab.cat/matmat/PDFv2007/v2007n07_tr.pdf).
- [29] *Sistemas Electorales*. [Documento en línea].  
Disponibile: [http://www.uam.es/personal\\_pdi/ciencias/barcelo/sistemas.html](http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/sistemas.html).
- [30] *Thomas Jefferson*. [Documento en línea].  
Disponibile: [http://es.wikipedia.org/wiki/Thomas\\_Jefferson](http://es.wikipedia.org/wiki/Thomas_Jefferson).
- [31] *Un Sistema Parlamentario Proporcional y Representativo*. [Documento en línea].  
Disponibile: [http://www.mat.puc.cl/archivos/File/sistprop\\_vf.pdf](http://www.mat.puc.cl/archivos/File/sistprop_vf.pdf).
- [32] Young HP (1974). *An axiomatization of Borda's rule*. *Journal of Economic Theory* 9(1): 43-52.