



Universidad Central de Venezuela
Facultad de Ciencias
Escuela de Matemáticas

Modelos de análisis de criptomonedas basado en aprendizaje automático y series temporales

Trabajo Especial de Grado presentado ante
la ilustre Universidad Central de Venezuela
por el **Br. Miguel Andrés Porro Vargas** para optar al
título de Licenciado en Matemática.

Tutor: Dr. José Benito Hernández.


Co-tutor: Msc. Jesús Lares

Caracas, Julio del 2018

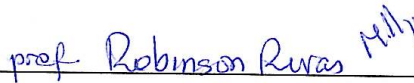
Nosotros, los abajo firmantes, designados por la Universidad Central de Venezuela como integrantes del Jurado Examinador del Trabajo Especial de Grado titulado "Modelos de análisis de criptomonedas basado en aprendizaje automático y series temporales", presentado por el Br. Miguel Andrés Porro Vargas, titular de la Cédula de Identidad 19.497.481, certificamos que este trabajo cumple con los requisitos exigidos por nuestra Magna Casa de Estudios para optar al título de Licenciado en Matemática.



Dr. José Benito Hernández
Tutor



Dra. Mairene Colina
Jurado



MSc. Jesús Lares
Jurado

Índice general

0.1. Resumen	II
0.2. Palabras Claves:	II
Introducción	1
1. Series Temporales y selección de modelos	4
1.1. Series de tiempo	4
1.2. Modelos Estadísticos para Series de Tiempo	5
1.3. Medidas de Dependencia: Autocorrelación y Correlación Cruzada	6
1.4. Series de Tiempo Estacionarias	7
1.5. Estimadores de Correlación	9
1.6. Modelos ARMA	10
1.6.1. Los Modelos Autoregresivos AR	10
1.6.2. Los modelos de promedio móvil MA	12
1.7. Modelos Autoregresivos de Promedio Móvil: ARMA	13
1.8. Modelos ARIMA	14
1.9. Funciones de Autocorrelación y Autocorrelación Parcial	17
1.9.1. Función de Autocorrelación (ACF)	17
1.9.2. Función de Autocorrelación Parcial (PACF)	18
1.10. Pronósticos	19
1.10.1. Pronósticos para Procesos ARMA	20

2. Aprendizaje Automático	22
2.1. Conceptos Básicos	23
2.2. Tipos de Aprendizaje Automático	24
2.2.1. Métodos de Aprendizaje Automático	24
2.3. Reglas de asociación	25
2.4. Algoritmo Apriori	27
3. Blockchain	29
3.1. ¿Qué es una Blockchain?	29
3.2. ¿Cómo funciona una red de Blockchain?	29
3.3. Características principales de Blockchain	30
3.4. Beneficios y casos de uso	31
3.5. Blockchain y Banca	31
3.6. Retos y conclusiones	34
4. Análisis y Resultados	35
4.1. Análisis de Series de Tiempo	37
4.1.1. Predicciones para el Bitcoin	38
4.1.2. Predicciones para el Litecoin	46
4.1.3. Predicciones del Bitcoin Cash	53
4.1.4. Predicciones del Ethereum	61
4.1.5. Predicciones del Ripple	68
4.2. Análisis de reglas de asociación	76
5. Conclusiones y Recomendaciones	80
A. Códigos Utilizados y Funciones	82
Apéndice A	82
Bibliografía	90

0.1. Resumen

Se desarrolló un modelo de análisis de criptomonedas basado en aprendizaje automático y series temporales para realizar pronósticos de precios de las mismas.

0.2. Palabras Claves:

Criptomonedas, Blockchain, series de tiempo, aprendizaje automático.

Principalmente le agradezco a Dios haberme guiado en mi vida.

A mis padres Miguel E. Porro y Mariela Vargas, por haber cuidado siempre de mi con los mejores consejos desde el inicio de mi vida, en este caso, especialmente a mi padre por haberme guiado en cada paso de mi carrera, cuidar de mi y ser el artífice de mi crecimiento profesional.

A mi tutor, el Dr. José Benito Hernández, por quien comencé a conocer las aplicaciones prácticas de mi carrera a la vida, siendo él quien dictara todas mis materias del área de probabilidades y estadística, demostrándonos que es un profesional excelente y una gran persona.

A mi amigo personal, Alfredo Quintana, quien es el responsable de introducirme en el área del análisis de datos.

Y a mi cotutor, el profesor Jesús Lares, cuyos consejos nos llevaron a decidir combinar la matemática y la computación como herramienta para la vida.

En los últimos años ha venido en crecimiento una opción que ha atraído el interés de los inversores y fondos que desean apostar en ella, ésta es las criptomonedas. Una criptomoneda no es más que una unidad digital de intercambio de valor utilizada para enviar y recibir pagos a través de ordenadores conectados entre sí, se utiliza el prefijo "cripto" haciendo referencia al sistema criptográfico mediante el que se crean, almacenan y transfieren las unidades o criptomonedas. Las también conocidas como criptodivisas son, esencialmente, software y funcionan a través de redes P2P en Internet. Podemos decir que es un nuevo concepto de dinero que funcionaría privadamente entre usuarios que lo poseen e intercambian entre sí. Pueden comprarse y cambiarse por dinero "tradicional" y cotizan en mercados donde se especula con su valor, como ocurre con las divisas comunes. También pueden ser creadas, en su mayoría, a través de un proceso informático que se llama "minado" o bien son repartidas; por analogía, los "mineros" son las personas que ceden el poder de computación de su ordenador a la red que da soporte a cada divisa, extrayendo, ("minando") criptomonedas como recompensa por prestar dicho poder de computo.

Motivado al auge creciente de inversión de capitales en las criptomonedas es que surge el interés de darle un enfoque matemático o científico a la predicción de precios de las criptomonedas, esto con el fin de optimizar el uso de los recursos, las inversiones y la toma de decisión en cuanto a la compra y venta de las mismas. Este estudio se basará en desarrollar técnicas de aprendizaje automático, series de tiempo y un modelo de pronóstico para la predicción de precios de las 5 criptomonedas de mayor capitalización en el mercado, hasta enero del 2018, de esta forma poder crear un modelo que nos ayude en la toma de decisiones, ya sea para el trading o intercambio, el cual se basa en comprar y vender entre las distintas criptomonedas a estudiar o para especular con el precio y generar rentabilidad, en donde determinar el momento idóneo para vender es crucial, y así lograr optimizar la ganancia.

Las criptomonedas o criptodivisas son un medio digital de intercambio, creadas en su mayoría sobre la base de un sistema llamado Blockchain, el cual no es más que una base de datos distribuida creada por cadenas de bloques para impedir su modificación una vez que algún dato esté y haya sido publicado, usando un sellado de tiempo confiable por el bloque anterior. Los primeros intentos de integración entre el dinero y la criptografía fueron hechos por **David Chaum**, con ECASH y DIGICASH, hoy día la más conocida es el Bitcoin, creado en 2009 por un empresario y científico australiano llamado **Craig Wright**, alias **Satoshi Nakamoto**, el cual con su invención, ha llamado la atención de un gran número de inversionistas en los últimos años. El atractivo fundamental de las criptomonedas está basado en múltiples factores, como la confianza, la rapidez y la seguridad, éstas les permiten a sus usuarios realizar una transacción comercial desde diferentes latitudes del mundo, países regidos por leyes diferentes, con monedas diversas y distintos bancos, en tan sólo minutos, a diferencia con los medios tradicionales de pago, donde dichas transacciones tardarían días, semanas o incluso

meses, dependiendo de las legislaciones de cada país y/o bancos. Otra de las muy importantes ventajas es la eliminación de intermediarios en las transacciones, de esta manera se reducen sustancialmente las comisiones por transferencia que cobran las entidades bancarias, en general, todo lo que se traduzca en ahorro genera atractivo para los usuarios. El factor más importante de todos es la seguridad, en los primeros años de vida de las criptomonedas fueron tiempos de prueba, tiempos en que el mundo va conociendo el nuevo lanzamiento, pero tratándose de dinero, el crecimiento inicial no fue tan rápido, ahora dado que en los últimos dos años el mundo está viendo que más personas e incluso empresas importantes se han sumado a invertir y aceptar pagos de este tipo, es allí donde viene el auge tan importante en la demanda de las criptomonedas, lo que se traduce en que la confianza en ellas ha venido en aumento. Para que tengamos idea de cuan segura es una criptomoneda, irrumpir la seguridad existente en una de ellas es matemáticamente posible, pero el costo para lograrlo sería inasumiblemente alto. Por ejemplo, un atacante que intentase quebrar el sistema de prueba de trabajo de Bitcoin necesitaría una potencia computacional mayor que el de todo el entramado de todos los mineros del sistema, y aún así, sólo tendría una probabilidad de éxito del 50 %, es decir, romper la seguridad de Bitcoin exigiría una capacidad superior a la de empresas tecnológicas del tamaño de Google, esto dicho por el mismo Google.

Hoy en día existen plataformas que facilitan la compra y venta de criptomonedas, tales como Coinbase, Uphold, bitstamp entre otras. En el caso particular de Uphold, llamó nuestra atención una aplicación llamada Heleum, la cual, se encarga de comprar y vender entre las diferentes criptomonedas para generarle al usuario un determinado porcentaje de ganancia, que en algunos casos oscila entre un 6 % y 8 % mensual.

Éste trabajo busca desarrollar un modelo de análisis de criptomonedas basado en aprendizaje automático y series temporales.

Para hacer posible el modelo de análisis, es importante identificar las fuentes de datos para proceder a la extracción de los mismos, datos históricos necesarios de las criptomonedas a estudiar. Explorar y limpiar los datos obtenidos para poder aplicar los algoritmos necesarios para la realización de este proyecto. Realizar un estudio y mostrar los algoritmos de series temporales y aprendizaje automático que mejor se adapten a nuestros requerimientos, para luego mostrar los resultados de los análisis realizados en el software estadístico R, tanto en aprendizaje automático como en series temporales.

Los capítulos a continuación, estarán compuestos de la siguiente manera:

1. **Series temporales y selección de modelos:** definición de serie de tiempo y sus componentes, medidas de dependencia, estimadores de correlación, modelos ARMA, ARIMA y sus pronósticos.
 2. **Aprendizaje Automático:** definiciones básicas, tipos de aprendizaje automático y sus métodos, reglas de asociación y el algoritmo Apriori.
 3. **Blockchain:** definición, funcionamiento, características, beneficios, casos de uso, retos y conclusiones
 4. **Análisis y resultados:** descripción detallada de los análisis realizados a las diferentes criptomonedas.
 5. **Conclusiones y recomendaciones:** conclusiones de los análisis realizados con las recomendaciones para trabajos futuros y aplicaciones.
 6. **Apéndice:** en ésta sección se mostraran las funciones y los códigos utilizados para los respectivos análisis.
-

Series Temporales y selección de modelos

En este capítulo, vamos a definir conceptos fundamentales con los que vamos a trabajar, como lo son las series de tiempo, las componentes de una serie de tiempo y qué es un modelo de serie de tiempo.

El análisis de series temporales, es motivado a que ellas desempeñan un papel fundamental en el análisis requerido para el pronóstico de eventos futuros.

1.1. Series de tiempo

Definición 1.1.1 *Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones X_t , cada una registrada a un tiempo específico t .*

En otras palabras, una serie de tiempo es una secuencia de observaciones, medidos en determinados momentos del tiempo, ordenados cronológicamente y espaciados entre sí de manera uniforme, por lo cual los datos usualmente son dependientes entre sí. El principal objetivo de una serie de tiempo, es su análisis para hacer pronósticos.

El análisis clásico de las series de tiempo, se basa en la suposición de que los valores que toma la variable de observación es la consecuencia de tres componentes, cuya actuación conjunta da como resultado los valores medidos, estas componentes son:

1. **Componente tendencia:** Se puede definir como un cambio a largo plazo que se produce en la relación al nivel medio, o el cambio a largo plazo de la media. La tendencia se identifica con un movimiento suave de la serie a largo plazo.

2. **Componente estacional:** Muchas series de tiempo presentan cierta periodicidad o dicho de otro modo, variación de cierto período (semestral, mensual, etc.). Por ejemplo las ventas al detalle en Puerto Rico aumentan por los meses de noviembre y diciembre por las festividades navideñas. Estos efectos son fáciles de entender y se pueden medir explícitamente o incluso se pueden eliminar de la serie de datos, a este proceso se le llama desestacionalización de la serie.
3. **Componente aleatoria:** Esta componente no responde a ningún patrón de comportamiento, sino que es el resultado de factores fortuitos o aleatorios que inciden de forma aislada en una serie de tiempo.

De las tres componentes anteriores las dos primeras son componentes determinísticos, mientras que la última es aleatoria. Así, se puede denotar la serie de tiempo como

$$X_t = T_t + E_t + \epsilon_t$$

donde T_t es la tendencia, E_t es la componente estacional y ϵ_t es la componente aleatoria.

1.2. Modelos Estadísticos para Series de Tiempo

Como principal objetivo en el análisis de series de tiempo, se tiene el desarrollo de modelos matemáticos que arrojen una descripción apropiada de los datos muestrales. Utilizaremos primeramente la definición de serie de tiempo.

Definición 1.2.1 *Un proceso estocástico es una familia de variables aleatorias indexadas $x(\omega, t)$ ó $x_t(\omega)$ donde t pertenece a un conjunto de índices T y ω pertenece a un espacio muestral Ω . Si $t = t^*$ fijo, $x(\omega, t^*)$ es una variable aleatoria. Si $\omega = \omega^*$ fijo, $x(\omega^*, t)$ es una función de t , y se llama una realización del proceso.*

NOTA: Una **serie de tiempo** es la realización de un proceso estocástico.

Ejemplo 1.2.1 Ruido Blanco.

Una manera sencilla de generar series de tiempo, puede ser considerando una sucesión de variables aleatorias no-correlacionadas, w_t con media 0 y varianza σ_w^2 . Las series de tiempo generadas de esta manera son usadas como modelos para ruido en aplicaciones de ingeniería, donde ellas son llamadas ruido blanco, denotaremos este proceso como $w_t \sim wn(0, \sigma_w^2)$. La designación blanco se origina de la analogía con luz blanca e indica que todos los posibles períodos de oscilación están presente con igual intensidad.

Ejemplo 1.2.2 Promedio móvil.

Un promedio móvil se construye sustituyendo cada valor de una serie por la media obtenida con esa observación y algunos de los valores inmediatamente anteriores y posteriores.

$$v_t = \frac{1}{3}(w_{t-1} + w_t + w_{t+1}), \quad (1.1)$$

Ejemplo 1.2.3 Autoregresión.

La ecuación siguiente representa una regresión o predicción del valor actual de X_t de una serie de tiempo como una función de los dos valores anteriores de la serie, y por consiguiente se sugiere el término Autoregresión.

$$X_t = X_{t-1} + kX_{t-2} + w_t. \quad (1.2)$$

1.3. Medidas de Dependencia: Autocorrelación y Correlación Cruzada

Definición 1.3.1 La función de media está definida como

$$\mu_{xt} = \mathbb{E}(x_t) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_t(x) dx, \quad (1.3)$$

en caso de que exista, \mathbb{E} denota el operador usual de esperanza.

En lo que sigue escribiremos μ_{xt} como μ_t .

Es importante comprender que μ_t consiste en que es una media teórica para la serie de tiempo en un punto particular, en donde la media se calcula sobre todos los posibles eventos que podrían haber producido X_t .

Definición 1.3.2 La función de autocovarianza es definida como producto del segundo momento

$$\gamma_x(s, t) = \mathbb{E}[(x_s - \mu_s)(x_t - \mu_t)], \quad (1.4)$$

para todo t y s . cuando no haya confusión en la existencia sobre a que serie nos referimos, escribiremos $\gamma_x(s, t) = \gamma(s, t)$.

Definición 1.3.3 La función de autocorrelación (ACF) se define como

$$\rho(s, t) = \frac{\gamma(s, t)}{\sqrt{\gamma(s, s)\gamma(t, t)}}. \quad (1.5)$$

La ACF mide la predictibilidad lineal de una serie de tiempo en tiempo t , digamos x_t usando solo el valor x_s .

Si podemos predecir x_t exactamente de x_s a través de la relación lineal $x_t = \beta_0 + \beta_1 x_s$ entonces la correlación será 1 cuando $\beta_1 > 0$ y -1 cuando $\beta_1 < 0$.

Definición 1.3.4 La función de covarianza cruzada entre dos series x_t y y_t se define como

$$\gamma_{xy}(s, t) = \mathbb{E}[(x_s - \mu_{x_s})(y_t - \mu_{y_t})]. \quad (1.6)$$

Definición 1.3.5 La función de correlación cruzada (CCF) es definida como

$$\rho_{xy}(s, t) = \frac{\gamma_{xy}(s, t)}{\sqrt{\gamma_x(s, s)\gamma_y(t, t)}}. \quad (1.7)$$

1.4. Series de Tiempo Estacionarias

Se dice que una serie de tiempo es estacionaria cuando su distribución y sus parámetros no varían con el tiempo. Así que las series temporales se pueden clasificar en:

1. **Estacionarias.** Una serie es estacionaria cuando es estable a lo largo del tiempo, es decir, cuando la media y la varianza son constantes en el tiempo. Esto se refleja gráficamente en que los valores de la serie tienden a oscilar alrededor de una media constante y la variabilidad con respecto a esa media también permanece constante en el tiempo.

- a) Una serie de tiempo **estrictamente estacionaria** es una serie para la cual el comportamiento probabilístico de cada sucesión de valores

$$\{x_{t_1}, x_{t_2}, \dots, x_{t_k}\}$$

es idéntico a la serie trasladada en el tiempo

$$\{x_{t_1+h}, x_{t_2+h}, \dots, x_{t_k+h}\}.$$

Esto es,

$$P\{x_{t_1} \leq c_1, \dots, x_{t_k} \leq c_k\} = P\{x_{t_1+h} \leq c_1, \dots, x_{t_k+h} \leq c_k\} \quad (1.8)$$

para todo $k = 1, 2, \dots$, todo puntos de tiempos t_1, t_2, \dots, t_k y números reales c_1, c_2, \dots, c_k y todo salto $h = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Esta versión de estacionaridad es muy fuerte para la mayoría de aplicaciones. Más aún, es difícil conseguir estricta estacionaridad en un conjunto sencillo de datos.

b) Una serie de tiempo **débilmente estacionaria** X_t , es un proceso de varianza finita tal que

- 1) la función de media μ_t , definida en (1.3) es constante y no depende del tiempo t , y
- 2) la función de covarianza, $\gamma(s, t)$, definida en (1.4) depende solo de las diferencias de s y t , $|s - t|$.

Por consiguiente, usaremos el término **estacionaridad** para referirnos a estacionaridad débil; si un proceso es estacionario en el sentido estricto usaremos el término estrictamente estacionario.

2. **No estacionarias.** Son series en las cuales la tendencia y/o variabilidad cambian en el tiempo. Los cambios en la media determinan una tendencia a crecer o decrecer a largo plazo, por lo que la serie no oscila alrededor de un valor constante.

Definición 1.4.1 La función de autocovarianza de una serie de tiempo estacionaria se escribirá como

$$\gamma(h) = \mathbb{E}[(x_{t+h} - \mu)(x_t - \mu)]. \quad (1.9)$$

Definición 1.4.2 La función de autocorrelación (ACF) de una serie de tiempo estacionaria será escrita, usando (1.5) como

$$\rho(h) = \frac{\gamma(t+h, t)}{\sqrt{\gamma(t+h, t+h)\gamma(t, t)}} = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)}. \quad (1.10)$$

Por la desigualdad de Cauchy-Schwartz tenemos que $-1 \leq \rho(h) \leq 1$ para todo h .

1.5. Estimadores de Correlación

Definición 1.5.1 Sea x_1, x_2, \dots, x_n una muestra de una serie de tiempo. La **media muestral** de x_1, x_2, \dots, x_n es

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t. \quad (1.11)$$

Definición 1.5.2 La **función de autocovarianza muestral** se define como

$$\hat{\gamma}(h) = n^{-1} \sum_{t=1}^{n-h} (x_{t+h} - \bar{x})(x_t - \bar{x}) \quad (1.12)$$

con $\hat{\gamma}(-h) = \hat{\gamma}(h)$ para $h = 0, 1, \dots, n-1$.

Definición 1.5.3 La **función de autocorrelación muestral** se define como

$$\hat{\rho}(h) = \frac{\hat{\gamma}(h)}{\hat{\gamma}(0)}. \quad (1.13)$$

Definición 1.5.4 El estimador para la función de covarianza cruzada $\gamma_{xy}(h)$ es la **función de covarianza cruzada muestral** definida como

$$\hat{\gamma}_{xy}(h) = n^{-1} \sum_{t=1}^{n-h} (x_{t+h} - \bar{x})(y_t - \bar{y}) \quad (1.14)$$

donde $\hat{\gamma}_{xy}(-h) = \hat{\gamma}_{yx}(h)$ determina la función para saltos negativos, y la **función de correlación cruzada muestral** está dada por

$$\hat{\rho}_{xy}(h) = \frac{\hat{\gamma}_{xy}(h)}{\sqrt{\hat{\gamma}_x(0)\hat{\gamma}_y(0)}}. \quad (1.15)$$

1.6. Modelos ARMA

Los modelos ARMA deben su nombre a sus siglas en inglés, Auto Regressive Moving Average, ó Modelos Autoregresivos de Promedio Móvil.

En el caso de series de tiempo, es deseable permitir que la variable dependiente sea influenciada por los valores pasados de las variables independientes y posiblemente por sus propios valores pasados. Si el presente puede ser modelado plausiblemente en términos de sólo los valores pasados de las entradas independientes, tenemos la atractiva posibilidad de que la predicción será posible.

1.6.1. Los Modelos Autoregresivos AR

Una parte de las series de tiempo económicas y financieras suelen ser caracterizadas por los modelos autoregresivos (AR). Entre los principales ejemplos en las finanzas tenemos la valoración de precios y de dividendos, las tasas reales de cambio, tasas de interés y los diferenciales de tipos de interés.

Los modelos autoregresivos están basados en la idea de que el valor actual de la serie x_t se puede explicar como una función de p valores pasados $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-p}$ donde p determina el número de pasos necesarios para predecir el valor actual.

Definición 1.6.1 *Un modelo autoregresivo de orden p , abreviado $AR(p)$, es de la forma*

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + w_t \quad (1.16)$$

donde x_t es estacionario, $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ son constantes ($\phi_p \neq 0$). A menos que se declare lo contrario, se asume que w_t es un ruido blanco gaussiano de media cero y varianza σ_w^2 . La media de x_t en (1.16) es cero. Si la media μ de x_t no es cero, reemplazamos x_t por $x_t - \mu$ en (1.16), es decir

$$x_t - \mu = \phi_1 (x_{t-1} - \mu) + \phi_2 (x_{t-2} - \mu) + \dots + \phi_p (x_{t-p} - \mu) + w_t,$$

o escribimos

$$x_t = \alpha + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + w_t \quad (1.17)$$

donde $\alpha = \mu(1 - \phi_1 + \dots + \phi_p)$.

Definición 1.6.2 *El operador autoregresivo se define como*

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p. \quad (1.18)$$

Iniciaremos el estudio de los modelos AR considerando el modelo de primer orden AR(1), el cual es dado por $x_t = \phi x_{t-1} + w_t$. Iterando el operador de cambio k veces, obtenemos

$$\begin{aligned} x_t &= \phi x_{t-1} + w_t = \phi(\phi x_{t-2} + w_{t-1}) + w_t \\ &= \phi^2 x_{t-2} + \phi w_{t-1} + w_t \\ &\vdots \\ &= \phi^k x_{t-k} + \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j w_{t-j}. \end{aligned}$$

Este método sugiere que por iteración continua del operador de cambio, siempre que $|\phi| < 1$ y x_t sea estacionario, podemos representar un modelo AR(1) como un proceso lineal dado por ¹

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j w_{t-j}. \quad (1.19)$$

El proceso AR(1) definido en (1.19) es estacionario con media

$$\mathbb{E}(x_t) = \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j \mathbb{E}(w_{t-j}) = 0,$$

y función de autocovarianza

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= \text{cov}(x_{t+h}, x_t) = \mathbb{E} \left[\left(\sum_{j=0}^{\infty} \phi^j w_{t+h-j} \right) \left(\sum_{k=0}^{\infty} \phi^k w_{t-k} \right) \right] \\ &= \sigma_w^2 \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j \phi^{j+h} = \sigma_w^2 \phi^h \sum_{j=0}^{\infty} \phi^{2j} = \frac{\sigma_w^2 \phi^h}{1 - \phi^2}, \quad h \geq 0. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Recuerde que $\gamma(h) = \gamma(-h)$ de modo que sólo presentamos la función de autocovarianza para $h \geq 0$.

De (1.20) la **ACF de un modelo AR(1)** es

$$\rho(h) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} = \phi^h, \quad h \geq 0, \quad (1.21)$$

y $\rho(h)$ satisface la recursión

$$\rho(h) = \phi \rho(h-1), \quad \text{con } h = 1, 2, \dots \quad (1.22)$$

¹Note que $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E} \left(x_t - \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j w_{t-j} \right)^2 = \lim_{k \rightarrow \infty} \phi^{2k} \mathbb{E}(x_{t-k}^2) = 0$, de modo que (1.19) existe en el sentido de media cuadrado.

1.6.2. Los modelos de promedio móvil MA

Es un modelo alternativo y de gran utilidad en la modelación de series en finanzas, el cual denotaremos por MA por sus siglas en inglés (moving-average).

Contrastando con la representación autoregresiva en la cual x_t del lado izquierdo de la ecuación se asume como una combinación lineal, en los modelos de promedio móvil de orden q , MA(q), asumimos el ruido blanco w_t del lado derecho de la ecuación, que los define como una combinación lineal de los datos observados.

Definición 1.6.3 *El modelo de promedio móvil de orden q o modelo MA(q), se define como*

$$x_t = w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-2} + \cdots + \theta_q w_{t-q}, \quad (1.23)$$

donde hay q pasos en el promedio móvil y $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ ($\theta_q \neq 0$) son parámetros.

El ruido w_t se asume como un ruido blanco gaussiano.

Podemos también escribir el proceso MA(q) en la forma equivalente

$$x_t = \theta(B)w_t, \quad (1.24)$$

usando la siguiente definición.

Definición 1.6.4 *El operador de promedio móvil es*

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \cdots + \theta_q B^q. \quad (1.25)$$

En contraste con el proceso autoregresivo, el proceso de promedio móvil es estacionario para cada valor de los parámetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$.

Ejemplo 1.6.1 Autocorrelación y camino muestral de un proceso MA(1)

Considere el modelo MA(1) $x_t = w_t + \theta w_{t-1}$. Entonces

$$\gamma(h) = \begin{cases} (1 + \theta^2)\sigma_w^2, & h = 0 \\ \theta\sigma_w^2, & h = 1 \\ 0, & h > 1 \end{cases}$$

y la función de autocorrelación ACF viene dada por

$$\rho(h) = \begin{cases} \frac{\theta}{(1+\theta^2)}, & h = 1 \\ 0, & h > 1. \end{cases}$$

Note que $|\rho(1)| \leq 1/2$ para todo valor de θ . También, x_t está correlacionado con x_{t-1} pero no con x_{t-2}, x_{t-3}, \dots . Contraste esto con el caso del modelo AR(1) en el cual la correlación entre x_t y x_{t-k} nunca es cero.

1.7. Modelos Autoregresivos de Promedio Móvil: ARMA

Es claro que los modelos considerados en las secciones anteriores, AR y MA, pueden ser de gran utilidad en la modelización de determinadas series de datos en diversos campos de conocimientos. Sin embargo, en la práctica, concretamente en finanzas, puede ser necesario considerar modelos cuyos ordenes pueden arrojar complicaciones, motivado por el gran número de parámetros que se requieren para describir de manera adecuada la estructura dinámica de los datos. Una manera de solventar este inconveniente es considerar un tipo de proceso que conjugue las propiedades de los modelos AR y MA en una expresión más compacta, que permita la reducción de parámetros a ser considerados.

Dicho proceso es conocido con el nombre de proceso autorregresivo de medias móviles y denotado por ARMA. Los modelos ARMA se obtienen como combinación de modelos autorregresivos y de medias móviles.

Definición 1.7.1 Una serie de tiempo $\{x_t; t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ es un **proceso autoregresivo de promedio móvil**, denotado **ARMA(p,q)**, si es estacionario y

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t-p} + w_t + \theta_1 w_{t-1} + \dots + \theta_q w_{t-q} \quad (1.26)$$

con $\phi_p \neq 0, \theta_q \neq 0$ y $\sigma_w^2 > 0$. Los parámetros p y q son llamados ordenes autoregresivos y de promedio móvil respectivamente. Si x_t tiene media μ distinta de cero, hacemos $\alpha = \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)$ y escribimos el modelo como

$$x_t = \alpha + \phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t-p} + w_t + \theta_1 w_{t-1} + \dots + \theta_q w_{t-q}. \quad (1.27)$$

A menos que se declare lo contrario, $\{w_t; t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ es una sucesión de ruido blanco gaussiano.

Como se mostró anteriormente, cuando $q = 0$, el modelo es llamado modelo autoregresivo de orden p , $AR(p)$, y cuando $p = 0$ el modelo es llamado modelo de promedio móvil de orden q , $MA(q)$. Como ayuda en la investigación de los modelos ARMA, será útil escribir estos usando el operador AR (1.18) y el operador MA (1.25). En particular el modelo ARMA(p,q) en (1.26) se puede escribir en forma concisa como

$$\phi(B)x_t = \theta(B)w_t. \quad (1.28)$$

Definición 1.7.2 Un modelo ARMA(p,q), $\phi(B)x_t = \theta(B)w_t$, se dice que es **causal** si la serie de tiempo $\{x_t : t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ se puede escribir como un proceso lineal de un lado

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j w_{t-j} = \psi(B)w_t \quad (1.29)$$

donde $\psi(B) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j$ y $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j| < \infty$; haciendo $\psi_0 = 1$.

Definición 1.7.3 Un modelo ARMA(p,q), $\phi(B)x_t = \theta(B)w_t$ se dice **invertible** si la serie de tiempo $\{x_t : t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ se puede escribir como

$$\pi(B)x_t = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j x_{t-j} = w_t \quad (1.30)$$

donde $\pi(B) = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j B^j$ y $\sum_{j=0}^{\infty} |\pi_j| < \infty$; hacemos $\pi_0 = 1$.

1.8. Modelos ARIMA

Los modelos econométricos contemplan de forma explícita la información que aportan las variables causales del fenómeno de interés, de acuerdo con una determinada teoría económica. Una ventaja de este modelo consiste en que los resultados que se generan son más eficientes y poseen mayor poder explicativo que los modelos univariados. Sin embargo, en estos modelos, cuando se desea realizar predicciones, el desconocimiento de los valores de las variables explicativas en el futuro, determina la necesidad de utilizar predicciones para éstas, lo cual incrementa el nivel de incertidumbre con que se realiza la predicción econométrica. Por otra parte,

cuando el futuro puede suponer una alteración de tendencias de comportamiento respecto al pasado reciente, es recomendable utilizar estos modelos para predecir a mediano plazo (1 a 5 años), por lo cual nos resultarán de gran ayuda.

Ya hemos discutido la importancia de los modelos ARMA para representar series estacionarias. Una generalización de estos modelos, que incorporan un amplio rango de series no estacionarias, es proporcionado por los procesos ARIMA, es decir, procesos que se reducen a procesos ARMA cuando se los diferencia infinitamente muchas veces. terminológicamente hablando: decimos que Y_t está integrado de orden 1, $I(1)$, porque tiene que ser diferenciado una vez para obtener una serie temporal estacionaria. En general, una serie puede ser $I(d)$, si debe ser diferenciada "d" veces para obtener una serie estacionaria.

Definición 1.8.1 Si d es un entero no negativo, entonces X_t es un proceso ARIMA (p, d, q) si

$$Y_t := (1 - B)^d X_t, \quad (1.31)$$

es un proceso ARMA causal (p, q) .

Esta definición significa que X_t satisface una ecuación en diferencia de la forma

$$\phi^*(B)X_t \equiv \phi(B)(1 - B)^d X_t = \theta(B)Z_t, \quad (1.32)$$

donde $Z_t \sim WN(0, \sigma^2)$, $\phi(z)$ y $\theta(z)$ son polinomios de grados p y q , respectivamente, y $\phi(z) \neq 0$ para $|z| \leq 1$. El polinomio $\phi^*(z)$ tiene un cero de orden d en $z = 1$. El proceso X_t es estacionario si y solo si $d = 0$, en cuyo caso se reduce a un proceso ARMA (p, q) . Tenga en cuenta que si $d \geq 1$, podemos agregar una tendencia polinómica arbitraria de grado $(d-1)$ a X_t sin violar la ecuación de diferencia (1.31). Los modelos ARIMA son, por lo tanto, útiles para representar datos con tendencia.

Sin embargo, los procesos ARIMA también pueden ser apropiados para modelar series sin tendencia.

NOTA: Para trabajar con los modelos ARMA y ARIMA nuestra serie de tiempo necesariamente debe ser estacionaria.

Definición 1.8.2 *Suavizado Logarítmico: Consta de tomarle el Logaritmo en base 10 o logaritmo neperiano a los datos para alisar o suavizar la serie de tiempo.*

Las desviaciones de la estacionariedad pueden ser sugeridas por el gráfico de la serie misma o por la función de autocorrelación de muestra o ambos.

Prueba de Dickey-Fuller:

La Prueba de Dickey-Fuller busca determinar la existencia o no de raíces unitarias en una serie de tiempo. La hipótesis nula de esta prueba es que existe una raíz unitaria en la serie.

Esta prueba contrasta la hipótesis nula de existencia de una raíz unitaria contra la alternativa de que no existen raíces unitarias. Para verificar la existencia de una raíz unitaria en un proceso AR(p), se lleva a cabo la siguiente prueba:

$$H_0 : \rho = 1 \quad \text{versus} \quad H_a : \rho < 1 \quad (1.33)$$

aplicando la regresión

$$X_t = c_t + \rho X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \phi_i \Delta X_{t-i} + \epsilon_t, \quad (1.34)$$

donde c_t es una función determinista del tiempo t y $\Delta X_j = X_j - X_{j-1}$ es la serie de diferencias de X_t usada para aproximar la estructura ARMA de los errores, y el valor de ρ se fija de modo que el error ϵ_t sea correlacionado serialmente. En la práctica, c_t puede ser cero o una constante o bien $c_t = w_0 + w_1 t$. El ADF se basa en las estimaciones de mínimos cuadrados de (1.34) y está dado por

$$ADF - Test = \frac{\hat{\rho} - 1}{std(\hat{\rho})}, \quad (1.35)$$

donde $\hat{\rho}$ denota el valor estimado por mínimos cuadrados de ρ y $std(\hat{\rho})$ su desviación estandar.

Fundamento econométrico de la prueba: En un simple modelo autorregresivo de orden (1):

$$X_t = \rho X_{t-1} + \epsilon_t. \quad (1.36)$$

Donde X_t es la variable de interés, t es el índice de tiempo, ρ es un coeficiente, y ϵ_t es el término de error. La raíz unitaria está presente si $\rho = 1$. En este caso, el modelo no sería estacionario.

Mientras el valor de ρ sea más cercano a cero se considerará más estacionaria la serie.

1.9. Funciones de Autocorrelación y Autocorrelación Parcial

1.9.1. Función de Autocorrelación (ACF)

Iniciemos mostrando la ACF de un proceso MA(q) $x_t = \theta(B)w_t$, donde $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q$. Dado que x_t es una combinación lineal de términos de ruido blanco, el proceso es estacionario con media

$$\mathbb{E}(x_t) = \sum_{j=0}^q \theta_j \mathbb{E}(w_{t-j}) = 0,$$

donde podemos escribir $\theta_0 = 1$, y la función de autocovarianza es

$$\begin{aligned} \gamma(h) = \text{cov}(x_{t+h}, x_t) &= \mathbb{E} \left[\left(\sum_{j=0}^q \theta_j w_{t+h-j} \right) \left(\sum_{k=0}^q \theta_k w_{t-k} \right) \right] \\ &= \begin{cases} \sigma_w^2 \sum_{j=0}^{q-h} \theta_j \theta_{j+h}, & \text{si } 0 \leq h \leq q \\ 0, & \text{si } h > q. \end{cases} \end{aligned} \quad (1.37)$$

La ACF de un MA(q):

$$\rho(h) = \begin{cases} \frac{\sum_{j=0}^{q-h} \theta_j \theta_{j+h}}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2}, & \text{si } 1 \leq h \leq q \\ 0, & \text{si } h > q. \end{cases} \quad (1.38)$$

Para un modelo ARMA(p,q) causal $\phi(B)x_t = \theta(B)w_t$, donde los ceros de $\phi(z)$ están fuera del círculo unitario, podemos escribir

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j w_{t-j}.$$

Se sigue inmediatamente que $\mathbb{E}(x_t) = 0$. También, la función de autocovarianza de x_t se puede escribir como

$$\gamma(h) = \text{cov}(x_{t-h}, x_t) = \sigma_w^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+h}, \quad h \geq 0. \quad (1.39)$$

Una ecuación general homogénea para la ACF de un proceso ARMA causal:

$$\gamma(h) - \phi_1 \gamma(h-1) - \dots - \phi_p \gamma(h-p) = 0, \quad h \geq \max(p, q+1) \quad (1.40)$$

con condiciones iniciales

$$\gamma(h) - \sum_{j=1}^p \phi_j \gamma(h-j) = \sigma_w^2 \sum_{j=h}^q \theta_j \psi_{j-h}, \quad 0 \leq h < \max(p, q+1). \quad (1.41)$$

Dividiendo (1.40) y (1.41) por $\gamma(0)$ nos permite resolver la ACF $\rho(h) = \gamma(h) / \gamma(0)$.

1.9.2. Función de Autocorrelación Parcial (PACF)

Vimos en (1.38) que para un modelo MA(q) La ACF será cero para pasos mayores que q . Más aún, dado que $\theta_q \neq 0$, la ACF no es cero en paso q . Por lo tanto, la ACF proporciona una cantidad considerable de información sobre el orden de dependencia, cuando el proceso es un proceso de promedio móvil. Si el proceso, sin embargo, es ARMA o AR, la ACF solo nos dice un poco sobre el orden de dependencia. Por lo tanto, vale la pena buscar una función que se comporte como la ACF de los modelos MA, pero para los modelos AR, esta será la función de autocorrelación parcial.

Definición 1.9.1 La función de autocorrelación parcial (PACF) de un proceso estacionario x_t denotada ϕ_{hh} , para $h = 1, 2, \dots$, es

$$\phi_{11} = \text{corr}(x_1, x_0) = \rho(1) \tag{1.42}$$

y

$$\phi_{hh} = \text{corr}(x_h - x_h^{h-1}, x_0 - x_0^{h-1}) \text{ para } h \geq 2. \tag{1.43}$$

Tanto $(x_h - x_h^{h-1})$ como $(x_0 - x_0^{h-1})$ son no-correlacionados con $\{x_1, x_2, \dots, x_{h-1}\}$.

Por estacionaridad, la PACF ϕ_{hh} es la correlación entre x_t y x_{t-h} con la dependencia lineal $\{x_{t-1}, \dots, x_{t-(h-1)}\}$ removida en cada uno.

Si el proceso x_t es gaussiano, entonces $\phi_{hh} = \text{corr}(x_t, x_{t-h} | x_{t-1}, \dots, x_{t-(h-1)})$. Esto es, ϕ_{hh} es el coeficiente de correlación entre x_t y x_{t-h} en la distribución bivariada de (x_t, x_{t-h}) condicionada por $\{x_{t-1}, \dots, x_{t-(h-1)}\}$.

En la siguiente sección discutiremos los métodos para calcular la PACF. La PACF para los modelos MA se comporta como el ACF para los modelos AR. También, la PACF para modelos AR se comporta como la ACF para modelos MA. Debido a que un modelo ARMA invertible tiene una representación AR infinita, la PACF no tendrá corte. Resumimos estos resultados en el Cuadro 1.1

	AR(p)	MA(q)	ARMA(p,q)
ACF	Disminución gradual	Corte después de paso q	Disminución gradual
PACF	Corte después de paso q	Disminución gradual	Disminución gradual

Cuadro 1.1: Comportamiento de la ACF y la PACF para modelos ARMA causal e invertible

1.10. Pronósticos

El objetivo principal de un pronóstico, es predecir los valores futuros de una serie de tiempo x_{n+m} , $m = 1, 2, \dots$ basado en los valores de la serie observados hasta el tiempo actual $\mathbf{x} = \{x_n, x_{n-1}, \dots, x_1\}$. En esta sección asumiremos que x_t es estacionario y que los parámetros del modelo son conocidos.

El mínimo del error cuadrático medio del predictor x_{n+m} es

$$x_{n+m}^n = \mathbb{E}(x_{n+m} | x_n, x_{n-1}, \dots, x_1)$$

porque la esperanza condicional minimiza el error cuadrático medio

$$\mathbb{E}[x_{n+m} - g(\mathbf{x})]^2 \quad (1.44)$$

donde $g(\mathbf{x})$ es una función de las observaciones \mathbf{x} .

Primero, nos restringiremos a los predictores que son función lineal de los datos, esto es, predictores de la forma

$$x_{n+m}^n = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k x_k \quad (1.45)$$

donde $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ son números reales. Los predictores lineales de la forma (1.45) que minimizan el error cuadrático medio del predictor (1.44) son llamados el **mejor predictor lineal (BLP's)**.

Propiedad del Mejor Predictor Lineal para Procesos Estacionarios

Dada las observaciones x_1, x_2, \dots, x_n , el mejor predictor lineal $x_{n+m}^n = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k x_k$, de x_{n+m} para $m \geq 1$, se halla resolviendo

$$\mathbb{E}[(x_{n+m} - x_{n+m}^n)x_k] = 0, \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots \quad (1.46)$$

donde $x_0 = 1$.

Las ecuaciones especificadas en (1.46) son llamadas ecuaciones de predicción, y son usadas para resolver los coeficientes $\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n\}$. Si $\mathbb{E}(x_t) = \mu$, la primera ecuación ($k = 0$) de (1.46) implica

$$\mathbb{E}(x_{n+m}^n) = \mathbb{E}(x_{m+n}) = \mu.$$

Entonces, tomando esperanza en (1.45), tenemos

$$\mu = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \mu \quad \text{ó} \quad \alpha_0 = \mu \left(1 - \sum_{k=1}^n \alpha_k \right).$$

Por lo tanto, la forma del BLP es

$$x_{n+m}^n = \mu + \sum_{k=1}^n \alpha_k (x_k - \mu).$$

1.10.1. Pronósticos para Procesos ARMA

Las ecuaciones de predicción general (1.46) nos dan una pequeña intuición en el pronóstico de los modelos ARMA en general. Hay diferentes maneras de expresar estos pronósticos, y cada uno ayuda a entender la estructura especial de la predicción ARMA. A partir de ahora asumiremos que x_t es un proceso ARMA(p,q) causal e invertible $\phi(B)x_t = \theta(B)w_t$ donde $w_t \sim \text{iid}N(0, \sigma_w^2)$. En el caso de media distinto de cero, $\mathbb{E}(x_t) = \mu$, reemplazamos x_t por $x_t - \mu$ en el modelo.

Denotaremos el predictor de x_{n+m} basado en *infinitos valores pasados* como

$$\tilde{x}_{n+m} = \mathbb{E}(x_{n+m} | x_n, x_{n-1}, \dots).$$

La idea aquí, es que para muestras grandes \tilde{x}_{n+m} proveerá una buena aproximación de x_{n+m}^n .

Ahora, escribamos x_{n+m} en sus formas causal e invertible

$$x_{n+m} = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j w_{n+m-j}, \quad \psi_0 = 1, \quad (1.47)$$

$$w_{n+m} = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j x_{n+m-j}, \quad \pi_0 = 1. \quad (1.48)$$

Entonces, tomando esperanza condicional en (1.47), tenemos

$$\tilde{x}_{n+m} = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \tilde{w}_{n+m-j} = \sum_{j=m}^{\infty} \psi_j w_{n+m-j} \quad (1.49)$$

ya que por (1.48)

$$\tilde{w}_t \equiv \mathbb{E}(w_t | x_n, x_{n-1}, \dots) = \begin{cases} 0, & t > n \\ w_t, & t \leq n. \end{cases}$$

Similarmente, tomando esperanza condicional en (1.48), se tiene

$$0 = \tilde{x}_{n+m} + \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j \tilde{x}_{n+m-j}$$

o

$$\tilde{x}_{n+m} = - \sum_{j=1}^{m-1} \pi_j \tilde{x}_{n+m-j} - \sum_{j=m}^{\infty} \pi_j x_{n+m-j} \quad (1.50)$$

usando el hecho de que $\mathbb{E}(x_t | x_n, x_{n-1}, \dots) = x_t$ para $t \leq n$.

La predicción se consigue recursivamente usando (1.50) iniciando con un predictor de un paso $m = 1$ y continuando para $m = 2, 3, \dots$. Usando (1.50) podemos escribir

$$x_{n+m} - \tilde{x}_{n+m} = \sum_{j=0}^{m-1} \psi_j w_{n+m-j}$$

de modo que el error cuadrático medio de predicción se puede escribir como

$$P_{n+m}^n = \mathbb{E}(x_{n+m} - \tilde{x}_{n+m})^2 = \sigma_w^2 \sum_{j=0}^{m-1} \psi_j^2. \quad (1.51)$$

Aprendizaje Automático

En la actualidad desarrollar o adquirir sistemas de información transaccionales no debe ser el único fin de los departamentos de tecnología. Por el contrario, uno de los fines principales debe ser aprovechar todos los datos que se han acumulado durante años y utilizarlos para aportar valor real al negocio y generar una ventaja competitiva en el mercado.

El Aprendizaje Automático o mejor conocido como **Machine Learning** es un término que se escucha cada vez más con mayor frecuencia, dado que proporciona valor al negocio y arroja un nuevo uso y sentido a los datos con que cuentan las organizaciones.

A pesar de ser un término recientemente muy sonado y en ocasiones relacionado con el concepto de inteligencia artificial, lo cual de hecho, es bastante cierto, pues está catalogado como un subconjunto del mismo, sus inicios tienen raíces en los años 50 en el MIT. Hoy en día el aprendizaje automático está presente en muchas de las actividades que nos rodean, los asistentes de voz de Siri y Alexa, el reconocimiento facial de Facebook y Microsoft, las recomendaciones de Amazon y Netflix y la tecnología que evita que los vehículos autónomos se estrellen, son el resultado de los avances en el aprendizaje automático.

El término Machine Learning (Aprendizaje Automático) fue acuñado por **Arthur Samuel** en 1959, un pionero estadounidense en el campo de los juegos informáticos y la inteligencia artificial, afirmó que da a las computadoras la capacidad de aprender sin ser programadas explícitamente.

En 1997, **Tom Mitchell** dio una definición matemática y relacional a la que consideró como bien planteada, "se dice que un programa de computadora aprende de la experiencia E con respecto a alguna tarea T y alguna medida de rendimiento P , si su rendimiento en T , medido por P , mejora con la experiencia E ".

2.1. Conceptos Básicos

La Minería de Datos (Data Mining) es el estudio de la recolección, limpieza, procesamiento, análisis y obtención de información útil. Existe una amplia variación en términos de los dominios problemáticos, aplicaciones, formulaciones y representaciones de datos que se encuentran en aplicaciones reales. Por lo tanto, **Minería de datos** es un término general muy amplio que se utiliza para describir estos diferentes aspectos de procesamiento de datos.

Aprendizaje Automático es como ya hablamos, una rama de la Inteligencia Artificial cuyo objetivo principal es desarrollar técnicas que permitan a las computadoras aprender. Más concretamente, se trata de crear algoritmos capaces de generalizar comportamientos y reconocer patrones a partir de una información suministrada. Entonces podemos decir que es un proceso de inducción del conocimiento, en otras palabras, un método que permite obtener por generalización un enunciado general, a partir de enunciados que describen casos particulares.

Una vez observados todos los casos particulares, la inducción se considera completa, por lo que la generalización a la que da lugar se considera válida. Sin embargo, en la mayoría de los casos es imposible obtener una inducción completa, por cual, el enunciado a que da lugar queda sometido a cierto grado de incertidumbre y por lo tanto, no se puede considerar como un esquema de inferencia totalmente válido ni se puede justificar empíricamente. En muchas ocasiones el campo de actuación del aprendizaje automático se solapa con el de minería de datos, ya que las dos disciplinas están enfocadas en el análisis de datos, sin embargo el Aprendizaje Automático se centra más en el estudio de la complejidad computacional de los problemas con la intención de hacerlos factibles desde el punto de vista práctico, no únicamente teórico.

Basicamente, podríamos decir que una de las tareas del aprendizaje automático, es intentar extraer conocimiento sobre algunas propiedades no observadas de un objeto, basándonos en las propiedades que sí han sido observadas de ese mismo objeto, inclusive basándose en propiedades observadas en objetos similares. Esto significa, que podemos predecir un comportamiento futuro a partir de lo que ha ocurrido en el pasado. Un ejemplo de mucha actualidad sería, el de predecir si un determinado producto le va a gustar a un cliente, tomando en cuenta las valoraciones que ese mismo cliente ha hecho sobre otros productos que sí ha probado.

2.2. Tipos de Aprendizaje Automático

Entre los tipos de Aprendizaje Automático tenemos los siguientes:

1. **Supervisado:** se genera una función que establece una correspondencia entre las entradas y las salidas deseadas del sistema, donde la base de conocimientos del sistema está formada por ejemplos etiquetados a priori (es decir, ejemplos de los que sabemos su clasificación correcta). Este consta de dos fases, una de entrenamiento y una de prueba;
 - a) En la fase de entrenamiento se cuenta con un conjunto de datos que por lo general está entre el 60 % o 70 % del total de los datos disponibles, que son con los que se entrena al algoritmo para encontrar los patrones y relaciones en el conjunto de datos.
 - b) Posteriormente en la fase de prueba, se cuenta con un conjunto de datos de prueba entre el 40 % o 30 % del total de los datos disponibles, el cual sirve para validar el rendimiento del algoritmo.
2. **No supervisado:** es donde el proceso de modelado se lleva a cabo sobre un conjunto de ejemplos formados únicamente por entradas al sistema, sin conocer su clasificación correcta. Por lo que se busca que el sistema sea capaz de reconocer patrones para poder etiquetar las nuevas entradas.
3. **Semi supervisado:** es una combinación de los dos algoritmos anteriores, teniendo en cuenta ejemplos clasificados y no clasificados.

2.2.1. Métodos de Aprendizaje Automático

Existen diversos métodos de Aprendizaje Automático, A.A, los cuales se diferencian entre sí por el tipo de objeto que intentan predecir. A continuación se listan tres de los más usados para abordar una amplia gama de problemas.

1. **Regresión:** Intentan predecir un valor real. Por ejemplo, predecir el valor de la bolsa mañana a partir del comportamiento de la bolsa que está almacenado (datos pasados). Consiste en encontrar la mejor ecuación que atraviese de forma óptima un conjunto de puntos (n dimensiones). Se utiliza cuando la precisión no es crítica y el número de variables es pequeño.

Este método está considerado dentro del tipo de aprendizaje supervisado.

2. **Clasificación:** Intentan predecir la clasificación de objetos sobre un conjunto de clases prefijadas. Por ejemplo, clasificar si una determinada noticia es de deportes, entretenimiento, política, etc. Si sólo se permiten 2 posibles clases, entonces se llama clasificación binaria; si se permiten más de 2 clases, estamos hablando de clasificación multiclase. Ej: Identificar si un tumor es maligno o benigno, dado su tamaño y edad del paciente.

Este método también está considerado como aprendizaje supervisado.

3. **Agrupación:** Este método se utiliza cuando se necesitan clasificar las instancias de datos pero no se conocen previamente las categorías. Esta agrupación permite construir grupos (cluster) coherentes de instancias, teniendo en cuenta las variables del conjunto de datos. En palabras sencillas, permite encontrar qué se tiene en los datos. Por ejemplo se utiliza para la clasificación de personas dados sus genomas, clasificación de documentos, etc.

Está considerado como un tipo de aprendizaje no supervisado.

A continuación presentaremos uno de los algoritmos no supervisados más estudiados en el Aprendizaje Automático.

2.3. Reglas de asociación

Propuesto por Agrawal et al. en 1993, a pesar de no ser un algoritmo diseñado para estudiar datos numéricos, nos será de gran utilidad para encontrar y determinar patrones existentes entre las diferentes criptomonedas a estudiar. Su uso inicial fué para el análisis del carro de supermercado (Market Basket Analysis) para encontrar relaciones entre los distintos artículos en las compras. Para hacer posible la utilización de este algoritmo aplicado a nuestro caso (datos numéricos) deberemos hacer una transformación del conjunto de datos, a través de una función que explicaremos en el capítulo 4.

El objetivo principal de este algoritmo, es determinar qué operaciones se están realizando de manera conjunta, asociar de manera eficiente cuáles criptomonedas poseen comportamientos similares o identificar criterios de dependencia.

Definición 2.3.1 El soporte de un elemento I se define como la fracción de transacciones en la base de datos $T = T_1 \dots T_n$ que contienen I como un subconjunto. El soporte de un elemento I se denota por $\text{sup}(I)$. Claramente, los artículos que están correlacionados frecuentemente ocurren juntos en las transacciones. Tales conjuntos de elementos tendrán un gran soporte. Por lo tanto, el problema frecuente de minería de patrones es el de determinar conjuntos de elementos que tienen el requisito de nivel de soporte mínimo.

Definición 2.3.2 Minería de conjuntos de elementos frecuentes Dado un conjunto de transacciones $T = T_1 \dots T_n$, donde cada transacción T_i es un subconjunto de elementos de U , determina todos los conjuntos de elementos I que se producen como un subconjunto de al menos una fracción predefinida de mínimo soporte de las transacciones en T .

Propiedad de cierre descendente Cada subconjunto de un conjunto de elementos frecuentes, es también frecuente.

La propiedad de cierre descendente de los patrones frecuentes, es algorítmicamente muy conveniente porque proporciona una restricción importante en la estructura inherente de los patrones frecuentes.

Definición 2.3.3 Confianza: Sean X e Y dos conjuntos de elementos. La confianza $\text{conf}(X \cup Y)$ de la regla $X \cup Y$ es la probabilidad condicional de $X \cup Y$ que ocurre en una transacción, dado que la transacción contiene X . Por lo tanto, la confianza $\text{conf}(X \Rightarrow Y)$ se define de la siguiente manera:

$$\text{conf}(X \Rightarrow Y) = \frac{\text{sup}(X \cup Y)}{\text{sup}(X)}. \quad (2.1)$$

Se dice que los conjuntos de elementos X e Y son el antecedente y el consecuente de la regla, respectivamente.

Definición 2.3.4 Reglas de Asociación Sean X e Y dos conjuntos de elementos. Entonces, la regla $X \Rightarrow Y$ se dice que es una regla de asociación con un mínimo de soporte minsup y mínimo confianza de minconf , si satisface los dos criterios siguientes:

1. El soporte del conjunto de elementos $X \cup Y$ es al menos minsup .
2. La confianza de la regla $X \Rightarrow Y$ es al menos minconf .

El primer criterio garantiza que un número suficiente de transacciones sea relevante para la regla; por lo tanto, tiene la masa crítica requerida para que se considere relevante para la aplicación a mano. El segundo

criterio asegura que la regla tiene fuerza suficiente en términos de probabilidad condicional. Por lo tanto, las dos medidas cuantifican diferentes aspectos de las reglas de asociación.

2.4. Algoritmo Apriori

El algoritmo Apriori comienza contando los soportes de los elementos individuales para generar los frecuentes 1-conjuntos de elementos. Los 1-conjuntos de elementos se combinan para crear candidatos 2-conjuntos de elementos, cuyo soporte es contado. Los 2-conjuntos de elementos frecuentes se conservan. En general, los conjuntos de elementos frecuentes de longitud k , se usan para generar los candidatos de longitud $(k + 1)$ para valores crecientes de k . Los algoritmos que cuentan el soporte de los candidatos con mayor longitud son referidos como algoritmos de nivel. Sea F_k el conjunto de k -conjuntos de elementos frecuentes, y C_k denota el conjunto de candidatos k -conjuntos de elementos. El núcleo del enfoque es generar iterativamente los $(k + 1)$ -candidatos $C_{k + 1}$ de k -conjuntos de elementos frecuentes en F_k ya encontrados por el algoritmo. Las frecuencias de estos $(k + 1)$ candidatos se cuentan con respecto a la base de datos de transacciones. Al generar los candidatos $(k + 1)$, el espacio de búsqueda puede ser reducido chequeando si todos los k -subconjuntos de $C_{k + 1}$ están incluidos en F_k . Entonces, ¿cómo se genera un candidato relevante $(k + 1)$ en $C_{k + 1}$ de patrones frecuentes de k en F_k ?

Si un par de conjuntos de elementos $X \cup Y$ en F_k tienen en común $(k - 1)$ elementos, entonces una unión entre ellos usando los elementos comunes $(k - 1)$ crearán un conjunto de elementos candidato de tamaño $(k + 1)$. Por ejemplo, los dos 3-conjuntos de elementos $\{a, b, c\}$ y $\{a, b, d\}$ o abc y abd para abreviar, cuando se unen en los dos elementos comunes a y b , arrojarán el candidato $abcd$. Por supuesto, es posible unirse a otros patrones frecuentes para crear el mismo candidato. Uno también podría unir abc y bcd para lograr el mismo resultado. Supongamos que cuatro de los 3 subconjuntos de $abcd$ están presentes en el conjunto de 3 conjuntos de elementos frecuentes. Uno puede crear el candidato $abcd$ en de $\binom{4}{2} = 6$ formas diferentes. Para evitar la redundancia en la generación de candidatos, la convención es imponer un orden lexicográfico en los artículos y usar los primeros $(k - 1)$ elementos del conjunto de elementos para la unión. Por lo tanto, en este caso, la única forma de generar $abcd$ sería unirse usando los primeros dos elementos a y b . Por lo tanto, los conjuntos de elementos abc y abd tendrían que unirse para crear a BCD . Tenga en cuenta que, si cualquiera de abc y abd no son frecuentes, entonces $abcd$ no se generará como un candidato que usa este enfoque de unión. Además, en tal caso, se garantiza que $abcd$ no será frecuente debido a la propiedad de cierre descendente de conjuntos de elementos frecuentes. Por lo tanto, la propiedad de cierre descendente asegura que el conjunto de candidatos

generados utilizando este enfoque no se pierde ningún elemento que sea verdaderamente frecuente.

El código del algoritmo es el siguiente:

```
Algorithm Apriori(Transactions: T , Minimum Support: minsup)
begin
  k = 1;
  F_1 = { All Frequent 1-itemsets };
  while Fk is not empty do begin
    Generate Ck+1 by joining itemset-pairs in Fk;
    Prune itemsets from Ck+1 that violate downward closure;
    Determine Fk+1 by support counting on (Ck+1, T ) and retaining
      itemsets from Ck+1 with support at least minsup;
    k = k + 1;
  end;
return( $\bigcup_{i=1}^k F_i$ )
end
```

Capítulo 3

Blockchain

En el éste capítulo, hablaremos un poco acerca de Blockchain, qué es, cuáles son sus características y cómo se convirtió en el fundamento principal de un gran número de criptomonedas. Se ha dicho que Blockchain hará por las transacciones lo que el Internet hizo para obtener información, esto quiere decir que permitirá aumentar la confianza y la eficiencia en el intercambio de casi cualquier cosa. En otras palabras, Blockchain puede cambiar profundamente como funciona el mundo hoy en día.

3.1. ¿Qué es una Blockchain?

Blockchain no es mas que un libro compartido y distribuido que facilita el proceso de registrar transacciones y rastrear activos en una red de negocios. Se puede ver también como una base de datos distribuida. Un activo puede ser tangible: una casa, un automóvil, efectivo, tierra o propiedad intelectual intangible, como patentes, derechos de autor o marca. Prácticamente todo lo que tiene valor puede rastrearse e intercambiarse en una red Blockchain, reduciendo el riesgo y reduciendo los costos para todos los involucrados.

3.2. ¿Cómo funciona una red de Blockchain?

Los nodos miembros de una red Blockchain en vez de depender de terceros, para que sean los mediadores en las transacciones, utilizan un protocolo de consenso para aceptar el contenido del controlador, como tam-

bién hashes criptográficos¹ y firmas digitales para garantizar la integridad y veracidad de las transacciones.

El consenso garantiza que los controladores compartidos sean copias exactas, (un controlador distribuido es un tipo de base de datos compartida, replicada y sincronizada entre los miembros de una red descentralizada). Por lo que se reduce el riesgo de transacciones fraudulentas, ya que su manipulación tendría que ocurrir en muchos lugares exactamente al mismo tiempo. Los hashes criptográficos, como por ejemplo el algoritmo computacional SHA256, garantiza que cualquier alteración en la entrada de transacción (incluso el cambio más mínimo) dé como resultado el cálculo de un valor diferente del hash, lo que indica la entrada de una transacción riesgosa. Las firmas digitales garantizan que las transacciones se originen desde los emisores (firmadas con claves privadas) y no por impostores.

3.3. Características principales de Blockchain

1. Es un sistema seguro dado que su tecnología se basa en la criptografía de datos.
2. Las transacciones se concentran en bloques, en dichos bloques la información se almacena cronológicamente.
3. Una vez aceptada, la información no se puede borrar ni modificar, y puede ser consultada en cualquier momento.
4. Una Blockchain puede ser pública o privada, inclusive puede permitir ciertas consultas con un permiso especial.
5. La confianza, dada por la descentralización y no disponer de un nodo central donde se aglutine toda la información, hace que las partes intervinientes confíen plenamente en esta tecnología.
6. Transacciones en tiempo real: Su inmediatez minimiza el riesgo de contra-parte producido en otro tipo de transacciones, donde el compromiso de pago tarda varios días en ejecutarse (evitando riesgos de impago, concursos de acreedores y fraudes durante el proceso de pago).

¹Una función hash criptográfica es aquella que cifra una entrada y actúa de forma parecida a la función hash (función computable), ya que comprimen la entrada a una salida de menor longitud y son fáciles de calcular.

3.4. Beneficios y casos de uso

Blockchain es conocida principalmente en el mundo como la tecnología sobre la que se basaban los intercambios de Bitcoin, una de las criptomonedas a estudiar en este trabajo, pero sus usos prácticos en la actualidad van mucho más allá de las transacciones de criptomonedas. Por ejemplo, en finanzas las redes Blockchain permiten que los intercambios de valores se liquiden en minutos en vez de en días. Los contratos inteligentes o smart contracts son una de las aplicaciones más prometedoras, dado que son capaces de ejecutar transacciones comerciales y acuerdos automáticamente, haciendo cumplir las obligaciones de todas las partes en un contrato, sin los costos adicionales de intermediarios. Entre otras de las diversas aplicaciones interesantes están en manejo de identidad, tramitación de documentos, protección de la identidad intelectual, registros médicos, hospitales, incluso los registros civiles se podrán basar en esta tecnología. Uno de los países más proactivos en la materia en este momento es Estonia, donde su gobierno trabaja de la mano con Bitnation, para permitirle a sus residentes con identidad digital, registrar sus uniones matrimoniales y partidas de nacimiento en la Blockchain Horizon.

Blockchain es capaz de resolver incluso el problema de la votación por internet, brindando el anonimato del voto, la garantía de que una persona vote una sola vez y lo más importante de todo, establecer la confianza, dado que, al ser una red descentralizada, ninguna autoridad central que gestione la votación podría manipularla.

3.5. Blockchain y Banca

FinTech Network, con sede en el Reino Unido, publicó un documento técnico (whitepaper) en colaboración con BNY Mellon y Rabobank, en el que se describen cuatro casos de uso de la tecnología Blockchain en la banca. El documento técnico destaca la reducción del fraude, los procedimientos Know Your Customer (KYC), las plataformas de negociación y los pagos como cuatro casos clave de uso de esta tecnología en el contexto bancario.

1. Reducción de fraudes: Según Chris Mager, jefe de Innovación Global de BNY Mellon Treasury Services, uno de los principales problemas que enfrenta el sector bancario hoy en día, es el aumento de los fraudes y los ciberataques. En la actualidad, la mayoría de los sistemas bancarios se construyen sobre una base de datos centralizada, por lo que son más susceptibles a ataques cibernéticos ya que toda la información es almacenada localmente en un solo lugar. Eso sin contar la antigüedad la mayoría de los sistemas bancarios, lo cual los hace más vulnerables a las nuevas formas de ataques cibernéticos.

Mediante la construcción de nuevos sistemas bancarios sobre la tecnología Blockchain, la posibilidad de fraude y robo de datos puede reducirse sustancialmente a medida que la tecnología de contabilidad distribuida asegura registros, almacena, cifra y verifica cada bit de datos en una transacción. Por lo tanto, en caso de que se produzca cualquier incumplimiento de datos o actividad fraudulenta, se haría inmediatamente obvio para todas las partes que tienen permiso para acceder a los datos de transacción en el libro mayor.

2. KYC (Conozca a su cliente):

Los procedimientos de cumplimiento y KYC (know your client) se han vuelto cada vez más importantes en la industria bancaria, ya que los reguladores están observando muy de cerca a los bancos con los que hacen negocios, para evitar el lavado de dinero o el financiamiento del terrorismo.

Según una encuesta de Thomson Reuters, las instituciones financieras gastan en promedio 60 millones de dólares en procedimientos de KYC y la debida diligencia del cliente, mientras que algunos bancos gastan hasta 500 millones de dólares al año.

Los reguladores quieren un mejor acceso a las bases de clientes de los bancos y a las historias de transacciones, mientras que los bancos quieren cumplir con los deseos del regulador para evitar multas regulatorias a toda costa.

Chris Huls, especialista Blockchain en Rabobank, propone en el documento que las declaraciones KYC se pueden almacenar en un libro distribuido. Él cree que cuando un banco ha verificado un nuevo cliente, puede poner los datos del cliente en una cadena de Blockchain por la que también se puede acceder a otros bancos y organizaciones acreditadas, como aseguradores o proveedores de préstamos, sin la necesidad de que el proceso de KYC sea comenzado de nuevo por cada parte individual. Estas partes saben que la información del cliente ha sido auditada y verificada de forma independiente por lo que no deberían ser necesarios más chequeos KYC. Según un informe del banco de inversión Goldman Sachs, se lograría una reducción del 10% de la plantilla con la introducción de la tecnología Blockchain en los procedimientos KYC, lo que equivaldría a 160 millones de dólares en ahorros anuales.

3. Plataformas de negociación:

El documento técnico identifica además, que las plataformas de negociación son un caso de uso clave para la tecnología Blockchain. Mediante la creación de bolsas de valores en la parte superior de la tecnología de contabilidad distribuida, no habría necesidad de un fideicomiso centralizado o intermediarios.

Los riesgos de fraude y errores operacionales también se reducirían drásticamente, ya que Blockchain haría transparente, seguro e inmutable el proceso de negociación de valores. Esto, a su vez, crearía una pista de auditoría clara de todas las operaciones históricas, lo que proporcionaría garantías para la autenticidad de todas las transacciones.

Si cada seguridad es digitalizada por una autoridad central de confianza que autentica la seguridad, estos tokens digitales podrían ser comercializados y seguidos de forma transparente en un intercambio basado en bloques. Como la ficha digital actuaría como un certificado de autenticidad, la posibilidad de forjar valores se hace mucho más difícil que cuando se trata de documentos en papel. Eso daría a los valores en negociación un nuevo nivel de confianza, verificable, que no ha estado disponible hasta ahora. En la actualidad existen varios intercambios, entre ellos NASDAQ y el Australian Securities Exchange, que ya están desarrollando soluciones de intercambio basadas en Blockchain para reducir costos y mejorar la eficiencia en la cadena de suministro de valores.

4. Pagos:

El espacio de pagos es el cuarto caso de uso que el documento técnico, ha identificado donde la interrupción de Blockchain sería altamente beneficiosa para los bancos, y que es uno de los casos de uso más prominentes para la cadena en la banca.

Chris Huls, de Rabobanks, cree que Blockchain podría ser utilizado como una nueva forma en que las instituciones y sus clientes pagan entre sí, una forma que no depende del SWIFT u otros esquemas de pagos.

Mager de BNY Mellon considera que el potencial de Blockchain en los pagos podría conducir a un período sin precedentes de cambio y transformación.

Al realizar los pagos entre los propios bancos y clientes que utilizan esta tecnología, los bancos podrían ahorrar una cantidad sustancial en los costos, mejorar la seguridad y la velocidad de los pagos nacionales y transnacionales.

El documento oficial cita el protocolo de Ripple como un ejemplo de sistema de pago basado en Blockchain para los bancos; Ripple puede ser utilizado por los bancos para reemplazar a muchos de los intermediarios comunes en la industria de pagos, entre las instituciones, por tanto, por extensión, a sus clientes. Blockchain se puede utilizar para realizar pagos en tiempo real a nivel mundial, con ejecución en tiempo real, transparencia completa, análisis y prevención de fraude en tiempo real y también a un costo razonable.

3.6. Retos y conclusiones

Si bien la tecnología Blockchain puede proporcionar soluciones a una serie de problemas en el sector bancario, aún falta para que la tecnología se convierta en una parte totalmente integrada de la industria.

Los principales problemas que cita el documento de la red de FinTech son las preocupaciones por la privacidad, la integración con los ecosistemas bancarios, la incertidumbre regulatoria y la escalabilidad.

La tecnología Blockchain que la industria utilizaría para almacenar, registrar y transferir datos tendría que ser autorizada para bloquear cadenas, cumpliendo con las leyes de privacidad, para asegurar que los datos de los clientes sean seguros. Las preocupaciones de seguridad cibernética necesitarían ser abordadas antes de que la tecnología Blockchain pueda desplegarse completamente en el mercado. Además de que los nuevos sistemas basados en esta tecnología tendrían que integrarse con los sistemas bancarios actuales para que la adopción funcione.

La posibles futuras regulaciones serían otro obstáculo para la adopción, ya que no existe hasta ahora regulación clara sobre esta nueva tecnología.

Por supuesto que la escalabilidad es también un gran desafío dado que los bloques bancarios deberían ser capaces de almacenar y procesar una gran cantidad de datos. Por lo tanto, es fundamental que estos sistemas se construyan de modo que la escalabilidad no se convierta en un problema, como lo ha hecho con la Blockchain Bitcoin.

En conclusión, las tecnologías Blockchain principalmente son una nueva manera de realizar negocios. Ellas dan lugar a la siguiente generación de aplicaciones inteligentes y robustas, para el registro e intercambio de activos físicos, virtuales, tangibles e intangibles. Gracias a los principales conceptos de la seguridad criptográfica, el consenso descentralizado y la red pública compartida, las tecnologías blockchain podrán cambiar profundamente la manera en que organizamos nuestras actividades económicas, sociales, políticas y científicas.

Análisis y Resultados

Para la realización de ésta etapa resulta indispensable la obtención de los datos históricos de las diferentes criptomonedas a estudiar, los cuáles nos permitirían hacer los análisis correspondientes.

A continuación, una breve explicación de cómo se realizó el proceso de obtención, selección de las criptomonedas, extracción y limpieza de los datos.

1. La fuente de datos: Nos hemos guiado por la página www.coinmarketcap.com, de donde hemos venido realizando un seguimiento a las diferentes criptomonedas.
2. La elección: Hemos escogido las 5 criptomonedas de mayor capitalización de mercado, siendo éstas; El Bitcoin (BTC), Ethereum (ETH), Ripple (XRP), Bitcoin Cash (BCH) y el Litecoin (LTC).
3. La extracción: Nos apoyamos en las herramientas del desarrollador del explorador Google Chrome, en la opción web scraper, donde configuramos la misma para obtener la tabla de los registros de datos históricos de cada una de las criptomonedas seleccionadas, una por una.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	web-scrapers-order	web-scrapers-start-url	Date	Open	High	Low	Close	Volume	Market Cap
2	1520458769-2086	https://coinmarketcap.com/currencies/	21-Jan-17	0.006694	0.006824	0.006678	0.006706	553,724	246,709,000
3	1520458769-3227	https://coinmarketcap.com/currencies/	7-Dec-13	0.042208	0.04359	0.031253	0.033067	-	329,974,000
4	1520458769-3196	https://coinmarketcap.com/currencies/	7-Jan-14	0.025799	0.026409	0.022986	0.022986	73,761	201,691,000
5	1520458769-1847	https://coinmarketcap.com/currencies/	17-Sep-17	0.178377	0.181121	0.171017	0.178393	49,161,100	6,839,640,000
6	1520458769-2186	https://coinmarketcap.com/currencies/	13-Oct-16	0.007951	0.007984	0.007867	0.007982	1,009,720	282,061,000
7	1520458769-2949	https://coinmarketcap.com/currencies/	11-Sep-14	0.004751	0.004778	0.004735	0.004749	105,518	137,732,000
8	1520458769-1743	https://coinmarketcap.com/currencies/	30-Dec-17	2.2	2.85	2.04	2.16	8,108,390,000	85,187,400,000
9	1520458769-2358	https://coinmarketcap.com/currencies/	24-Apr-16	0.007344	0.00735	0.007223	0.007251	472,274	256,083,000
10	1520458769-2778	https://coinmarketcap.com/currencies/	1-Mar-15	0.012992	0.012992	0.012142	0.012239	1,496,970	414,565,000
11	1520458769-1963	https://coinmarketcap.com/currencies/	24-May-17	0.325054	0.357358	0.293009	0.29589	166,168,000	12,523,200,000
12	1520458769-2184	https://coinmarketcap.com/currencies/	15-Oct-16	0.008769	0.008885	0.00813	0.008146	781,979	311,086,000
13	1520458769-1943	https://coinmarketcap.com/currencies/	13-Jun-17	0.253823	0.274659	0.2522	0.266153	111,937,000	9,728,120,000
14	1520458769-2963	https://coinmarketcap.com/currencies/	28-Aug-14	0.005019	0.005161	0.004961	0.005062	365,820	145,504,000
15	1520458769-1981	https://coinmarketcap.com/currencies/	6-May-17	0.093429	0.106144	0.093429	0.101791	88,394,200	3,546,160,000
16	1520458769-1846	https://coinmarketcap.com/currencies/	18-Sep-17	0.178309	0.190019	0.178309	0.189768	88,397,900	6,837,060,000
17	1520458769-1709	https://coinmarketcap.com/currencies/	2-Feb-18	0.960642	0.960642	0.635185	0.884784	3,529,760,000	37,473,900,000
18	1520458769-1754	https://coinmarketcap.com/currencies/	19-Dec-17	0.777447	0.863536	0.756724	0.791257	1,449,670,000	30,117,600,000
19	1520458769-2872	https://coinmarketcap.com/currencies/	27-Nov-14	0.011004	0.014205	0.011004	0.014205	5,355,350	339,818,000
20	1520458769-1913	https://coinmarketcap.com/currencies/	13-Jul-17	0.205873	0.230452	0.193357	0.200809	216,750,000	7,883,170,000
21	1520458769-2125	https://coinmarketcap.com/currencies/	13-Dec-16	0.00678	0.006781	0.006678	0.006708	1,946,660	244,047,000
22	1520458769-2603	https://coinmarketcap.com/currencies/	23-Aug-15	0.007722	0.007723	0.007543	0.007552	157,580	246,393,000
23	1520458769-2204	https://coinmarketcap.com/currencies/	25-Sep-16	0.007356	0.007986	0.007316	0.007855	4,699,860	260,832,000

Figura 4.1: Datos originales obtenidos de www.coinmarketcap.com.

4. Limpieza: Haciendo un estudio de los datos y dado que nos interesamos en los precios de cierre diario, decidimos eliminar las columnas que no aportaban información al modelo que nos dispusimos a realizar, quedándonos así con las columnas Fecha (Date) y cierre (Close). Las columnas de nuestro conjunto de datos estan definidos de la siguiente manera:
 - a) Web-scrapers-order: ésta columna nos indica el orden en que fué extraida cada observación o fila.
 - b) Web-scrapers-start-url: nos indica la pagina web de la cual fueron extraidos los datos.
 - c) Date: la fecha en la que ocurrió cada observación.
 - d) Open: nos indica el precio inicial de la criptomoneda en el dia de la observación.
 - e) High: ésta columna nos dice el precio máximo que alcanzó la criptomoneda en el dia de la observación.
 - f) low: es el precio más bajo alcanzado por la criptomoneda en el dia de la observación.
 - g) Close: nos indica el precio de cierre registrado por la criptomoneda el dia de la observación, fué la variable escogida por nosotros para realizar nuestros análisis.
 - h) Volume: ésta columna nos indica el volumen de transacciones en \$ realizadas en las ultimas 24 horas.
 - i) Market Cap: es una forma de clasificar el tamaño relativo de una criptomoneda. Se calcula multiplicando el precio por el suministro circulante.

Date	Close
4/28/2013	134.21
4/29/2013	144.54
4/30/2013	139
5/1/2013	116.99
5/2/2013	105.21
5/3/2013	97.75
5/4/2013	112.5
5/5/2013	115.91
5/6/2013	112.3
5/7/2013	111.5
5/8/2013	113.57
5/9/2013	112.67
5/10/2013	117.2
5/11/2013	115.24
5/12/2013	115
5/13/2013	117.98
5/14/2013	111.5
5/15/2013	114.22
5/16/2013	118.76
5/17/2013	123.02

Figura 4.2: Datos listos para realizar nuestro estudio.

4.1. Análisis de Series de Tiempo

En esta sección explicaremos cómo nos hemos planteado el modelo de análisis en series temporales. Nuestros datos presentan observaciones diarias respecto al precio de cierre de cada una de las criptomonedas a estudiar, por ello estamos en presencia de una serie de tiempo econométrica. Los modelos que mejor se adaptan son los modelos ARMA y ARIMA, los cuáles fueron estudiados en el Capítulo 1.

Es fundamental recordar que con estos modelos que presentaremos a continuación, se busca predecir comportamiento futuro y predicciones de precio que ayuden a mejorar la toma de decisiones de inversión.

Las Bibliotecas utilizadas en este trabajo son las siguientes: "tseries" , "forecast" , "ggplot2" , "dplyr" y "plotly" haciendo uso del software estadístico R, en su versión R Studio.

4.1.1. Predicciones para el Bitcoin

Una vez extraídos y preparados los datos, procedemos a visualizar la gráfica histórica del Bitcoin.

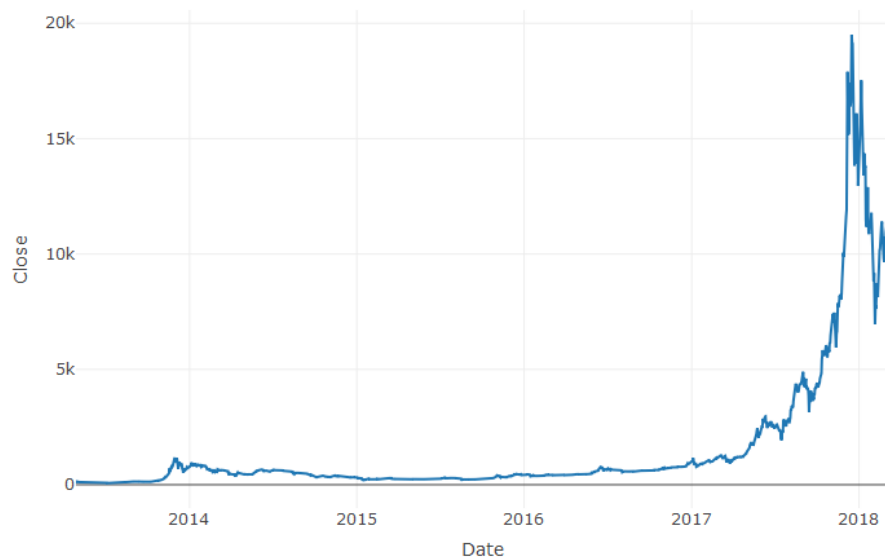


Figura 4.3: Serie temporal del Bitcoin desde 2013

Un resumen de los datos observados del Bitcoin, el valor mínimo fué de \$ 68.43 el 05-07-2013 , con un valor medio de, \$ 1580.34 y su valor máximo fué de, \$ 19497.40 alcanzado el 16-12-2017.

Cómo se puede observar, desde el año 2013 hasta finales del 2017 la serie temporal del Bitcoin se mantuvo bastante estacionaria, pero en el año 2017 y 2018 su comportamiento es totalmente diferente, razón por la cual nos dispusimos a realizar nuestro estudio a los valores del 2017 en adelante.



Figura 4.4: Gráfica de precios del Bitcoin desde 2017

Claramente la serie no es estacionaria, por lo tanto se le realizó un suavizado logarítmico.

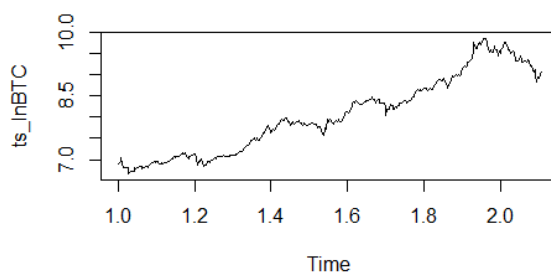


Figura 4.5: Suavizado logarítmico del Bitcoin desde el año 2017

Ahora aplicamos la prueba de Dickey-Fuller para determinar si es estacionaria, en R usamos el comando "adf.test", si el p-valor es menor que 0.05 entonces la serie es estacionaria. En éste caso $p\text{-valor} = 0,5866$, así que aún no tenemos estacionariedad en la serie.

El siguiente paso es aplicar una diferenciación de los datos con el comando "diff", luego utilizamos de nuevo la prueba de Dickey-Fuller para determinar la estacionariedad. Ahora el $p - valor = 0,01$ y podemos aceptar la hipótesis alternativa, la serie es estacionaria.

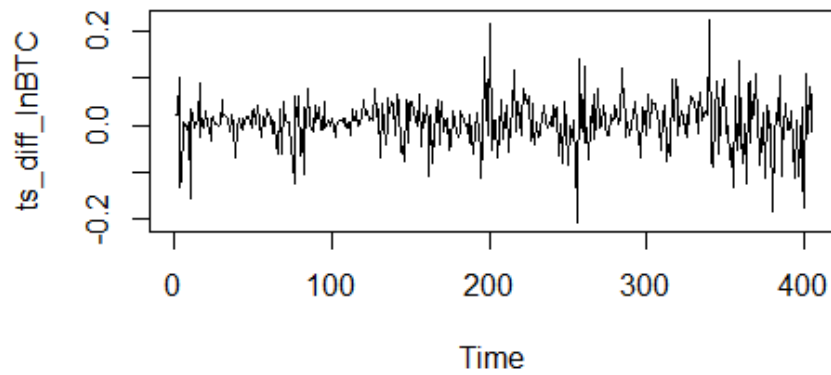


Figura 4.6: Serie del Bitcoin estacionaria

Analizamos las funciones ACF y PACF del Bitcoin para determinar los parámetros autoregresivos y de promedio móvil

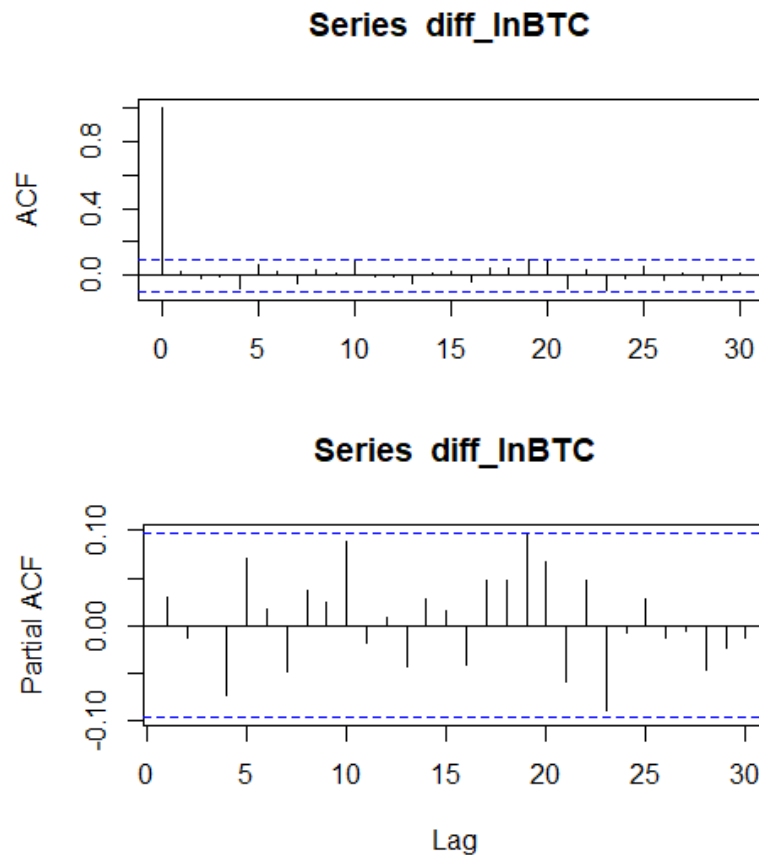


Figura 4.7: ACF y PACF del Bitcoin.

Como podemos observar en la gráfica tanto de la ACF y la PACF los parámetros recomendados para el modelo son $p = 0$ y $q = 0$.

Por lo tanto estábamos en presencia de un modelo ARIMA(p,d,q) con parámetros (0,1,0). En R utilizamos el comando "auto.arima" el cual automáticamente calcula los mejores parámetros para la función ARIMA, coincidiendo con nuestro análisis, los mismos parámetros resultaron igualmente (0,1,0).

En el proceso de pronósticos, entrenamos el modelo con las observaciones del 2017 en adelante, quitándole solo 29 días, para que éste, fuera nuestro conjunto de entrenamiento. Luego, le pedimos al modelo que nos en-

tregara 29 días, los mismos que le quitamos al conjunto de entrenamiento, éste conjunto lo llamamos conjunto de prueba, con el cuál comprobamos nuestro pronóstico calculando el porcentaje de error en cada uno de esos días y finalmente calculamos el porcentaje de error medio.

$$\text{PorcentajeError} = \frac{\text{ValorReal} - \text{ValorPronosticado}}{\text{ValorReal}}. \quad (4.1)$$

Optimizando los parámetros originales del modelo ARIMA(0,1,0), el cual nos arrojaba un 9 % de error, nos encontramos con que los parámetros optimos eran $p = 3$ para el autorregresivo y $q = 3$ para el promedio móvil, con una segunda diferenciación de los datos, de manera que el modelo ideal es un ARIMA(3,2,3).

El porcentaje de error medio de este modelo fué del 6 %, lo que quiere decir que estamos prediciendo los precios del Bitcoin con casi un 94 % de efectividad. Veamos como se ajusta nuestro pronóstico para los valores reales.



Figura 4.8: Valores reales y valores pronosticados del Bitcoin.

Tal como muestra la gráfica anterior, los valores pronosticados se ajustan de manera lineal a los valores reales, tanto en tendencia como en precio. En la siguiente gráfica se pueden observar éstos valores con mejor detalle.

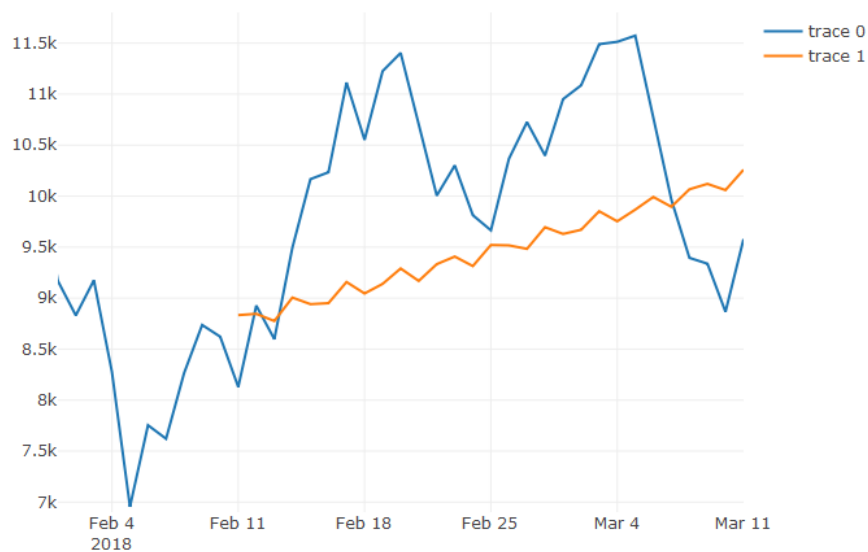


Figura 4.9: Valor del Bitcoin y valores pronosticados.

En la figura 4.9 se observan más de cerca como los valores pronosticados están muy cercanos a los valores reales, salvo en momentos volátiles del precio real del Bitcoin. Veamos exactamente cuáles fueron éstos valores en la siguiente tabla.

Valor Real	Valor Pronosticado
8129.97	8833.731
8926.57	8846.027
8598.31	8775.626
9494.63	9005.583
10166.40	8940.907
10233.90	8950.464
11112.70	9158.125
10551.80	9045.535
11225.30	9139.677
11403.70	9290.682
10690.40	9168.457
10005.00	9333.246
10301.10	9407.635
9813.07	9314.279
9664.73	9521.073
10366.70	9517.180
10725.60	9482.955
10397.90	9695.269
10951.00	9629.221
11086.40	9670.028
11489.70	9851.920
11512.60	9753.060
11573.30	9867.751
10779.90	9991.844
9965.57	9895.428
9395.01	10066.886
9337.55	10120.175
8866.00	10059.227
9578.63	10258.800

Cuadro 4.1: Tabla precios reales y precios pronosticados del Bitcoin.

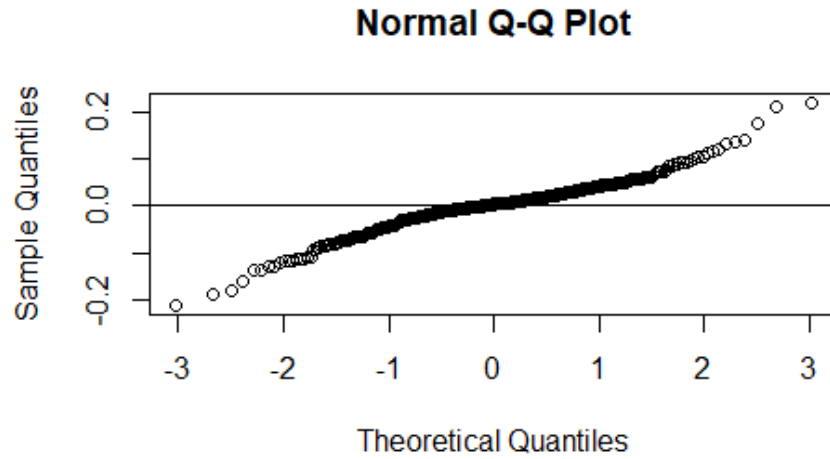


Figura 4.10: Residuos de la función ARIMA del Bitcoin.

En la Figura 4.10 se observa que los residuos de la función ARIMA se ajustan a los cuantiles de la Gaussiana entre -1 y 1.

4.1.2. Predicciones para el Litecoin

Veamos el comportamiento histórico del Litecoin, con 1779 observaciones, desde el año 2013 hasta marzo del 2018.

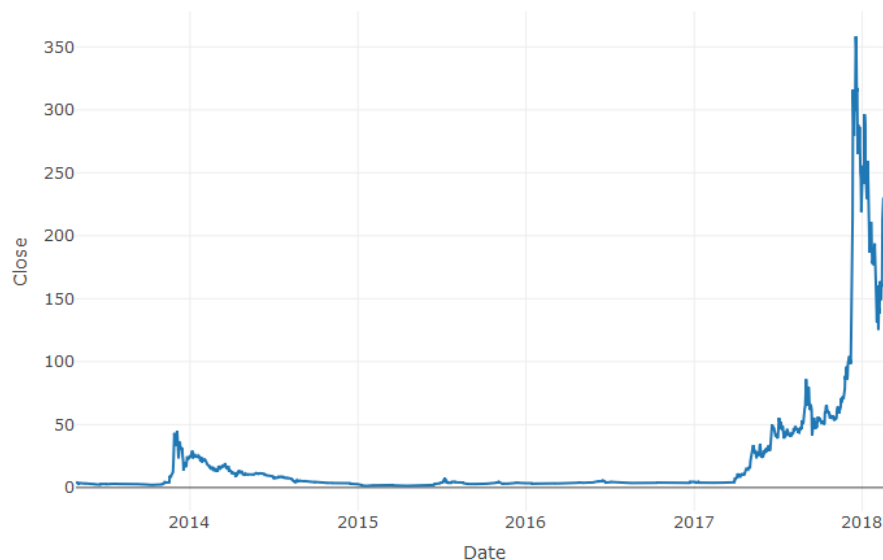


Figura 4.11: Serie temporal del Litecoin desde 2013

Ésta gráfica muestra el comportamiento del Litecoin, la misma se presenta de manera similar al Bitcoin, se observó un valor mínimo de \$ 1.16 el 14-01-2015, un valor medio de \$ 22.45 y alcanzó un valor máximo de \$ 358.34 el 18-12-2017.

Similarmente el comportamiento desde el año 2013 a finales del 2016, no fué el mismo que el del año 2017 en adelante, sin embargo entrenamos el modelo de series temporales con todos los datos, aplicando el mismo método de análisis que en el caso del Bitcoin.

Aplicamos un suavizado logarítmico a los datos para tratar de convertir la serie temporal en una serie estacionaria.

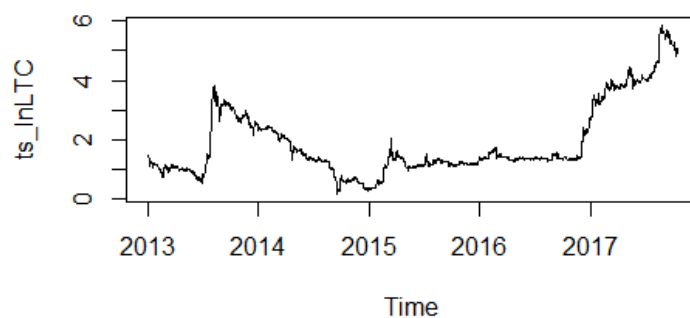


Figura 4.12: Suavizado logarítmico del Litecoin desde el año 2013

Como se observa en la figura 4.12, la serie aún no es estacionaria, de hecho, la prueba de Dickey-Fuller nos arrojó un $p - valor = 0,9465$.

Aplicamos una diferenciación de los datos y probamos de nuevo Dickey-Fuller, arrojandonos esta vez un $p - valor = 0,01$ aceptando así la hipótesis alternativa, la serie es estacionaria. (Figura 4.13).

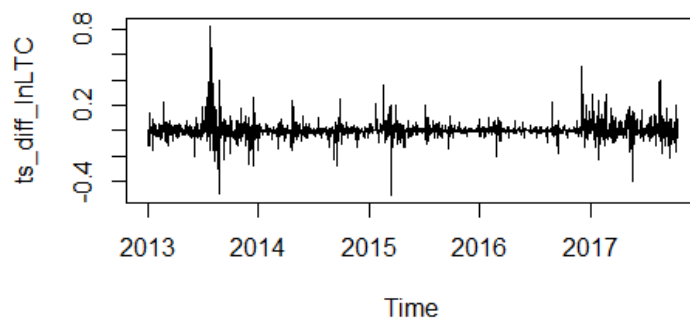


Figura 4.13: Serie del Litecoin estacionaria.

Analizamos las funciones ACF y PACF del Litecoin, determinando los parámetros autoregresivos y de promedio móvil.

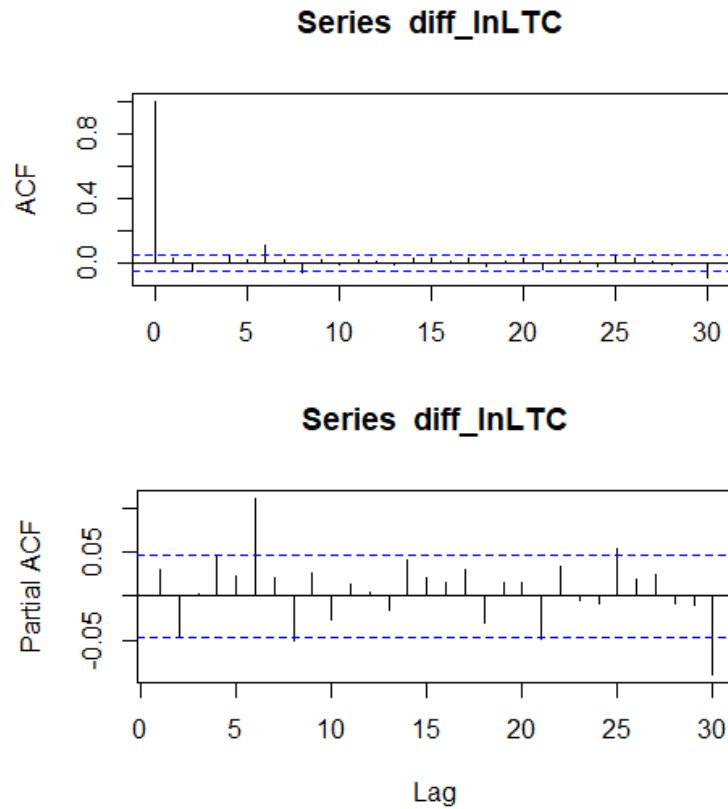


Figura 4.14: ACF y PACF del Litecoin.

Note que los parámetros recomendados por las gráficas de la ACF y la PACF son $p = 6$ para el parámetro autoregresivo y $q = 0$ para el promedio móvil, de manera que, en principio, estamos en presencia de un modelo $ARIMA(6,1,0)$, sin embargo utilizando el comando "auto.arima", el cual calcula los parámetros automáticamente, nos arrojó que el modelo era un $ARIMA(0,1,0)$, pero los resultados de la predicción del mismo estaban muy errados. Esto conllevó a una investigación profunda para descubrir que estaba ocurriendo, nos encontramos con que la función "auto.arima" en R, calcula solo parámetros entre 0 y 5, es decir, que no predijo de manera correcta el parámetro autoregresivo como lo muestra la gráfica de la función de autocorrelación

parcial (PACF).

Por esta razón, buscando mejorar el análisis ya exitoso para el Bitcoin, utilizamos el comando "arima" e introdujimos nosotros mismo nuestros parámetros, optimizandolos hasta encontrarnos con que el mejor modelo era un ARIMA(6,4,1).

Para el conjunto de entrenamiento del modelo, utilizamos 1751 observaciones, dejando sólo 28 días para el conjunto de prueba. De forma similar comprobamos nuestro análisis calculando el porcentaje de error en cada uno de los días y luego el porcentaje de error medio.

El porcentaje de error medio para este modelo fué del 8%, permitiendonos decir que hemos predecido los precios del Litecoin con un 92% de efectividad.

Veamos como se ajusta el modelo para el Litecoin.



Figura 4.15: Valores reales y valores pronosticados del Litecoin.

En la Figura 4.15 se observan los 28 días pronosticados del Litecoin, como podemos apreciar, las predicciones fueron acertadas en cuanto a tendencia, los precios pronosticados fueron cercanos a los precios reales. Veamos más de cerca los valores del conjunto de prueba.

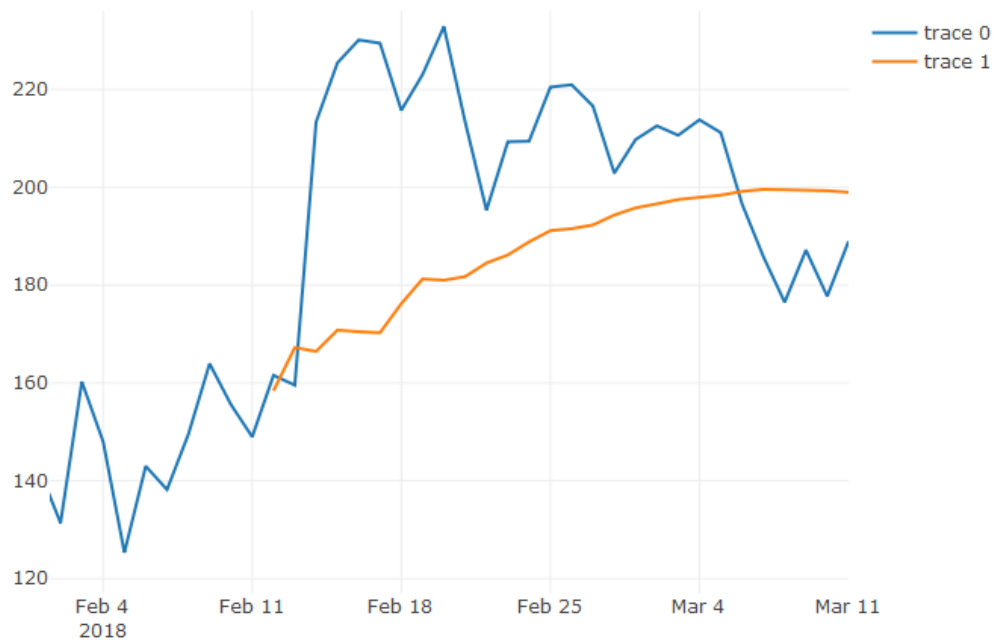


Figura 4.16: Valores reales y valores pronosticados del Litecoin.

Como podemos apreciar los precios se ajustan los 3 primeros días de la predicción (del 11 al 13 de febrero) y luego presenta un salto importante el precio real hasta el 22 de febrero, de esa fecha al 11 de marzo los valores se ajustan bastante cercanos al porcentaje de error medio.

Veamos cuáles fueron exactamente éstos valores en la siguiente tabla.

Valor Real	Valor Pronosticado
161.57	158.3872
159.55	167.2487
213.36	166.4562
225.43	170.7979
230.12	170.4814
229.47	170.2719
215.74	176.2072
223.06	181.2600
232.85	181.0068
213.35	181.7396
195.31	184.5352
209.31	186.1588
209.42	188.8452
220.48	191.1439
220.96	191.5480
216.60	192.2949
202.90	194.3360
209.75	195.7939
212.56	196.6126
210.64	197.4984
213.80	197.9507
211.18	198.3967
196.60	199.1612
185.84	199.5858
176.51	199.4999
187.17	199.4133
177.73	199.2929
188.95	198.9859

Cuadro 4.2: Tabla precios reales y precios pronosticados del Litecoin.

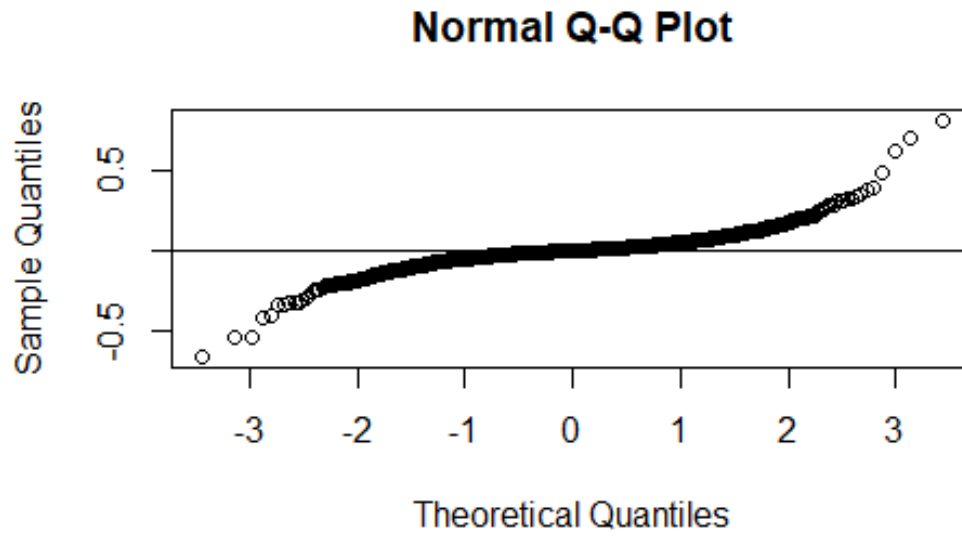


Figura 4.17: Residuos de la función ARIMA del Litecoin.

Se puede apreciar que los residuos de la función ARIMA del Litecoin, se ajustan a los cuantiles de la Gaussiana entre -1.1 y 1.1

4.1.3. Predicciones del Bitcoin Cash

Veamos el comportamiento histórico del Bitcoin Cash, en este caso se encontraron registros de esta criptomoneda desde el 23 de julio del 2017.



Figura 4.18: Serie temporal del Bitcoin Cash.

En la figura 4.18 se observan los precios del Bitcoin Cash, el valor mínimo registrado fué de \$ 213.2 el 05-08-2017 el valor medio fué de \$ 1114.2 y el precio máximo del mismo fué \$ 3923.1 alcanzado el 20-12-2017.

El motivo por el cuál esta criptomoneda tiene tan pocas observaciones, en comparación con las anteriores, es que fué lanzada al mercado el 1 de agosto del 2017, surgida de una bifurcación dura programada del Bitcoin, se convirtió en una versión alternativa del mismo, ésto tuvo como consecuencia la separación de la cadena de bloques original del bitcoin en dos cadenas de bloques diferenciadas y coexistentes.

La diferencia de una con la otra es que en el caso del Bitcoin, las transacciones son más lentas por el límite del tamaño del bloque, hoy día de 2MB (inicialmente era 1 MB) y en el caso del Bitcoin Cash es de 8 MB. Los creadores del Bitcoin Cash, están intentando convertir la moneda también en una nueva forma de efectivo, por eso sus siglas en inglés, cash.

Aplicamos la misma metodología usando el suavizado logarítmico para hacer los datos más estacionarios.

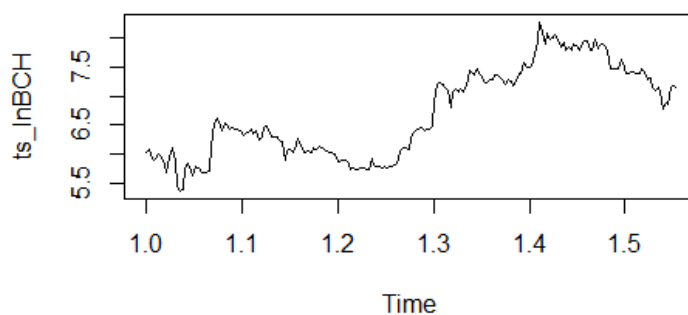


Figura 4.19: Suavizado logarítmico del Bitcoin Cash.

Tal como se observa en la figura 4.19, la serie aún no es estacionaria, la prueba de Dickey-Fuller nos arrojó un $p - valor = 0,7609$.

Aplicamos una diferenciación de los datos y probamos de nuevo Dickey-Fuller, arrojandonos esta vez un $p - valor = 0,01$ aceptando así la hipótesis alternativa, la serie es estacionaria. (Figura 4.20).

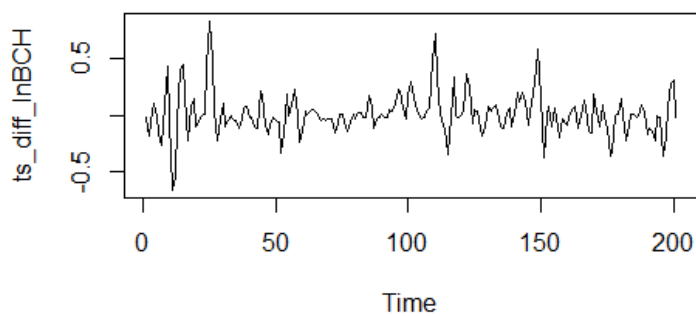


Figura 4.20: Serie estacionaria del Bitcoin Cash.

Analizamos las funciones ACF y PACF del Litecoin, determinando los parámetros autoregresivos y de promedio móvil.

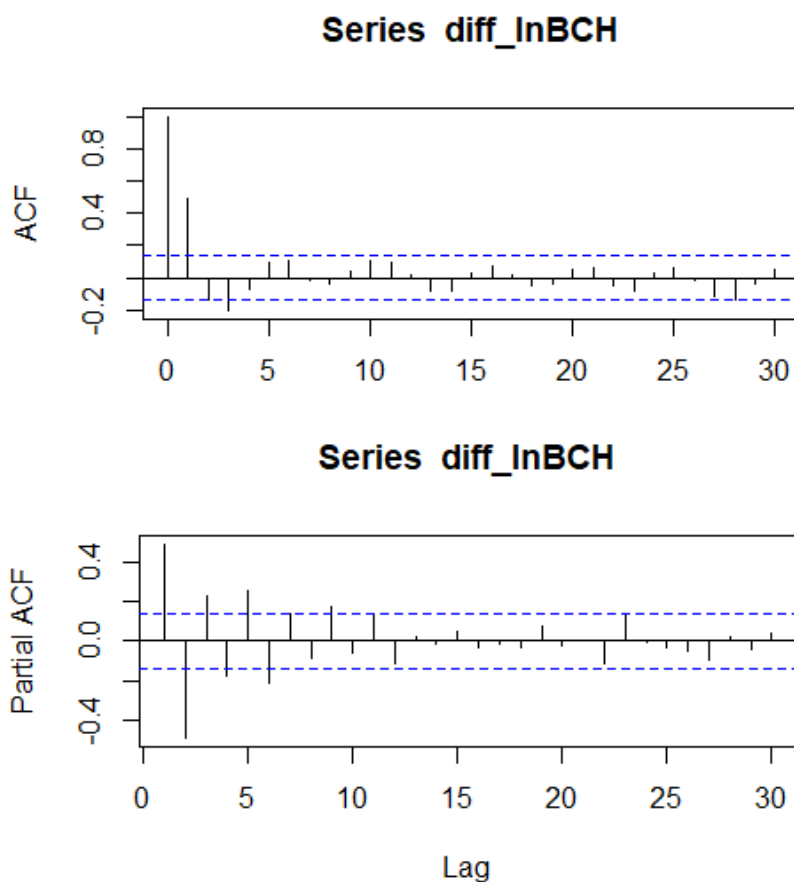


Figura 4.21: ACF y PACF del Bitcoin Cash.

Los parámetros recomendados por las gráficas de las funciones de autocorrelación y de autocorrelación parcial son $p = 2$ para el autorregresivo y $q = 2$ para el de promedio móvil, de esta manera podemos afirmar que estamos en presencia de un modelo $ARIMA(2,1,2)$.

Para el conjunto de entrenamiento hemos utilizado 203 observaciones, dejando las 30 restantes para el conjunto de prueba. Es importante destacar que en este caso no fué necesario optimizar demasiado el modelo,

simplemente se usaron los parámetros que interpretamos de las funciones ACF y PACF.

El porcentaje de error medio para este modelo fué del 9 %, en este caso nuestro modelo ARIMA(2,1,2) ha logrado predecir con un 91 % de efectividad.



Figura 4.22: Valores reales y valores pronosticados del Bitcoin Cash.

En la figura 4.22 se muestran los 30 días pronosticados del Bitcoin Cash, como podemos observar los valores se ajustan bastante bien salvo al comienzo donde los precios reales presentan un salto importante. Veamos más de cerca éstos 30 días.

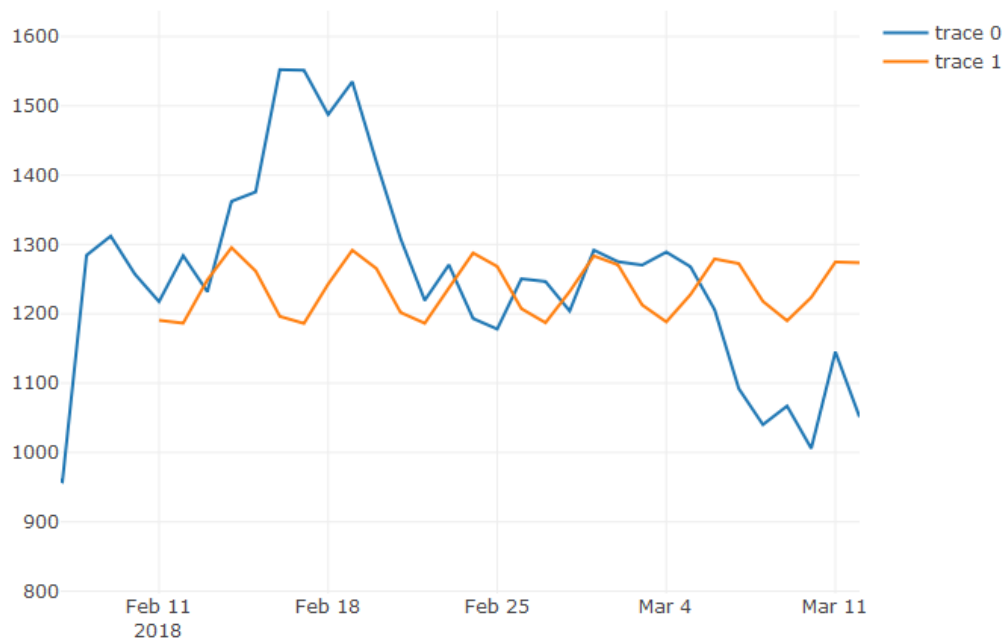


Figura 4.23: Valores reales y valores pronosticados del Bitcoin Cash.

Note que los 3 primeros días del pronóstico el modelo se ajusta muy bien, luego se presenta un salto importante del 15 al 20 de febrero, para luego ajustarse casi perfectamente a los precios reales hasta los días finales del mes de prueba.

Veamos cuales fueron exactamente los precios reales y los precios pronosticados del Bitcoin Cash en la siguiente tabla.

Valor Real	Valor Pronosticado
1217.64	1190.685
1283.91	1186.563
1231.98	1248.889
1362.27	1295.488
1375.81	1261.641
1552.20	1196.344
1551.39	1186.209
1487.46	1242.850
1534.77	1291.796
1418.73	1265.313
1308.46	1201.965
1219.49	1186.435
1270.71	1237.296
1193.27	1287.806
1178.10	1268.338
1250.56	1207.491
1246.66	1187.186
1204.16	1232.245
1291.92	1283.593
1275.18	1270.736
1270.38	1212.867
1289.08	1188.409
1268.03	1227.703
1206.04	1279.227
1092.16	1272.533
1040.21	1218.048
1067.02	1190.050
1005.93	1223.672
1145.17	1274.772
1051.28	1273.760

Cuadro 4.3: Tabla precios reales y precios pronosticados del Bitcoin Cash.

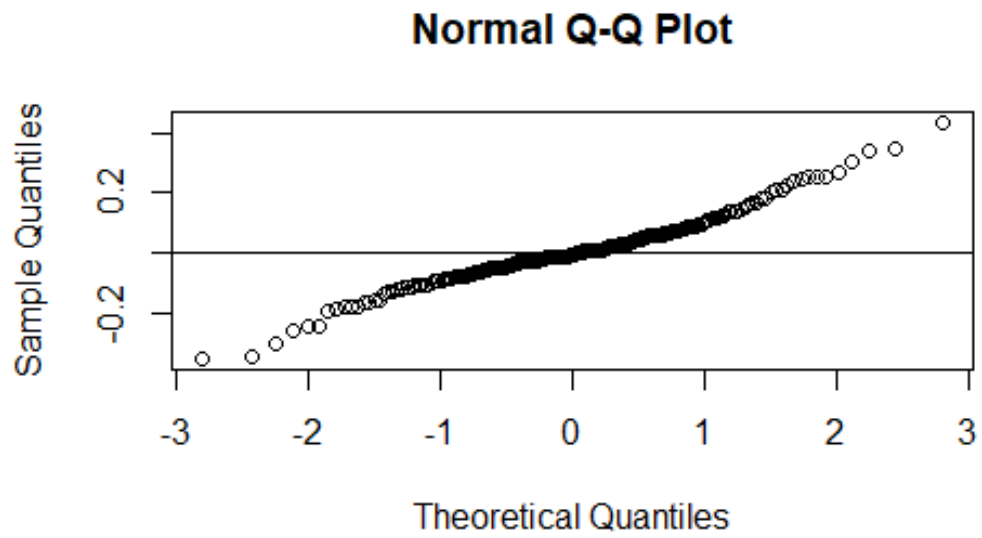


Figura 4.24: Residuos de la función ARIMA del Bitcoin Cash.

En la Figura 4.24 se observa que los residuos del modelo ARIMA del Bitcoin Cash se ajustan a los cuantiles de la Gaussiana entre -0.5 y 0.5.

4.1.4. Predicciones del Ethereum

Observemos el comportamiento de la serie temporal del Ethereum, con observaciones desde mediados del 2015 hasta marzo del 2018.

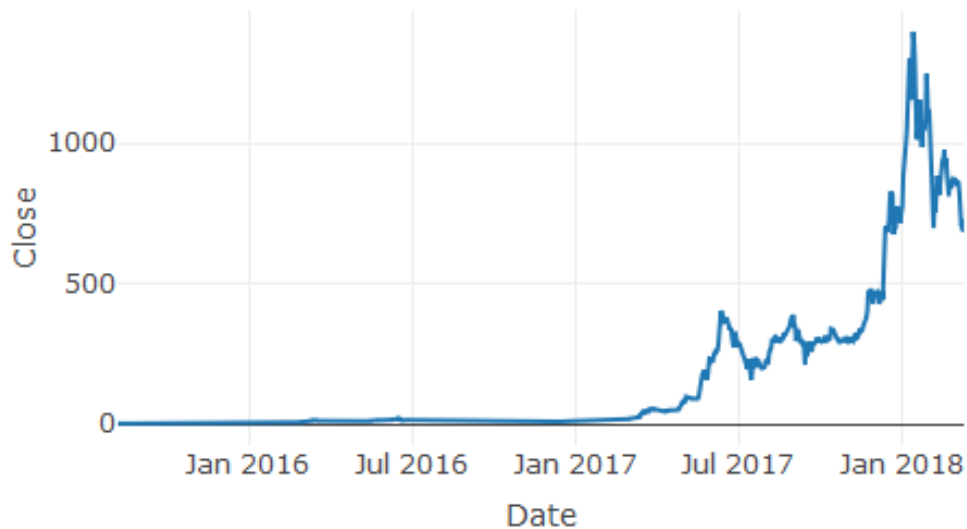


Figura 4.25: Serie temporal del Ethereum.

En la gráfica anterior se muestran los precios del Ethereum desde agosto del 2015, con un total de 948 observaciones hemos encontrado que el valor mínimo del mismo fué \$ 0.43 el 20-10-2015, tuvo un valor medio de \$ 161.21 y un valor máximo de \$ 1396.42 alcanzado el 13-01-2018.

Ésta es una criptomoneda creada por Vitalik Buterin y lanzada el 30 de julio del 2015, Ethereum más que una moneda es una plataforma de software libre, descentralizada que permite, principalmente, la creación de contratos inteligentes entre pares, la misma está basada en la tecnología Blockchain. Ethereum provee una ficha de criptomoneda llamada "Ether", moneda sobre la cual vamos a realizar nuestro análisis.

Procedemos de la misma manera, primero realizamos un suavizado logarítmico para hacer la serie más estacionaria.

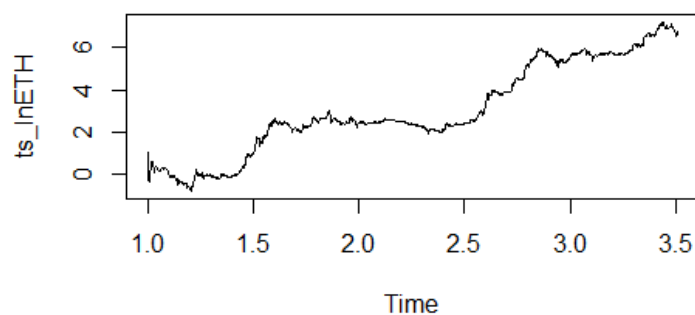


Figura 4.26: Suavizado logarítmico del Ethereum.

Como podemos observar en la figura 4.26, la serie aún no es estacionaria, en éste caso la prueba de Dickey-Fuller nos arrojó un $p - valor = 0,5588$.

Aplicamos una diferenciación de los datos y probamos de nuevo la prueba de Dickey-Fuller, arrojandonos ésta vez un $p - valor = 0,01$, por lo cual aceptamos la hipótesis alternativa, la serie es estacionaria. (Figura 4.27).

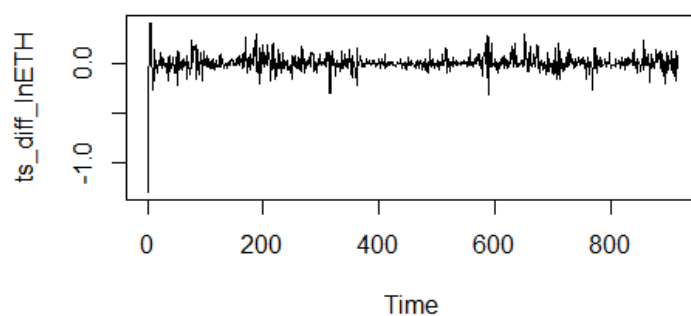


Figura 4.27: Serie estacionaria del Ethereum.

Analizamos las funciones ACF y PACF del Litecoin, determinando los parámetros autoregresivos y de promedio móvil.

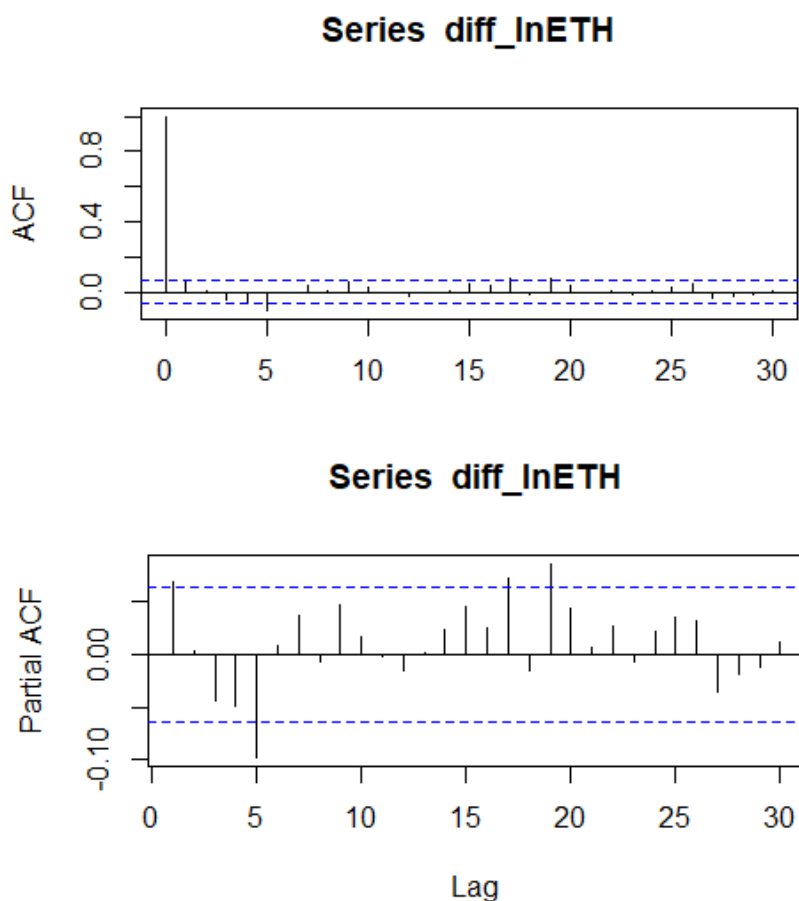


Figura 4.28: ACF y PACF del Ethereum.

Los parámetros recomendados por las gráficas de las funciones ACF y PACF son $p = 5$ para el autorregresivo y $q = 0$ para el de promedio móvil, de esta manera podemos afirmar que estamos en presencia de un modelo ARIMA(5,1,0).

Para el conjunto de entrenamiento hemos utilizado 918 observaciones, dejando las 30 restantes para el conjunto de prueba. Inicialmente probamos ajustar el modelo con la función "auto.arima" la misma nos arrojó

que el mejor modelo era un ARIMA(3,1,3) con "drift", es decir, con media distinta de cero, una diferencia importante en cuanto a la lectura de los parámetros, sin embargo nos arrojaba un error medio del 15%, lo cual no nos resultó satisfactorio. Partiendo de esos mismos parámetros dados por la función "auto.arima", se realizó el mismo proceso con los mismos parámetros pero usando sólo el comando "arima", el cual nos arrojó un error medio en el pronóstico de 6%, un resultado bastante favorable para lo que se buscaba.



Figura 4.29: Valores reales y valores pronosticados del Ethereum.

En la figura 4.29 se muestran los precios pronosticados muy cercanos a los precios reales, veamos más de cerca éstos valores, este modelo tiene un 94% de efectividad.

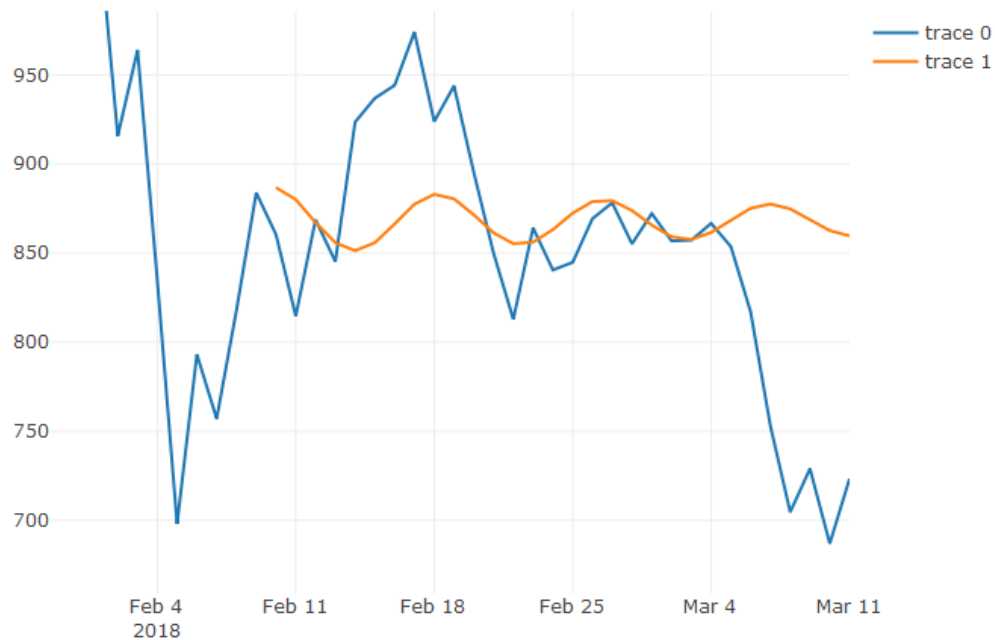


Figura 4.30: Valores reales y valores pronosticados del Ethereum.

Como puede observarse en la figura 4.30 los precios pronosticados se ajustan bastante bien a los precios reales salvo los días 17 al 19 de febrero y del 7 al 11 de marzo. Podemos decir que nuestro modelo $ARIMA(3,1,3)$ se ajusta en un 94% aproximadamente a los precios del Ethereum.

Veamos los valores exactos del precio real y precio pronosticado del Ethereum en la siguiente tabla.

Valor Real	Valor Pronosticado
860.42	886.8058
814.66	880.0577
868.71	867.1817
845.26	855.8570
923.56	851.3107
936.98	855.8631
944.21	866.3879
974.12	877.4910
923.92	882.9963
943.87	880.4728
895.37	871.4994
849.97	861.3854
812.85	855.2709
864.19	856.1809
840.52	863.1572
844.81	872.4274
869.32	878.9337
878.27	879.4355
855.20	873.9089
872.20	865.6895
856.85	859.1680
857.23	857.6456
866.68	861.5844
853.68	868.7227
816.95	875.1593
752.83	877.5614
704.60	874.8355
728.92	868.7309
686.89	862.6235
723.34	859.6912

Cuadro 4.4: Tabla precios reales y precios pronosticados.

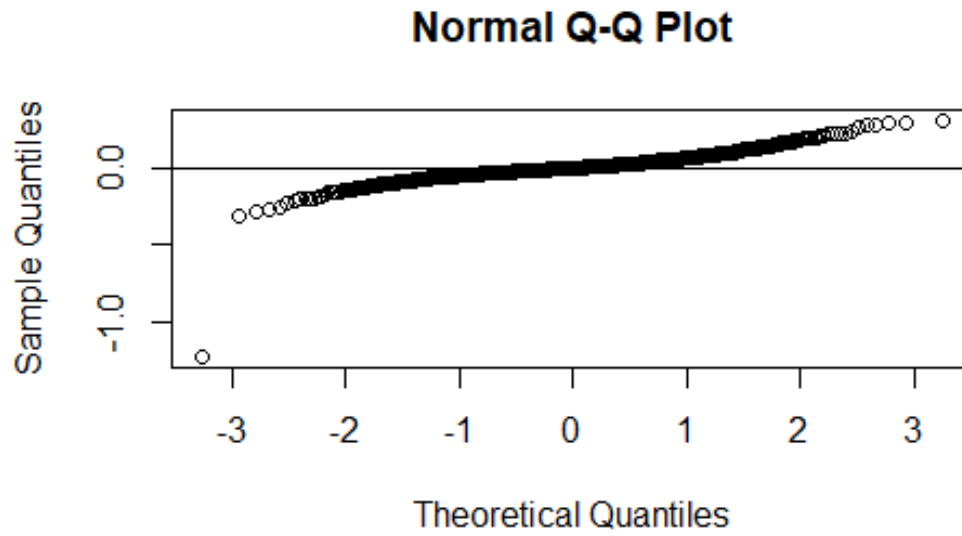


Figura 4.31: Residuos de la función ARIMA del Ethereum.

En la Figura 4.31 se observan como los residuos del modelo ARIMA del Ethereum se ajustan a los cuantiles de la Gaussiana entre -1.2 y 1.2.

4.1.5. Predicciones del Ripple

Por último tenemos el Ripple, del cual tenemos datos desde agosto del 2013, observemos su serie temporal con observaciones hasta marzo del 2018.

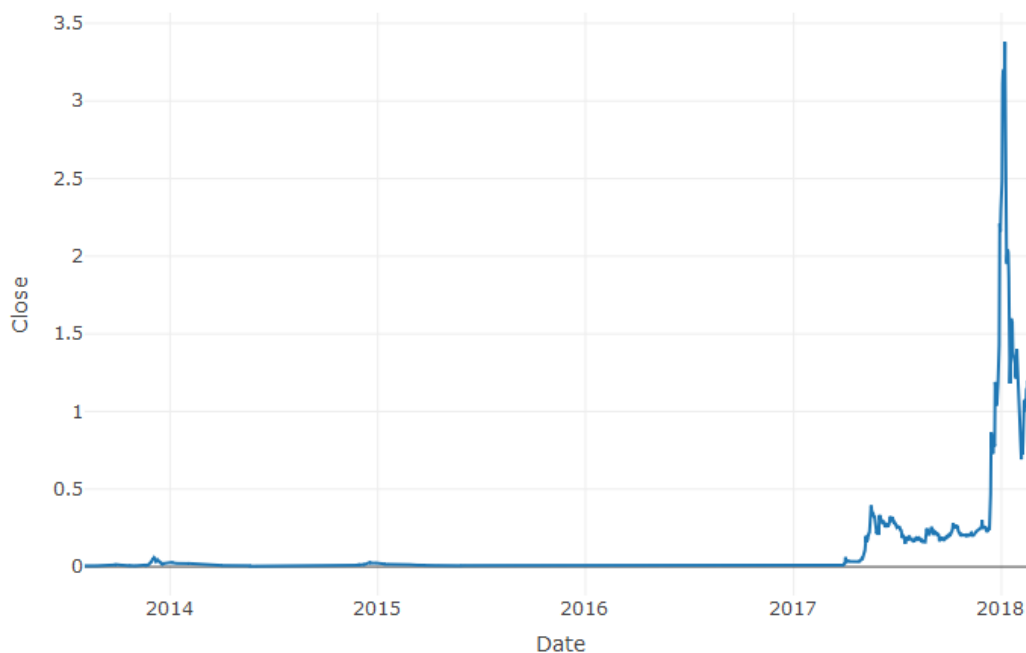


Figura 4.32: Serie temporal del Ripple.

Como podemos observar, el comportamiento del Ripple desde el año 2013 hasta finales del 2016 no es el mismo que a partir del año 2017, su valor mínimo fué de \$ 0.002810, con un valor medio de \$ 0.1055 y con un máximo de \$ 3.38, tuvo un incremento muy importante en el último año.

Una característica particular de éste criptoactivo es que es la única moneda en éste estudio la cual es no mible, sin embargo es una criptomoneda descentralizada, la red Ripple es un servicio de red social distribuido basado en el honor y en la confianza entre las personas existentes en las redes sociales del mundo real.

Para nuestro análisis es importante remarcar que, como en el caso del Bitcoin, ésta criptomoneda muestra un comportamiento diferente antes del 2017 y después del mismo año, por lo tanto utilizaremos una metodología similar a la del Bitcoin, quedandonos solamente con los datos del 2017 en adelante.

En el caso particular del Ripple, la metodología es un poco distinta, pues es la criptomoneda de menor valor, precios incluso por debajo de cero, éstos no pueden ser tratados de la misma manera, por ejemplo, en

los casos anteriores hicimos suavizados logarítmicos sin problemas, dado que los precios de las monedas eran bastante mayores a 1, en éste caso no tendría mucho sentido tomar el logaritmo de un valor por debajo de 1. Así que aplicamos un suavizado de promedio móvil para transformar la serie en una serie estacionaria.

Utilizamos un promedio móvil de la forma,

$$v_t = \frac{1}{3}(w_{t-1} + w_t + w_{t+1}), \quad (4.2)$$

para suavizar la serie.

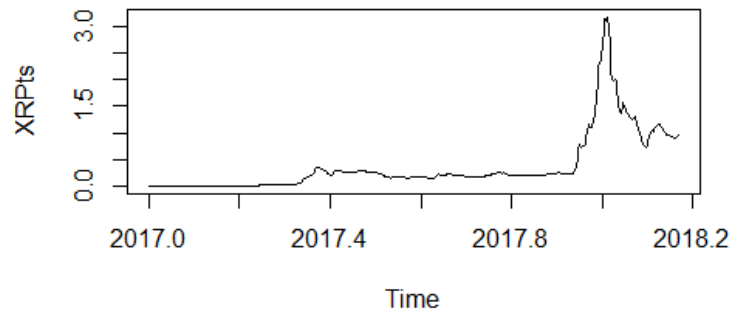


Figura 4.33: Suavizado de promedio móvil del Ripple.

Aunque los valores ya están suavizados se puede apreciar que la gráfica de la serie aún no es estacionaria, sin embargo, la prueba de Dickey-Fuller nos arrojó un $p - valor = 0,01$.

Aún así, aplicamos una diferenciación de los datos, para hacer la serie lo más estacionaria posible, probamos de nuevo con Dickey-Fuller y como era de esperarse obtuvimos un $p - valor = 0,01$, por lo cual acetamos la hipótesis alternativa, la serie es estacionaria (Figura 4.34).

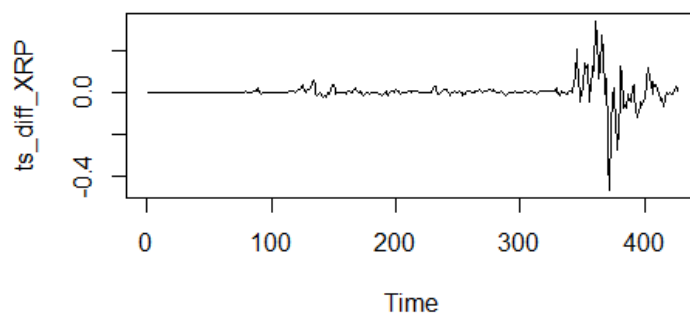


Figura 4.34: Serie estacionaria del Ripple.

Recordemos que para los modelos ARIMA de series de tiempo, la serie debe ser estacionaria, por lo que si no lo es, entonces debemos hacer las transformaciones necesarias para ello.

Para la realización de éste pronóstico se creó un nuevo conjunto de datos con las observaciones del 2017 en adelante ya suavizadas por promedio móvil y con un total de 428 observaciones.

Para realizar el pronóstico respectivo, inicialmente utilizamos la función "auto.arima", la cual coincidió con nuestra lectura de las gráficas de las mostradas anteriormente (Figura 4.35).

Analizamos las funciones ACF y PACF del Ripple, para determinar los parámetros autoregresivos y de promedio móvil.

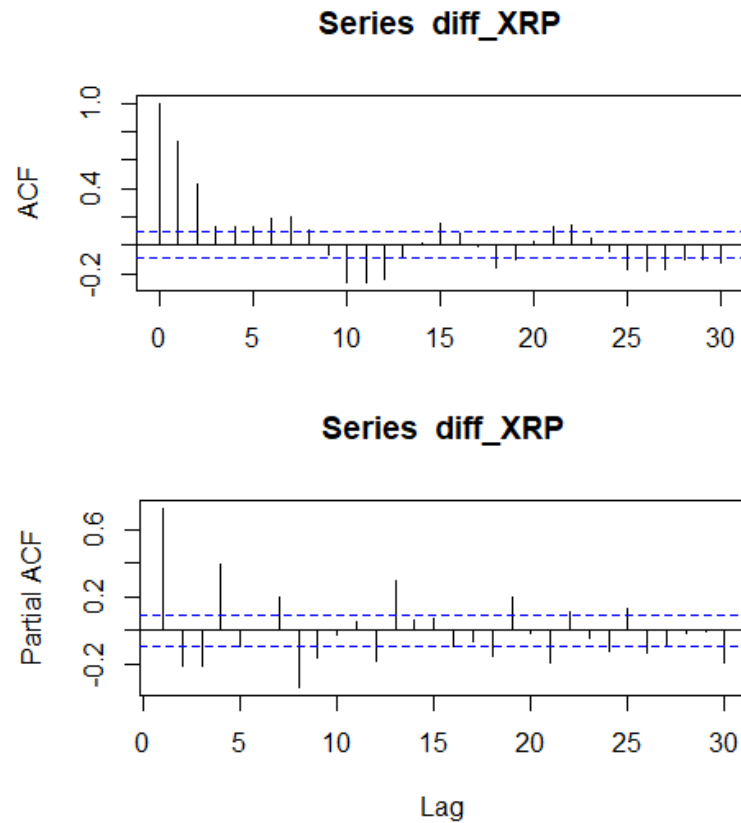


Figura 4.35: ACF y PACF del Ripple.

Como se muestra en las gráficas, los parámetros sugeridos para nuestro modelo ARIMA son, $p = 4$ para el parámetro autoregresivo y $q = 1$ para el de promedio móvil.

Éste modelo ARIMA nos arrojó un error medio del 8 %, sin embargo tratamos de mejorarlo haciendo variar los parámetros, sin mejores resultados, lo cual nos indica que la función "auto.arima" en éste caso nos arrojó los mejores resultados.

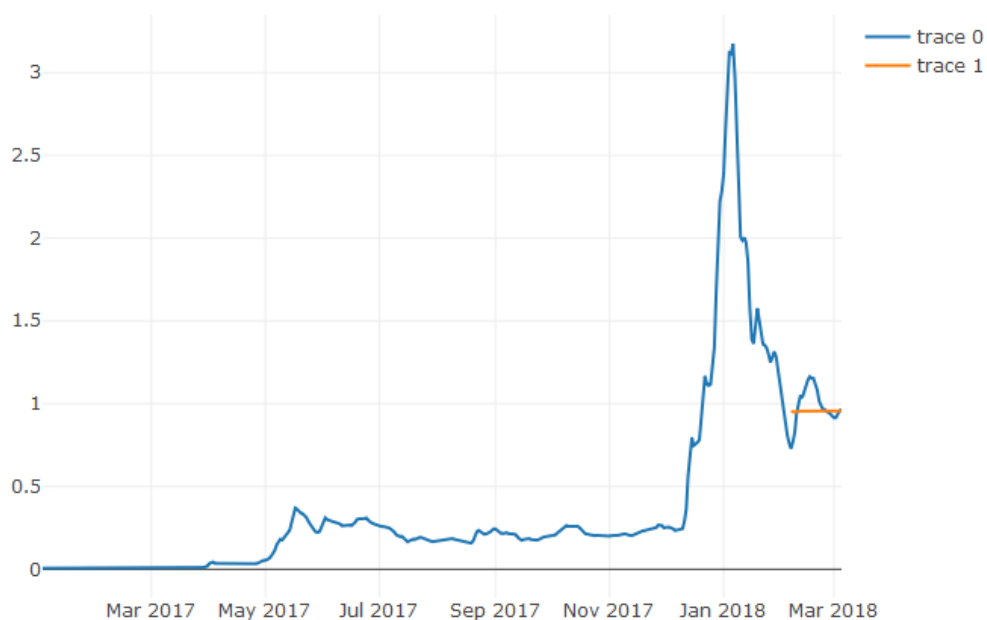


Figura 4.36: Valores reales y valores pronosticados del Ripple.

Veamos más de cerca los resultados obtenidos en la Figura 4.36.

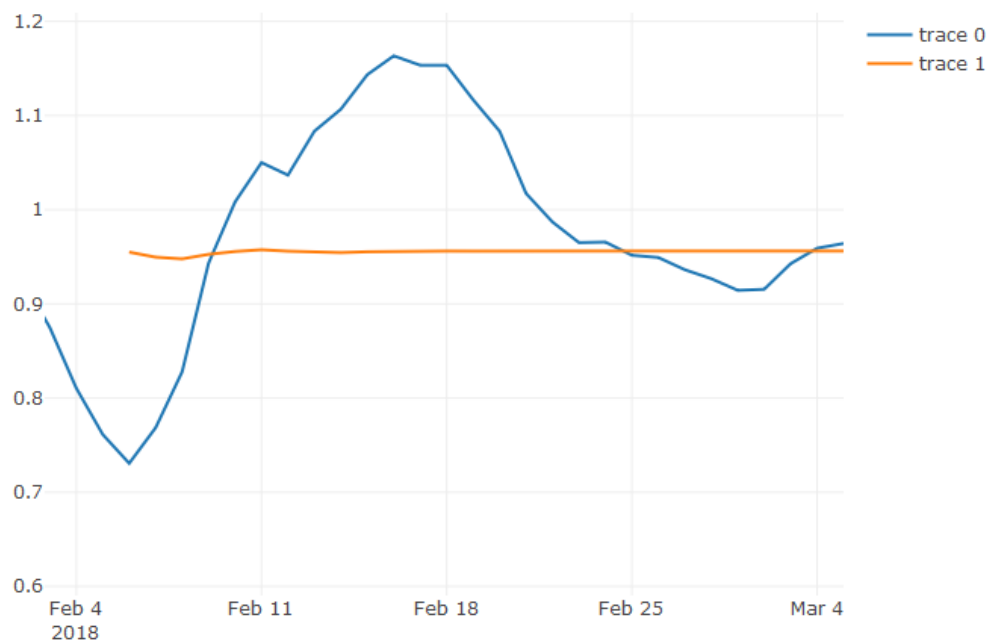


Figura 4.37: Valores reales y valores pronosticados del Ripple.

Como se puede apreciar en la Figura 4.37 los valores reales presentan un alza importante de los días 10 al 21 de febrero, de allí hasta el 5 de marzo los precios pronosticados se ajustaron bastante cercanos a los precios reales.

Veamos específicamente cuáles fueron éstos valores en la siguiente tabla.

Valor Real	Valor Pronosticado
0.7306957	0.9549129
0.7685170	0.9495491
0.8278620	0.9477565
0.9432303	0.9525701
1.0081427	0.9555988
1.0500000	0.9574350
1.0366667	0.9559269
1.0833333	0.9550980
1.1066667	0.9544231
1.1433333	0.9552974
1.1633333	0.9557900
1.1533333	0.9563200
1.1533333	0.9560630
1.1166667	0.9559771
1.0833333	0.9557796
1.0172627	0.9559504
0.9868810	0.9560125
0.9650150	0.9561530
0.9655813	0.9561035
0.9515827	0.9561095
0.9492170	0.9560561
0.9362490	0.9560937
0.9267450	0.9560956
0.9143580	0.9561318
0.9154317	0.9561201
0.9426493	0.9561277
0.9590573	0.9561136
0.9640850	0.9561230

Cuadro 4.5: Tabla precios reales y precios pronosticados del Ripple.

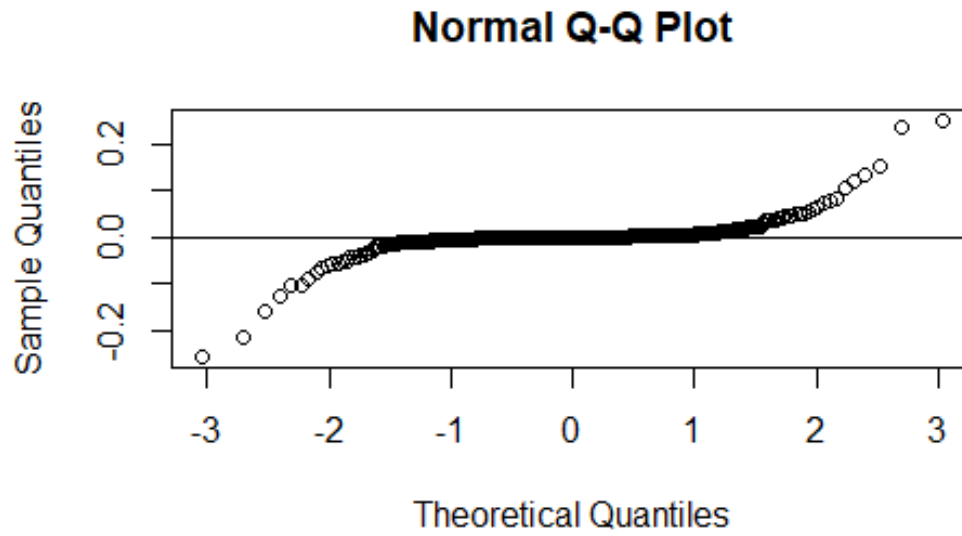


Figura 4.38: Residuos de la función ARIMA del Ripple.

En la Figura 4.35 se observa que los residuos del modelo ARIMA aplicado al Ripple, se ajustan a los cuantiles de la Gaussiana entre -1.5 y 1.5.

4.2. Análisis de reglas de asociación

Para darle forma a éste análisis tuvimos que hacer algunas modificaciones a los datos obtenidos en la sección anterior, dado que los algoritmos de reglas de asociación no fueron diseñados para estudiar datos numéricos, sin embargo creamos una función determinista para poder asociar correctamente el comportamiento de las diferentes criptomonedas. Recordemos que nuestros datos en la figura 4.2 eran solamente datos de fechas y precio de cierre (Close).

Nuestro nuevo conjunto de datos es muy similar sólo que con las fechas y todos los precios de cierre de las diferentes criptomonedas.

	Date	BTC_Close	ETH_Close	LTC_Close	BCH_Close	XRP_Close
1	7/23/2017	2730.4	225.95	44.06	413.06	0.195058
2	7/24/2017	2754.86	224.71	44.41	440.7	0.192002
3	7/25/2017	2576.48	206.71	42.24	406.9	0.178104
4	7/26/2017	2529.45	203.95	42.23	365.82	0.173822
5	7/27/2017	2671.78	204.32	42.14	385.48	0.173457
6	7/28/2017	2809.01	193.12	40.61	406.05	0.165937
7	7/29/2017	2726.45	205.79	41.12	384.77	0.169871
8	7/30/2017	2757.18	197.98	40.42	345.66	0.165082
9	7/31/2017	2875.34	203.87	43.02	294.46	0.167386
10	8/1/2017	2718.26	226.77	43.04	380.01	0.177053
11	8/2/2017	2710.67	219.95	42.13	452.66	0.173113
12	8/3/2017	2804.73	225.34	42.86	364.05	0.174612
13	8/4/2017	2895.89	223.07	43.45	233.05	0.173743
14	8/5/2017	3252.91	256.51	46.86	213.15	0.184737
15	8/6/2017	3213.94	261.57	45.1	220.66	0.180444
16	8/7/2017	3378.94	269.18	45.8	319.69	0.179021
17	8/8/2017	3419.94	296.77	48.63	345.49	0.192586
18	8/9/2017	3342.47	296.03	48.01	303.89	0.182947
19	8/10/2017	3381.28	295.89	46.5	275.95	0.180399
20	8/11/2017	3650.62	308.86	47.1	328.24	0.179307
21	8/12/2017	3884.71	310.6	46.43	317.09	0.173853
22	8/13/2017	4073.26	298.06	45.81	298.05	0.168092

Figura 4.39: Precios de las diferentes criptomonedas.

A éste conjunto de datos (Figura 4.39) lo transformamos en una matriz de "ceros" y "unos", a través de una función indicadora, dada de la siguiente manera:

$$F(x) = \begin{cases} BTC_Close(i + 1) = 1, & \text{si } BTC_Close(i + 1) \geq BTC_Close(i) \\ BTC_Close(i + 1) = 0, & \text{si } BTC_Close(i + 1) \leq BTC_Close(i). \end{cases} \quad (4.3)$$

Aplicando la función (4.3) a la matriz de Figura 4.39, obtenemos la matriz de transacciones siguiente:

	BTC	ETH	LTC	BCH	XRP	
1	1	0	1	1	0	
2	0	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	0	
4	1	1	0	1	0	
5	1	0	0	1	0	
6	0	1	1	0	1	
7	1	0	0	0	0	
8	1	1	1	0	1	
9	0	1	1	1	1	
10	0	0	0	1	0	
11	1	1	1	0	1	
12	1	0	1	0	0	
13	1	1	1	0	1	
14	0	1	0	1	0	
15	1	1	1	1	0	
16	1	1	1	1	1	
17	0	0	0	0	0	
18	1	0	0	0	0	
19	1	1	1	1	0	
20	1	1	0	0	0	
21	1	0	0	0	0	
22	1	1	0	0	1	
23	0	0	0	1	0	
24	1	1	1	1	0	
25	0	0	0	1	0	

Figura 4.40: Matriz de transacciones .

La matriz de transacciones consta de 226 observaciones, dado que el Bitcoin Cash tiene solamente 233, las cuales describen bastante bien lo ocurrido en las fechas de mayor volatilidad del mercado de criptoactivos, registrado desde mediados del 2017 hasta marzo del 2018. La intención de cambiar nuestros datos numéricos a factores del tipo "ceros y unos" es lograr identificar cuando el valor de una criptomoneda sube o baja, de manera que si el precio del Bitcoin, por ejemplo, subió, entonces colocamos un 1, por el contrario, si el precio bajó colocamos un cero. Y así con todos los precios de las distintas criptomonedas a estudiar, para que el algoritmo Apriori, pueda establecer las reglas de asociación entre ellas.

En éste punto podemos aplicar el algoritmo Apriori a nuestra matriz de transacciones, para así extraer las reglas de asociación de las criptomonedas a estudiar.

La aplicación de éste algoritmo, con 226 observaciones, nos arrojó un total de 64 reglas, veamos cuáles son las más resaltantes de ellas:

1. $ETH=0 \Rightarrow XRP=0$, con un 80 % de confianza y 37 % de soporte, es decir, que el Ethereum baja, entonces el Ripple baja.
2. $XRP=1 \Rightarrow ETH=1$ con un 80 % de confianza y 38 % de soporte, ésta es el contrarrecíproco de la regla anterior.
3. $LTC=1 \Rightarrow ETH=1$ con un 80 % de confianza y un 40 % de soporte, es decir, el Litecoin sube, entonces el Ethereum también.
4. $BTC=0, ETH=0 \Rightarrow LTC=0$ con un 89 % de confianza y un soporte del 26 %, es decir, cuando el Bitcoin y el Ethereum bajan, entonces el Litecoin baja.
5. $BTC=0, LTC=0 \Rightarrow ETH=0$ con un 84 % de confianza y un 26 % de soporte, esto es, Bitcoin y Litecoin bajan entonces Ethereum baja.
6. $LTC=1, BCH=1 \Rightarrow BTC=1$ con un 83 % de confianza y un 27 % de soporte, esto es, si Litecoin y Bitcoin Cash suben, entonces el Bitcoin sube.
7. $ETH=1, BCH=1 \Rightarrow BTC=1$ con un 82 % de confianza y un 28 % de soporte, es decir, que cuando Ethereum y Bitcoin Cash suben, el Bitcoin sube.
8. $BTC=0, ETH=0, LTC=0 \Rightarrow XRP=0$ con un 88 % de confianza y un 23 % de soporte, esto nos dice que, cuando el Bitcoin, el Ethereum y el Litecoin bajan, entonces el Ripple Baja.
9. $BTC=0, ETH=0, XRP=0 \Rightarrow LTC=0$ con un 92 % de confianza y con un 23 % de soporte, esto es, que cuando el Bitcoin, el Ethereum y el Ripple bajan, entonces el Litecoin baja.
10. $BTC=0, ETH=0, BCH=0, XRP=0 \Rightarrow LTC=0$ con un 95 % de confianza y un 18 % de soporte, quiere decir que, cuando el Bitcoin, el Ethereum, el Bitcoin Cash y el Ripple bajan, entonces el Litecoin baja.

Éstas fueron las reglas de asociación con mayor confianza y soporte encontradas entre las 64 reglas arrojadas por el algoritmo Apriori.

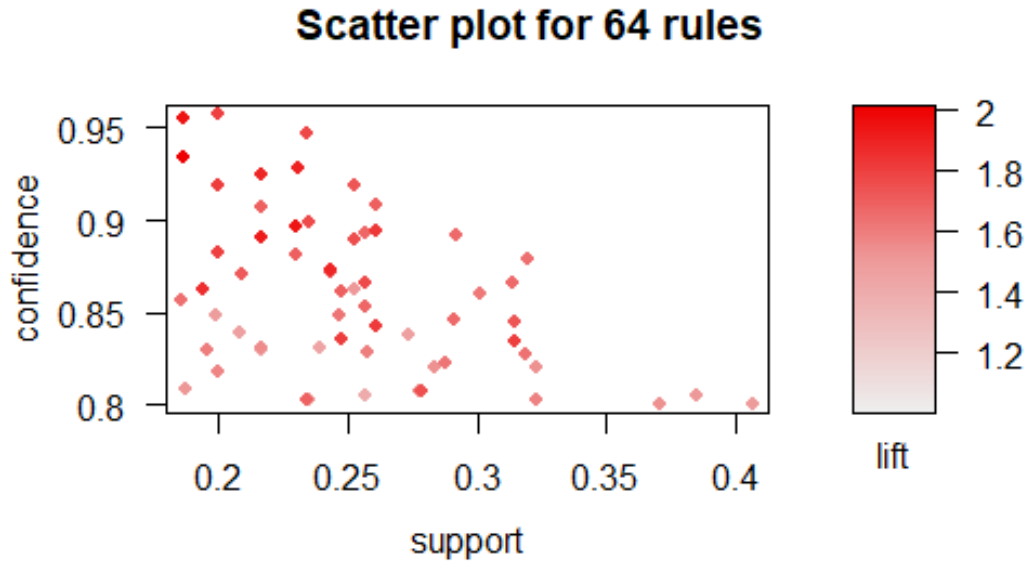


Figura 4.41: Gráfica de reglas de asociación .

Conclusiones y Recomendaciones

En este trabajo se logró exitosamente desarrollar un modelo de análisis de criptomonedas, tal como lo demostraron los resultados del capítulo anterior, en el cual se demuestra que los modelos ARIMA son altamente efectivos para la predicción de precios y tendencia de las mismas.

En cuanto a los análisis de series de tiempo, los pronósticos más efectivos fueron para el Bitcoin y el Ethereum con un 94 % de efectividad, sin embargo en todos los casos se alcanzó más del 90 % de efectividad en la predicción. En el caso del Bitcoin, la moneda más importante del mercado en cuanto a la capitalización, es también la criptomoneda más sensible al comportamiento humano, anuncios, noticias o divulgaciones afectan positiva o negativamente la confianza de los inversionistas, comerciantes o tenedores de criptomonedas, haciendola así en una de las más volátiles. En el caso del Ripple, la moneda más estable de nuestro trabajo, resultó que su predicción fue la más constante de todas y sin embargo nos arrojó un 8 % de error.

Un caso en particular llamó nuestra atención, el Bitcoin Cash, es la moneda más joven del mercado en este estudio, con tan sólo 233 observaciones y aún así el modelo ARIMA se ajustó bastante bien a los precios reales del mismo, arrojandonos una predicción bastante cercana a los precios reales, con tan sólo un 9 % de error.

Por otra parte, el análisis de las reglas de asociación nos mostró un total de 64 reglas, de las cuales ya mostramos las 10 más importantes, en cuanto a la confianza y soporte, pero de allí podemos concluir que la regla más importante de todas fué la que no arrojó el modelo, y es que ninguna criptomoneda afecta directamente al Bitcoin, por lo que cualquier variación de precio observada a alguna moneda en particular, no afecta de manera directa al Bitcoin. Sin embargo el Bitcoin si afecta de manera directa a las demás criptomonedas.

Un comportamiento en particular a destacar, es que no existen reglas que impliquen el crecimiento de alguna criptomoneda dado por la caída de precio de otra criptomoneda, o viceversa, con lo que podemos

concluir que el precio de las criptomonedas estudiadas suben conjuntamente o bajan conjuntamente.

Las dos monedas más relacionadas en este estudio resultaron ser el Ethereum y el Ripple dado que cuando el Ripple sube, el Ethereum también y cuando el Ethereum baja, el Ripple también. A su vez cabe destacar que cuando estas dos criptomonedas bajan conjuntamente el Litecoin también lo hace y eso ocurre con un 84 % de confianza y un soporte del 31 %.

Finalmente, este estudio nos muestra que es posible predecir con altos niveles de exactitud el comportamiento futuro del precio de las criptomonedas, mediante el uso de estos modelos de análisis, así como también, medir cuan correlacionadas están éstas, facilitando así la toma de decisiones de inversión en las distintas criptomonedas.

Los análisis realizados en este proyecto, son recomendables para todo aquel inversionista, comerciante o minador de criptomonedas, dado que con la ayuda de esta herramienta podrían determinar cuál es el mejor momento para comprar o vender sus criptoactivos, cuándo predecir una caída o un alza en el precio, además de chequear el comportamiento de otras criptomonedas que puedan afectar de manera positiva o negativa sus inversiones, lo cual resulta fundamental para optimizar sus ganancias. Recomendamos tener una cartera de inversión diversificada donde pueda manejar principalmente Bitcoins, Ether y Bitcoin Cash, dado que son las criptomonedas que logramos ajustar con mayor efectividad.

Códigos Utilizados y Funciones

Para la realización de este trabajo fueron implementados los siguientes códigos en el software estadístico R, en su versión 3.4.1 de R-Studio.

Los códigos para el ajuste de series de tiempo para la criptomoneda Ethereum son:

```
#Predicciones ETHEREUM
```

```
#Establecer directorio de trabajo
```

```
getwd()
```

```
setwd("C:/Users/migue/Desktop/DATA Cleaned TESIS")
```

```
# Cargar las librerías
```

```
library("ggplot2")
```

```
library("tseries")
```

```
library("forecast")
```

```
library("plotly")
```

```
library("dplyr")
```



```
# Leer data del ETHEREUM

ETH <- read.csv("C:/Users/migue/Desktop/DATA Cleaned TESIS/ETH.csv")
View(ETH)

# si Aparece una columna "X" en el data frame, aplicar esto

tt <- match("X", names(ETH))
ETH <- ETH[, -(tt)]
View(ETH)

class(ETH$Close)
class(ETH$Date)

ETH$Date <- as.Date(ETH$Date)

# Mostrar la gráfica del ETHEREUM desde 2013

plot_ly(ETH, x = ~Date , y = ~Close, type = "scatter", mode = "lines")

summary(ETH)

# Claramente se puede observar que la serie NO es estacionaria

# Convertimos la serie de tiempo en una estacionaria , aplicandole el Logaritmo

#Veamos de cerca los valores del ETH
ETH
```

```
lnETH= log(ETH$Close[1:918]) # observemos como cambian los datos

lnETH

#comprobemos la estacionaridad de la serie , usando ADF-Test

adf.test(lnETH)

#La serie aun no es estacionaria pues p-value > 0.05

#veamos la serie de tiempo del logaritmo de ETH

ts_lnETH <- ts(lnETH, frequency = 365)
plot(ts_lnETH)

#Aun podemos hacer convertir la serie en una mas estacionaria aplicandole diff

diff_lnETH = diff(lnETH,1)
diff_lnETH

#Aplicamos el test de Dickey-Fuller

adf.test(diff_lnETH)

#Note que p-value es 0.01 < 0.05 , con lo cual la serie es integrada de grado 1 I(1)

#Veamos la serie

ts_diff_lnETH <- ts(diff_lnETH)
plot(ts_diff_lnETH)
```

```
#ahora calculamos las funciones ACF y PACF
```

```
acf(diff_lnETH, lag.max = 30)      #ACF nos indica que el orden de MA = 0  
pacf(diff_lnETH, lag.max = 30)    #PACF nos indica que el orden de AR = 5
```

```
#Ajuste del modelo ARIMA
```

```
arimaETH <- ts(lnETH, start = 2013, frequency = 365)  
fitarimaETH <- arima(arimaETH, order = c(3,1,3)) #el mejor c(3,1,3)(94%)  
#fitarimaETH<-auto.arima(arimaETH)  
fitarimaETH  
plot(arimaBTC, type='l')  
title('ETH precio')  
exp(lnETH)
```

```
#Pronosticos con ARIMA
```

```
forecastedvalues_ln_ETH=forecast(fitarimaETH, h=30)  
forecastedvalues_ln_ETH  
plot(forecastedvalues_ln_ETH)
```

```
#Valores Pronosticados
```

```
valores_pronosticados_ETH=as.numeric(forecastedvalues_ln_ETH$mean)  
valores_finales_ETH=exp(valores_pronosticados_ETH)  
valores_finales_ETH
```

```
#Porcentaje de Error

df_ETH<-data.frame(ETH$Close[919:948], valores_finales_ETH)
col_headings<-c(" Valor Real", " Valor Pronosticado ")
names(df_ETH)<-col_headings
attach(df_ETH)
percentage_error_ETH=((abs(df_ETH$' Valor Real'-df_ETH$' Valor Pronosticado '))
/(df_ETH$' Valor Real '))
percentage_error_ETH
mean(permission_error_ETH)

#Veamos los Valores reales y pronosticados

#View(df_ETH)
df_ETH

# Midamos los errores del modelo

#ME: Error Medio
#RMSE: Raiz del Error Cuadratico Medio
#MPE: Porcentaje del Error Medio
#MAE: Error Absoluto Medio
#MAPE: Porcentaje del Error Absoluto Medio
#MASE: Error Escalado Absoluto Medio
#ACF1 : Autocorrelacion de Errores en lag 1

accuracy(fitarimaETH)
accuracy(ETH$Close[919:948], valores_finales_ETH)
```

```
qqnorm(fitarimaETH$residuals)
abline(h=0)

#veamos los valores reales y los pronosticados

plot_ly(ETH, x = ETH$Date[1 : 948], y = ETH$Close[1: 948], type = 'scatter',
mode = 'lines') %%
add_trace(df, x = ETH$Date[919:948], y = df_ETH$'Valor Pronosticado'
, type = 'scatter',
mode = 'lines')
```

Estos mismos códigos fueron aplicados a las demás criptomonedas, de manera que solo cambian en las siglas de las monedas correspondientes.

Los códigos para el análisis del algoritmo Apriori en R son los siguientes:

```
# Creacion data.frame Apriori

library(arules)
library(arulesViz)

ETH$Date <- as.Date(ETH$Date)
XRP$Date <- as.Date(XRP$Date)
LTC$Date <- as.Date(LTC$Date)
BTC$Date <- as.Date(BTC$Date)
BCH$Date <- as.Date(BCH$Date)
```

```
min(BTC$Date)
min(ETH$Date)
min(LTC$Date)
min(XRP$Date)
min(BCH$Date)

max(BTC$Date)
max(ETH$Date)
max(LTC$Date)
max(XRP$Date)
max(BCH$Date)

#max(BCH_ap$Close)

BTC_ap <- BTC[BTC$Date >= min(BCH$Date) & BTC$Date <= max(XRP$Date) , ]
ETH_ap <- ETH[ETH$Date >= min(BCH$Date) & ETH$Date <= max(XRP$Date) , ]
LTC_ap <- LTC[LTC$Date >= min(BCH$Date) & LTC$Date <= max(XRP$Date) , ]
BCH_ap <- BCH[BCH$Date >= min(BCH$Date) & BCH$Date <= max(XRP$Date) , ]
XRP_ap <- XRP[XRP$Date >= min(BCH$Date) & XRP$Date <= max(XRP$Date) , ]

df_ap <- data.frame(BTC_ap$Date, BTC_ap$Close, ETH_ap$Close,
LTC_ap$Close, BCH_ap$Close, XRP_ap$Close)
View(df_ap)
write.csv(df_ap, file = "df_ap.csv")

# Transformar la data en "ceros y unos"
```

```
dd <- data.frame(BTC = numeric(), ETH = numeric(), LTC = numeric(), BCH = numeric(),
XRP = numeric())
for(i in 2 : nrow(df_ap)){
  for(j in 2 : 6){
    dd[i-1, j-1] <- ifelse(df_ap[i, j] >= df_ap[i-1, j], 1, 0)
  }
}

dd$BTC <- as.factor(dd$BTC)
dd$ETH <- as.factor(dd$ETH)
dd$LTC <- as.factor(dd$LTC)
dd$BCH <- as.factor(dd$BCH)
dd$XRP <- as.factor(dd$XRP)

app <- apriori(dd)
summary(app)
inspect(app)

plot(app)
plot(app, method = "grouped", control = list(k = 5))
```

Bibliografía

- [1] Brockwell, P.J., & Davis, R.A., (1996). *Introduction to Time Series and Forecasting* Springer-Verlag, New York Inc, New York.
- [2] Don Tapscott. (2016) *La revolución blockchain*. Deusto.
- [3] David L. Olson. & Durson Delen (2008) *Advanced Data Mining Techniques*. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg.
- [4] Gupta, M. (2017). *Blockchain for dummies*. John Wiley and Sons, Inc.
- [5] Hastie T., Tibshirani R. & Friedman J. (2009) *The Elements of Statistical Learning*. Second edition. Springer.
- [6] Ordinas, M. (2017) *Las criptomonedas: Oportunidad o Burbújas?* . Informe mensual de estrategias de Banca-March.
- [7] Sanchez Gil A. & Terán Varela, O. (2018) *Criptomonedas como oportunidad de negocio de empresas del Sector Turístico en la Zona Sur Oriente Del estado de México*. Revista global de negocios v.6 (1), pp 93-104.
- [8] Ruey S. Tsay (2002). *Analysis of Financial Time Series*, John Wiley & sons, Inc.
- [9] Monsalve A. y Harmath P. (2015) *Introducción al análisis de series de tiempo con aplicaciones a la econometría y finanzas*. XXVIII Escuela Venezolana de Matemáticas EMALCA - Venezuela 2015.
- [10] Colonescu C. (2016) *Principles of Econometrics with R*.
- [11] Charu C. Aggarwal (1998). *Data Mining: The Textbook*. Springer, New York.

-
- [12] Shumway, R.H & Stoffer, D.S. (2006). *Time Series Analysis and Its Applications with R examples*, 2nd edition. Springer.
- [13] Brockwell, P.J., & Davis, R.A., (2006). *Time Series: Theory and Methods.*, 2nd edition. Springer-Verlag, New York Inc, New York.
- [14] Hernández José B. y Colina Mairene. *Características de las Series de Tiempo.*
- [15] Hernández José B. y Colina Mairene. *Modelos ARMA.*