

SISTEMAS DE PUESTA A TIERRA

PARTE 2

Napoleón Malpica Albert

Octubre 2021

Rev. diciembre 2023

Contenido

1		
1.	Introducción.....	4
2.	Resistencia de una barra para puesta a tierra.....	6
3.	Tratamiento del suelo para mejorar la resistencia de puesta a tierra en barras.....	9
4.	Cálculo de la resistencia de una barra en suelos tratados con LRM.....	13
5.	Cálculo de la resistencia de una barra para suelos tratados con electrolitos.....	15
6.	Resistencia mutua entre barras de puesta a tierra.....	16
7.	Cálculo de la resistencia de puesta a tierra en sistemas formados por más de una barra.....	17
8.	Resistencia de un contrapeso.....	27
9.	Resistencia de un contrapeso en suelos tratados con materiales de baja resistividad.....	29
10.	Resistencia mutua entre un contrapeso y una barra.....	32
11.	Pequeñas mallas para puestas a tierra.....	34
11.1	Red compuesta de una barra y un contrapeso.....	34
11.2	Red compuesta de cuatro barras y un contrapeso.....	38
11.3	Red de puesta a tierra en forma de un triángulo equilátero.....	41
11.4	Las ecuaciones de Dwight.....	45
12.	Ecuaciones para calcular la resistencia de puesta a tierra de acuerdo con la recomendación de la IEEE 80.....	47
12.1	Cálculo simplificado.....	47
12.2	Las ecuaciones de Schwarz.....	48
13	Algunas definiciones importantes.....	60
13.1	Corriente asimétrica eficaz de falla a tierra IF	60
13.2	Factor de decremento de la corriente Df	61
13.3	Corriente simétrica de la malla. Ig	61
13.4	Máxima corriente de la malla de puesta a tierra IG	62
13.5	Aumento del potencial de tierra GPR.....	62
13.6	Tensión de toque.....	63
13.7	Tensión de malla V_{malla}	63
13.8	Tensión de paso.....	64
14	Corriente límite tolerable por una persona.....	65
15	Tensión de toque y de malla.....	68
15.1	Cálculo de las tensiones de toque y tensión de malla.....	68

15.2	Cálculo de la tensión de la malla, método de la IEEE	71
15.3	Circuito equivalente del accidente y tensión de toque tolerable.....	73
16.	Tensión de paso.....	78
16.1	Circuito equivalente del accidente y tensión de paso tolerable.	78
16.2	Cálculo de la tensión de paso de acuerdo con la IEEE 80	80
17.	Cálculo de la corriente máxima de la malla IG y del factor de división de la corriente Sf	82
17.1	Corriente de secuencia cero para una falla bifásica a tierra:	82
17.2	Corriente de secuencia cero para una falla de una fase a tierra:.....	82
17.3	Corriente simétrica de la falla I_f :.....	83
17.4	Corriente asimétrica de la falla IF :.....	83
17.5	Factor de división de la corriente Sf y máxima corriente de la malla IG	83
18.	Diseño de mallas de puesta a tierra de acuerdo con el Código Eléctrico Nacional.	93
18.1	Campo de aplicación.....	93
18.2	Electrodos para puesta a tierra.	93
18.3	Calibre del conductor del electrodo de puesta a tierra.....	95
18.4	Valores de la resistencia de puesta a tierra.....	96
18.5	Tensiones de toque, de paso y de malla.....	96
19.	La resistividad del suelo.	105
19.1	Cálculo de la resistividad promedio obtenido con los valores medidos de la resistividad aparente por el método de Wenner y según la recomendación de la IEEE 80.....	105
19.2	Cálculo de la resistividad promedio del suelo si se conocen las resistividades de los diferentes estratos o capas.....	106
	Referencias.....	110
Anexo A	111
Anexo B	112
Anexo C	114
Anexo D	117

SISTEMAS DE PUESTA A TIERRA

SEGUNDA PARTE

1. Introducción.

Este trabajo trata sobre el diseño de mallas para puesta a tierra, con preferencia para aquellas infraestructuras cuyas acometidas sean en baja tensión. Existen normas tanto nacionales como internacionales que dedican su contenido o parte de ellas, al diseño de mallas de puesta a tierra; ejemplo de esto tenemos la sección 250 del Código Eléctrico Nacional (1) o la norma NFPA 70 de los Estados Unidos (3).

Comentario aparte merece la recomendación 80 de la IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding (4), donde se trata con bastante detenimiento el tema, haciendo énfasis en el problema de reducir en lo posible el choque eléctrico que puede sufrir una persona al momento de ocurrir una falla en una subestación eléctrica, estas tensiones de choque son conocidas en la literatura como tensiones de toque y tensiones de paso y que serán tratadas más adelante. Aunque la recomendación de la IEEE establece claramente los valores de tensiones límites de toque y de paso que puede sufrir una persona durante un choque eléctrico, hay que tener presente que estos valores fueron determinados para personas adultas, cuyo peso corporal sea de 50kg o más; por lo tanto, no pueden servir de referencia para el caso de un choque eléctrico que pueda sufrir, como por ejemplo, un niño.

Dado lo anterior, el Código Eléctrico Nacional, que es una norma concebida especialmente para redes de baja tensión, no establece los valores límites de las tensiones de toque y de paso que puede soportar una persona; pero en su lugar, la norma es muy estricta, en aplicar el concepto de equipotencialidad para todas las cubiertas metálicas de equipos, canalizaciones metálicas y estructuras metálicas, no destinadas a conducir corriente, y de esta forma se minimizan los choques eléctricos que pueda sufrir una persona por tensiones de toque. Otro aspecto importante que obliga el Código Eléctrico Nacional, y que ayuda a reducir en buena medida los choques eléctricos ante fallas a tierra, es la puesta a tierra del conductor de neutro, aspecto que se tratará también en este documento. Sin embargo, siempre es conveniente evaluar la exposición ante choques eléctricos, sobre todo en infraestructuras que necesiten ser alimentadas en media y baja tensión.

En cuanto al cálculo de la resistencia de puesta a tierra de una red de puesta a tierra, la recomendación IEEE 80 presenta varias formulaciones que resultan muy útiles por su simplicidad, ya que se puede calcular la resistencia de puesta a tierra con el uso de una calculadora de mano.

Otra forma de obtener la resistencia de puesta a tierra es resolviendo las ecuaciones diferenciales para el potencial eléctrico, en cualquier punto del espacio, que no es más que la solución de la ecuación de Laplace para el potencial eléctrico, que es un proceso mucho más laborioso, pero tiene la ventaja que las aproximaciones obtenidas son mejores en comparación con las formulaciones de la IEEE. Para aplicar esta metodología, se requiere conocimiento de electromagnetismo y también se requiere de una poderosa herramienta de cálculo matemático, pero este método no es el objetivo de este curso.

Un añadido que tiene estos apuntes es que se contempla el diseño de redes de puestas a tierra en lugares donde la superficie del suelo es limitada, como ocurre en las ciudades; por lo general, para obtener el valor de resistencia de puesta a tierra requerido, se recurre a instalar más electrodos, ocupando más superficie del suelo, hasta obtener el valor de resistencia necesario.

Pero a veces, no se logra el valor de resistencia por mucho que se añada electrodos a la red de puesta a tierra; entonces, otra alternativa consiste en mejorar las propiedades del suelo, o bajar la resistividad y esto es tratado en estas notas con varios ejemplos.

En cuanto a la herramienta matemática necesarias para este curso, en algunos casos se requiere de algún software para invertir matrices como Excel, MathCad, MathLab, o también se puede emplear cualquiera de las aplicaciones gratuitas que existen en la net para invertir matrices.

2. Resistencia de una barra para puesta a tierra.

La barra es el electrodo de puesta a tierra más utilizado, se caracteriza porque se coloca verticalmente en el suelo, es fácil de instalar si el suelo no es rocoso y es de bajo costo. La Figura 1 muestra una barra de longitud l , donde la parte superior de la barra se encuentra enterrada a una profundidad h .

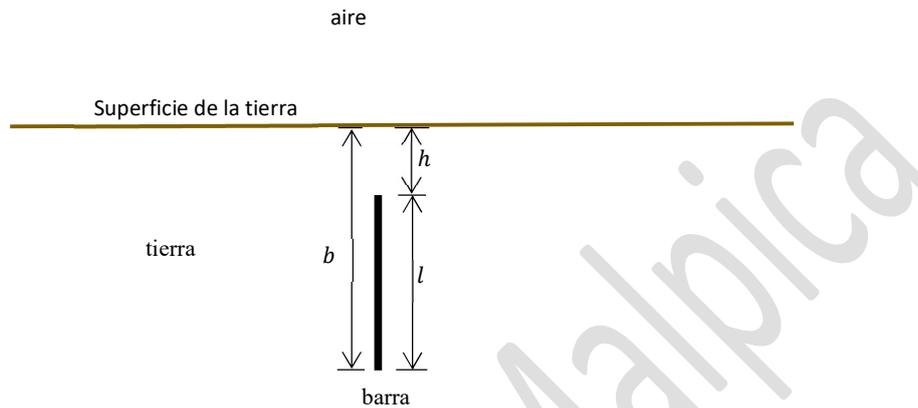


Fig. 1 Barra para puesta a tierra

A continuación, se presenta una fórmula general, que permite calcular la resistencia de una barra:

$$R_{barra} = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[\begin{aligned} & -b \cdot \ln \left[\frac{(\sqrt{(l+2h)^2 + r^2} + (l+2h))(\sqrt{l^2 + r^2} - l)(\sqrt{(2b)^2 + r^2} - 2b)^2}{r^2} \right] + \dots \\ & -(l-h) \cdot \ln(\sqrt{l^2 + r^2} - l) + \dots \\ & +(l+3h) \cdot \ln(\sqrt{(l+2h)^2 + r^2} - (l+2h)) + \dots \\ & -h \cdot \ln \left(\frac{(\sqrt{(2h)^2 + r^2} - 2h)^2}{r^2} \right) + 2(l-h) \cdot \ln(r) + \dots \\ & -\sqrt{(2(l+h))^2 + r^2} - 2\sqrt{l^2 + r^2} + \dots \\ & +2\sqrt{(l+2h)^2 + r^2} - \sqrt{(2h)^2 + r^2} + 2r \end{aligned} \right] \quad (2-1)$$

donde:

- r Es el radio del electrodo, en metros.
- h Es la profundidad, en metros, que se encuentra enterrada la parte superior del electrodo, $h \geq 0$, (Ver la Figura 1).
- l Es la longitud, en metros, del electrodo.
- ρ Es la resistividad promedio del suelo. (Ωm).
- b Es la profundidad a la cual se encuentra enterrada la parte inferior del electrodo (m) (Ver la Figura 1).

$$b = l + h$$

La fórmula fue obtenida aplicando el método de potencial promedio propuesto por Dwight (5), pero asumiendo que el extremo superior de la barra no se encuentra a ras del suelo ($h \neq 0$). En el caso que la parte superior de la barra se encuentre enterrada al ras del suelo ($h = 0$), entonces la ecuación anterior se simplifica a la siguiente:

$$R_{barra} = \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln \left[\frac{\left(\sqrt{(2l)^2 + r^2} + (2l) \right)}{r} \right] - \frac{\sqrt{(2l)^2 + r^2}}{2l} + \frac{r}{2l} \right] (\Omega) \quad (2-2)$$

Y si la longitud de la barra es mucho mayor que el radio, entonces se puede hacer la siguiente aproximación, para calcular la resistencia de la barra.

$$R_{barra} \approx \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln \left[\frac{4l}{r} \right] - 1 \right] (\Omega) \quad (2-3)$$

La ecuación anterior es la que publica Dwight (ver la Figura 19) en su trabajo y es utilizada en numerosas publicaciones y normas para calcular la resistencia de una barra, sin tomar en cuenta la profundidad h y esto obedece a que el error que se comete, al no tomar en cuenta la profundidad es menor al 7% para la mayoría de los casos; y por otra parte, la resistencia obtenida con (2-3) resulta en un valor conservador ya que el valor obtenido da por encima del valor real de la resistencia.

Para visualizar el efecto de como varía la resistencia en función de la profundidad, la Figura 2 muestra la Resistencia de puesta a tierra de una barra de 5/8 de pulgadas de diámetro y de 1.8 (m) de longitud, en función de h , calculada con la ecuación (2-1); nótese de la Figura 2 que la resistencia baja a medida que aumenta h y el error no supera el 6% para barras cuyo extremo superior se encuentra enterrado a una profundidad inferior a medio metro.

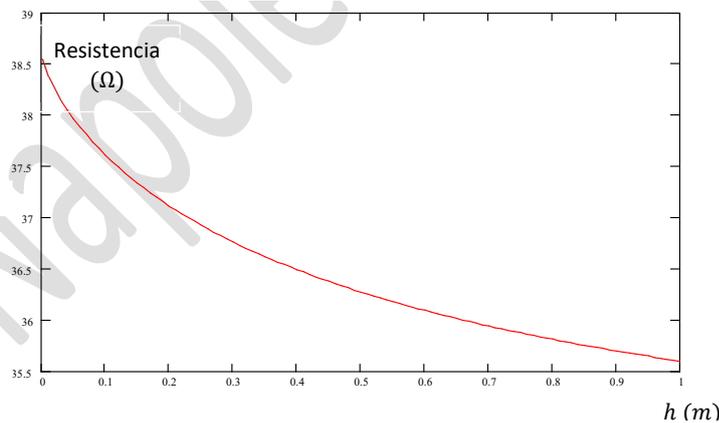


Fig. 2 Resistencia de una barra de 5/8 de pulgadas de diámetro y 1.8 m de longitud, enterrada en un suelo homogéneo cuya resistividad es de 75 (Ω m), en función de la profundidad a la cual se encuentra el extremo superior de la barra.

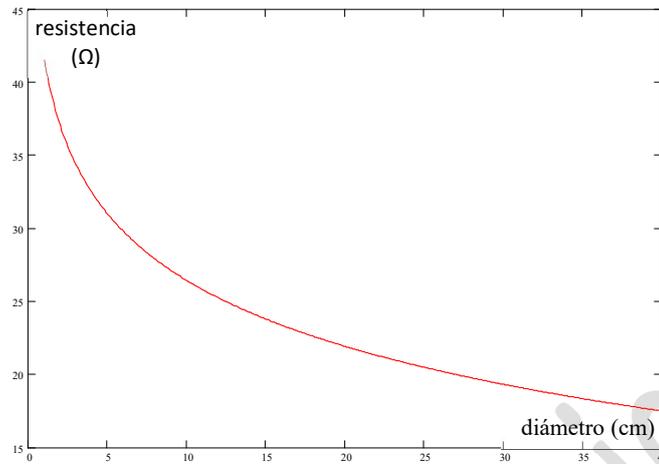


Fig. 3 Resistencia de una barra en función del diámetro del electrodo, de 1.8 (m) de longitud, $\rho = 75 (\Omega m)$, $h = 0 (m)$

En cuanto a la influencia del radio o al diámetro del electrodo, en el valor de la resistencia de puesta a tierra, la Figura 3 muestra el comportamiento de una barra de 1.8 (m) de longitud, enterrada al ras del suelo, donde se evidencia la gran dependencia de la resistencia con el diámetro de esta. Con base a este comportamiento es que se diseñan sistemas de puesta a tierra donde la tierra que rodea al electrodo se trata químicamente con el fin de reducir su resistividad, de tal forma, que sea equivalente a aumentar el radio del electrodo, este aspecto se tratará en el próximo capítulo.

3. Tratamiento del suelo para mejorar la resistencia de puesta a tierra en barras.

A menudo es imposible lograr el valor deseado de resistencia de puesta a tierra aumentando el número de barras o de electrodos enterrados en el suelo. Una alternativa viable consiste en disminuir la resistividad de la tierra, agregando algún producto químico al suelo, en las cercanías del electrodo; ya que el volumen de tierra que se encuentra más cercano al electrodo normalmente es el que principalmente contribuye con la resistencia de puesta a tierra del mismo. A continuación, se presentan varias alternativas, que fueron tomadas de la recomendación IEEE 80 (4) que comúnmente se emplean para bajar la resistencia de puesta a tierra, alterando la resistividad del suelo:

- El uso de soluciones de cloruro de sodio, o sulfato de magnesio o sulfatos de cobre o cloruro de calcio, para tratar la tierra que circunda al electrodo y de esta forma aumentar la conductividad del suelo que rodea al electrodo. Este tipo de tratamiento no tiene resultado permanente y requiere repetir el tratamiento del suelo al cabo de un tiempo, por lo general un par de años o menos.

En algunas regiones, existen reglamentos que limitan y hasta prohíben el uso de algunos de estos productos químicos, sobre todo cuando afectan el ambiente; particularmente afecta los acuíferos, plantas y organismos vivos. También por el proceso de lixiviación que se puede presentar, que no es más que el proceso de extraer una sustancia de un material sólido que ha estado en contacto con un líquido.

La Figura 4 muestra un ejemplo de cómo se puede aplicar este tipo de alternativa, donde el electrodo se encuentra bordeado por una zanja que contiene una solución electrolítica y esta solución finalmente se filtra por el suelo, bajando la resistividad de la tierra. Si la solución electrolítica empleada es corrosiva, como, por ejemplo, hecha con base de cloruro de calcio, entonces se recomienda no poner la zanja tan cerca del electrodo, para disminuir en lo posible la corrosión del mismo.

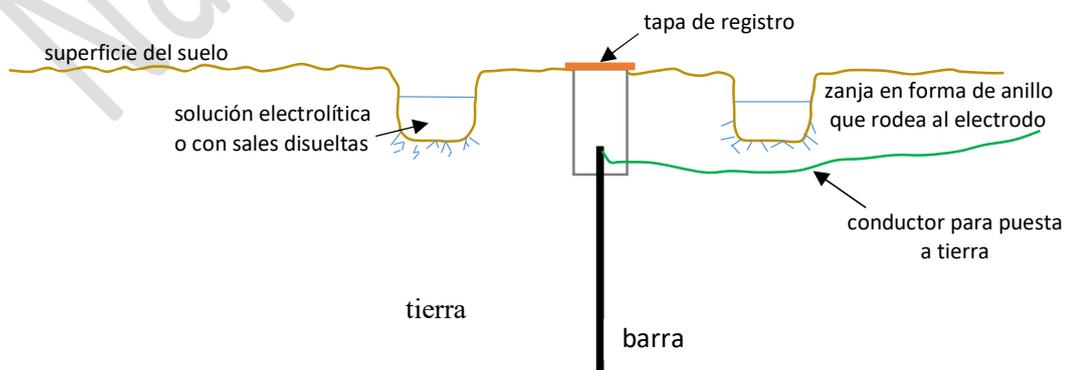


Fig. 4 Tratamiento del suelo con soluciones electrolíticas.

También se consigue en el mercado productos comerciales, que reducen la resistividad del suelo y que son poco corrosivos, como “Ionner” fabricado por Parres y “Thor Gel” que fabrica para-rayos.com, este último forma un gel conductor, que no se disuelve con el agua. La Figura 5 muestra un ejemplo de cómo se puede aplicar dichos productos.

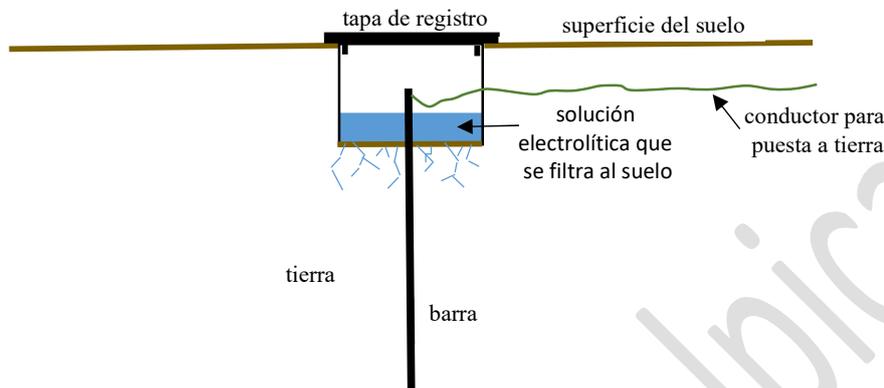


Fig. 5 Tratamiento del suelo para bajar la resistividad de la tierra.

- Otra forma de reducir la resistencia de puesta a tierra es mediante el remplazo de la tierra que rodea al electrodo por un material de baja resistividad LRM (low resistivity material) como puede ser la bentonita sódica, que es una arcilla natural, que no es corrosiva, es estable y tiene una resistividad de 2.5 (Ω m) al 300% de humedad. La baja resistividad resulta principalmente de un proceso electrolítico entre el agua y algunos componentes de la bentonita como Na_2O (óxido de sodio, sosa), K_2O (óxido de potasio, potasa), CaO (cal), MgO (óxido de magnesio) y otras sales minerales que se ionizan formando un electrolito fuerte con un pH entre 8 a 10. Este electrolito no se filtra gradualmente al terreno, ya que es parte de la arcilla en sí. Cuando está provisto de una cantidad suficiente de agua, se hincha hasta 13 veces su volumen seco y se adhiere a casi cualquier superficie que se encuentre en contacto.

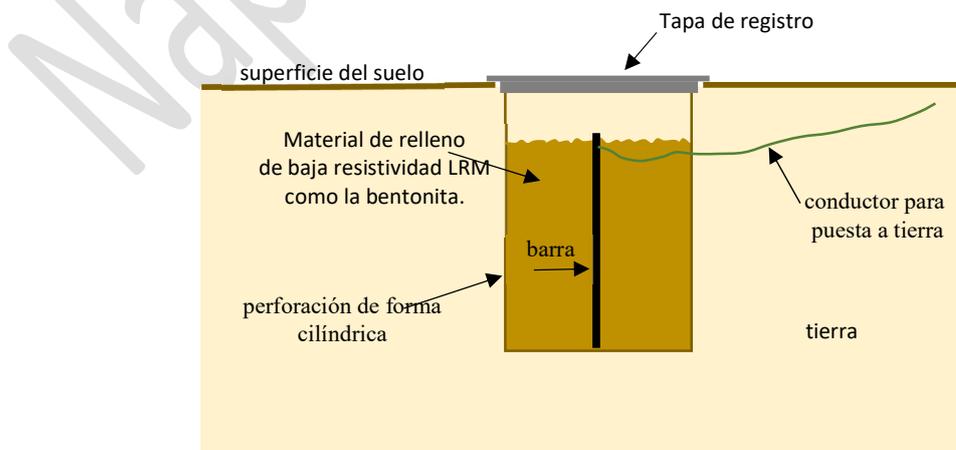


Fig. 6 Barra de puesta a tierra con relleno de bentonita o de LRM.

Por su naturaleza higroscópica, actúa como agente secante para extraer la humedad disponible del entorno circundante. La bentonita necesita agua para obtener y mantener sus características de baja resistividad. Su contenido de humedad inicial se obtiene en la fase de instalación, al momento de preparar la lechada. Una vez puesta en el sitio la bentonita, depende de la presencia de humedad del suelo para mantener sus características. La mayoría de los suelos tienen suficiente humedad para que el secado no sea una preocupación.

La naturaleza higroscópica de la bentonita aprovecha el agua disponible para mantener su condición al momento de la instalación. Si se expone a la luz solar directa, la superficie tiende a sellarse, evitando el proceso de secado en su interior. En ambiente muy seco, puede que no funcione bien, porque puede encogerse y perder el contacto con parte del electrodo, aumentando así la resistencia de puesta a tierra.

La Figura 6 muestra un ejemplo de una barra, donde la tierra que rodea al electrodo se ha removido para sustituirla por un material de baja resistividad LRM, como la bentonita, o una mezcla de tierra negra cernida con bentonita.

- También existen LRM comerciales, conocidos como materiales para mejora del suelo como el Ground Enhancement Material (GEM), muchos ofrecen una resistividad de menos de 0,25 (Ω m) (aproximadamente el 10% de la resistividad de la bentonita), generalmente estos productos se colocan removiendo la tierra donde se quiere instalar el electrodo, como se muestra en la Figura 6, y luego es sustituida por el LRM. Este material se puede colocar en forma seca o mezclado con agua para formar una suspensión, dependiendo de las recomendaciones del fabricante. Estos productos son permanente; en otras palabras, no requieren mantenimiento para corregir la resistividad con el paso del tiempo, ni filtran productos químicos al suelo.

Algunos LRM son fabricados con base a cemento y grafito, o contienen productos que se solidifican; por lo tanto, al fraguar se forma una pieza sólida con el electrodo, como ejemplos de estos productos tenemos: GEM nVent ERICO, DomexEarth, ConduCrete, ConduFlow, ConduForm, SanEarth y Parres Terra. También existen productos que no se solidifican y se usan principalmente como material de relleno y son muy recomendados en electrodos químicos, ejemplo de estos productos tenemos: Parres EP-TR y nVent ERICO Quick Fill.

- Otra forma de bajar la resistencia es con el empleo de electrodos del tipo químico que consiste en un tubo, generalmente de cobre, o también puede ser de otro metal recubierto de grafito y que su interior se encuentra lleno de alguna sal. El electrodo puede estar provisto, en la parte superior, de una tapa, para rellenarlo de sales o de electrolito y también dispone de agujeros, en la parte inferior del electrodo, para que los electrolitos puedan drenar a tierra, la Figura 7 muestra un ejemplo de una barra química. Estos electrodos son instalados en un hoyo también conocida de pozo de tierra, previamente hecho en el suelo

y entre el pozo y el electrodo se rellena con un material LRM comercial, que por lo general es del tipo que no se solidifica, para facilitar el reemplazo del electrodo, por mantenimiento.

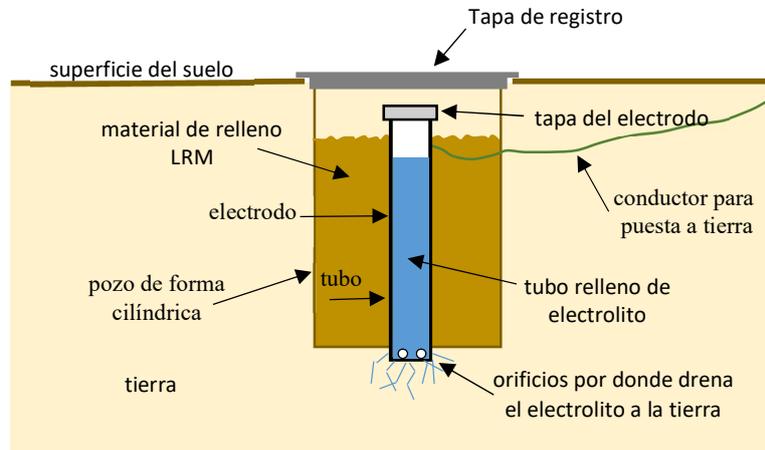


Fig. 7 Barra química

4. Cálculo de la resistencia de una barra en suelos tratados con LRM.

La Figura 8 muestra el caso de una barra, donde la tierra que rodea el electrodo se ha removido para sustituirla por un material de baja resistividad (LRM), este material de relleno puede ser un producto comercial, o puede ser también la misma tierra removida que es tamizada y mezclada con otros materiales como la bentonita.

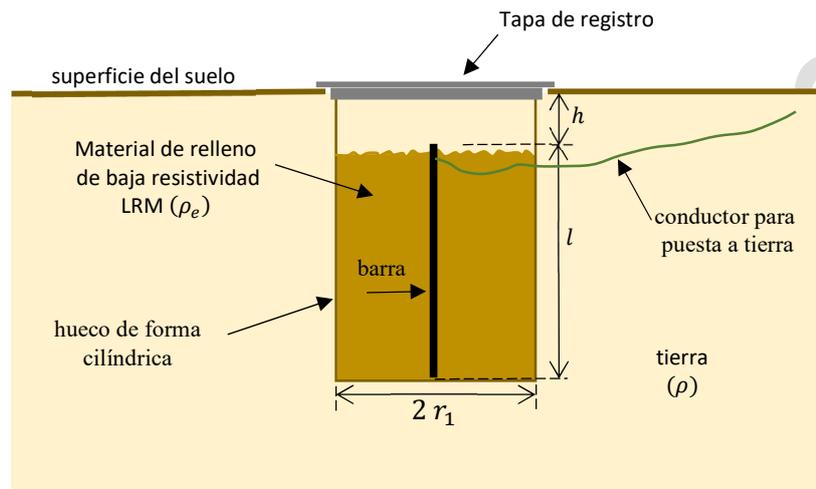


Fig. 8 Barra de puesta a tierra con material de relleno de baja resistividad.

Volviendo a la Figura 8, si el material de relleno tiene una resistividad ρ_e muy baja en comparación con la resistividad ρ de la tierra, entonces el haber agregado el material de relleno LRM, es equivalente a haber aumentado, de manera ficticia, el radio del electrodo; entonces, para calcular la resistencia propia de la barra, se pueden utilizar las ecuaciones (2-1) y (2-2), donde la variable r que se refiere al radio del electrodo debe ser sustituida, de acuerdo a la Figura 8, por la variable r_1 que es el radio del pozo o del hueco en la tierra para instalar el electrodo.

Sin embargo, también es posible tomar en consideración la resistencia introducida por el LRM, en el cálculo de la resistencia de puesta a tierra. La Figura 9 muestra una resistencia formada por dos cilindros metálicos coaxiales, donde el material de relleno que existe entre los cilindros es el mismo LRM utilizado para la barra. Por la forma de la resistencia, la densidad de corriente dentro del material de relleno circula en forma radial al igual como sucede en la barra mostrada en la Figura 8.

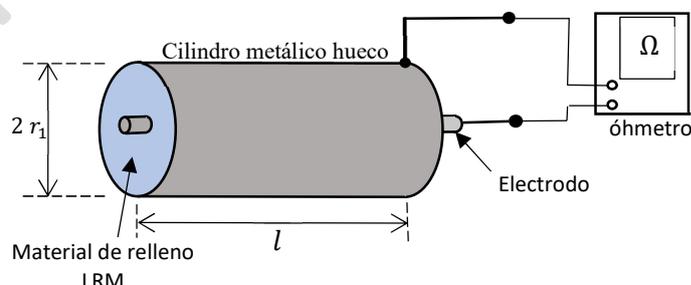


Fig. 9 Resistencia de forma cilíndrica

La resistencia del cilindro de la Figura 9 viene dada por la siguiente fórmula:

$$R_{cilindro} = \frac{\rho_e}{2\pi l} \ln\left(\frac{r_1}{r}\right) \quad (\Omega) \quad (4-1)$$

donde:

- ρ_e Resistividad del material de relleno LRM (Ω m).
- r_1 Radio del cilindro externo o del pozo, hecho en el terreno (m).
- r Radio del cilindro interno o del electrodo (m).
- l Longitud del electrodo (m).

Entonces, al sumar las ecuaciones (2-1) y (4-1), se obtiene la resistencia de la barra que emplea el material de relleno de baja resistividad:

$$R_{barra}_{LRM} = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[\begin{aligned} & -b \cdot \ln \left[\frac{(\sqrt{(l+2h)^2+r_1^2}+(l+2h))(\sqrt{l^2+r_1^2}-l)(\sqrt{(2b)^2+r_1^2}-2b)^2}{r_1^2} \right] + \dots \\ & \quad - (l-h) \cdot \ln(\sqrt{(l)^2+r_1^2}-(l)) + \dots \\ & \quad + (l+3h) \cdot \ln(\sqrt{(l+2h)^2+r_1^2}-(l+2h)) + \dots \\ & \quad - h \cdot \ln \left(\frac{(\sqrt{(2h)^2+r_1^2}-(2h))^2}{r_1^2} \right) + 2(l-h) \cdot \ln(r_1) + \dots \\ & \quad - \sqrt{(2(l+h))^2+r_1^2} - 2\sqrt{(l)^2+r_1^2} + \dots \\ & \quad + 2\sqrt{(l+2h)^2+r_1^2} - \sqrt{(2h)^2+r_1^2} + \frac{2l\rho_e}{\rho} \ln\left(\frac{r_1}{r}\right) + 2r_1 \end{aligned} \right] \quad (4-2)$$

donde:

- R_{barra}_{LRM} Resistencia de la barra con el material de relleno de baja resistividad (Ω)
- ρ_e Resistividad del material de relleno LRM (Ω m).
- ρ Resistividad promedio del suelo (Ω m).
- h Profundidad a la cual se encuentra el extremo superior del electrodo (m).
- r_1 Radio del hueco o del pozo hecho en el terreno (m).
- r Radio de la barra (m).
- l Longitud del electrodo (m).

En el caso que el electrodo se encuentre enterrado a ras del suelo, o que h sea despreciable, entonces la resistencia se obtiene con (2-2) y (4-1):

$$R_{barra}_{LRM} = \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln \left[\frac{(\sqrt{(2l)^2+r_1^2}+(2l))}{r_1} \right] - \frac{\sqrt{(2l)^2+r_1^2}}{2l} + \frac{r_1}{2l} + \frac{\rho_e}{\rho} \ln\left(\frac{r_1}{r}\right) \right] \quad (\Omega) \quad (4-3)$$

5. Cálculo de la resistencia de una barra para suelos tratados con electrolitos.

Las figuras 4 y 5 mostraban los casos de barras, donde la tierra era tratada con electrolitos que se filtran a través del terreno, lamentablemente no es posible obtener una fórmula para calcular la resistencia de puesta a tierra para estos casos, ya que no se puede determinar el volumen de tierra que se encuentra afectado por las sustancias químicas suministradas al terreno.

En estos casos, se recomienda consultar a las empresas fabricantes del producto químico empleado, que por lo general cuenta con asesores técnicos y disponen de la experiencia obtenidas con sus productos.

Algo similar sucede cuando se emplean electrodos químicos como el mostrado en la figura 7, aunque se puede hacer una estimación de la resistencia por encima del valor verdadero, con el uso de las ecuaciones (4-2) o (4-3), donde no se tomaría en cuenta el efecto de la disminución de la resistividad a causa de las sales contenidas en el electrodo.

También se recomienda consultar a las empresas distribuidoras de estos electrodos químicos, a fin de obtener una orientación en cuanto al valor esperado de resistencia de tierra, para las condiciones del suelo dadas y del tipo de electrodo químico utilizado.

6. Resistencia mutua entre barras de puesta a tierra.

Si las zonas de influencia entre dos barras se solapan, entonces existirá entre ellas una resistencia mutua. La Figura 10 muestra dos barras con iguales dimensiones y diámetros, que se encuentran enterradas a la misma profundidad y que se encuentran separadas a una distancia d , la resistencia mutua que existe entre las barras se obtiene con la ecuación (2-1), donde el radio r se sustituye por la variable d que corresponde a la separación que hay entre ellas.

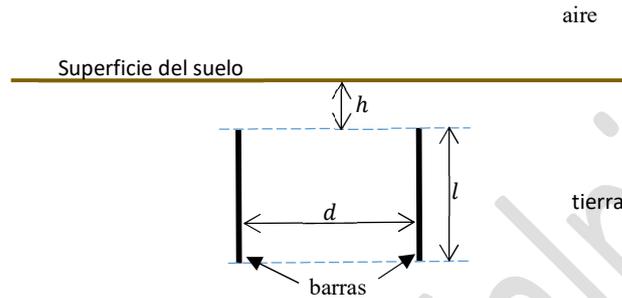


Fig.10 Dos barras enterradas en el suelo.

$$R_{\text{barra-barra}}^{\text{mutua}} = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[\begin{aligned} & -b \cdot \ln \left[\frac{(\sqrt{(l+2h)^2+d^2}+(l+2h))(\sqrt{l^2+d^2}-l)(\sqrt{(2b)^2+d^2}-2b)^2}{d^2} \right] + \dots \\ & -(l-h) \cdot \ln(\sqrt{l^2+d^2}-l) + \dots \\ & +(l+3h) \cdot \ln(\sqrt{(l+2h)^2+d^2}-(l+2h)) + \dots \\ & -h \cdot \ln \left(\frac{(\sqrt{(2h)^2+d^2}-(2h))^2}{d^2} \right) + 2(l-h) \cdot \ln(d) + \dots \\ & -\sqrt{(2(l+h))^2+d^2} - 2\sqrt{l^2+d^2} + \dots \\ & +2\sqrt{(l+2h)^2+d^2} - \sqrt{(2h)^2+d^2} + 2d \end{aligned} \right] \quad (6-1)$$

donde:

$$b = l + h$$

d Separación entre las barras en metros.

En el caso de barras que se encuentren enterradas a ras del suelo, entonces se puede emplear la ecuación (2-2), donde la variable r se sustituye por la separación d :

$$R_{\text{barra-barra}}^{\text{mutua}} = \frac{\rho}{4\pi l} \left[2 \cdot \ln \left[\frac{(\sqrt{(2l)^2+d^2}+(2l))}{d} \right] - \frac{\sqrt{(2l)^2+d^2}}{l} + \frac{d}{l} \right] \quad (6-2)$$

En situaciones donde las barras se encuentren instaladas con material de relleno de baja resistividad LRM, como se expone en el capítulo 4, las ecuaciones (6-1) y (6-2) siguen siendo válidas.

7. Cálculo de la resistencia de puesta a tierra en sistemas formados por más de una barra.

Con las fórmulas para calcular resistencias propias dadas por (2-1), (2-2), (4-2) y (4-3) y para calcular las resistencias mutuas, dadas por las ecuaciones (6-1) y (6-2), se puede obtener la resistencia de puesta a tierra para un grupo de barras que forman una red de puesta a tierra.

A continuación, se presentan varios casos sobre el cálculo de la resistencia de puesta a tierra de 2 o más barras que se encuentran conectadas galvánicamente entre sí, sin tomar en cuenta, por ahora, la influencia que pueden tener los conductores utilizados para interconectar dichas barras.

Si los conductores que interconectan las barras no tienen aislamiento y si se encuentran en contacto con el suelo, pues éstos también contribuyen con drenar corriente a la tierra y también contribuyen en bajar el valor de la resistencia de puesta a tierra, pero su contribución será considerada en los capítulos siguientes.

Ejemplo 1:

Obtener la resistencia de puesta a tierra, para dos barras que se encuentran interconectadas (ver la Figura 10), las barras tienen una longitud de 1.8 m y un diámetro de 5/8 de pulgada, asuma que el suelo tiene una resistividad de 250 (Ω m), las barras se encuentran con el extremo superior enterrados a ras del suelo y la separación entre ellas es de 3.5 metros.

Datos:

$$l = 1.8 \text{ (m)}$$

Longitud de los electrodos.

$$r = \frac{5}{8} \cdot \frac{0.0254}{2} = .0079 \text{ (m)}$$

Radio de los electrodos de 5/8 de pulgadas de diámetro.

$$\rho = 250 \text{ (Ω m)}$$

Resistividad del suelo.

$$h = 0 \text{ (m)}$$

Profundidad a la cual se encuentra el extremo superior de los electrodos.

$$d = 3.5 \text{ (m)}$$

Separación entre los electrodos.

Como el valor de h es nulo, se calculan las resistencias propias de los electrodos con la ecuación (2-2):

$$R_{1,1} = \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln \left[\frac{\left(\sqrt{(2l)^2 + r^2} + (2l) \right)}{r} \right] - \frac{\sqrt{(2l)^2 + r^2}}{2l} + \frac{r}{2l} \right] \text{ (Ω)} \quad (7-1)$$

Al sustituir las variables por sus valores respectivos:

$$R_{1,1} = \frac{250}{2\pi \cdot 1.8} \left[\ln \left[\frac{\left(\sqrt{(2 \cdot 1.8)^2 + (0.0079)^2} + (2 \cdot 1.8) \right)}{0.0079} \right] - \frac{\sqrt{(2 \cdot 1.8)^2 + (0.0079)^2}}{2 \cdot 1.8} + \frac{0.0079}{2 \cdot 1.8} \right] \text{ (Ω)} \quad (7-2)$$

$$R_{1,1} = R_{2,2} = 128.5 \text{ (Ω)} \quad (7-3)$$

A continuación, se calcula la resistencia mutua entre los electrodos, con la ecuación (6-2):

$$R_{1,2} = \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln \left[\frac{(\sqrt{(2l)^2 + d^2} + (2l))}{d} \right] - \frac{\sqrt{(2l)^2 + d^2}}{2l} + \frac{d}{2l} \right] (\Omega) \quad (7-4)$$

Al sustituir las variables por sus valores respectivos:

$$R_{1,2} = \frac{250}{2\pi \cdot 1.8} \left[\ln \left[\frac{(\sqrt{(2 \cdot 1.8)^2 + (3.5)^2} + (2 \cdot 1.8))}{3.5} \right] - \frac{\sqrt{(2 \cdot 1.8)^2 + (3.5)^2}}{2 \cdot 1.8} + \frac{3.5}{2 \cdot 1.8} \right] (\Omega) \quad (7-5)$$

$$R_{1,2} = R_{2,1} = 10.59 (\Omega) \quad (7-6)$$

La resistencia de puesta a tierra se obtiene con la ecuación (8-7) de la guía “Introducción a los sistemas de puesta a tierra. Parte 1.pdf” y que se transcribe a continuación:

$$R_{tierra} = \frac{R_{1,1} R_{2,2} - R_{1,2}^2}{R_{1,1} + R_{2,2} - 2R_{1,2}} \quad (7-7)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{tierra} = \frac{128.5 \cdot 128.5 - (10.59)^2}{128.5 + 128.5 - 2 \cdot 10.59} = 69.54 (\Omega) \quad (7-8)$$

Otra forma de obtener la resistencia de puesta a tierra es a través de la matriz resistencia:

$$R_{matriz} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} \\ R_{2,1} & R_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 128.5 & 10.59 \\ 10.59 & 128.5 \end{bmatrix} \quad (7-9)$$

Luego, esta matriz se invierte para obtener la matriz conductancia:

$$G_{matriz} = R_{matriz}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} \\ G_{2,1} & G_{2,2} \end{bmatrix} (mS) \quad (7-10)$$

Donde se obtienen los siguientes resultados:

$$G_{matriz} = \begin{bmatrix} 7.836 & -0.6457 \\ -0.6457 & 7.836 \end{bmatrix} (mS) \quad (7-11)$$

Luego, la resistencia de puesta a tierra se obtiene como la inversa de la suma de todos los elementos de la matriz conductancia

$$R_{tierra} = \frac{1}{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 G_{ij}} = \frac{1}{0.014} = 69.54 (\Omega) \quad (7-12)$$

Ejemplo 2:

Calcular nuevamente la resistencia de puesta a tierra, para las dos barras del problema 1, pero utilizando un material comercial LRM para bajar la resistencia de los electrodos; dicho material tiene una resistividad de 0.02 (Ω m). Para instalar los electrodos se ha cavado en el suelo dos hoyos o dos pozos que tienen un diámetro de 30 (cm), ver la Figura 8.

Datos:

$$l = 1.8 (m)$$

Longitud de los electrodos.

$$r = \frac{5}{8} \cdot \frac{.0254}{2} = .0079 (m)$$

Radio del electrodo de 5/8 de pulgadas de diámetro.

$$r_1 = 0.15 (m)$$

Radio del hueco hecho en el terreno.

$\rho = 250$ (Ω m)	Resistividad del suelo.
$\rho_e = 0.02$ (Ω m)	Resistividad del LRM.
$h = 0$ (m)	Profundidad a la cual se encuentra el extremo superior del electrodo.
$d = 3.5$ (m)	Separación entre los electrodos.

Como el valor de h es nulo, entonces se aplica la ecuación (4-3) para calcular la resistencia propia de cada barra:

$$R_{1,1} = \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln \left[\frac{(\sqrt{(2l)^2 + r_1^2} + 2l)}{r_1} \right] - \frac{\sqrt{(2l)^2 + r_1^2}}{2l} + \frac{r_1}{2l} + \frac{\rho_e}{\rho} \ln \left(\frac{r_1}{r} \right) \right] (\Omega) \quad (7-13)$$

$$R_{1,1} = 64.38 (\Omega) \quad (7-14)$$

$$R_{2,2} = R_{1,1} = 64.38 (\Omega) \quad (7-15)$$

Con la ecuación (6-2) se calculan las resistencias mutuas:

$$R_{1,2} = \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln \left[\frac{(\sqrt{(2l)^2 + d^2} + 2l)}{d} \right] - \frac{\sqrt{(2l)^2 + d^2}}{2l} + \frac{d}{2l} \right] (\Omega) \quad (7-16)$$

$$R_{1,2} = 10.59 (\Omega) \quad (7-17)$$

$$R_{2,1} = R_{1,2} = 10.59 (\Omega) \quad (7-18)$$

Se construye la matriz resistencia:

$$R_{matriz} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} \\ R_{2,1} & R_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64.38 & 10.59 \\ 10.59 & 64.38 \end{bmatrix} \quad (7-19)$$

Luego, esta matriz se invierte para obtener la matriz conductancia:

$$G_{matriz} = R_{matriz}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} \\ G_{2,1} & G_{2,2} \end{bmatrix} (\text{mS}) \quad (7-20)$$

Donde se obtiene el resultado siguiente:

$$G_{matriz} = \begin{bmatrix} 16.0 & -2.625 \\ -2.625 & 16.0 \end{bmatrix} (\text{mS}) \quad (7-21)$$

La resistencia de puesta a tierra se obtiene como la inversa de la suma de todos los elementos de la matriz conductancia:

$$R_{tierra} = \frac{1}{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 G_{ij}} = \frac{1}{0.027} = 37.49 (\Omega) \quad (7-22)$$

Nótese que la resistencia obtenida se redujo en un 45% en comparación con la resistencia del ejemplo 1, por el empleo del material de relleno de baja resistividad.

Ejemplo 3.

La Figura 11 muestra 3 barras de 1.8 (m) de largo y 5/8 de diámetro instaladas en los vértices de un triángulo equilátero, se desea obtener la resistencia de puesta a tierra para el conjunto formado por las tres barras, la separación entre las barras es de 3.5 (m).

Nota: no se emplean materiales para mejorar la resistividad del suelo.

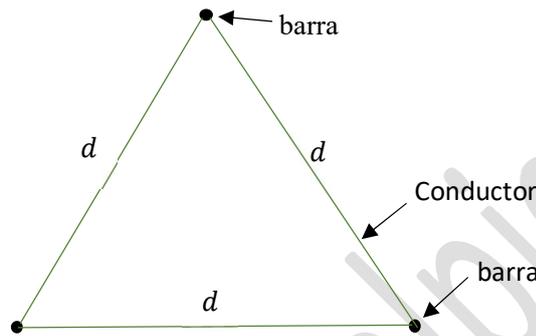


Fig. 11 Tres barras equidistantes o en disposición de triángulo equilátero.

Datos:

$$l = 1.8 \text{ (m)}$$

Longitud de los electrodos.

$$r = \frac{5}{8} \cdot \frac{.0254}{2} = .0079 \text{ (m)}$$

Radio de los electrodos de 5/8 de pulgadas de diámetro.

$$\rho = 250 \text{ (\Omega m)}$$

Resistividad del suelo.

$$h = 0 \text{ (m)}$$

Profundidad a la cual se encuentra el extremo superior del electrodo.

$$d = 3.5 \text{ (m)}$$

Separación entre los electrodos.

Como los datos que se requieren para calcular las resistencias tanto propias como mutuas, son los mismos datos para el Ejemplo 1, entonces se emplearán los mismos resultados:

$$R_{1,1} = R_{2,2} = R_{3,3} = 128.5 \text{ (\Omega)} \quad (7-23)$$

$$R_{1,2} = R_{2,1} = R_{2,3} = R_{3,2} = R_{1,3} = R_{3,1} = 10.59 \text{ (\Omega)} \quad (7-24)$$

Se forma la matriz resistencia:

$$R_{matriz} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 128.5 & 10.59 & 10.59 \\ 10.59 & 128.5 & 10.59 \\ 10.59 & 10.59 & 128.5 \end{bmatrix} \quad (7-25)$$

Luego, esta matriz se invierte para obtener la matriz conductancia:

$$G_{matriz} = R_{matriz}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,3} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,3} \\ G_{3,1} & G_{3,2} & G_{3,3} \end{bmatrix} \text{ (mS)} \quad (7-26)$$

Donde se obtiene el resultado siguiente:

$$G_{matriz} = \begin{bmatrix} 7.88 & -0.6 & -0.6 \\ -0.6 & 7.88 & -0.6 \\ -0.6 & -0.6 & 7.88 \end{bmatrix} \text{ (mS)} \quad (7-27)$$

La Resistencia de puesta a tierra se obtiene como la inversa de la suma de todos los elementos de la matriz conductancia

$$R_{tierra} = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 G_{ij}} = \frac{1}{0.02} = 49.89 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (7-28)$$

Ejemplo 4:

Calcular nuevamente la resistencia de puesta a tierra para los tres electrodos de la Figura 11, pero donde se utiliza material para mejorar la resistividad del suelo LRM.

Datos:

$l = 1.8 \text{ (m)}$	Longitud de los electrodos.
$r = \frac{5}{8} \cdot \frac{.0254}{2} = .0079 \text{ (m)}$	Radio de los electrodos de 5/8 de pulgadas de diámetro.
$r_1 = 0.15 \text{ (m)}$	Radio del pozo en el terreno.
$\rho = 250 \text{ (}\Omega \text{ m)}$	Resistividad del suelo.
$\rho_e = 0.02 \text{ (}\Omega \text{ m)}$	Resistividad del LRM.
$h = 0 \text{ (m)}$	Profundidad a la cual se encuentra el extremo superior de los electrodos.
$d = 3.5 \text{ (m)}$	Separación entre los electrodos.

Como los datos que se requieren, para calcular las resistencias propias, son los mismos del ejemplo 2, entonces se toman los resultados previamente calculados:

$$R_{1,1} = R_{2,2} = R_{3,3} = 64.38 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (7-29)$$

$$R_{1,2} = R_{2,1} = R_{2,3} = R_{3,2} = R_{1,3} = R_{3,1} = 10.59 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (7-30)$$

Se construye la matriz resistencia:

$$R_{matriz} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64.38 & 10.59 & 10.59 \\ 10.59 & 64.38 & 10.59 \\ 10.59 & 10.59 & 64.38 \end{bmatrix} \quad (7-31)$$

Luego, esta matriz se invierte para obtener la matriz conductancia:

$$G_{matriz} = R_{matriz}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,3} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,3} \\ G_{3,1} & G_{3,2} & G_{3,3} \end{bmatrix} \text{ (mS)} \quad (7-32)$$

Dando el resultado siguiente:

$$G_{matriz} = \begin{bmatrix} 16 & -2.3 & -2.3 \\ -2.3 & 16 & -2.3 \\ -2.3 & -2.3 & 16 \end{bmatrix} \text{ (mS)} \quad (7-33)$$

La Resistencia de puesta a tierra se obtiene como la inversa de la suma de todos los elementos de la matriz conductancia

$$R_{tierra} = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 G_{ij}} = \frac{1}{0.035} = 28.52 (\Omega) \quad (7-34)$$

Del resultado obtenido nótese que la resistencia de puesta a tierra es aproximadamente 45% más baja que la resistencia obtenida en el Ejemplo 3, por el empleo de LRM.

Ejemplo 5.

La Figura 12 muestra 4 barras instaladas en los vértices de un cuadrado, se desea calcular la resistencia de puesta a tierra para el conjunto formado por las cuatro barras, la longitud de un lado del cuadrado que forman las barras es de 3.5 m.

Nota: no se emplean materiales para mejorar la resistividad del suelo

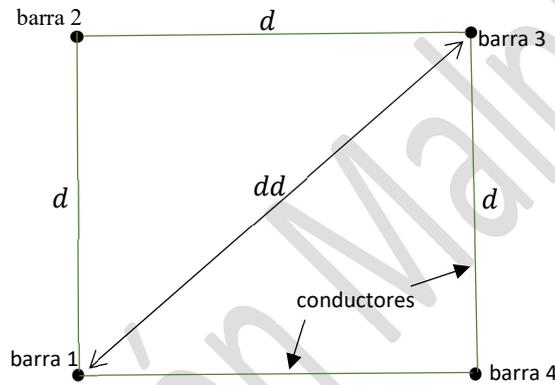


Fig. 12 Cuatro barras situadas en los vértices de un cuadrado.

Datos:

- | | |
|---|---|
| $l = 1.8 \text{ (m)}$ | Longitud de los electrodos. |
| $r = \frac{5}{8} \cdot \frac{.0254}{2} = .0079 \text{ (m)}$ | Radio de los electrodos de 5/8 de pulgadas de diámetro. |
| $\rho = 250 \text{ (\Omega m)}$ | Resistividad del suelo. |
| $h = 0 \text{ (m)}$ | Profundidad a la cual se encuentra el extremo superior de los electrodos. |
| $d = 3.5 \text{ (m)}$ | Longitud de un lado del cuadrado. |
| $dd = 3.5 \sqrt{2} \text{ (m)}$ | Diagonal del cuadrado. |

Como los datos que se requieren para calcular las resistencias propias son los mismos para el Ejemplo 1, entonces se emplearán los mismos resultados:

$$R_{1,1} = R_{2,2} = R_{3,3} = R_{4,4} = 128.5 (\Omega) \quad (7-35)$$

Se calculan las resistencias mutuas con la ecuación (6-2):

$$R_{1,2} = R_{2,1} = R_{2,3} = R_{3,2} = R_{4,3} = R_{3,4} = R_{1,4} = R_{4,1} = 10.59 (\Omega) \quad (7-36)$$

$$R_{2,4} = R_{4,2} = R_{1,3} = R_{3,1} = 7.73 (\Omega) \quad (7-37)$$

Se forma la matriz resistencia:

$$R_{matriz} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} & R_{1,4} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} & R_{2,4} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} & R_{3,4} \\ R_{4,1} & R_{4,2} & R_{4,3} & R_{4,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 128.5 & 10.59 & 7.73 & 10.59 \\ 10.59 & 128.5 & 10.59 & 7.73 \\ 7.73 & 10.59 & 128.5 & 10.59 \\ 10.59 & 7.73 & 10.59 & 128.5 \end{bmatrix} \quad (7-38)$$

Luego, esta matriz se invierte para obtener la matriz conductancia:

$$G_{matriz} = R_{matriz}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,3} & G_{1,4} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,3} & G_{2,4} \\ G_{3,1} & G_{3,2} & G_{3,3} & G_{3,4} \\ G_{4,1} & G_{4,2} & G_{4,3} & G_{4,4} \end{bmatrix} \text{ (mS)} \quad (7-39)$$

Donde se obtiene el resultado siguiente:

$$G_{matriz} = \begin{bmatrix} 7.90 & -.585 & -.379 & -.585 \\ -.585 & 7.90 & -.585 & -.379 \\ -.379 & -.585 & 7.90 & -.585 \\ -.585 & -.379 & -.585 & 7.90 \end{bmatrix} \text{ (mS)} \quad (7-40)$$

La Resistencia de puesta a tierra se obtiene como la inversa de la suma de todos los elementos de la matriz conductancia

$$R_{tierra} = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 G_{ij}} = \frac{1}{0.025} = 39.35 \text{ } (\Omega) \quad (7-41)$$

Ejemplo 6:

Calcular nuevamente la resistencia de puesta a tierra para los 4 electrodos de la Figura 12, pero donde se utiliza material para mejorar el suelo LRM.

Datos:

$l = 1.8 \text{ (m)}$	Longitud de los electrodos.
$r = \frac{5}{8} \cdot \frac{.0254}{2} = .0079 \text{ (m)}$	Radio de los electrodos de 5/8 de pulgadas de diámetro.
$r_1 = 0.15 \text{ (m)}$	Radio del pozo en el terreno.
$\rho = 250 \text{ } (\Omega \text{ m})$	Resistividad del suelo.
$\rho_e = 0.02 \text{ } (\Omega \text{ m})$	Resistividad del LRM.
$h = 0 \text{ (m)}$	Profundidad a la cual se encuentra el extremo superior de los electrodos.
$d = 3.5 \text{ (m)}$	Longitud de un lado del cuadrilátero.
$dd = 3.5 \sqrt{2} \text{ (m)}$	Diagonal del cuadrilátero.

Como los datos que se requieren para calcular las resistencias propias son los mismos para el Ejemplo 2, entonces se emplearán los mismos resultados:

$$R_{1,1} = R_{2,2} = R_{3,3} = R_{4,4} = 64.38 \text{ } (\Omega) \quad (7-42)$$

Las resistencias mutuas son las mismas de las obtenidas en el ejemplo 5:

$$R_{1,2} = R_{2,1} = R_{2,3} = R_{3,2} = R_{4,3} = R_{3,4} = R_{1,4} = R_{4,1} = 10.59 \text{ } (\Omega) \quad (7-43)$$

$$R_{2,4} = R_{4,2} = R_{1,3} = R_{3,1} = 7.73 \text{ } (\Omega) \quad (7-44)$$

Se construye la matriz resistencia:

$$R_{matriz} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} & R_{1,4} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} & R_{2,4} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} & R_{3,4} \\ R_{4,1} & R_{4,2} & R_{4,3} & R_{4,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64.38 & 10.59 & 7.73 & 10.59 \\ 10.59 & 64.38 & 10.59 & 7.73 \\ 7.73 & 10.59 & 64.38 & 10.59 \\ 10.59 & 7.73 & 10.59 & 64.38 \end{bmatrix} (\Omega) \quad (7-45)$$

Luego, esta matriz se invierte para obtener la matriz conductancia:

$$G_{matriz} = R_{matriz}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,3} & G_{1,4} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,3} & G_{2,4} \\ G_{3,1} & G_{3,2} & G_{3,3} & G_{3,4} \\ G_{4,1} & G_{4,2} & G_{4,3} & G_{4,4} \end{bmatrix} (\text{m S}) \quad (7-46)$$

Cuyo resultado es el siguiente:

$$G_{matriz} = \begin{bmatrix} 16.0 & -2.23 & -1.24 & -2.23 \\ -2.23 & 16.0 & -2.23 & -1.24 \\ -1.24 & -2.23 & 16.0 & -2.23 \\ -2.23 & -1.24 & -2.23 & 16.0 \end{bmatrix} (\text{m S}) \quad (7-47)$$

La Resistencia de puesta a tierra se obtiene como la inversa de la suma de todos los elementos de la matriz conductancia:

$$R_{tierra} = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 G_{ij}} = \frac{1}{0.043} = 23.32 (\Omega) \quad (7-48)$$

Ejemplo 7

Calcular nuevamente la resistencia de puesta a tierra para los tres electrodos de la Figura 11, pero donde además de utiliza material para mejorar la resistividad del suelo LRM, los extremos superiores de los electrodos se encuentran enterrados a medio metro de profundidad.

Datos:

$l = 1.8 \text{ (m)}$	Longitud de los electrodos.
$r = \frac{5}{8} \cdot \frac{.0254}{2} = .0079 \text{ (m)}$	Radio de los electrodos de 5/8 de pulgadas de diámetro.
$r_1 = 0.15 \text{ (m)}$	Radio de los huecos en el terreno.
$\rho = 250 \text{ (\Omega m)}$	Resistividad del suelo.
$\rho_e = 0.02 \text{ (\Omega m)}$	Resistividad del LRM.
$h = 0.5 \text{ (m)}$	Profundidad a la cual se encuentra el extremo superior de los electrodos.
$d = 3.5 \text{ (m)}$	Separación entre los electrodos.

En este caso, las resistencias propias de las barras deben calcularse con la ecuación (4-2), obteniéndose los siguientes resultados:

$$R_{1,1} = R_{2,2} = R_{3,3} = 57.64 (\Omega) \quad (7-49)$$

Y las resistencias mutuas se calculan con la ecuación (6-1):

$$R_{1,2} = R_{2,1} = R_{2,3} = R_{3,2} = R_{1,3} = R_{3,1} = 10.01 (\Omega) \quad (7-50)$$

$$R_{matriz} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 57.64 & 10.01 & 10.01 \\ 10.01 & 57.64 & 10.01 \\ 10.01 & 10.01 & 57.64 \end{bmatrix} \quad (7-51)$$

Luego, esta matriz se invierte para obtener la matriz conductancia:

$$G_{matriz} = R_{matriz}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,3} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,3} \\ G_{3,1} & G_{3,2} & G_{3,3} \end{bmatrix} \text{ (mS)} \quad (7-52)$$

Al invertir la matriz resistencia se obtiene la matriz conductancia:

$$G_{matriz} = \begin{bmatrix} 18 & -2.71 & -2.71 \\ -2.71 & 18 & -2.71 \\ -2.71 & -2.71 & 18 \end{bmatrix} \text{ (mS)} \quad (7-53)$$

La Resistencia de puesta a tierra se obtiene como la inversa de la suma de todos los elementos de la matriz conductancia:

$$R_{tierra} = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 G_{ij}} = \frac{1}{0.039} = 25.89 \text{ } (\Omega) \quad (7-54)$$

De los ejemplos presentados, se puede observar la influencia de emplear un material de relleno de baja resistividad, para mejorar las condiciones del suelo, en la tabla 1 se presenta un resumen de los resultados obtenidos:

Tabla 1 Comparación de la resistencia de puesta a tierra para diversos arreglos de barras

Ejemplo	Cantidad de barras	Material LRM empleado	Profundidad h (m)	Resistencia obtenida (Ω)
1	2	No	0	69.5
3	3	No	0	50.0
5	4	No	0	39.3
2	2	Si	0	37.5
4	3	Si	0	28.5
7	3	Si	0.5	25.9
6	4	Si	0	23.3

Nótese de la Tabla 1 que, de los seis Ejemplos, los que presentaron las resistencias más bajas fueron donde se emplearon material de relleno de baja resistividad.

Otra forma aproximada de determinar la resistencia de puesta a tierra debido a un grupo de barras; sin tomar en cuenta los conductores que las unen, se trata del método que utiliza la recomendación de la IEEE Std 142 (6), conocido como el Libro Verde de la IEEE:

$$R_{tierra} = R_{barra} \frac{F}{n_R} \quad (7-55)$$

donde:

R_{barra} Es la resistencia de una barra y viene dada por cualquiera de las ecuaciones (2-1), (2-2), (2-3), (4-2) o (4-3).

n_R

Es el número de barras en paralelo.

F

Es un factor que viene dado por la tabla 2.

Tabla 2 Factor de multiplicación para usar en la ecuación (7-55)

Cantidad de barras n_R	F
2	1.16
3	1.29
4	1.36
8	1.68
12	1.80
16	1.92
20	2.00
24	2.16

La ecuación anterior es válida para barras que se encuentren alineadas, o dispuestas en triángulo, o en círculo o rodeando un cuadrado, la ecuación es válida hasta un total de 24 barras, para número de barras que no se encuentre en la tabla 2, el valor de F se puede estimar por interpolación.

8. Resistencia de un contrapeso.

El contrapeso es el electrodo que se instala horizontalmente en el suelo, su resistencia viene dada por la siguiente ecuación:

$$R_{c\ peso} = \frac{\rho}{2\pi l_c} \left[\ln \left[\frac{(\sqrt{(l_c)^2+(r_c)^2+l_c})(\sqrt{(2 h_c)^2+(l_c)^2+(r_c)^2+l_c})}{r_c \sqrt{(2 h_c)^2+(r_c)^2}} \right] + \dots \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{(2 h_c)^2+(l_c)^2+(r_c)^2}}{l_c} + \frac{\sqrt{(2 h_c)^2+(r_c)^2}}{l_c} - \frac{\sqrt{(l_c)^2+(r_c)^2}}{l_c} + \frac{r_c}{l_c} \right] \quad (8-1)$$

donde:

$R_{c\ peso}$ Resistencia del contrapeso (Ω).

l_c Es la longitud del contrapeso en metros.

r_c Es el radio del contrapeso en metros.

h_c Es la profundidad a la cual se encuentra enterrado el contrapeso en metros.

La ecuación anterior se obtuvo promediando el potencial que tiene el contrapeso en toda su longitud, metodología que fue propuesta por Dwight (5). Aunque la expresión obtenida por Dwight y que se muestra en la Figura 19, difiere de la ecuación (8-1), los resultados son prácticamente los mismos.

Si la longitud del electrodo es mucho mayor que la profundidad a la cual se encuentra enterrado el mismo ($l_c \gg h_c$) y si el radio es mucho menor que la longitud ($l_c \gg r_c$), entonces la ecuación anterior se aproxima a la siguiente:

$$R_{c\ peso} = \frac{\rho}{\pi l_c} \left[\ln \left[\frac{2l_c}{\sqrt{2 h_c r_c}} \right] - 1 \right] \quad (8-2)$$

La ecuación anterior es la misma que presenta Schwarz (7) en su trabajo, para calcular la resistencia de un contrapeso.

Ejemplo 8

Con las ecuaciones (8-1) y (8-2), calcular la resistencia de puesta a tierra de un contrapeso, que tiene una longitud de 12 metros, un diámetro de 16 mm y se encuentra enterrado a una profundidad de 0.7 m, asuma que la resistividad del suelo es de 250 Ω m.

Datos:

$$\rho = 250 \text{ (}\Omega \text{ m)}$$

$$l_c = 12 \text{ (m)}$$

$$r_c = 0.008 \text{ (m)}$$

$$h_c = 0.7 \text{ (m)}$$

Con la ecuación (8-1):

$$R_{c\ peso} = \frac{250}{2\pi 12} \left[\ln \left[\frac{(\sqrt{12^2+0.008^2+12})(\sqrt{1.4^2+12^2+0.008^2+12})}{0.008 \sqrt{1.4^2+0.008^2}} \right] + \dots \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{1.4^2+12^2+0.008^2}}{12} + \frac{\sqrt{1.4^2+0.008^2}}{12} - \frac{\sqrt{12^2+0.008^2}}{12} + \frac{0.008}{12} \right] \quad (8-3)$$

$$R_{c\ peso (8.1)} = 29.715 \text{ (}\Omega \text{)} \quad (8-4)$$

Al usar la ecuación (8-2):

$$R_{c\ peso} = \frac{250}{\pi \cdot 1.2} \left[\ln \left[\frac{2 \cdot 1.2}{\sqrt{2} \cdot 0.008 \cdot 0.7} \right] - 1 \right] \quad (8-5)$$

$$R_{c\ peso\ (8.2)} = 29.34\ (\Omega) \quad (8-6)$$

Ejemplo 9

Con las ecuaciones (8-1) y (8-2), calcular nuevamente la resistencia de puesta a tierra de un contrapeso, pero que tiene una longitud de 1.2 metros, un diámetro de 16 mm y se encuentra enterrado a una profundidad de 0.7 m, asuma que la resistividad del suelo es de 250 Ω m.

Datos:

$$\rho = 250\ (\Omega\ m)$$

$$l_c = 1.2\ (m)$$

$$r_c = 0.008\ (m)$$

$$h_c = 0.7\ (m)$$

Al usar la ecuación (8-1):

$$R_{c\ peso} = \frac{250}{2\pi \cdot 1.2} \left[\ln \left[\frac{(\sqrt{1.2^2+0.008^2}+1.2)(\sqrt{1.4^2+1.2^2+0.008^2}+1.2)}{0.008 \sqrt{1.4^2+0.008^2}} \right] + \dots \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{1.4^2+1.2^2+0.008^2}}{1.2} + \frac{\sqrt{1.4^2+0.008^2}}{1.2} - \frac{\sqrt{1.2^2+0.008^2}}{1.2} + \frac{0.008}{1.2} \right] \quad (8-7)$$

$$R_{c\ peso\ (8.1)} = 169.67\ (\Omega) \quad (8-8)$$

Al usar la ecuación (8-2):

$$R_{c\ peso} = \frac{250}{\pi \cdot 1.2} \left[\ln \left[\frac{2 \cdot 1.2}{\sqrt{2} \cdot 0.008 \cdot 0.7} \right] - 1 \right] \quad (8-9)$$

$$R_{c\ peso\ (8.2)} = 140.68\ (\Omega) \quad (8-10)$$

La diferencia entre los resultados obtenidos se debe a que la longitud del electrodo es comparable con la profundidad a la cual se encuentra enterrado el mismo; en este caso, la ecuación (8-2) de Schwarz introduce errores considerables.

9. Resistencia de un contrapeso en suelos tratados con materiales de baja resistividad.

La Figura 13 muestra una figura en corte de un contrapeso, ubicado en una zanja, donde se ha empleado un material de relleno LRM que tiene una resistividad baja, como puede ser la bentonita.

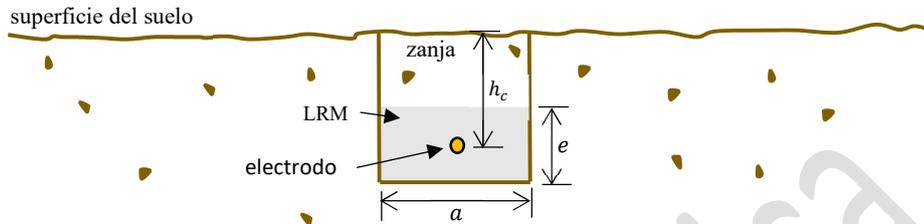


Fig. 13 Vista en corte de un contrapeso en una zanja, donde se ha empleado un material de relleno de baja resistividad.

La resistencia de puesta a tierra del contrapeso se puede calcular al asumir que el material de relleno tiene sección cilíndrica, como se muestra en la Figura 14, en lugar de rectangular como se muestra en la Figura 13; para ello, hay que determinar el radio equivalente r_{eq} del cilindro hipotético, hecho del mismo material de baja resistividad LRM y que ofrezca la misma resistencia si la sección fuera rectangular; en este caso, la resistencia del contrapeso vendrá dado por la siguiente ecuación:

$$R_{c\ peso}_{LRM} = \frac{\rho}{2\pi l_c} \left[\ln \left[\frac{(\sqrt{(l_c)^2 + (r_{eq})^2} + l_c)(\sqrt{(2h_c)^2 + (l_c)^2 + (r_{eq})^2} + l_c)}{r_c \sqrt{(2h_c)^2 + (r_{eq})^2}} \right] + \dots \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{(2h_c)^2 + (l_c)^2 + (r_{eq})^2}}{l_c} + \frac{\sqrt{(2h_c)^2 + (r_{eq})^2}}{l_c} - \frac{\sqrt{(l_c)^2 + (r_{eq})^2}}{l_c} + \dots \right] + \frac{r_{eq}}{l_c} + \frac{\rho_e}{\rho} \ln \left(\frac{r_{eq}}{r_c} \right) \quad (9-1)$$

donde:

r_{eq} Es el radio de un cilindro hipotético, hecho con el LRM, donde se encuentra embebido el electrodo en metros.

r_c Es el radio del electrodo o del contrapeso en metros.

l_c Es la longitud del contrapeso en metros.

ρ_e Es la resistividad, en (Ω m), del LRM.

ρ Es la resistividad del suelo en (Ω m).

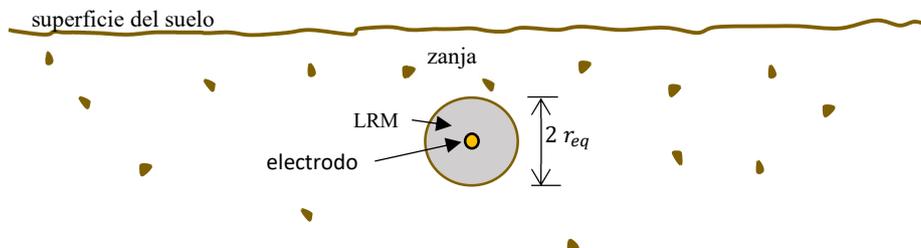


Figura 14. Vista en corte de un contrapeso embebido dentro de un material de baja resistividad de sección cilíndrica.

En el caso que la longitud del electrodo sea mucho mayor que la profundidad a la cual se encuentra el electrodo y al radio equivalente r_{eq} del material de relleno, entonces se puede usar la aproximación siguiente:

$$R_{c\ peso} = \frac{\rho}{\pi l_c} \left[\ln \left[\frac{2l_c}{\sqrt{2} h_c r_{eq}} \right] - 1 + \frac{\rho_e}{2\rho} \ln \left(\frac{r_{eq}}{r_c} \right) \right] \quad (9-2)$$

Para determinar r_{eq} que se requiere en las fórmulas (9-1) y (9-2), la Tabla 3 muestra la equivalencia entre el radio del cilindro hipotético, compuesto de material de baja resistividad LRM, y las dimensiones de la sección rectangular (ancho y espesor) del material de relleno y que se muestra en la Figura 13. Los resultados del radio equivalente mostrados en la tabla 3 fueron obtenidos empleando un programa de elementos finitos, en dos dimensiones, asumiendo un campo eléctrico gradiente.

Tabla 3 Radio equivalente del cilindro hipotético hecho con LRM, para calcular la resistencia de puesta a tierra con las ecuaciones (9-1) y (9-2), en función de las dimensiones de la sección rectangular que se muestran en la Figura 13.

Ancho a (cm) (ver la Fig. 13)	Espesor e (cm) (ver la Fig. 13)	Radio equivalente del cilindro r_{eq} (cm)
10	10	5.908
15	10	7.351
25	10	10.118
30	10	11.467
10	12.5	6.636
15	12.5	8.133
25	12.5	10.93
30	12.5	12.30
10	15	7.351
15	15	8.857
25	15	11.726
30	15	13.119

Ejemplo 10

Con las ecuaciones (9-1) y (9-2), obtener la resistencia de puesta a tierra de un contrapeso, que tiene una longitud de 12 metros, un diámetro de 16 mm y se encuentra enterrado a una profundidad de 0.7 m. El electrodo se encuentra embebido en un material de sección rectangular de 25cm X 15cm y que tiene una resistividad de 0.2 (Ω m). Asuma que la resistividad del suelo es de 250 Ω m.

Datos:

- $\rho = 250$ (Ω m)
- $l_c = 12$ (m)
- $r_c = 0.008$ (m)
- $h_c = 0.7$ (m)
- $\rho_e = 0.2$ (Ω m)
- $a = 25$ (cm)
- $e = 15$ (cm)

Con los datos de la sección del LRM, se determina, con la tabla 3, el radio equivalente.

$$r_{eq} = 0.1173 \text{ (m)} \quad (9-3)$$

Luego, se calcula la resistencia del electrodo con la ecuación (9-1):

$$R_{c \text{ peso}} = \frac{250}{2\pi \cdot 12} \left[\ln \left[\frac{(\sqrt{12^2+0.1173^2}+12)(\sqrt{1.4^2+12^2+0.1173^2}+12)}{0.008 \sqrt{1.4^2+0.1173^2}} \right] + \dots \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{1.4^2+12^2+0.1173^2}}{12} + \frac{\sqrt{1.4^2+0.1173^2}}{12} - \frac{\sqrt{12^2+0.1173^2}}{12} + \dots \right. \\ \left. + \frac{0.1173}{12} + \frac{2}{250} \ln \left(\frac{0.1173}{0.008} \right) \right] \quad (9-4)$$

$$R_{c \text{ peso}} = 20.838 \text{ } (\Omega) \quad (9-5)$$

Con la ecuación (9-2):

$$R_{c \text{ peso}} = \frac{250}{\pi \cdot 12} \left[\ln \left[\frac{2 \cdot 12}{\sqrt{2} \cdot 0.1173 \cdot 0.7} \right] - 1 + \frac{2}{250} \ln \left(\frac{0.1173}{0.008} \right) \right] \quad (9-6)$$

$$R_{c \text{ peso}} = 20.44 \text{ } (\Omega) \quad (9-7)$$

Si se comparan los resultados obtenidos con los del ejemplo 8, se observa que la resistencia se reduce en el orden del 30% al emplear el material de baja resistividad en el contrapeso.

10. Resistencia mutua entre un contrapeso y una barra

La Figura 15 muestra el caso de un contrapeso recto y una barra, que se encuentran conectados, mediante un empalme o una soldadura, a una distancia x del extremo del contrapeso, la resistencia mutua entre ambos elementos viene dada por la siguiente expresión:

$$R_{\text{c peso-barra}}^{\text{mutua}} = \frac{\rho}{4\pi l_c} \ln \left[\frac{a \cdot b}{(k \cdot l)^2 (k \cdot l + 2h_c)^2} \right] \quad (10-1)$$

donde:

$$a = \left(\sqrt{x^2 + (k \cdot l)^2} + x \right) \left(\sqrt{x^2 + (x \cdot l + 2h_c)^2} + x \right) \quad (10-2)$$

$$b = \left(\sqrt{(x - l_c)^2 + (k \cdot l)^2} - x + l_c \right) \left(\sqrt{(x - l_c)^2 + (x \cdot l + 2h_c)^2} - x + l_c \right) \quad (10-3)$$

$$k = 0.375 \quad (10-4)$$

- l_c Longitud del contrapeso en metros
- l Longitud de la barra en metros
- h_c Profundidad a la cual se encuentra enterrado el contrapeso, en metros.
- x Distancia a la cual se encuentra la barra, medida desde uno de los extremos del contrapeso, en metros.

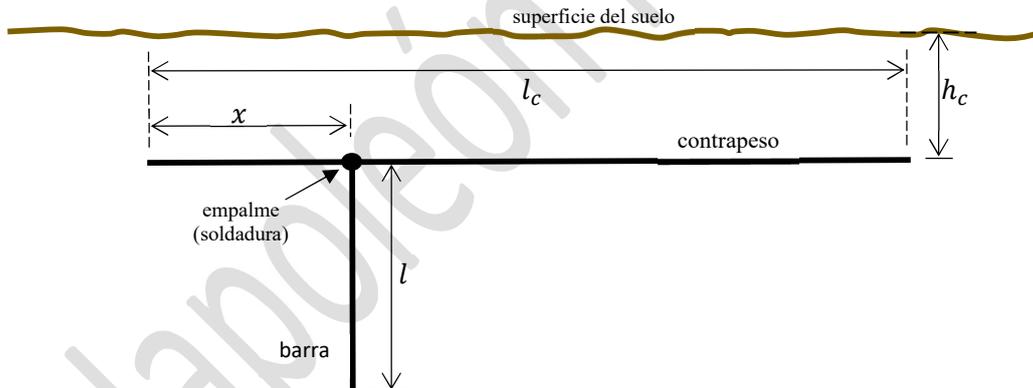


Fig. 15. Red de puesta a tierra formada por un contrapeso y una barra

La ecuación anterior fue obtenida aplicando el concepto del potencial promedio de Dwight. La fórmula es válida si la longitud del contrapeso es mayor que la longitud de la barra; en el caso que sean las longitudes iguales, el error está en el orden del 5%, y si la longitud del contrapeso es 50% más largo que la barra, el error es inferior al 1.2%. Por otra parte, se asume que el extremo superior de la barra se encuentra a la misma profundidad del contrapeso, tal como se muestra en la Figura 15.

Ejemplo 11

Obtener las resistencias mutuas entre un contrapeso y una barra, si la misma se ubica en las posiciones $x = 0$, $x = l_c/4$, $x = l_c/3$, $x = l_c/2$, $x = 3l_c/4$ y $x = l_c$. El contrapeso

tiene una longitud de 12 (m), la barra tiene una longitud de 1.8 (m), la resistividad del suelo es de 250 (Ω m) y el contrapeso se encuentra enterrado a una profundidad de 0.7 (m).

Datos:

$$\rho = 250 (\Omega \text{ m})$$

$$l_c = 12 (\text{m})$$

$$l = 1.8 (\text{m})$$

$$h_c = 0.7 (\text{m})$$

Al hacer uso de la ecuación (10-1), se obtienen las resistencias mutuas, los resultados se presentan en la Tabla 4

Tabla 4. Valores de resistencia mutua entre un contrapeso y una barra, para diferentes posiciones de la barra.

Distancia x (m)	Resistencia mutua Ω
0	9.99
3	14.62
4	15.11
6	15.47
9	14.62
12	9.99

Nótese de la tabla 4, que la resistencia mutua depende de la posición, si la barra se coloca en el extremo del contrapeso, la resistencia mutua tiene el valor más bajo y cuando la barra se ubica en el centro del contrapeso, es cuando tiene la mayor resistencia mutua.

11. Pequeñas mallas para puestas a tierra.

En este capítulo se aborda el problema del diseño de mallas, donde no se dispone de mucha superficie del suelo y se requiere de un bajo valor de resistencia de puesta a tierra. La mayoría de los casos donde se requiere del diseño de una red de puesta a tierra, están asociados con poca superficie de terreno, como en las ciudades, lo que dificulta alcanzar el valor de resistencia de puesta a tierra requerido por las normas o el solicitante del proyecto. Un ejemplo de esto, son las estaciones de telefonía celular, que se encuentran repartidas por las ciudades y centros poblados y en su mayoría ubicadas en las plantas techos de las edificaciones, estaciones que están dotadas de equipos electrónicos que son sensibles a las sobretensiones y una forma de disminuir las sobretensiones es con una adecuada red de puesta a tierra.

Como es bien sabido, una forma de bajar la resistencia de puesta a tierra es instalando numerosos electrodos, separados entre sí para evitar en lo posible el solapamiento de las zonas de influencia de cada electrodo y este tipo de solución requiere de mucha superficie de suelo.

Pero en el caso que no se disponga de suficiente superficie del terreno, una opción sería el tratamiento del suelo, para bajar su resistividad y por supuesto, variar el arreglo del conjunto de electrodos, para así escoger la solución que sea más económica y técnicamente aceptable.

11.1 Red compuesta de una barra y un contrapeso.

Es una de las redes más simple, la Figura 16 muestra un contrapeso y una barra, donde la barra se ha situado en un extremo del contrapeso por ser la posición donde la resistencia mutua entre ambos elementos toma el valor menor, de acuerdo con la Tabla 4.

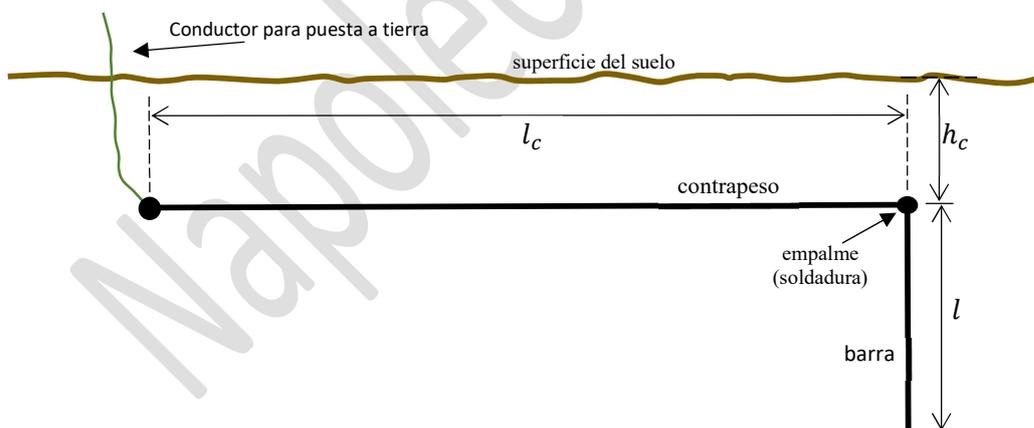


Fig. 16 Red de puesta a tierra formada por un contrapeso y una barra.

Para obtener la resistencia de puesta a tierra, el procedimiento consiste en calcular las resistencias propias tanto de la barra (ecuaciones (2-1) o (2-2)) como del contrapeso (ecuaciones (8-1) o (8-2)), también es necesario calcular la resistencia mutua de los electrodos con la ecuación (10-1).

Luego; con las resistencias obtenidas, la resistencia de puesta a tierra se obtiene con la ecuación (7-7). A continuación, se presenta un ejemplo de un cálculo típico de la resistencia entre dos electrodos.

Ejemplo 12

Obtener el valor de la resistencia de puesta a tierra de una malla formada por un contrapeso que tiene 12 (m) de longitud y una barra de 5/8 de pulgada y que tiene una longitud de 1.8 (m), el contrapeso se encuentra enterrado a una profundidad de 0.7 (m).

El extremo superior de la barra se encuentra a la misma profundidad del contrapeso y la barra se encuentra conectada galvánicamente al contrapeso en uno de sus extremos, tal como se muestra en la Figura 16.

Datos:

$\rho = 250$ (Ω m)	Resistividad del suelo.
$l_c = 12$ (m)	Longitud del contrapeso.
$h_c = 0.7$ (m)	Profundidad a la cual se encuentra enterrado el contrapeso.
$r_c = 0.008$ (m)	Radio del contrapeso.
$l = 1.8$ (m)	Longitud de la barra.
$h = 0.7$ (m)	Profundidad a la cual se encuentra enterrado el extremo superior de la barra.
$r = 0.00794$ (m)	Radio de la barra.

a) Resistencia propia de la barra.

Esta se obtiene con la ecuación (2-1):

$$R_{barra} = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[\begin{aligned} & -b \cdot \ln \left[\frac{(\sqrt{(l+2h)^2+r^2}+(l+2h))(\sqrt{l^2+r^2}-l)(\sqrt{(2b)^2+r^2}-2b)^2}{r^2} \right] + \dots \\ & -(l-h) \cdot \ln \left(\sqrt{(l)^2+r^2} - (l) \right) + \dots \\ & +(l+3h) \cdot \ln \left(\sqrt{(l+2h)^2+r^2} - (l+2h) \right) + \dots \\ & -h \cdot \ln \left(\frac{(\sqrt{(2h)^2+r^2}-(2h))^2}{r^2} \right) + 2(l-h) \cdot \ln(r) + \dots \\ & -\sqrt{(2(l+h))^2+r^2} - 2\sqrt{(l)^2+r^2} + \dots \\ & +2\sqrt{(l+2h)^2+r^2} - \sqrt{(2h)^2+r^2} + 2r \end{aligned} \right] \quad (11-1)$$

Al sustituir las variables por sus valores, se obtiene la resistencia de la barra:

$$R_{barra} = 119.81(\Omega) \quad (11-2)$$

b) Resistencia propia del contrapeso.

Se obtiene con la ecuación (8-1):

$$R_{c\ peso} = \frac{\rho}{2\pi l_c} \left[\begin{aligned} & \ln \left[\frac{(\sqrt{(l_c)^2+(r_c)^2}+l_c)(\sqrt{(2h_c)^2+(l_c)^2+(r_c)^2}+l_c)}{r_c \sqrt{(2h_c)^2+(r_c)^2}} \right] + \dots \\ & -\frac{\sqrt{(2h_c)^2+(l_c)^2+(r_c)^2}}{l_c} + \frac{\sqrt{(2h_c)^2+(r_c)^2}}{l_c} - \frac{\sqrt{(l_c)^2+(r_c)^2}}{l_c} + \frac{r_c}{l_c} \end{aligned} \right] \quad (11-3)$$

Al sustituir las variables por sus valores, se obtiene la resistencia:

$$R_{c\text{ peso}} = 29.72 (\Omega) \quad (11-4)$$

- c) Resistencia mutua entre la barra y el contrapeso:
Se obtiene con la ecuación (10-1), pero en este caso se puede tomar el resultado de la tabla 4 del Ejemplo 11, para $x = 0$, ya que se emplean los mismos datos:

$$R_{c\text{ peso-barra}}^{\text{mutua}} = 9.99 (\Omega) \quad (11-5)$$

- d) Finalmente, con la ecuación (7-7) se obtiene la resistencia de puesta a tierra:

$$R_{\text{tierra}} = \frac{R_{c\text{ peso}} R_{\text{barra}} - \left(R_{c\text{ peso-barra}}^{\text{mutua}}\right)^2}{R_{c\text{ peso}} + R_{\text{barra}} - 2 \left(R_{c\text{ peso-barra}}^{\text{mutua}}\right)} \quad (11-6)$$

$$R_{\text{tierra}} = 26.71 (\Omega) \quad (11-7)$$

Nótese que al comparar (11-4) con (11-7) se puede concluir que la barra tiene poca influencia en el valor de resistencia de puesta a tierra, en este caso en particular.

Ejemplo13

Obtener nuevamente el valor de la resistencia de puesta a tierra del ejercicio anterior si para la barra se emplea un material de baja resistividad, donde se realiza una perforación en la tierra de 30 cm de diámetro y el material de relleno cubre completamente la barra.

Datos:

$\rho = 250 (\Omega \text{ m})$	Resistividad del suelo
$\rho_e = 0.02 (\Omega \text{ m})$	Resistividad del material de relleno
$l_c = 12 (\text{m})$	Longitud del contrapeso
$h_c = 0.7 (\text{m})$	Profundidad a la cual se encuentra enterrado el contrapeso
$r_c = 0.008 (\text{m})$	Radio del contrapeso.
$r_1 = 0.15 (\text{m})$	Radio de la perforación para instalar la barra.
$l = 1.8 (\text{m})$	Longitud de la barra.
$h = 0.7 (\text{m})$	Profundidad a la cual se encuentra enterrado el extremo superior de la barra.
$r = 0.00794 (\text{m})$	Radio de la barra.

- a) Resistencia propia de la barra.
Esta se obtiene con la ecuación (4-2):

$$R_{\text{barra}}^{\text{LRM}} = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[\begin{aligned} & -b \cdot \ln \left[\frac{(\sqrt{(l+2h)^2+r_1^2}+(l+2h))(\sqrt{l^2+r_1^2}-l)(\sqrt{(2b)^2+r_1^2}-2b)}{r_1^2} \right] + \dots \\ & \quad - (l-h) \cdot \ln(\sqrt{(l)^2+r_1^2}-l) + \dots \\ & \quad + (l+3h) \cdot \ln(\sqrt{(l+2h)^2+r_1^2}-(l+2h)) + \dots \\ & \quad - h \cdot \ln \left(\frac{(\sqrt{(2h)^2+r_1^2}-(2h))^2}{r_1^2} \right) + 2(l-h) \cdot \ln(r_1) + \dots \\ & \quad - \sqrt{(2(l+h))^2+r_1^2} - 2\sqrt{(l)^2+r_1^2} + \dots \\ & \quad + 2\sqrt{(l+2h)^2+r_1^2} - \sqrt{(2h)^2+r_1^2} + \frac{2l\rho_e}{\rho} \ln\left(\frac{r_1}{r}\right) + 2r_1 \end{aligned} \right] \quad (11-8)$$

$$R_{\text{barra}} = 56.54 (\Omega) \quad (11-9)$$

b) Resistencia propia del contrapeso.

Se obtiene con la ecuación (8-2):

$$R_{\text{c peso}} = 29.72 (\Omega) \quad (11-10)$$

c) Resistencia mutua entre la barra y el contrapeso:

Se obtiene con la ecuación (10-1), pero en este caso se puede tomar el resultado de la tabla 4 del Ejemplo 11, para $x = 0$, ya que se emplean los mismos datos:

$$R_{\text{c peso-barra}}^{\text{mutua}} = 9.99 (\Omega) \quad (11-11)$$

d) Finalmente, con la ecuación (7-7) se obtiene la resistencia de puesta a tierra:

$$R_{\text{tierra}} = \frac{R_{\text{c peso}} R_{\text{barra}} - \left(R_{\text{c peso-barra}}^{\text{mutua}}\right)^2}{R_{\text{c peso}} + R_{\text{barra}} - 2 \left(R_{\text{c peso-barra}}^{\text{mutua}}\right)} \quad (11-12)$$

$$R_{\text{tierra}} = 23.85 (\Omega) \quad (11-13)$$

11.2 Red compuesta de cuatro barras y un contrapeso.

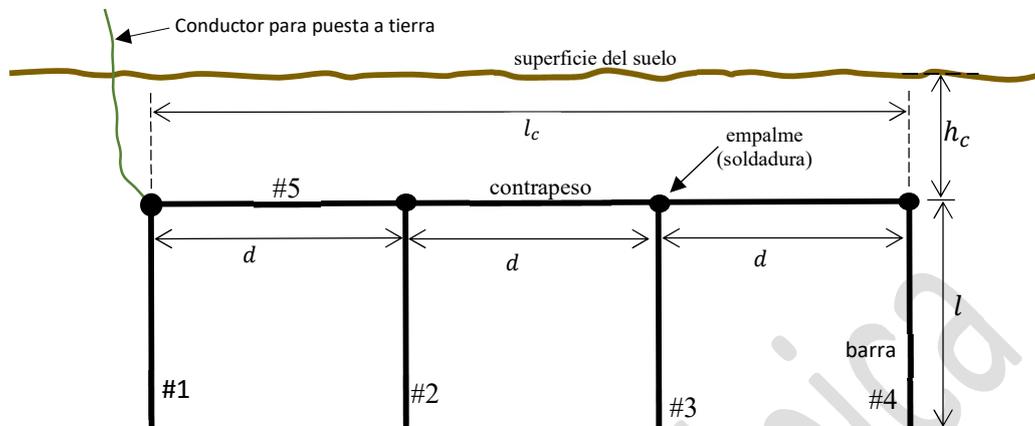


Fig. 17 Red de puesta a tierra formada por 4 barras y un contrapeso recto

La figura 17 muestra una red de puesta a tierra compuesta por cuatro barras y un contrapeso recto, las cuatro barras se encuentran separadas a iguales distancia; para calcular la resistencia de puesta a tierra es necesario obtener todas las resistencias propias y mutuas de los electrodos con la finalidad de construir la matriz resistencia, luego se sigue el procedimiento planteado en varios ejemplos del capítulo 7 para obtener la resistencia de puesta a tierra.

Ejemplo 14

Se desea obtener la resistencia de puesta a tierra de la red mostrada en la figura 17, los datos de los electrodos son los mismos del ejemplo 13, se emplea material de relleno de baja resistividad para las barras.

Datos:

$\rho = 250 (\Omega \text{ m})$	Resistividad del suelo.
$\rho_e = 0.02 (\Omega \text{ m})$	Resistividad del material de relleno.
$l_c = 12 (\text{m})$	Longitud del contrapeso.
$h_c = 0.7 (\text{m})$	Profundidad a la cual se encuentra enterrado el contrapeso.
$r_c = 0.008 (\text{m})$	Radio del contrapeso.
$r_1 = 0.15 (\text{m})$	Radio de los pozos para instalar las barras.
$l = 1.8 (\text{m})$	Longitud de las barras.
$h = 0.7 (\text{m})$	Profundidad a la cual se encuentra enterrado el extremo superior de las barras.
$r = 0.00794 (\text{m})$	Radio de las barras.

a) Resistencia propia de las barras.

Esta se obtiene con la ecuación (4-2), pero no es necesario calcularlas nuevamente ya que son los mismos datos del ejemplo 13:

$$R_{\text{barra}} = R_{1,1} = R_{2,2} = R_{3,3} = R_{4,4} = 56.54 (\Omega) \quad (11-14)$$

b) Resistencia propia del contrapeso.

Se obtiene con la ecuación (8-1), pero es el mismo valor del ejemplo 12 ya que se emplean los mismos datos:

$$R_{c \text{ peso}} = R_{55} = 29.72 (\Omega) \quad (11-15)$$

- c) Resistencia mutua entre las barras y el contrapeso.

Se obtiene con la ecuación (10-1), pero en este caso se puede tomar los resultados de la tabla 4 del Ejemplo 11, para $x = 0$, y $x = 4$, ya que los datos de los electrodos son los mismos:

$$R_{1,5} = R_{5,1} = R_{4,5} = R_{5,4} = 9.99 (\Omega) \quad (11-16)$$

$$R_{2,5} = R_{5,2} = R_{3,5} = R_{5,3} = 15.11 (\Omega) \quad (11-17)$$

- d) Resistencia mutua entre las barras.

Se calculan con la ecuación (6-1) (ver la Figura 17).

Para las barras separadas a una distancia d :

$$R_{1,2} = R_{2,1} = R_{2,3} = R_{3,2} = R_{3,4} = R_{4,3} = 8.787 (\Omega) \quad (11-18)$$

Para las barras separadas a una distancia $2d$:

$$R_{1,3} = R_{3,1} = R_{2,4} = R_{4,2} = 4.78 (\Omega) \quad (11-19)$$

Para las barras separadas a una distancia $3d$:

$$R_{1,4} = R_{4,1} = 3.252 (\Omega) \quad (11-20)$$

- e) Se construye la matriz resistencia:

$$R_{matriz} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} & R_{1,4} & R_{1,5} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} & R_{2,4} & R_{2,5} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} & R_{3,4} & R_{3,5} \\ R_{4,1} & R_{4,2} & R_{4,3} & R_{4,4} & R_{4,5} \\ R_{5,1} & R_{5,2} & R_{5,3} & R_{5,4} & R_{5,5} \end{bmatrix} \quad (11-21)$$

Al sustituir por sus valores:

$$R_{matriz} = \begin{bmatrix} 56.54 & 8.78 & 4.78 & 3.52 & 9.99 \\ 8.78 & 56.54 & 8.78 & 4.78 & 15.11 \\ 4.78 & 8.78 & 56.54 & 8.78 & 15.11 \\ 3.52 & 4.78 & 8.78 & 56.54 & 9.99 \\ 9.99 & 15.11 & 15.11 & 9.99 & 29.72 \end{bmatrix} (\Omega) \quad (11-22)$$

- f) Se invierte la matriz resistencia para obtener la matriz conductancia:

$$G_{matriz} = \begin{bmatrix} 19.0 & -1.44 & .148 & .019 & -5.71 \\ -1.44 & 21.0 & -.482 & .148 & -9.80 \\ .148 & -.482 & 21.0 & -1.44 & -9.80 \\ .019 & .148 & -1.44 & 19.0 & -5.71 \\ -5.71 & -9.80 & -9.80 & -5.71 & 47.00 \end{bmatrix} (\text{mS}) \quad (11-23)$$

- g) Se suman todos los elementos de la matriz conductancia

$$G_{suma} = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 G_{i,j} = 58.0 (\text{mS}) \quad (11-24)$$

- h) Se obtiene finalmente la resistencia de puesta a tierra:

$$R_{tierra} = \frac{1}{G_{suma}} = 17.14 (\Omega) \quad (11-25)$$

Ejemplo 15

En este caso, se repite nuevamente el ejemplo 14, pero se emplea material de relleno en todos los electrodos; para el contrapeso, el material de baja resistividad tiene una sección de 30cm x 10 cm, ver la Figura 13.

Datos:

$\rho = 250$ (Ω m)	Resistividad del suelo
$\rho_e = 0.02$ (Ω m)	Resistividad del material de relleno
$l_c = 12$ (m)	Longitud del contrapeso
$h_c = 0.7$ (m)	Profundidad a la cual se encuentra enterrado el contrapeso
$r_c = 0.008$ (m)	Radio del contrapeso.
$r_1 = 0.15$ (m)	Radio de las perforaciones para instalar las barras.
$l = 1.8$ (m)	Longitud de las barras.
$h = 0.7$ (m)	Profundidad a la cual se encuentra enterrado el extremo superior de las barras.
$r = 0.00794$ (m)	Radio de las barras.
$a = 30.0$ (cm)	Ancho del LRM (ver Fig. 13).
$e = 10.0$ (cm)	Espesor del LRM.
$r_{eq} = 0.115$ (m)	Radio equivalente del material LRM para el contrapeso (tabla 3).

Para este ejemplo, todas las resistencias son iguales a las del ejemplo anterior, solamente cambia la resistencia propia del contrapeso:

- a) Resistencia propia del contrapeso.

Se obtiene con la ecuación (9-1):

$$R_{c\ peso} = R_{55} = 20.91 \text{ } (\Omega) \quad (11-26)$$

- b) Se construye la matriz resistencia:

$$R_{matriz} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} & R_{1,4} & R_{1,5} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} & R_{2,4} & R_{2,5} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} & R_{3,4} & R_{3,5} \\ R_{4,1} & R_{4,2} & R_{4,3} & R_{4,4} & R_{4,5} \\ R_{5,1} & R_{5,2} & R_{5,3} & R_{5,4} & R_{5,5} \end{bmatrix} \quad (11-27)$$

Al sustituir por sus valores:

$$R_{matriz} = \begin{bmatrix} 56.54 & 8.78 & 4.78 & 3.52 & 9.99 \\ 8.78 & 56.54 & 8.78 & 4.78 & 15.11 \\ 4.78 & 8.78 & 56.54 & 8.78 & 15.11 \\ 3.52 & 4.78 & 8.78 & 56.54 & 9.99 \\ 9.99 & 15.11 & 15.11 & 9.99 & 20.91 \end{bmatrix} \text{ } (\Omega) \quad (11-28)$$

- c) Se invierte la matriz resistencia para obtener la matriz conductancia:

$$G_{matriz} = \begin{bmatrix} 19.0 & -.589 & .994 & .513 & -9.81 \\ -.589 & 22.0 & .970 & .994 & -17.0 \\ .994 & .970 & 22.0 & -.589 & -17.0 \\ .513 & .994 & -.589 & 19.0 & -9.81 \\ -9.81 & -17.0 & -17.0 & -9.81 & 82.00 \end{bmatrix} \text{ } (\text{mS}) \quad (11-29)$$

d) Se suman todos los elementos de la matriz conductancia

$$G_{suma} = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 G_{i,j} = 62.0 \text{ (mS)} \quad (11-30)$$

e) Se obtiene finalmente la resistencia de puesta a tierra:

$$R_{tierra} = \frac{1}{G_{suma}} = 16.01 \text{ (\Omega)} \quad (11-31)$$

Al comparar los resultados de las resistencias obtenidas en los Ejemplos 14 y 15, se aprecia que la reducción de la resistencia por el empleo de LRM en el contrapeso, no disminuyó significativamente el valor de la resistencia de puesta a tierra, en este caso.

11.3 Red de puesta a tierra en forma de un triángulo equilátero.

La red de puesta a tierra, en forma de triángulo equilátero es muy utilizada, consiste en tres contrapesos de longitudes iguales, que forman un triángulo equilátero y tres barras colocadas en los vértices de dicho triángulo, tal como se muestra en la figura 18.

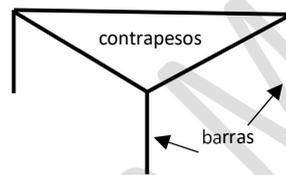


Fig. 18 Red de puesta a tierra, en forma de triángulo equilátero, formada por tres barras y tres contrapesos.

La resistencia equivalente de los tres contrapesos formando una delta, se puede obtener con la siguiente ecuación:

$$R_{c \text{ peso}}_{\Delta} = \frac{\rho}{3\pi l_c} \left[\ln \left[\frac{6 l_c}{\sqrt{2} h_c r_c} \right] - 0.031 \right] \quad (11-32)$$

donde:

- $R_{c \text{ peso}}_{\Delta}$ Es la resistencia a tierra que forman los tres contrapesos en (Ω).
- l_c Es la longitud de un contrapeso o de un lado del triángulo en metros.
- r_c Es el radio, en metros, de los contrapesos.
- h_c Es la profundidad a la cual se encuentran los contrapesos, en metro.

La expresión anterior fue obtenida como una variante a la ecuación (12-4) de Schwarz (7), que se emplea para obtener la resistencia de una rejilla, como la mostrada en la Figura 20. El problema de la ecuación (12-4) de Schwarz está en el hecho de que la misma es válida siempre y cuando la geometría de la malla sea rectangular y no triangular como es este caso.

Si los contrapesos se instalan con un material de relleno de baja resistividad LRM, la expresión para calcular la resistencia de los tres contrapesos viene dada por:

$$R_{c \text{ peso}}_{\Delta-LRM} = \frac{\rho}{3\pi l_c} \left[\ln \left[\frac{6 l_c}{\sqrt{2} h_c r_{eq}} \right] + \frac{\rho_e}{2\rho} \ln \left[\frac{r_{eq}}{r_c} \right] - 0.031 \right] \quad (11-33)$$

Donde:

r_{eq} Es el radio del cilindro hipotético del LRM, en metros, que se obtiene de acuerdo con la sección rectangular del material de relleno, ver la Tabla 3.

ρ_e Resistividad del LRM en (Ω m).

En cuanto a las barras, la resistencia de puesta a tierra de las tres barras, enterradas a una distancia equidistante entre ellas l_c , viene dada por:

$$R_{barras \Delta} = \frac{\rho}{6\pi \cdot l} \left[\ln \left[\frac{4 \cdot l}{r} \right] + 2 \cdot \ln \left[\frac{\sqrt{(2 \cdot l)^2 + l_c^2} + 2l}{l_c} \right] - \frac{\sqrt{(2 \cdot l)^2 + l_c^2}}{l} + \frac{l_c}{l} - 1 \right] \quad (11-34)$$

donde:

$R_{barras \Delta}$ Es la resistencia a tierra que forman las tres barras, en (Ω).

r Radio de las barras en metros.

l Es la longitud de una barra en metros.

l_c Separación entre las barras en metros.

La expresión anterior se obtuvo como la suma de 1/3 la resistencia propia de una barra (2-3), más 2/3 la resistencia mutua de las barras (6-2).

Si se emplea un material LRM en las barras, entonces la ecuación para obtener la resistencia de puesta a tierra de las tres barras es la siguiente:

$$R_{barras \Delta - LRM} = \frac{\rho}{6\pi \cdot l} \left[\ln \left[\frac{4l}{r_1} \right] + \frac{\rho_e}{\rho} \ln \left[\frac{r_1}{r} \right] + 2 \ln \left[\frac{\sqrt{(2l)^2 + l_c^2} + 2l}{l_c} \right] - \frac{\sqrt{(2l)^2 + l_c^2}}{l} + \frac{l_c}{l} - 1 \right] \quad (11-35)$$

donde:

r_1 Es el radio de las perforaciones hechas en el terreno o pozos para alojar las barras, en metro.

Por otra parte, existe una resistencia mutua entre las tres barras y los tres contrapesos, que se calcula con la siguiente expresión:

$$R_{\Delta(c.peso-barras) \text{ mutua}} = \frac{\rho}{3\pi \cdot l_c} \left[\ln \left[\frac{6 \cdot l_c}{l} \right] + 0.42 \right] \quad (11-36)$$

La ecuación anterior es válida tanto si se emplea o no LRM.

Luego de obtener las resistencias propias y mutuas, se obtiene la resistencia de puesta a tierra formado por el conjunto de barras y contrapesos, con la siguiente ecuación:

$$R_{tierra} = \frac{R_{barras \Delta} R_{c \text{ peso } \Delta} - \left(R_{\Delta(c \text{ peso} - barra) \text{ mutua}} \right)^2}{R_{c \text{ peso } \Delta} + R_{barras \Delta} - 2 \cdot \left(R_{\Delta(c \text{ peso} - barra) \text{ mutua}} \right)} \quad (11-37)$$

La ecuación anterior también es válida si se emplea material de relleno LRM.

Ejemplo 16

Obtener la resistencia de puesta a tierra de una red formada por tres barras de 1.8 (m), 5/8 de diámetro, instaladas a una separación entre ellas de 3.5 (m), empleando la ecuación (11-34), asuma que la resistividad del suelo es de 250 (Ω m):

Datos:

$r = 0.0079$ Radio de las barras en metros.
 $\rho = 250(\Omega m)$ Resistividad del suelo.
 $l = 1.8$ Es la longitud de una barra en metros.
 $l_c = 3.5$ Separación entre las barras en metros.

Al sustituir los datos en la ecuación (11-34):

$$R_{barras} = \frac{250}{6\pi \cdot 1.8} \left[\ln \left[\frac{4 \cdot 1.8}{0.008} \right] + 2 \cdot \ln \left[\frac{\sqrt{(2 \cdot 1.8)^2 + 3.5^2} + 2 \cdot 1.8}{3.5} \right] + \dots \right] - \frac{\sqrt{(2 \cdot l)^2 + 3.5^2}}{1.8} + \frac{3.5}{1.8} - 1 \quad (11-38)$$

Donde se obtiene el valor de la resistencia.

$$R_{barras} = 49.87(\Omega) \quad (11-39)$$

El ejemplo anterior es el mismo presentado en el ejemplo 3, que fue resuelto por otra metodología, en ambos los resultados obtenidos son muy similares.

Ejemplo 17

Obtener la resistencia de puesta a tierra de una red en disposición triangular, formada por barras y contrapesos, como la mostrada en la Figura 18. Los contrapesos tienen una longitud de 3.5 (m), un radio de 8 (mm) y se encuentran a una profundidad de 35 (cm), las barras son de 5/8 de diámetro y de 1.8 (m) de longitud, la resistividad del suelo es de 250 (Ω m).

Datos:

$r = 0.0079$ (m) Radio de las barras.
 $\rho = 250$ (Ω m) Resistividad del suelo.
 $l = 1.8$ (m) Es la longitud de una barra en metros.
 $l_c = 3.5$ (m) Longitud de un contrapeso o separación entre las barras.
 $h_c = 0.35$ (m) Profundidad a la cual se encuentran los contrapesos, en metro.
 $r_c = 0.008$ (m) Radio de los contrapesos.

a) La resistencia de las barras, se calcularon en el ejemplo anterior:

$$R_{barras} = 49.87(\Omega) \quad (11-40)$$

b) Se calcula la resistencia formada por los tres contrapesos con la ecuación (11-32):

$$R_{c\ peso} = \frac{250}{3\pi \cdot 3.5} \left[\ln \left[\frac{6 \cdot 3.5}{\sqrt{2 \cdot 0.35 \cdot 0.008}} \right] - 0.031 \right] \quad (11-41)$$

$$R_{c\ peso} = 42.89(\Omega) \quad (11-42)$$

- c) Se calcula la resistencia mutua entre las barras y los contrapesos, con la ecuación (11-36) y los datos suministrados:

$$R_{\Delta(\text{c.peso-barra})}^{\text{mutua}} = \frac{250}{3\pi \cdot 1.8} \left[\ln \left[\frac{6 \cdot 3.5}{1.8} \right] + 0.42 \right] \quad (11-43)$$

$$R_{\Delta(\text{c.peso-barras})}^{\text{mutua}} = 21.80 \text{ } (\Omega) \quad (11-44)$$

- d) La resistencia de puesta a tierra se obtiene con la ecuación (11-37):

$$R_{\text{tierra}} = \frac{49.87 \cdot 35.01 - (21.55)^2}{35.01 + 49.87 - 2 \cdot (21.55)} \quad (11-45)$$

$$R_{\text{tierra}} = 33.71 \text{ } (\Omega) \quad (11-46)$$

Ejemplo 18

Se repite el mismo ejemplo anterior, pero asumiendo que se emplea LRM en todos los electrodos. En cuanto a las barras, las perforaciones en el suelo son de 30 (cm) de diámetro y para los contrapesos el material de relleno es de 30 cm x 10 cm de sección.

Datos:

$\rho = 250 \text{ } (\Omega \text{ m})$	Resistividad del suelo.
$\rho_e = 0.02 \text{ } (\Omega \text{ m})$	Resistividad del material de relleno.
$l_c = 3.5 \text{ } (\text{m})$	Longitud de los contrapesos.
$h_c = 0.35 \text{ } (\text{m})$	Profundidad a la cual se encuentra enterrado los contrapesos.
$r_c = 0.008 \text{ } (\text{m})$	Radio de los contrapesos.
$r_1 = 0.15 \text{ } (\text{m})$	Radio de las perforaciones para instalar las barras.
$l = 1.8 \text{ } (\text{m})$	Longitud de las barras.
$r = 0.00794 \text{ } (\text{m})$	Radio de las barras.
$a = 30.0 \text{ } (\text{cm})$	Ancho del LRM (ver Fig. 13).
$e = 10.0 \text{ } (\text{cm})$	Espesor del LRM.
$r_{eq} = 0.115 \text{ } (\text{m})$	Radio equivalente del material LRM para el contrapeso.

- a) La resistencia de las tres barras se obtiene con la ecuación (11-35):

$$R_{\Delta\text{-LRM}}^{\text{barras}} = \frac{\rho}{6\pi \cdot 1.8} \left[\ln \left[\frac{4 \cdot 1.8}{0.15} \right] + \frac{0.02}{250} \ln \left[\frac{0.15}{0.00794} \right] + \dots \right. \\ \left. \left[2 \ln \left[\frac{\sqrt{(2 \cdot 1.8)^2 + 3.5^2} + 2 \cdot 1.8}{3.5} \right] - \frac{\sqrt{(2 \cdot 1.8)^2 + 3.5^2}}{1.8} + \frac{3.5}{1.8} - 1 \right] \right] \quad (11-47)$$

$$R_{\Delta\text{-LRM}}^{\text{barras}} = 28.22 \text{ } (\Omega) \quad (11-48)$$

- b) Se calcula la resistencia formada por los tres contrapesos con la ecuación (11-33):

$$R_{\Delta\text{-LRM}}^{\text{c.peso}} = \frac{250}{3\pi \cdot 3.5} \left[\ln \left[\frac{6 \cdot 3.5}{\sqrt{2 \cdot 0.35 \cdot 0.115}} \right] + \frac{0.02}{2 \cdot 250} \ln \left[\frac{0.115}{0.008} \right] - 0.031 \right] \quad (11-49)$$

$$R_{\Delta\text{-LRM}}^{\text{c.peso}} = 32.39 \text{ } (\Omega) \quad (11-50)$$

- c) Se calcula la resistencia mutua entre el conjunto de barras y el conjunto de contrapesos, con la ecuación (11-36):

$$R_{\Delta \text{ (c.peso-barras) } \text{mutua}} = \frac{250}{3\pi \cdot 1.8} \left[\ln \left[\frac{6 \cdot 3.5}{1.8} \right] + 0.42 \right] \quad (11-51)$$

$$R_{\Delta \text{ (c.peso-barras) } \text{mutua}} = 21.80 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (11-52)$$

d) La resistencia de puesta a tierra se obtiene con la ecuación (11-37):

$$R_{tierra} = \frac{28.22 \cdot 24.94 \cdot (21.55)^2}{28.22 + 24.94 - 2 \cdot (21.55)} \quad (11-53)$$

$$R_{tierra} = 25.80 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (11-54)$$

11.4 Las ecuaciones de Dwight

En el año 1936, Dwight (5) publicó una serie de fórmulas para diversos arreglos de electrodos, en la Figura 19 se muestran las fórmulas para cada uno de los arreglos.

•	One Ground Rod Length L , radius a	$R = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\log_e \frac{4L}{a} - 1 \right)$	
• •	Two Ground Rods $s > L$	$R = \frac{\rho}{4\pi L} \left(\log_e \frac{4L}{a} - 1 \right) + \frac{\rho}{4\pi s} \left(1 - \frac{L^2}{3s^2} + \frac{2}{5} \frac{L^4}{s^4} \dots \right)$	
••	Two Ground Rods $s < L$	$R = \frac{\rho}{4\pi L} \left(\log_e \frac{4L}{a} + \log_e \frac{4L}{s} - 2 + \frac{s}{2L} - \frac{s^2}{16L^2} + \frac{s^4}{512L^4} \dots \right)$	
—	Buried Horizontal Wire Length $2L$, depth $s/2$	$R = \frac{\rho}{4\pi L} \left(\log_e \frac{4L}{a} + \log_e \frac{4L}{s} - 2 + \frac{s}{2L} - \frac{s^2}{16L^2} + \frac{s^4}{512L^4} \dots \right)$	
└	Right-Angle Turn of Wire Length of arm L , depth $s/2$	$R = \frac{\rho}{4\pi L} \left(\log_e \frac{2L}{a} + \log_e \frac{2L}{s} - 0.2373 + 0.2146 \frac{s}{L} + 0.1035 \frac{s^2}{L^2} - 0.0424 \frac{s^4}{L^4} \dots \right)$	
┌	Three-Point Star Length of arm L , depth $s/2$	$R = \frac{\rho}{6\pi L} \left(\log_e \frac{2L}{a} + \log_e \frac{2L}{s} + 1.071 - 0.209 \frac{s}{L} + 0.238 \frac{s^2}{L^2} - 0.054 \frac{s^4}{L^4} \dots \right)$	
+	Four-Point Star Length of arm L , depth $s/2$	$R = \frac{\rho}{8\pi L} \left(\log_e \frac{2L}{a} + \log_e \frac{2L}{s} + 2.912 - 1.071 \frac{s}{L} + 0.645 \frac{s^2}{L^2} - 0.145 \frac{s^4}{L^4} \dots \right)$	
*	Six-Point Star Length of arm L , depth $s/2$	$R = \frac{\rho}{12\pi L} \left(\log_e \frac{2L}{a} + \log_e \frac{2L}{s} + 6.851 - 3.128 \frac{s}{L} + 1.758 \frac{s^2}{L^2} - 0.490 \frac{s^4}{L^4} \dots \right)$	
*	Eight-Point Star Length of arm L , depth $s/2$	$R = \frac{\rho}{16\pi L} \left(\log_e \frac{2L}{a} + \log_e \frac{2L}{s} + 10.98 - 5.51 \frac{s}{L} + 3.26 \frac{s^2}{L^2} - 1.17 \frac{s^4}{L^4} \dots \right)$	
○	Ring of Wire Diameter of ring D , diameter of wire d , depth $s/2$	$R = \frac{\rho}{2\pi^2 D} \left(\log_e \frac{8D}{d} + \log_e \frac{4D}{s} \right)$	
—	Buried Horizontal Strip Length $2L$, section a by b , depth $s/2$, $b < a/8$	$R = \frac{\rho}{4\pi L} \left(\log_e \frac{4L}{a} + \frac{a^2 - \pi ab}{2(a+b)^2} + \log_e \frac{4L}{s} - 1 + \frac{s}{2L} - \frac{s^2}{16L^2} + \frac{s^4}{512L^4} \dots \right)$	
●	Buried Horizontal Round Plate Radius a , depth $s/2$	$R = \frac{\rho}{8a} + \frac{\rho}{4\pi s} \left(1 - \frac{7}{12} \frac{a^2}{s^2} + \frac{33}{40} \frac{a^4}{s^4} \dots \right)$	(32),
	Buried Vertical Round Plate Radius a , depth $s/2$	$R = \frac{\rho}{8a} + \frac{\rho}{4\pi s} \left(1 + \frac{7}{24} \frac{a^2}{s^2} + \frac{99}{320} \frac{a^4}{s^4} \dots \right)$	(32),

Fig.19 Fórmulas de Dwight para calcular la resistencia de puesta a tierra, para diversos arreglos de electrodo. (figura tomada del trabajo de Dwight)

Nota: En relación con las expresiones para calcular la resistencia de placas metálicas en forma de discos de Dwight, mostradas en la Figura 19, éstas son válidas si la profundidad a la cual se encuentra enterrada la placa es mucho mayor que el radio del disco. En el caso de placas instaladas en la superficie de suelo o muy cercana a ella, se recomienda emplear la siguiente fórmula:

$$R_{disco} = \frac{\rho}{4} \frac{1}{r_{disco}} \quad (11-55)$$

donde r_{disco} es el radio del disco metálico.

Para placas con forma rectangular, se recomienda emplear la expresión de Schwarz:

$$R_{placa\ rectangular} = \frac{\rho}{\pi} \frac{k_1}{\sqrt{A}} \quad (11-56)$$

donde:

A Es el área de la placa.

k_1 Es un coeficiente que depende de la relación ancho – largo de la placa y que se obtiene de la Figura 21.

Las Fórmulas de Dwight son muy utilizadas y están incluidas en el libro verde de la IEEE: 142™IEEE Recommended Practice for Grounding of Industrial and Commercial Power Systems (6)

Ejemplo 19

Se dispone de 60 (m) de conductor de cobre desnudo de 16 (mm) de diámetro, para ser enterrados horizontalmente en el suelo, a una profundidad de 30 (cm), determine la resistencia de puesta a tierra, si el conductor se emplea en las configuraciones mostradas en la Figura 19 y que se indican a continuación: a) Un contrapeso, b) Dos contrapesos de iguales longitudes y que forman un ángulo de 90 grados entre ellos, c) Una estrella de tres puntas, d) Una estrella de cuatro puntas, e) Una estrella de seis puntas, f) Una estrella de ocho puntas, g) Un anillo. Asuma que la resistividad del suelo es de 100 (Ω m)

En la tabla 5 se resume los resultados obtenidos, luego de aplicar las ecuaciones de Dwight.

Tabla 5 Resistencias de puesta a tierra para diversas configuraciones de la Figura 19, para 60 m de conductor de cobre.

Configuración	Resistencia de puesta a tierra (Ω)
Un contrapeso recto de 60 m	3.43
Dos contrapesos de 30 m c/u, que forman un ángulo de 90 grados entre si	3.53
Estrella de tres puntas con brazos de 20 m	3.66
Estrella de 4 puntas con brazos de 15 m	4.67
Estrella de 6 puntas con brazos de 10 m	6.57
Estrella de 8 puntas con brazos de 7.5 m	8.36
Anillo con perímetro de 60 m	3.72

De la Tabla 5 se concluye que tener los electrodos concentrados en un área, como la estrella de 4, 6 y 8 puntas, no contribuye en bajar la resistencia de puesta a tierra.

12. Ecuaciones para calcular la resistencia de puesta a tierra de acuerdo con la recomendación de la IEEE 80.

La práctica recomendada de la IEEE 80 (4), es un documento técnico que tiene como objetivo el diseño de mallas de puestas a tierra para subestaciones eléctricas que por lo general ocupan grandes extensiones de terreno, pero esto no implica que puedan ser usadas en pequeñas redes como una industria o una vivienda o un centro comercial.

Hasta ahora, la forma como se ha obtenido la resistencia de puesta a tierra, en sistemas formados por más de un electrodo, consiste en calcular todas las resistencias propias y mutuas de los electrodos, para así construir la matriz resistencia; para luego, al invertir la matriz se obtiene la matriz conductancia de donde se obtiene la resistencia de puesta a tierra, esta metodología se expuso en el capítulo 7 con numerosos ejemplos; el problema de este método es que consume mucho tiempo, es laborioso y requiere de una herramienta matemática para inversión de matrices.

Pues bien, la recomendación en cuestión recopila fórmulas sencillas que permiten obtener la resistencia de una malla de tierra formada por numerosos electrodos. La Figura 23 muestra un ejemplo del tipo de malla tratado en la recomendación, compuesta de múltiples barras y numerosos electrodos enterrados horizontalmente y que forman una cuadrícula o retícula.

Lo que sigue a continuación fue extraído de la recomendación en cuestión

12.1 Cálculo simplificado.

La estimación inicial de la resistencia de puesta a tierra es uno de los primeros pasos para determinar el tamaño y la disposición de un sistema de puesta a tierra. La resistencia depende principalmente del área a ocupar por la malla, que generalmente se conoce en la etapa inicial de diseño.

Como primera aproximación, el valor mínimo de la resistencia del sistema de puesta a tierra de la subestación, en un suelo de resistividad uniforme u homogéneo se puede estimar mediante la fórmula de la resistencia de una placa de metal, en forma de disco, sobre la superficie del suelo:

$$R_{tierra\ min} = \frac{\rho}{4} \sqrt{\frac{\pi}{A}} \quad (12-1)$$

donde:

$R_{tierra\ min}$ Es el valor mínimo de resistencia de puesta a tierra de la subestación (Ω).

A Es el área que ocupa la malla de puesta a tierra (m^2).

Después, se puede obtener el límite superior de la resistencia de puesta a tierra de la subestación, agregando un segundo término a la ecuación anterior, propuesto por Laurent (8) y Niemann (9):

$$R_{tierra\ max} = \frac{\rho}{4} \sqrt{\frac{\pi}{A}} + \frac{\rho}{L_T} \quad (12-2)$$

donde L_T es la longitud total de los electrodos enterrados en el suelo, incluyendo las barras.

En el caso de una combinación de electrodos formado por cuadrícula y barras, como se muestra en la Figura 23, la ecuación anterior da una estimación ligeramente conservadora, porque las barras generalmente son más efectivas por unidad de longitud en comparación con los contrapesos.

El segundo término en la ecuación anterior reconoce el hecho de que la resistencia de cualquier sistema de puesta a tierra real, que consta de un número de conductores, es mayor que el de una placa metálica sólida. La diferencia disminuirá aumentando la cantidad de los conductores enterrados y se acercará a 0 para L_T infinito; en este caso, la red de tierra es equivalente a la de una placa metálica

Sverak (10) amplió la ecuación (12-2) para tener en cuenta el efecto de la profundidad de la cuadrícula en mallas compuestas por cuadrícula y barras, como las mostradas en la Figura 23:

$$R_{tierra} = \rho \left[\frac{1}{L_T} + \frac{1}{\sqrt{20A}} \left(1 + \frac{1}{1+h_c\sqrt{\frac{20}{A}}} \right) \right] \quad (12-3)$$

donde:

- L_T Suma de las longitudes de todos los electrodos, tanto de la cuadrícula como las barras, en metro.
- A Área que ocupa la cuadrícula en (m^2).
- h_c Profundidad a la cual se encuentra la cuadrícula en metros.
- ρ Resistividad promedio del suelo en (Ωm).

12.2 Las ecuaciones de Schwarz.

Las ecuaciones de Schwarz (7) permiten obtener la resistencia de puesta a tierra en mallas formadas por cuadrícula y barras. Las ecuaciones de Schwarz se aplican a mallas que tienen geometría rectangular.

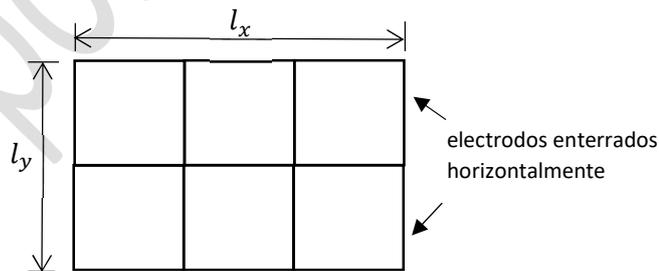


Fig. 20. Malla de puesta a tierra formando una cuadrícula, o con electrodos dispuestos horizontalmente en el terreno.

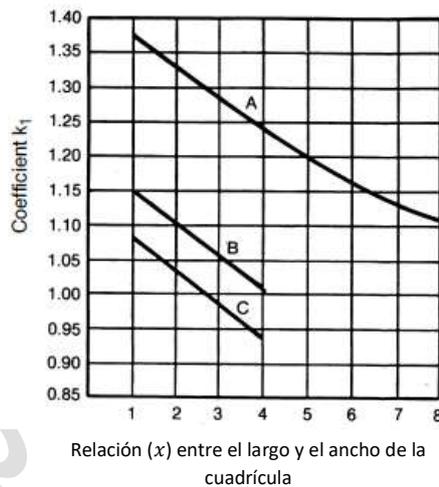
La Figura 20 muestra una malla de puesta a tierra, formada por electrodos dispuestos horizontalmente, formando una cuadrícula o una rejilla, la expresión desarrollada por Schwarz, para obtener la resistencia de puesta a tierra, es la siguiente:

$$R_{rejilla} = \frac{\rho}{\pi L_c} \left[\ln \left[\frac{2L_c}{a} \right] + k_1 \frac{L_c}{\sqrt{A}} - k_2 \right] \quad (12-4)$$

donde:

- ρ Es la resistividad promedio del suelo ($\Omega \text{ m}$)
- L_c Es la longitud total de todos los electrodos que forman la cuadrícula o los contrapesos, en metros, no incluye las barras.
- A Es el área cubierta por la cuadrícula ($l_y \cdot l_x$) (m^2), ver la Figura 20.
- \acute{a} Es igual a $\sqrt{r_c \cdot 2h_c}$ donde h_c es la profundidad, en metros, a la cual se encuentra enterrados los electrodos.
- r_c Es el radio de los electrodos o contrapesos en metros.
- \acute{a} Es igual al radio de los electrodos, en metros, si los electrodos se encuentran instalados sobre la superficie del suelo ($h = 0$) .
- k_1, k_2 Son coeficientes dados en las Figuras 21 y 22

Las Figuras 21 y 22 muestran los valores de k_1 y k_2 para tres profundidades diferentes de la rejilla o la cuadrícula: $h_c = 0$, $h_c = \frac{1}{10}\sqrt{A}$ y $h_c = \frac{1}{6}\sqrt{A}$. Para mallas de puesta a tierra que ocupan grandes superficies, los valores de k_1 y k_2 se toman aproximadamente asumiendo que $h_c = 0$. Para obtener los valores de k_1 y k_2 , además de la profundidad h_c hay que conocer la razón ancho – largo del área que cubre la malla de puesta a tierra.



Curva A: para profundidad $h_c = 0$

$$k_1 = -0.04x + 1.41$$

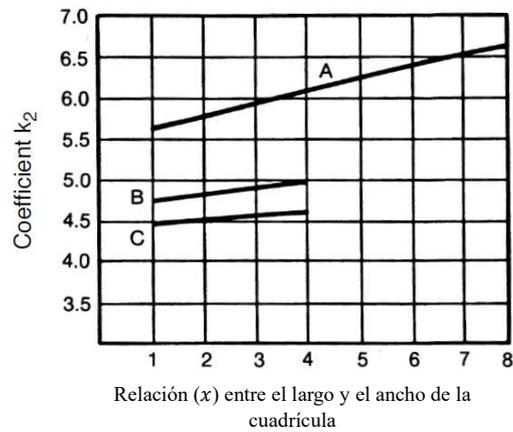
Curva B: para profundidad $h_c = \left(\frac{1}{10}\right)\sqrt{A}$

$$k_1 = -0.05x + 1.20$$

Curva C: para profundidad $h_c = \left(\frac{1}{6}\right)\sqrt{A}$

$$k_1 = -0.05x + 1.13$$

Fig.21 Coeficiente k_1 .



Curva A: para profundidad $h_c = 0$

$$k_2 = 0.15x + 5.50$$

Curva B: para profundidad $h_c = \left(\frac{1}{10}\right)\sqrt{A}$

$$k_2 = 0.10x + 4.68$$

Curva C: para profundidad $h_c = \left(\frac{1}{6}\right)\sqrt{A}$

$$k_2 = 0.05x + 4.40$$

Fig. 22 Coeficiente k_2 .

Pero también se puede dar el caso de mallas de puesta a tierra donde la rejilla está reforzada con barras, que pueden estar distribuidas en la periferia de la rejilla como se muestra en la Figura 23 b) o se encuentren repartidas en toda la superficie de la retícula como se muestra en la figura 23 a); para cualquiera de los casos, el procedimiento de cálculo de la resistencia es el mismo.

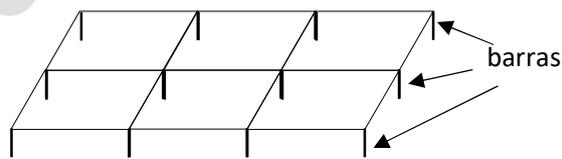


Fig.23 a)

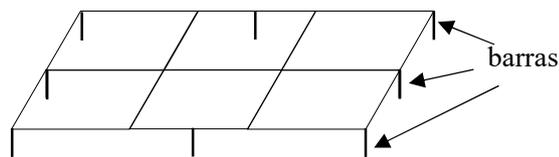


Fig.23 b)

Fig. 23 Mallas de puestas a tierra formada por barras y rejilla.

La resistencia equivalente formada únicamente por el conjunto de barras, sin incluir los electrodos colocados horizontalmente o la rejilla, viene dada por la siguiente ecuación:

$$R_{barras} = \frac{\rho}{2\pi n_R l} \left[\ln \left[\frac{4l}{r} \right] - 1 + 2 k_1 \frac{l}{\sqrt{A}} (\sqrt{n_R} - 1)^2 \right] \quad (12-5)$$

donde

- ρ Es la resistividad promedio del suelo (Ω m).
- l Es la longitud de una barra (m).
- A Es el área cubierta por la malla (m^2).
- n_R Es el número de barras existentes en el área A.
- r Es el radio de las barras en metros.
- k_1 Es el coeficiente dado en la Figura 21.

La resistencia mutua entre el grupo de barras y la rejilla se calcula con la siguiente ecuación:

$$R_{rejilla-barras}^{mutua} = \frac{\rho}{\pi L_c} \left[\ln \left[\frac{2L_c}{l} \right] + k_1 \frac{L_c}{\sqrt{A}} - k_2 + 1 \right] \quad (12-6)$$

Finalmente, la resistencia de puesta a tierra para una malla compuesta por barras y una rejilla se obtiene con (12-4), (12-5) y (12-6) y con la siguiente ecuación:

$$R_{tierra} = \frac{R_{barras} \cdot R_{rejilla} - \left(R_{rejilla-barras}^{mutua} \right)^2}{R_{barras} + R_{rejilla} - 2 \left(R_{rejilla-barras}^{mutua} \right)} \quad (12-7)$$

Ejemplo 20.

La Figura 24 muestra 4 barras y 4 contrapesos que forman un cuadrado, se desea obtener la resistencia de puesta a tierra de acuerdo con las formulaciones de la IEEE 80.

Nota: no se emplean materiales para mejorar la resistividad del suelo

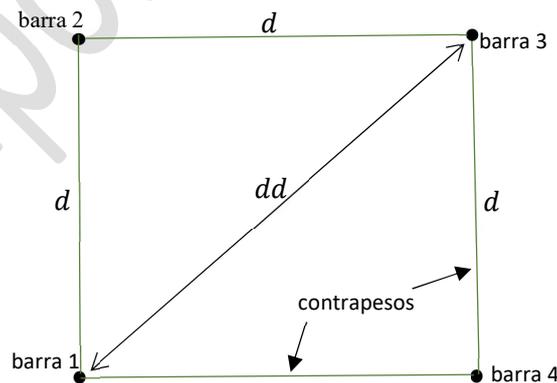


Fig. 24 Malla cuadrada formada por cuatro barras y cuatro contrapesos.

Datos:

$$l = 1.8 \text{ (m)}$$

Longitud de las barras.

$$r = \frac{5}{8} \cdot \frac{.0254}{2} = .0079 \text{ (m)}$$

Radio de las barras de 5/8 de pulgadas de diámetro.

$\rho = 250$ (Ω m)	Resistividad del suelo.
$h_c = 0.35$ (m)	Profundidad a la cual se encuentra enterrados tanto el extremo superior de las barras como de los contrapesos.
$l_c = 3.5$ (m)	Longitud de los contrapesos.
$L_c = 14$ (m)	Longitud total de los contrapesos.
$L_T = 21.2$ (m)	Longitud total de todos los electrodos.
$d = l_c$	Longitud de un lado del cuadrilátero.
$n_R = 4$	Número de barras.
$dd = 3.5\sqrt{2}$ (m)	Diagonal del cuadrilátero, ver la Figura 24.
$\acute{a} = \sqrt{r_c \cdot 2h_c} = 0.0748$ (m)	
$A = (l_c)^2 = 12.25$ (m^2)	Área cubierta por la malla.

a) Valor mínimo de puesta a tierra:

$$R_{tierra\ min} = \frac{\rho}{4} \sqrt{\frac{\pi}{A}} = \frac{250}{4} \sqrt{\frac{\pi}{12.25}} = 31.65 \text{ } (\Omega) \quad (12-8)$$

b) Valor máximo de puesta a tierra:

$$R_{tierra\ max} = \frac{\rho}{4} \sqrt{\frac{\pi}{A}} + \frac{\rho}{L_T} = 43.44 \quad (12-9)$$

c) Resistencia de puesta a tierra según Sverak:

$$R_{tierra} = \rho \left[\frac{1}{L_T} + \frac{1}{\sqrt{20} A} \left(1 + \frac{1}{1+h_c \sqrt{\frac{20}{A}}} \right) \right] \quad (12-10)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{tierra} = 250 \left[\frac{1}{21.2} + \frac{1}{\sqrt{20} 12.25} \left(1 + \frac{1}{1+0.35 \sqrt{\frac{20}{12.25}}} \right) \right] = 38.8 \text{ } (\Omega) \quad (12-11)$$

d) Resistencia de puesta a tierra según Schwarz:

Primero se obtienen los valores de las constantes k_1 y k_2 con las Figuras 21 y 22:

$$k_1 = 1.15 \quad (12-12)$$

$$k_2 = 4.78 \quad (12-13)$$

Se obtiene la resistencia de la rejilla con la ecuación (12-4):

$$R_{rejilla} = \frac{\rho}{\pi L_c} \left[\ln \left[\frac{2 L_c}{\acute{a}} \right] + k_1 \frac{L_c}{\sqrt{A}} - k_2 \right] \quad (12-14)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{rejilla} = \frac{250}{\pi 14} \left[\ln \left[\frac{2 \cdot 14}{0.0748} \right] + 1.15 \frac{14}{\sqrt{12.25}} - 4.78 \right] = 32.65 \text{ } (\Omega) \quad (12-15)$$

Se obtiene la resistencia para el conjunto de barras con la ecuación (12-5)

$$R_{barras} = \frac{\rho}{2\pi n_R l} \left[\ln \left[\frac{4l}{r} \right] - 1 + 2 k_1 \frac{l}{\sqrt{A}} (\sqrt{n_R} - 1)^2 \right] \quad (12-16)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{barras} = \frac{\rho 250}{2\pi \cdot 4 \cdot 1.8} \left[\ln \left[\frac{4 \cdot 1.8}{0.079} \right] - 1 + 2 \cdot 1.15 \frac{1.8}{\sqrt{12.25}} (\sqrt{4} - 1)^2 \right] \quad (12-17)$$

$$R_{barras} = 43.77(\Omega) \quad (12-18)$$

Se obtiene la resistencia mutua entre las barras y la rejilla con la ecuación (12-6)

$$R_{rejilla-barras}^{mutua} = \frac{\rho}{\pi L_c} \left[\ln \left[\frac{2L_c}{l} \right] + k_1 \frac{L_c}{\sqrt{A}} - k_2 + 1 \right] \quad (12-19)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{rejilla-barras}^{mutua} = \frac{250}{\pi 14} \left[\ln \left[\frac{2 \cdot 14}{1.8} \right] + 1.15 \frac{14}{\sqrt{12.25}} - 4.78 + 1 \right] = 20.26 \quad (12-20)$$

Finalmente, la resistencia de puesta a tierra se obtiene con la ecuación (12-7)

$$R_{tierra} = \frac{R_{barras} \cdot R_{rejilla} - \left(R_{rejilla-barras}^{mutua} \right)^2}{R_{barras} + R_{rejilla} - 2 \left(R_{rejilla-barras}^{mutua} \right)} \quad (12-21)$$

$$R_{tierra} = \frac{43.77 \cdot 32.65 - (20.26)^2}{43.77 + 32.65 - 2(20.26)} = 28.37 (\Omega) \quad (12-22)$$

Ejemplo 21

Obtener los valores de resistencia de puesta a tierra mínima, máxima y los valores de resistencia de acuerdo con Sverak, y Schwarz, para la red de puesta a tierra de forma cuadrada que tiene las dimensiones 70 m x 70 m, mostrada en la Figura 25, con una separación entre los electrodos de 7 m, y la malla se encuentra a una profundidad de 0.5 m (Ejemplo tomado de la IEEE 80).

Datos:

$$\rho = 400 (\Omega m)$$

$$l_c = 70 (m)$$

$$L_c = 2 \cdot 11 \cdot l_c = 1540 (m)$$

$$L_T = L_c$$

$$h_c = 0.5 (m)$$

$$r_c = 0.0065 (m)$$

$$\acute{a} = \sqrt{r_c \cdot 2h_c} = 0.081 (m)$$

$$A = 70 \cdot 70 = 4900 (m^2)$$

Resistividad del suelo.

Longitud de un contrapeso.

Suma de las Longitudes de todos los contrapesos.

Suma de las Longitudes de todos los electrodos.

Profundidad a la cual se encuentra la rejilla, en metro.

Radio de los electrodos.

Superficie que ocupa la malla.

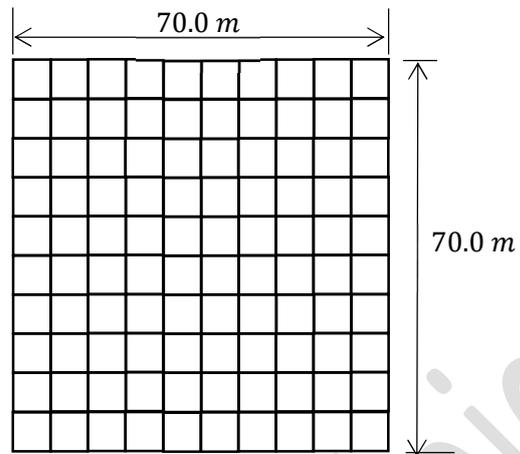


Fig. 25 Red de puesta a tierra formada por una cuadrícula.
(Figura tomada de la recomendación IEEE 80)

a) Resistencia mínima según la ecuación (12-1):

$$R_{tierra\ min} = \frac{\rho}{4} \sqrt{\frac{\pi}{A}} = \frac{400}{4} \sqrt{\frac{\pi}{4900}} = 2.53 (\Omega) \quad (12-23)$$

b) Resistencia máxima según la ecuación (12-2):

$$R_{tierra\ max} = \frac{\rho}{4} \sqrt{\frac{\pi}{A}} + \frac{\rho}{L_T} = \frac{400}{4} \sqrt{\frac{\pi}{4900}} + \frac{400}{1540} = 2.79 (\Omega) \quad (12-24)$$

c) Resistencia según Sverak (12-3):

$$R_{tierra} = \rho \left[\frac{1}{L_T} + \frac{1}{\sqrt{20A}} \left(1 + \frac{1}{1+h_c \sqrt{\frac{20}{A}}} \right) \right] \quad (12-25)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{tierra} = 400 \left[\frac{1}{1540} + \frac{1}{\sqrt{20 \cdot 4900}} \left(1 + \frac{1}{1+0.5 \sqrt{\frac{20}{4900}}} \right) \right] = 2.78 (\Omega) \quad (12-26)$$

e) Resistencia de puesta a tierra según Schwarz:

Primero se obtienen los valores de las constantes k_1 y k_2 con las Figuras 21 y 22:

$$k_1 = 1.35 \quad (12-27)$$

$$k_2 = 5.59 \quad (12-28)$$

Se obtiene la resistencia de la rejilla con la ecuación (12-4):

$$R_{rejilla} = \frac{\rho}{\pi L_c} \left[\ln \left[\frac{2 L_c}{a} \right] + k_1 \frac{L_c}{\sqrt{A}} - k_2 \right] \quad (12-29)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{rejilla} = \frac{400}{\pi 1540} \left[\ln \left[\frac{2 \cdot 1540}{0.0806} \right] + 1.35 \frac{1540}{\sqrt{4900}} - 5.59 \right] = 2.87 (\Omega) \quad (12-30)$$

El valor anterior, es el valor de la resistencia de puesta a tierra según Schwarz:

$$R_{tierra} = 2.87 (\Omega) \quad (12-31)$$

Ejemplo 22

Obtener nuevamente los valores de resistencia de puesta a tierra mínima, máxima y los valores de resistencia de acuerdo con Sverak, y Schwarz, para la red de puesta a tierra cuadrada de dimensiones 70 m x 70 m, mostrada en la Figura 26, donde además de la cuadrícula se han adicionado barras a la red. La separación entre los contrapesos es de 7 m, y la malla se encuentra a una profundidad de 0.5 m. La longitud de las barras es de 7.5 (m) y en total son 20 barras colocadas en la periferia.

Datos:

$\rho = 400 (\Omega \cdot m)$	Resistividad del suelo.
$l_c = 70 (m)$	Longitud de un contrapeso.
$L_c = 2 \cdot 11 \cdot l_c = 1540 (m)$	Suma de las Longitudes de todos los contrapesos.
$L_T = 2 \cdot 11 \cdot l_c + n_R l$	Suma de las longitudes de todos los electodos.
$L_T = 1690 (m)$	Suma de las longitudes de todos los electodos
$h_c = 0.5 (m)$	Profundidad a la cual se encuentra la rejilla, en metro.
$r_c = 0.0065 (m)$	Radio de los contrapesos.
$\acute{a} = \sqrt{r_c \cdot 2h_c} = 0.0806 (m)$	
$A = 70 \cdot 70 = 4900 (m^2)$	Superficie que ocupa la malla.
$r_c = 0.0065 (m)$	Radio de los contrapesos.
$r = 0.0079 (m)$	Radio de las barras.
$l = 7.5 (m)$	Longitud de las barras.
$n_R = 20$	Número de barras.

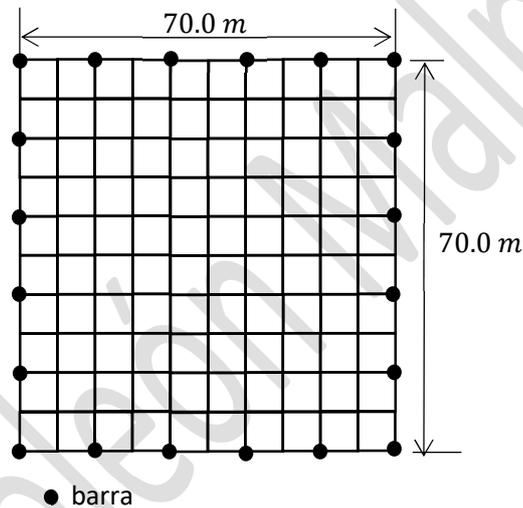


Fig. 26 Red de puesta a tierra cuadrada formada por barras y una cuadrícula.

a) Resistencia mínima según la ecuación (12-1):

$$R_{tierra\ min} = \frac{\rho}{4} \sqrt{\frac{\pi}{A}} = \frac{400}{4} \sqrt{\frac{\pi}{4900}} = 2.53 (\Omega) \quad (12-32)$$

b) Resistencia máxima según la ecuación(12-2):

$$R_{tierra\ max} = \frac{\rho}{4} \sqrt{\frac{\pi}{A}} + \frac{\rho}{L_T} = \frac{400}{4} \sqrt{\frac{\pi}{4900}} + \frac{400}{1690} = 2.77 (\Omega) \quad (12-33)$$

c) Resistencia según Sverak (12-3):

$$R_{tierra} = \rho \left[\frac{1}{L_T} + \frac{1}{\sqrt{20} A} \left(1 + \frac{1}{1+h_c \sqrt{\frac{20}{A}}} \right) \right] \quad (12-34)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{tierra} = 400 \left[\frac{1}{1690} + \frac{1}{\sqrt{20 \cdot 4900}} \left(1 + \frac{1}{1 + 0.5 \sqrt{\frac{20}{4900}}} \right) \right] = 2.75 (\Omega) \quad (12-35)$$

f) Resistencia de puesta a tierra según Schwarz:

Primero se obtienen los valores de las constantes k_1 y k_2 con las Figuras 21 y 22:

$$k_1 = 1.35 \quad (12-36)$$

$$k_2 = 5.59 \quad (12-37)$$

Se obtiene la resistencia de la rejilla con la ecuación (12-4):

$$R_{rejilla} = \frac{\rho}{\pi L_c} \left[\ln \left[\frac{2 L_c}{a} \right] + k_1 \frac{L_c}{\sqrt{A}} - k_2 \right] \quad (12-38)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{rejilla} = \frac{400}{\pi 1540} \left[\ln \left[\frac{2 \cdot 1540}{0.0806} \right] + 1.35 \frac{1540}{\sqrt{4900}} - 5.59 \right] = 2.87 (\Omega) \quad (12-39)$$

Se obtiene la resistencia para el conjunto de barras con la ecuación (12-5)

$$R_{barras} = \frac{\rho}{2\pi n_R l} \left[\ln \left[\frac{4l}{r} \right] - 1 + 2 k_1 \frac{l}{\sqrt{A}} (\sqrt{n_R} - 1)^2 \right] \quad (12-40)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{barras} = \frac{400}{2\pi \cdot 4 \cdot 7.5} \left[\ln \left[\frac{4 \cdot 7.5}{0.079} \right] - 1 + 2 \cdot 1.15 \frac{7.5}{\sqrt{4900}} (\sqrt{4} - 1)^2 \right] \quad (12-41)$$

$$R_{barras} = 4.96 (\Omega) \quad (12-42)$$

Se obtiene la resistencia mutua entre las barras y la rejilla con la ecuación (12-6)

$$R_{rejilla-barras}^{mutua} = \frac{\rho}{\pi L_c} \left[\ln \left[\frac{2 L_c}{l} \right] + k_1 \frac{L_c}{\sqrt{A}} - k_2 + 1 \right] \quad (12-43)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{rejilla-barras}^{mutua} = \frac{400}{\pi 1540} \left[\ln \left[\frac{2 \cdot 1540}{7.5} \right] + 1.15 \frac{1540}{\sqrt{4900}} - 4.78 + 1 \right] = 2.58 \quad (12-44)$$

Finalmente, la resistencia de puesta a tierra se obtiene con la ecuación (12-7)

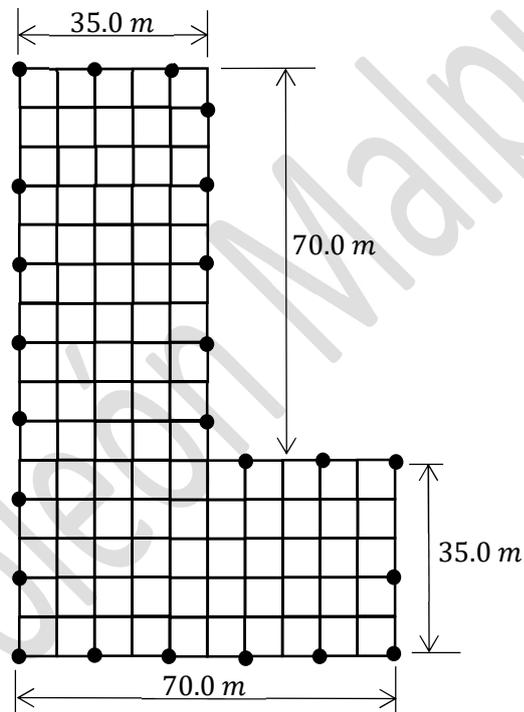
$$R_{tierra} = \frac{R_{barras} \cdot R_{rejilla} - \left(R_{rejilla-barras}^{mutua} \right)^2}{R_{barras} + R_{rejilla} - 2 \left(R_{rejilla-barras}^{mutua} \right)} \quad (12-45)$$

$$R_{tierra} = \frac{2.87 \cdot 4.96 - (2.58)^2}{2.87 + 4.96 - (2.58)} = 2.84 (\Omega) \quad (12-46)$$

Ejemplo 23

Obtener la resistencia de puesta a tierra de la red mostrada en la Figura 27, cuya superficie tiene forma de L, aplicando las ecuaciones de la recomendación de la IEEE 80, la separación entre los contrapesos es de 7 m y la profundidad de la malla es de 0.5 m.

$\rho = 400 (\Omega \cdot m)$	Resistividad del suelo.
$L_c = 1575 (m)$	Suma de las Longitudes de todos los contrapesos.
$L_T = 1755 (m)$	Suma de las longitudes de todos los electrodos.
$h_c = 0.5 (m)$	Profundidad a la cual se encuentra la rejilla, en metro.
$r_c = 0.0065 (m)$	Radio de los contrapesos.
$\acute{a} = \sqrt{r_c \cdot 2h_c} = 0.0806 (m)$	
$A = 4900 (m^2)$	Superficie que ocupa la malla.
$r_c = 0.0065 (m)$	Radio de los contrapesos.
$r = 0.0079 (m)$	Radio de las barras.
$l = 7.5 (m)$	Longitud de las barras.
$n_R = 24$	Número de barras.



• barra

Fig. 27 Malla en forma de L
(Figura tomada de la recomendación IEEE 80)

d) Resistencia mínima según la ecuación (12-1):

$$R_{tierra\ min} = \frac{\rho}{4} \sqrt{\frac{\pi}{A}} = \frac{400}{4} \sqrt{\frac{\pi}{4900}} = 2.53 (\Omega) \quad (12-47)$$

e) Resistencia máxima según la ecuación(12-2):

$$R_{tierra\ max} = \frac{\rho}{4} \sqrt{\frac{\pi}{A}} + \frac{\rho}{L_T} = \frac{400}{4} \sqrt{\frac{\pi}{4900}} + \frac{400}{1755} = 2.76 (\Omega) \quad (12-48)$$

f) Resistencia según Sverak (12-3):

$$R_{tierra} = \rho \left[\frac{1}{L_T} + \frac{1}{\sqrt{20} A} \left(1 + \frac{1}{1 + h_c \sqrt{\frac{20}{A}}} \right) \right] \quad (12-49)$$

Al sustituir las variables por sus valores:

$$R_{tierra} = 400 \left[\frac{1}{1755} + \frac{1}{\sqrt{20 \cdot 4900}} \left(1 + \frac{1}{1 + 0.5 \sqrt{\frac{20}{4900}}} \right) \right] = 2.75 \text{ } (\Omega) \quad (12-50)$$

13 Algunas definiciones importantes.

13.1 Corriente asimétrica eficaz de falla a tierra I_F .

Es el valor eficaz (rms) de la corriente asimétrica, integrada en el intervalo de tiempo de duración de la falla.

Nota: Esta corriente toma en cuenta la componente d.c. u homopolar, que aparece en el régimen transitorio del corto circuito o falla.

$$I_F = D_f I_f \quad (13-1)$$

donde

I_f Es la componente simétrica, eficaz, de la corriente de falla de línea a tierra.

D_f Es el factor de decremento de la corriente (Ver el Anexo A).

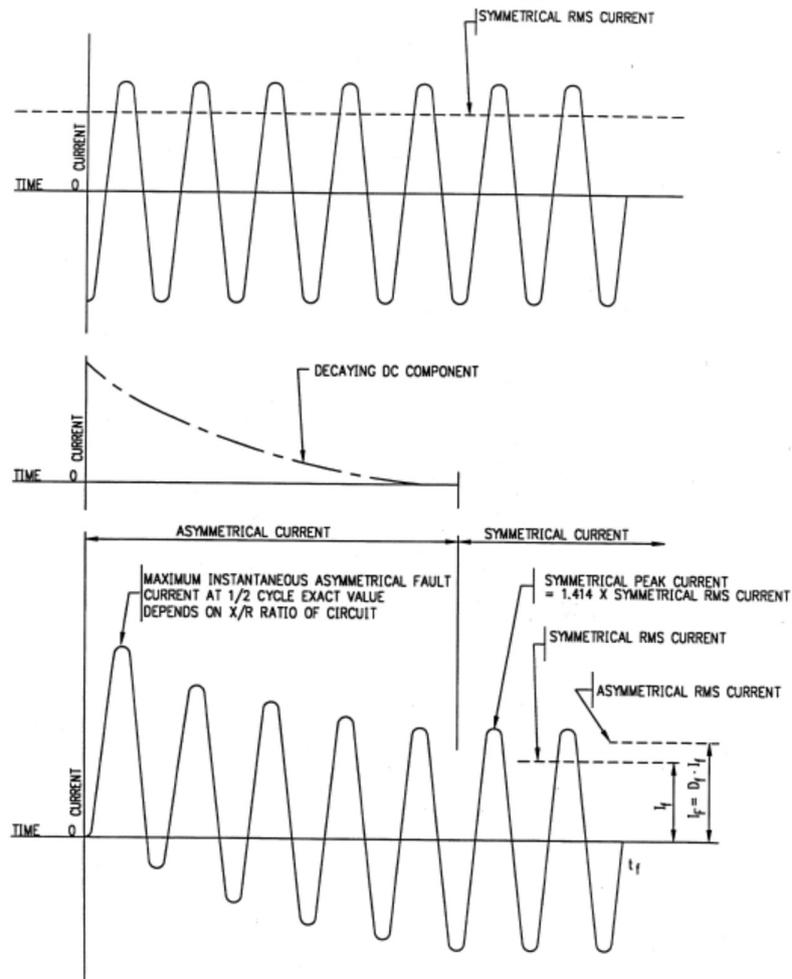


Fig.28 Relación entre la corriente eficaz de la falla I_f la corriente asimétrica de la falla I_F y el factor de decremento D_F

La corriente de cortocircuito, en redes inductivas, tienen dos componentes, como se puede apreciar en la Figura 28: está compuesta de una corriente homopolar o dc, que se debe a la respuesta natural de la red, y que decae exponencialmente y una respuesta forzada, que tiene forma sinusoidal, a la frecuencia de la red, conocida como la corriente simétrica de la falla o la corriente simétrica de corto circuito.

13.2 Factor de decremento de la corriente D_f

Es un factor de ajuste en conjunto con la corriente simétrica de falla I_f , permite determinar el valor eficaz de la corriente asimétrica de falla, para una duración de la falla dada, este factor toma en cuenta la componente d.c. de la corriente que aparece en el transitorio y su atenuación. En el Anexo A se indican los valores de este factor.

13.3 Corriente simétrica de la malla. I_g .

Es la parte de la corriente simétrica de falla a tierra I_f que fluye entre la red de puesta a tierra y la tierra circundante. Puede ser expresado en función de la corriente simétrica de la falla como:

$$I_g = S_f I_f \quad (13-2)$$

donde:

S_f Es el factor de división de la corriente.

I_f Es el valor eficaz de la corriente simétrica de la falla a tierra

Para ilustrar el significado del factor de división de la corriente S_f , la Fig. 29 muestra el caso donde la corriente de falla a tierra I_f , se inyecta completamente por la malla de puesta a tierra, en este caso se cumple que $I_g = I_f$, y, por otra parte, el factor S_f debe tomar el valor de la unidad.

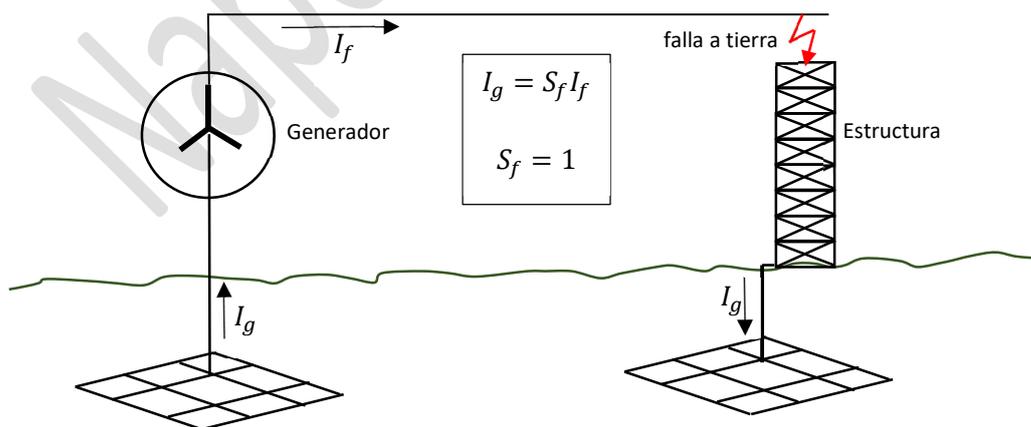


Fig. 29 Situación donde la corriente simétrica de la malla I_g y la corriente de falla a tierra I_f , son iguales ($S_f = 1$)

En relación con la Figura 30, donde se muestra otro caso de una falla, en que se ha añadido un conductor de neutro, que se encuentra puesto a tierra en ambos extremos. Nótese que la corriente de falla I_f tiene ahora dos caminos de retorno, el conductor de neutro y la tierra. La corriente que circula por las mallas de tierra I_g tiene que ser menor a la corriente de falla I_f . También nótese que, si la impedancia del conductor de neutro es muy baja en comparación con la suma de las resistencias de puesta a tierra de ambas mallas, entonces la corriente I_g tiene que ser una pequeña fracción de la corriente de falla a tierra I_f de la red.

Es importante tener en cuenta que la corriente I_g es la responsable de la aparición de las tensiones de toque y de paso, tensiones que son peligrosas para los seres vivos, es por este motivo que el Código Eléctrico Nacional obliga a la puesta a tierra en ambos extremos del neutro en las redes de baja tensión.

13.4 Máxima corriente de la malla de puesta a tierra I_G .

Es el valor de la corriente asimétrica máxima de la malla y que se define de la siguiente manera:

$$I_G = D_f I_g \quad (13-3)$$

I_G Es la corriente asimétrica máxima de la malla (A).

D_f Es el factor de decremento calculado para la duración de la falla.

I_g Es el valor eficaz de la corriente simétrica de la malla (A).

Nota: La máxima corriente de la malla, toma en cuenta la componente d.c. que aparece en el régimen transitorio del corto circuito.

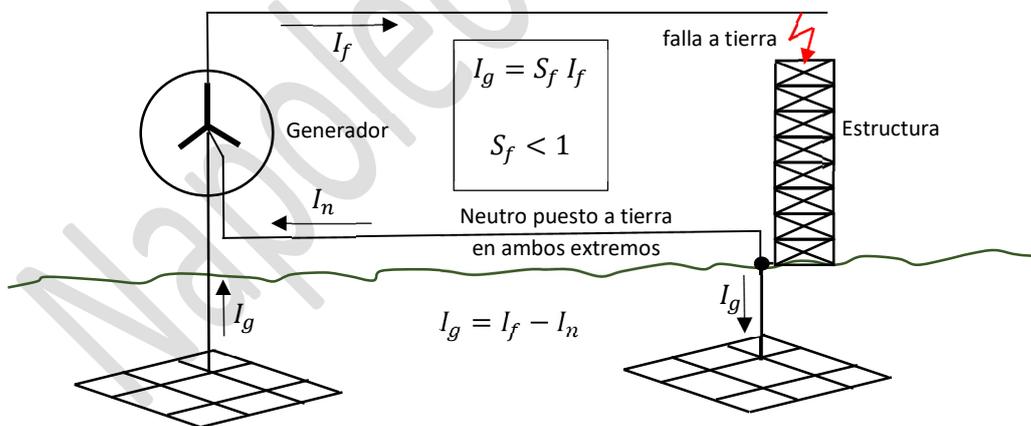


Fig. 30 Situación donde la corriente simétrica de la malla I_g y la corriente de falla a tierra I_f , son diferentes ($S_f < 1$)

13.5 Aumento del potencial de tierra GPR.

Es el máximo potencial eléctrico que la malla de puesta a tierra puede alcanzar en relación con un punto de conexión a tierra lejana que se supone que está al potencial cero. En el idioma inglés se define como Ground Potential Rise (GPR), y viene dado por la siguiente expresión:

$$GPR = R_{tierra} I_G \quad (13-4)$$

donde:

I_G Es la máxima corriente de la malla.

R_{tierra} Es la resistencia de la malla.

Nota: El GPR es el potencial que adquieren todos los electrodos de puesta a tierra, así como todos los elementos como gabinetes, estructuras, tubería, etc., que se encuentren conectados a la malla de puesta a tierra, al momento de ocurrir una falla a tierra.

13.6 Tensión de toque.

Es la diferencia de potencial que existe entre la malla de puesta a tierra (GPR), y el potencial que tiene la superficie del suelo en el punto donde la persona se encuentra parada. Se asume que la persona se encuentra tocando la superficie de algún objeto puesto a tierra y, por lo tanto, el potencial de las manos es el mismo de la red de puesta a tierra GPR que viene dado por (13-4).

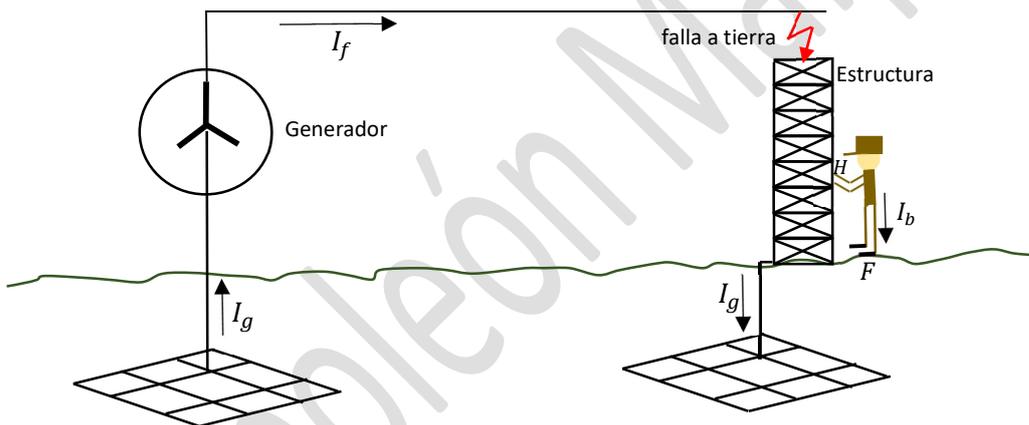


Fig. 31 Persona expuesta a una tensión de toque debido a una falla o cortocircuito con una estructura puesta a tierra.

La Figura 31 muestra un ejemplo de una situación típica de una tensión de toque que sufre una persona, si entre los puntos H donde toca la persona la estructura y F del suelo, existe una diferencia de potencial, entonces la persona está expuesta a un choque eléctrico conocido como tensión de toque. La tensión de toque por lo general se calcula en circuito abierto; o sea, sin tener en cuenta la resistencia equivalente R_B asociada a la persona.

13.7 Tensión de malla V_{malla} .

Es la máxima tensión de toque que puede ocurrir dentro de una cuadrícula de una malla de puesta a tierra.

13.8 Tensión de paso

Es la diferencia de potencial que aparece entre los pies de una persona, cuando da un paso de un metro de separación, mientras ocurre una falla a tierra, la Figura 32 muestra un caso de una persona sometida a una tensión de paso.

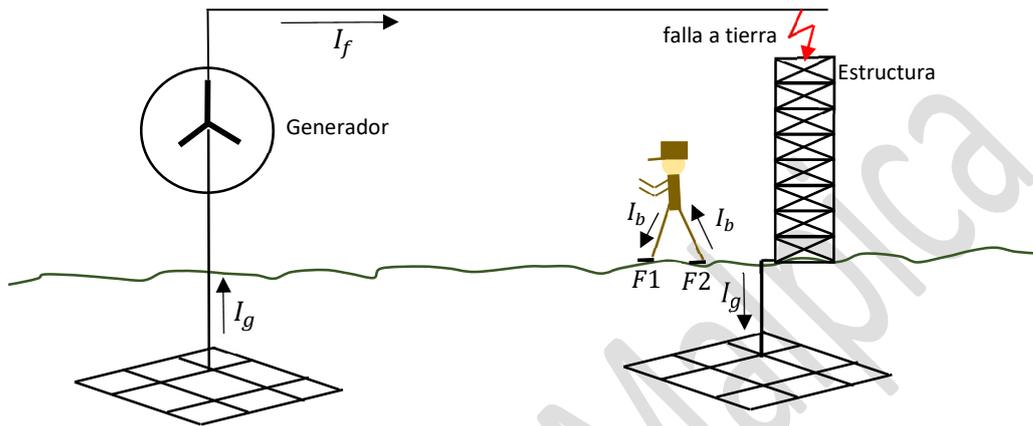


Fig. 32 Persona expuesta a una tensión de paso debido a una falla o cortocircuito con una estructura que se encuentra puesta a tierra.

14 Corriente límite tolerable por una persona.

A continuación, se extrae un resumen tanto de la recomendación IEEE 80 (4) como de la recomendación de la Comisión Electrotécnica Internacional (IEC 60491-1) referente a los efectos que produce la corriente en las personas y los límites de la corriente permisible que puede soportar una persona sin que ocurra fibrilación ventricular.

La magnitud y duración de la corriente conducida a través de un cuerpo humano, a 50 Hz o 60 Hz, debe ser menor del valor que puede causar fibrilación ventricular del corazón, que no es más que la detención de la circulación sanguínea.

Los efectos fisiológicos más comunes de la corriente eléctrica en el cuerpo, establecidos en orden creciente de la magnitud de la corriente, son: umbral de percepción, contracción muscular, inconsciencia, fibrilación del corazón, bloqueo del sistema nervioso asociado con la respiración y quemaduras.

La corriente de 1 mA generalmente se reconoce como el umbral de percepción; es decir, la magnitud actual en que una persona es capaz de detectar una ligera sensación de hormigueo en sus manos o dedos causada por el paso de la corriente.

Las corrientes entre 1mA a 6 mA, a menudo denominadas corrientes de descarga; aunque son desagradables de soportar continuamente, generalmente no perjudican la capacidad de una persona para controlar sus músculos, como la de sostener y liberar un objeto mientras sufre una descarga de la magnitud antes mencionada. El experimento clásico de Dalziel y Massoglia, con 28 mujeres y 134 hombres proporcionan datos que indican una corriente de liberación promedio de 10.5 mA para mujeres y 16 mA para hombres, y 6 mA y 9 mA como los valores umbrales respectivos.

En el rango de 9–25 mA, las corrientes pueden ser dolorosas y pueden dificultar o imposibilitar la liberación de objetos energizados agarrados por la mano. Para corrientes aún más altas, las contracciones musculares podrían dificultar la respiración. Estos efectos no son permanentes y desaparecen cuando se interrumpe la corriente, pero si la contracción es muy intensa, la respiración se puede detener por minutos en lugar de segundos. Sin embargo, incluso estos casos a menudo responden a la reanimación.

No es hasta que se alcanzan las magnitudes de corriente en el rango entre 60 mA a 100 mA, que la fibrilación ventricular puede hasta detener el corazón o inhibir la respiración y causar lesiones o la muerte.

Por lo tanto, la recomendación de la IEEE 80, enfatiza la importancia del umbral de fibrilación, si se pueden mantener las corrientes de choque por debajo de este valor, mediante un sistema de puesta a tierra cuidadosamente diseñado, se pueden evitar lesiones o la muerte.

El cuerpo humano también puede soportar corrientes de mayor magnitud, si se reduce el tiempo de exposición de esta. La corriente límite o la corriente umbral que no produce fibrilación ventricular $I_{B \text{ umbral}}$, con duraciones que van desde los 0.03 s hasta los 3.0 s está relacionada con la energía absorbida por el cuerpo, y responde a la siguiente ecuación:

$$I_{B \text{ umbral}} = \frac{k}{\sqrt{t_s}} \quad (14-1)$$

donde:

k Es una constante empírica, relacionada con la energía de la descarga eléctrica tolerada por un cierto porcentaje de la población.

t_s Es la duración a la exposición de la corriente en (s).

$I_{B\text{ umbral}}$ Es el valor eficaz de la corriente máxima permisible o la corriente umbral, que pasa a través del cuerpo humano, en (A), sin que se produzca fibrilación ventricular.

La constante k aumenta con el peso de la persona, para personas que pesen 50 kg (IEEE 80), la constante toma siguiente valor:

$$k = 0.116 \quad (14-2)$$

Por otra parte, la Comisión Electrotécnica Internacional, en su documento IEC 60491-1, define cuatro zonas en cuanto a la relación de la corriente que pasa por una persona y la duración de esta, donde para cada una de las zonas se indica los efectos fisiopatológicos y que se muestran en la Figura 33.

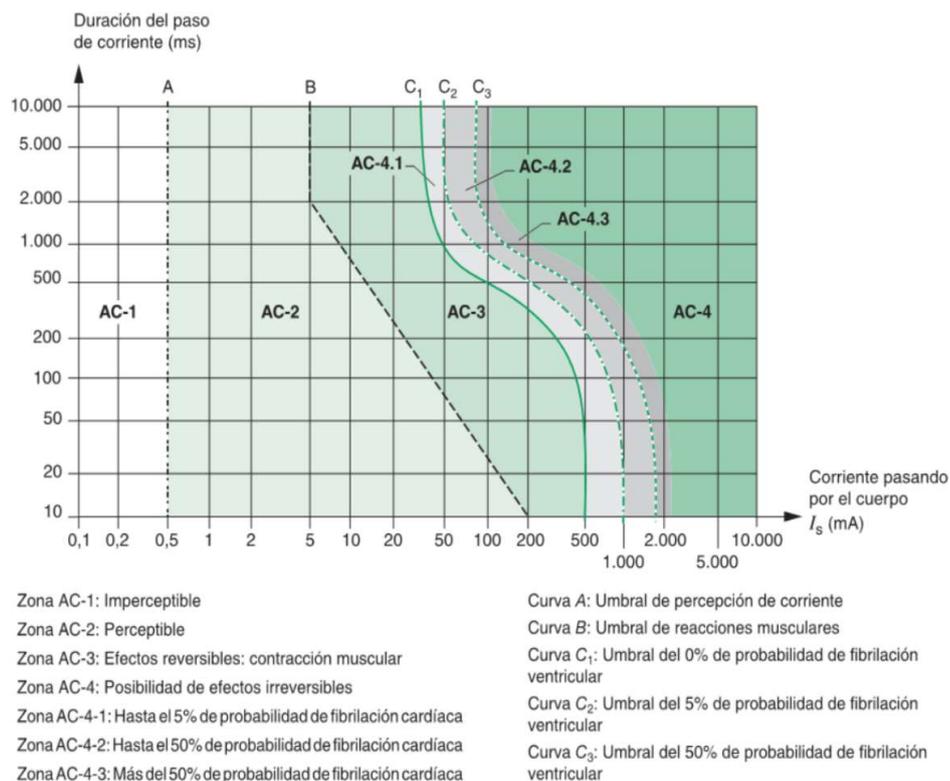


Fig. 33 Efectos de la corriente en el cuerpo humano, cuando la corriente pasa de una mano a la otra mano.

(Figura tomada de la IEC 60491-1)

Según la Fig. 33, en la zona AC-1, la corriente es imperceptible para la persona y se encuentra en el orden de 0.5 mA o menor, en la zona AC-2 ya la corriente es perceptible pero la persona puede tener todavía control de sus músculos, en la zona AC-3, la persona está sometida a contracción muscular; o sea, ya no puede controlar sus músculos, pero los efectos de la corriente son reversible al interrumpir la corriente y por último, en la zona AC-4, la corriente tiene efectos irreversibles, esto

quiere decir que la persona va a requerir primeros auxilios, luego de interrumpir la corriente y en el peor de los casos puede ocurrir el fallecimiento.

Entonces, para el caso de la protección de las personas ante choques eléctricos, siguiendo la recomendación de la IEC, nunca deberá estar expuesta a corrientes que se encuentren en la zona AC-4, para que los efectos causados por la corriente puedan ser reversibles.

La Fig. 33 muestra también una curva identificada como C1, que corresponde a la corriente umbral o el límite de la corriente donde no ocurre fibrilación ventricular con 0% de probabilidad de ocurrencia, esta curva corresponde entonces a $I_{B\text{ umbral}}$, de acuerdo a la IEC.

La curva C1 es la que se debe tener en cuenta para evaluar la seguridad en cuanto a tensiones de toque y de paso, en el caso que se quiera usar la recomendación de la IEC en lugar de la fórmula (14-1) de la IEEE.

Tabla 6. Comparación entre las corrientes umbrales ($I_{B\text{ umbral}}$) dadas en las recomendaciones IEEE 80 e IEC 60491-1, para que no ocurra fibrilación ventricular.

Tiempo de despeje de la falla (ms)	Corriente umbral para que no ocurra fibrilación ventricular según IEC. (curva C1 de la Fig. 33). (mA)	Corriente umbral para que no ocurra fibrilación ventricular según IEEE 80 (fórmula (14-1) (mA)
3000	35	67
2000	40	82
750	65	134
400	130	183
300	200	212
200	300	260
150	350	300
100	400	367
40	500	580

De la Tabla 6 se puede apreciar que los valores de corriente umbral, extraídos tanto de la IEC como la IEEE, ambos tienen el mismo orden de magnitud. Para el cálculo de las tensiones de toque y de paso, que puede tolerar una persona, sin que ocurra fibrilación ventricular, se recomienda emplear el menor valor de $I_{B\text{ umbral}}$ que arrojen las recomendaciones de la IEC e IEEE.

15 Tensión de toque y de malla.

15.1 Cálculo de las tensiones de toque y tensión de malla.

La Figura 34 muestra a una persona o a un transeúnte que se encuentra tocando un transformador tipo pedestal, donde la cubierta metálica del transformador se encuentra, por seguridad, conectada a la malla de puesta a tierra.

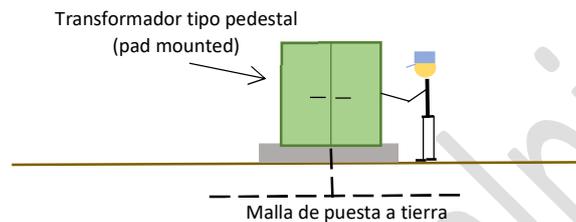


Fig. 34 Persona sometida a una tensión de toque

Si mientras la persona toca el transformador ocurre dentro del mismo, una falla a tierra, pues esta persona estará sometida a una tensión de toque, que es la diferencia de potencial que existe entre la mano que toca el transformador y los pies.

$$V_{toque} = GPR - V_{pies} \quad (15-1)$$

donde:

V_{toque} Es la tensión de toque.

GPR Es el potencial que adquiere la mano, que es el mismo que adquiere la cubierta metálica del transformador y el mismo que tienen los electrodos de puesta a tierra.

V_{pies} Es el potencial que adquieren los pies de la persona.

Una forma de reducir o controlar la tensión de toque consiste en rodear al transformador por un electrodo enterrado horizontalmente, formando un anillo, de forma tal que los pies de la persona que se encuentra tocando el transformador se encuentren dentro del área cubierta por el anillo. En el caso de tratarse de una subestación eléctrica, se aplica la misma técnica, de utilizar un electrodo que rodea la subestación.

La Figura 35 muestra una vista en planta del transformador Pad Mounted, puesto como ejemplo, donde ambas puertas del compartimiento de conexiones del transformador se muestran abiertas, también se muestra, en línea segmentada, la red de puesta a tierra que rodea al transformador.

Nótese de la misma figura que cualquier persona o personal técnico que se encuentre tocando el transformador, los pies quedarían dentro del área que encierra la malla.

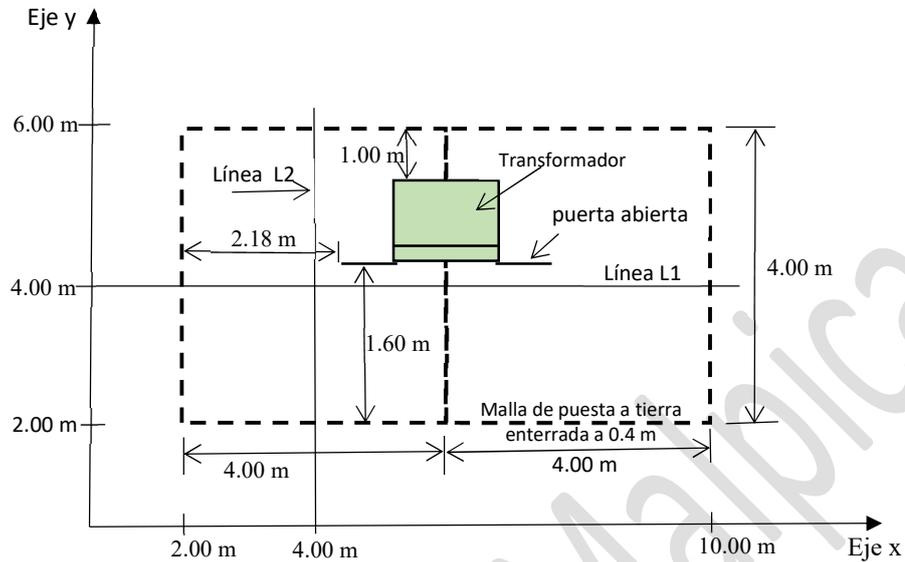


Fig. 35 Vista en planta del transformador y la malla de puesta a tierra.

Como ya se ha mencionado, la tensión de toque es la diferencia de los potenciales que existe entre la mano y los pies. Si para nuestro transformador, la resistencia de puesta a tierra de la malla, por ejemplo, es de 4.09Ω y la máxima corriente de la malla I_G es de 500 A, entonces el potencial de la mano tiene que ser igual al aumento del potencial de la tierra GPR:

$$V_{mano} = GPR = R_{tierra} I_G = 4.09 \cdot 500 = 2045 (V) \quad (15-2)$$

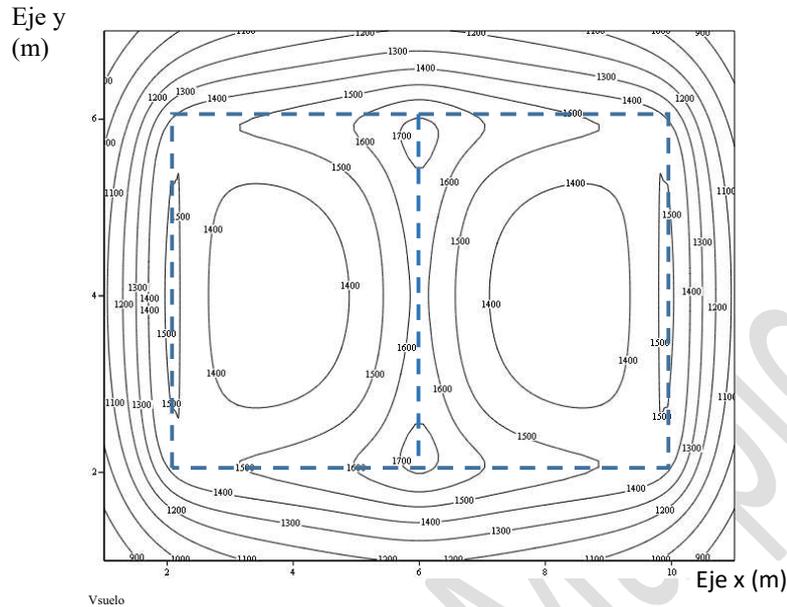


Fig.36 Curvas equipotenciales para la superficie del suelo donde se encuentra el transformador.

En cuanto al potencial que adquieren los pies, ésta es más difícil de calcular, ya que depende de la posición donde la persona se encuentra parada, lo ideal es utilizar algún software como ETAP para obtener las curvas equipotenciales sobre la superficie del suelo, ya que el potencial de cualquier punto sobre la superficie del suelo depende de la posición y de esta forma se obtiene el potencial de los pies.

La Figura 36 muestra las curvas equipotenciales para la malla de puesta a tierra mostrada en la Figura 35, obtenidas con un software elaborado por el autor de este trabajo, para ello se asumió una resistividad del suelo de $50 (\Omega \text{ m})$, empleando electrodos de 12mm de diámetro y enterrados a una profundidad de 40 cm.

Como la tensión de toque depende de la posición donde se encuentre parada la persona, lo más conveniente es determinar la máxima o la mayor tensión de toque que puede haber dentro del área que cubre la malla, ya que la máxima tensión de toque es la peor condición que debe soportar la persona. La máxima tensión de toque se le conoce como tensión de malla (V_{malla}), según se define en el punto 13.7. No se justifica o no es necesario calcular la tensión de toque, fuera del área que cubre la malla, ya que no sería posible tocar el transformador, si la persona se encuentra parada fuera de la superficie que cubre la malla, como se puede constatar analizando las dimensiones en la Figura 35.

Una forma eficiente para determinar la tensión de la malla, que es la máxima tensión de toque, consiste en graficar el potencial del suelo sobre una línea que atraviesa la cuadrícula; en el caso de la Figura 35, esta línea se ha designado como L1. Nótese que la línea L1 mostrada en la Figura 35 divide la malla en dos partes simétricas. La mayor tensión de toque, de acuerdo a (15-1), será aquella donde la tensión del suelo, tenga el menor valor.

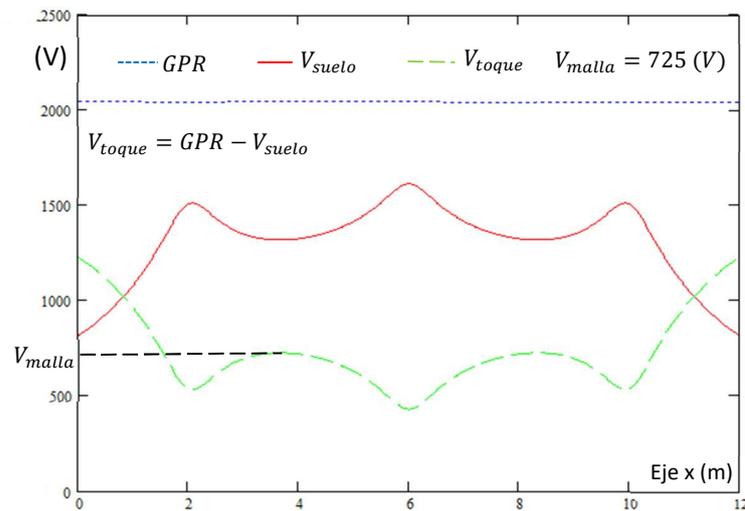


Fig. 37 Potencial del suelo a lo largo de la recta L1 que se muestra en la Figura 35.

La Figura 37 muestra tanto el potencial del suelo como la tensión de toque a lo largo de una recta, identificada como L1 en la Figura 35 y que tiene coordenadas $y = 4$, nótese de la figura que entre los puntos donde se encuentra la malla ($2 \leq x \leq 10$) la tensión de toque muestra un máximo igual a 725 V, esta tensión se le define como la tensión de la malla. También nótese de la Figura que en los puntos donde ocurre la máxima tensión de la malla, el potencial del suelo es mínimo.

$$V_{malla} = 725 (V) \quad (15-3)$$

Este valor de tensión de malla tiene que ser menor que la tensión de toque que puede tolerar una persona.

En el caso que no se disponga de un software para calcular la tensión de toque, se pueden usar las aproximaciones que se indican en la recomendación de la IEEE 80 y que se exponen a continuación.

15.2 Cálculo de la tensión de la malla, método de la IEEE

Se calcula con las siguientes ecuaciones:

$$V_{malla} = \frac{\rho K_m K_i}{L_M} I_G \quad (15-4)$$

donde:

K_m Es el factor geométrico y viene dado por la siguiente ecuación:

$$K_m = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{D^2}{16 h d} + \frac{(D+2h)^2}{8 D d} - \frac{h}{4 d} \right) + \frac{K_{ii}}{K_h} \ln \left(\frac{8}{\pi(2n-1)} \right) \quad (15-5)$$

Para redes de puesta a tierra con barras a lo largo del perímetro de la malla, o con barras en las esquinas de la malla solamente o con ambas opciones, el valor de K_{ii} es igual a la unidad:

$$K_{ii} = 1 \quad (15-6)$$

Para mallas que no tengan barras, o que tengan pocas barras, pero ninguna ubicada en la periferia o en las esquinas:

$$K_{ii} = \frac{1}{(2n)\left(\frac{2}{n}\right)} \quad (15-7)$$

donde n viene dado por:

$$n = n_a n_b n_c n_d \quad (15-8)$$

$$n_a = \frac{2L_c}{L_p} \quad (15-9)$$

$$n_b = 1 \quad (\text{para mallas cuadradas}) \quad (15-10)$$

$$n_b = \sqrt{\frac{L_p}{4\sqrt{A}}} \quad (\text{para mallas que no sean cuadradas}) \quad (15-11)$$

$$n_c = 1 \quad (\text{para mallas cuadradas, rectangulares y en L}) \quad (15-12)$$

$$n_c = \left(\frac{L_x L_y}{A}\right)^{\frac{0.7A}{L_x L_y}} \quad (\text{para mallas con otras formas}) \quad (15-13)$$

$$n_d = 1 \quad (\text{para mallas cuadradas, rectangulares y en L}) \quad (15-14)$$

$$n_d = \frac{D_m}{\sqrt{(L_x)^2 + (L_y)^2}} \quad (\text{para mallas con otras formas}) \quad (15-15)$$

Otros factores que son necesarios calcular:

$$K_i = 0.644 + 0.148 n \quad (15-16)$$

$$K_h = \sqrt{1 + \frac{h}{h_0}}, \quad h_0 = 1 \quad (15-17)$$

El valor de L_M para mallas sin barras o con pocas barras distribuidas en el interior de la malla, pero ninguna ubicada en las esquinas o en la periferia de la malla viene dado por:

$$L_M = L_R + L_C \quad (15-18)$$

Para mallas con barras colocadas en las esquinas, así como en el perímetro de la malla, el valor de L_M viene dado por:

$$L_M = L_c + \left(1.55 + 1.22 \left(\frac{L_r}{\sqrt{(L_x)^2 + (L_y)^2}} \right) \right) L_R \quad (15-19)$$

donde:

D Separación entre electrodos paralelo (m).

D_m Es la máxima distancia entre dos puntos cualesquiera de la malla (m).

d	Diámetro de los electrodos (m).
h	Profundidad a la que se encuentra enterrada la cuadrícula (m).
L_x	Longitud de la malla en la dirección x (m).
L_y	Longitud de la malla en la dirección y (m).
L_p	Longitud del perímetro de la malla (m).
L_C	Longitud total de los electrodos que forman la retícula (m).
L_R	Longitud total de las barras (m).
L_r	Longitud de una barra (m).
A	Área que ocupa la malla (m ²).
ρ	Resistividad de la tierra (Ω m).
I_G	Corriente máxima asimétrica de la malla.

Si se emplean las ecuaciones de la IEEE para calcular la tensión de malla a la red de puesta a tierra mostrada en la Figura 35, se obtiene 707 V, y al emplear la metodología mediante el cálculo del potencial del suelo, el resultado fue de 725V (15-3).

15.3 Circuito equivalente del accidente y tensión de toque tolerable

La Figura 38 muestra el circuito eléctrico equivalente de una persona sometida a una tensión de toque, la mano se encuentra tocando un cuerpo metálico, donde se asume que la resistencia de contacto debe ser baja por tratarse de un metal; sin embargo, en cuanto a los pies, el suelo no es tan buen conductor como los metales, y por ese motivo se ha incluido la resistencia de contacto que introducen los pies, esta resistencia es dependiente de la resistividad del suelo.

De acuerdo con la Figura 38, se plantea la ecuación de la tensión de toque.

$$V_{toque} = \left(R_B + \frac{R_f}{2} \right) I_b \quad (15-20)$$

donde:

$$R_f = 3.125 \rho \quad (15-21)$$

R_B Es la resistencia equivalente que representa el cuerpo humano (1000 Ω).

R_f Es la resistencia de contacto entre un pie y el suelo (Ω).

ρ Es la resistividad del suelo (Ω m).

De la ecuación anterior, se puede obtener la corriente I_b que pasa por el cuerpo, si la tensión de toque es conocida:

$$I_b = \frac{1}{\left(R_B + \frac{R_f}{2}\right)} V_{toque} \quad (15-22)$$

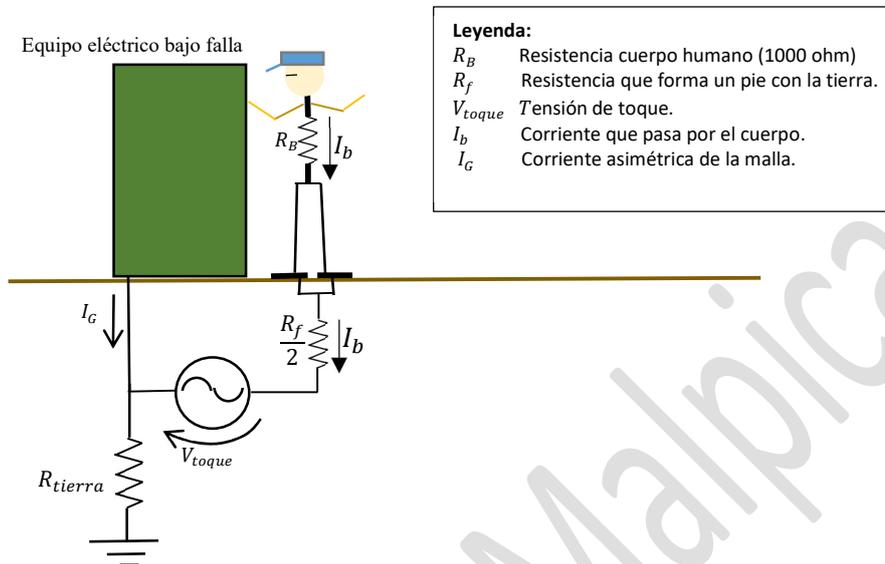


Fig. 38 Circuito equivalente para una persona sometida a una tensión de toque.

La corriente I_b debe ser siempre menor que la corriente umbral ($I_{B\ umbral}$), que es la máxima corriente que puede soportar una persona sin que ocurra fibrilación ventricular y que se explica en el capítulo 14.

$$I_b < I_{B\ umbral} \quad (15-23)$$

Si se cumple con la inecuación anterior, la red de puesta a tierra es segura en cuanto a la tensión de toque.

Otra forma de analizar el problema es mediante la ecuación (15-20) donde se puede obtener la máxima tensión de toque que puede tolerar una persona, sin que ocurra fibrilación ventricular; si la corriente I_b se sustituye por el valor de la corriente umbral ($I_{B\ umbral}$) que se describe en el capítulo 14.

$$V_{toque\ tolerable} = \left(R_B + \frac{R_f}{2}\right) I_{B\ umbral} \quad (15-24)$$

Si la máxima tensión de toque tolerable es mayor que la tensión de malla, que es la máxima tensión de toque, entonces la red de puesta a tierra es segura en cuanto a las tensiones de toque:

$$V_{toque\ tolerable} > V_{malla} \quad (15-25)$$

En el caso de que no se cumpla con la inecuación anterior, esto se debe a que la corriente en el cuerpo I_b es mayor que la corriente umbral ($I_{B\ umbral}$). Una forma de reducir la corriente I_b consiste en aumentar la resistencia de contacto que existe entre un pie y la tierra, y esto se logra agregando sobre la superficie del suelo una pequeña capa de algún material que tenga una alta resistividad, que por lo general se emplea una capa de piedra picada con un espesor que varía entre 8 a 15 cm.

La Figura 39 muestra al mismo transformador Pad Mounted de la Figura 34, donde se ha adicionado al terreno una capa de piedra picada y que se muestra en color marrón, en este caso la resistencia de contacto R_f de un pie con el suelo, vendrá dada por la siguiente ecuación:

$$R_f = (3.125 \rho_s) C_s \quad (15-26)$$

donde:

$$C_s = 1 - \frac{0.09(1 - \frac{\rho}{\rho_s})}{2 h_s + 0.09} \quad (15-27)$$

- h_s Espesor de la capa de material de alta resistividad colocado sobre el terreno (m).
 ρ_s Resistividad de la capa del material (piedra picada) colocado sobre el terreno (Ω m).
 ρ Resistividad de la tierra (Ω m).

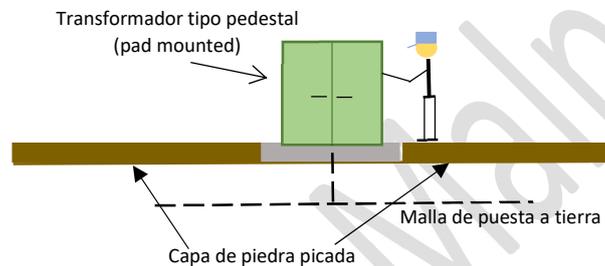


Fig. 39 Capa de piedra picada colocada sobre la superficie del suelo para un transformador Pad Mounted.

Ejemplo 24

Se desea obtener la tensión de malla y la tensión de toque tolerable, para el transformador pad mounted que se muestra en las figuras 34 y 35, a fin de saber si la malla de puesta a tierra es segura para las tensiones de toque. Nota: en este ejemplo no se emplea una capa de piedra picada sobre el terreno.

Datos:

$D = 4$ (m)	Separación entre electrodos paralelo.
$d = 0.012$ (m)	Diámetro de los electrodos
$h = 0.4$ (m)	Profundidad a la que se encuentra enterrada la cuadrícula.
$L_p = 24$ (m)	Longitud del perímetro de la malla.
$L_C = 28$ (m)	Longitud total de los electrodos que forman la retícula.
$L_R = 0$	Longitud total de las barras.
$R_B = 1000$ (Ω)	Resistencia del cuerpo humano.
$A = 32$ (m^2)	Área que ocupa la malla.
$\rho = 50$ (Ω m)	Resistividad de la tierra.
$I_G = 500$ (A)	Corriente máxima asimétrica de la malla.
$t_s = 0.15$ (s)	Tiempo que tardan las protecciones en despejar la falla.

- a) Primero se calculará la tensión de malla, siguiendo la metodología de la IEEE descrito en el punto 15.2 .

Cálculo de n_a según (15-9):

$$n_a = \frac{2 L_C}{L_p} = 2.33 \quad (15-28)$$

Cálculo de n_b según (15-11):

$$n_b = \sqrt{\frac{L_p}{4\sqrt{A}}} = 1.03 \quad (15-29)$$

Valores para n_c y n_d para una malla rectangular:

$$n_c = n_d = 1 \quad (15-30)$$

Cálculo de n según (15-8):

$$n = n_a n_b n_c n_d = 2.403 \quad (15-31)$$

Cálculo del factor K_h según (15-17), para $h_0 = 1$:

$$K_h = \sqrt{1 + \frac{h}{h_0}} = 1.183 \quad (15-32)$$

Cálculo del factor K_{ii} según (15-7):

$$K_{ii} = \frac{1}{(2n)^{\left(\frac{2}{n}\right)}} = 0.271 \quad (15-33)$$

Cálculo del factor K_i según (15-16):

$$K_i = 0.644 + 0.148 n = 1 \quad (15-34)$$

Cálculo de L_M según (15-18):

$$L_M = L_R + L_C = 28 \text{ (m)} \quad (15-35)$$

Cálculo del factor K_m según (15-5):

$$K_m = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{D^2}{16 h d} + \frac{(D+2h)^2}{8 D d} - \frac{h}{4 d} \right) + \frac{K_{ii}}{K_h} \ln \left(\frac{8}{\pi(2n-1)} \right) = 0.793 \quad (15-36)$$

Se obtiene finalmente la tensión de malla con la ecuación (15-4):

$$V_{malla} = \frac{\rho K_m K_i}{L_M} I_G = \frac{50 \cdot 0.793 \cdot 1}{28} 500 = 708 \text{ (V)} \quad (15-37)$$

El valor obtenido representa la máxima tensión de toque que se puede presentar en el transformador, al ocurrir una falla a tierra.

- b) Cálculo de la tensión de toque tolerable.

Resistencia de contacto R_f de un pie con la tierra, según (15-21):

$$R_f = 3.125 \rho = 3.125 \cdot 50 = 156 \text{ (}\Omega\text{)} \quad (15-38)$$

Se obtiene la máxima corriente tolerable por una persona, obtenida de la Tabla 6, para un tiempo de despeje de la falla t_s igual a 0.15 (s) (IEEE 80).

$$I_{B \text{ umbral}} = 0.3 \text{ (A)} \quad (15-39)$$

Con la ecuación (15-24) se obtiene la tensión de toque tolerable:

$$V_{\text{toque tolerable}} = \left(R_B + \frac{R_f}{2} \right) I_{B \text{ umbral}} = \left(1000 + \frac{156}{2} \right) 0.3 = 323 \text{ (V)} \quad (15-40)$$

De los resultados obtenidos se observa que la malla de puesta a tierra no es segura para las personas debido a que la tensión de malla es de 708(V), cuando la tensión de toque tolerable por la persona es de 323 (V).

Ejemplo 25

Analizar nuevamente el caso anterior referente a la tensión de toque, si se le agrega a la superficie de suelo una capa de 10 (cm) de piedra picada, a fin de incrementar la tensión de toque tolerable.

Datos de la capa de piedra:

$$\begin{aligned} h_s &= 0.1 \text{ (m)} && \text{Espesor de la capa de piedra.} \\ \rho_s &= 2500 \text{ (\Omega m)} && \text{Resistividad de la capa de piedra.} \end{aligned}$$

Se calcula el factor C_s dado en la ecuación (15-27):

$$C_s = 1 - \frac{0.09 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)}{2 h_s + 0.09} = 0.696 \quad (15-41)$$

Se calcula la resistencia de un pie R_f , considerando la piedra picada, con la ecuación (15-26):

$$R_f = (3.125 \rho_s) C_s = 5393 \text{ (\Omega)} \quad (15-42)$$

Se calcula nuevamente la tensión de toque tolerable con (15-24), donde la corriente $I_{B \text{ umbral}}$ viene dada por el valor dado en (15-39):

$$V_{\text{toque tolerable}} = \left(R_B + \frac{R_f}{2} \right) I_{B \text{ umbral}} = 1109 \text{ (V)} \quad (15-43)$$

En este caso, al agregar la capa de piedra picada, la malla es segura en cuanto a tensiones de toque.

Por último, a veces no hace falta determinar la tensión de toque o de malla, si se cumple con la siguiente inecuación:

$$V_{\text{toque tolerable}} > GPR \quad (15-44)$$

Si se cumple con la inecuación anterior, la malla de puesta a tierra es segura en cuanto a tensiones de toque.

16. Tensión de paso.

16.1 Circuito equivalente del accidente y tensión de paso tolerable.

La Figuras 32 ilustra el caso de una persona que se encuentra caminando muy cerca de una estructura donde ocurre un corto circuito o falla a tierra. Como el suelo no es un conductor ideal, la corriente que se drena por la tierra, hace que exista una diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera del suelo y esta diferencia de potencial se puede presentar entre los pies de una persona o de un ser vivo que se encuentre cercano al punto de la falla.

La Figura 40 ilustra la red eléctrica equivalente del accidente, donde V_{paso} es la diferencia de potencial que aparece entre los pies de la persona, por lo general se asume para el cálculo de la tensión de paso, que la separación entre los pies es de 1 (m).

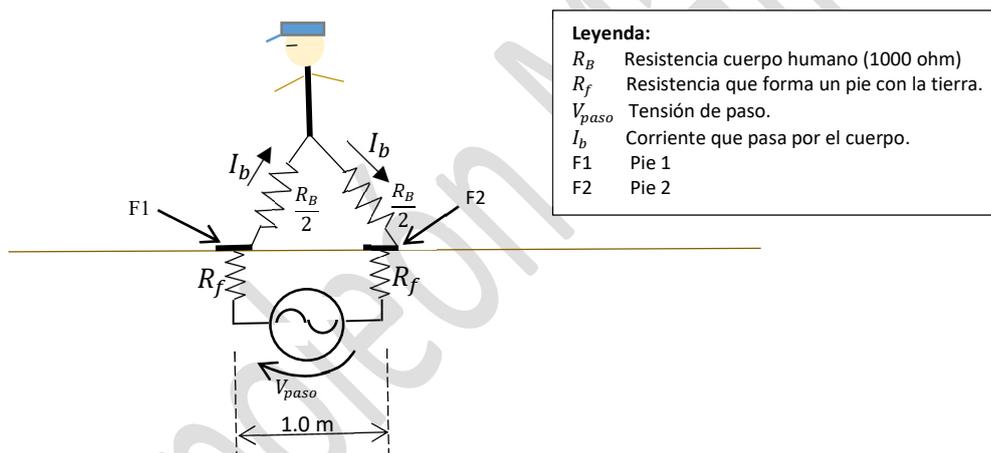


Fig. 40 Circuito equivalente del accidente para tensiones de paso.

Para calcular la tensión de paso, se puede emplear cualquier herramienta de cálculo computacional que sirva para calcular las curvas equipotenciales sobre la superficie del suelo. Pero al igual que se hizo para calcular la tensión de toque, lo importante es determinar la máxima tensión de paso y esta tensión debe ser menor que la tensión de paso tolerable para la persona.

Volviendo al ejemplo del transformador Pad Mounted presentado en las Figuras 34 y 35, la Figura 41 muestra nuevamente las curvas equipotenciales del transformador y también se muestra, en línea segmentada, la malla de puesta a tierra. Haciendo un análisis sobre las líneas equipotenciales, la máxima tensión de paso ocurre donde la concentración de las líneas sea más densa y como se puede apreciar en la figura, esto ocurre fuera del área que cubre la malla y por lo general sucede en las esquinas de la malla.

Para una separación de un metro, la máxima tensión de paso, usando el software que permite calcular el potencial del suelo elaborado por el autor de este trabajo y para el transformador usado como ejemplo, es de 500 V.

$$V_{paso\ max} = 500\ (V) \quad (16-1)$$

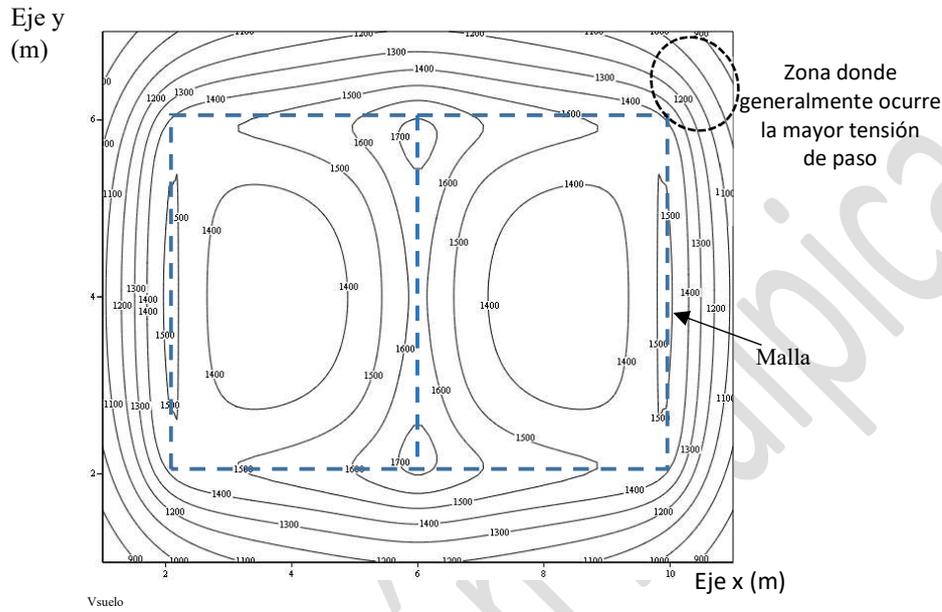


Fig. 41 Líneas equipotenciales en la superficie del suelo para transformador mostrado en la Fig. 33.

En relación con el circuito equivalente del accidente mostrado en la Figura 40, de la misma se puede extraer la ecuación referente a la tensión de paso V_{paso} :

$$V_{paso} = (R_B + 2 R_f) I_b \quad (16-2)$$

La ecuación anterior se puede emplear para calcular la máxima tensión de paso tolerable por una persona, sin que ocurra fibrilación ventricular, al sustituir la corriente I_b por la corriente umbral o la corriente máxima tolerable $I_{B\ umbral}$, que se explica en el capítulo 14.

$$V_{paso\ tolerable} = (R_B + 2 R_f) I_{B\ umbral} \quad (16-3)$$

Para calcular la resistencia de contacto R_f debido a un pie, si no se utiliza una capa de material de alta resistividad (piedra picada) se debe emplear la ecuación (15-21), y en caso contrario, se deben emplear las ecuaciones (15-26) y (15-27).

Para el diseño, la máxima tensión de paso debe ser menor a la tensión de paso tolerable.

$$V_{paso\ max} < V_{paso\ tolerable} \quad (16-4)$$

En ocasiones, no hace falta calcular $V_{paso\ max}$ si se cumple la siguiente inecuación:

$$GPR < V_{paso\ tolerable} \quad (16-5)$$

Si se cumple con la inecuación anterior, la malla de puesta a tierra es segura en cuanto a las tensiones de paso.

16.2 Cálculo de la tensión de paso de acuerdo con la IEEE 80

Se obtiene con las siguientes ecuaciones:

$$V_{paso\ max} = \frac{\rho K_s K_i}{L_s} I_G \quad (16-6)$$

donde:

$$L_s = 0.75 L_C + 0.85 L_R \quad (16-7)$$

$$K_s = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{2h} + \frac{1}{D+h} + \frac{1}{D} (1 - (0.5)^{(n-2)}) \right] \quad (16-8)$$

$$K_i = 0.644 + 0.148 n \quad (16-9)$$

- D Separación entre los electrodos paralelo (m).
- h Profundidad a la que se encuentra enterrada la cuadrícula (m).
- L_C Longitud total de los electrodos que forman la cuadrícula (m).
- L_R Longitud total de las barras (m).
- n Ver la ecuación (15-8) para este factor.
- ρ Resistividad de la tierra (Ωm).
- I_G Corriente máxima asimétrica de la malla.

Ejemplo 26

Como complemento del Ejercicio anterior, se desea calcular la máxima tensión de paso y la tensión de paso tolerable por una persona, para el transformador mostrado en la Figura 39 y que cuenta con la red de puesta a tierra mostrada en la Figura 35. Asuma que la superficie del suelo está cubierta por una capa de piedra picada de 10 cm de espesor, capa que fue necesaria adicionar por las tensiones de toque. El tiempo de despeje de la falla es de 150 (ms) y la corriente asimétrica I_G que se drena por la red de puesta a tierra es de 500A

a) Cálculo de la tensión de paso tolerable:

La corriente tolerable o umbral por el cuerpo humano, para el tiempo de despeje de 150 (ms), se obtuvo previamente en (15-39):

$$I_{B\ umbral} = 0.30 (A) \quad (16-10)$$

Y la resistencia de contacto de un pie también se obtuvo previamente con las ecuaciones (15-41) y (15-42):

$$R_f = (3.125 \rho_s) C_s = 5436 (\Omega) \quad (16-11)$$

La tensión de paso tolerable se obtiene con la ecuación (16-3):

$$V_{paso\ tolerable} = (R_B + 2 R_f) I_{B\ umbral} = 3562 (V) \quad (16-12)$$

b) Cálculo de la máxima tensión de paso de acuerdo con la recomendación IEEE 80.

Datos:

$D = 4$ (m) Separación entre electrodos paralelo (m).

$h = 0.4$ (m) Profundidad a la que se encuentra enterrada la cuadrícula (m).

$L_C = 28$ (m) Longitud total de los electrodos que forman la cuadrícula (m).

$L_R = 0$ Longitud total de las barras (m).

$n = 2.408$ Ver la ecuación (15-8) para este factor.

$\rho = 50$ (Ωm) Resistividad de la tierra (Ωm).

$I_G = 500$ (A) Corriente máxima asimétrica de la malla.

Cálculo de L_S usando la ecuación (16-7):

$$L_S = 0.75 L_C + 0.85 L_R = 21 \text{ (m)} \quad (16-13)$$

Cálculo del factor K_S empleando la ecuación (16-8):

$$K_S = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{2h} + \frac{1}{D+h} + \frac{1}{D} (1 - (0.5)^{(n-2)}) \right] = 0.49 \quad (16-14)$$

Cálculo del factor K_i con la ecuación (16-9)

$$K_i = 0.644 + 0.148 n = 1 \quad (16-15)$$

Finalmente se obtiene se obtiene la máxima tensión de paso con la ecuación (16-6):

$$V_{paso} = \frac{\rho K_S K_i}{L_S} I_G = 583 \text{ (V)} \quad (16-16)$$

Del ejercicio se concluye que la malla de puesta a tierra, con la capa de piedra picada, es segura para las tensiones de paso.

Por último, a veces no hace falta determinar la tensión de paso, si se cumple con la siguiente inecuación:

$$V_{paso} > GPR \quad (16-17)$$

Si se cumple con la inecuación anterior, la malla de puesta a tierra es segura en cuanto a tensiones de paso.

17. Cálculo de la corriente máxima de la malla I_G y del factor de división de la corriente S_f .

Existen dos tipos de fallas que inyectan corrientes por el sistema de puesta a tierra:

- El cortocircuito entre dos líneas o dos fases y tierra.
- El cortocircuito de una fase a tierra.

De los dos tipos de falla se debe considerar la que aporte mayor corriente de secuencia cero, si la impedancia de la red se debe principalmente a los transformadores y líneas de transmisión, las impedancias de secuencia positiva y negativa son prácticamente iguales y en este caso, la falla de una fase a tierra es la que produce mayores corrientes de cortocircuito (corrientes de secuencia cero).

Si la impedancia del sistema se debe principalmente a un generador o a varios generadores del tipo polo saliente, entonces las impedancias de secuencia positiva y negativa serán diferentes y en este caso la falla bifásica a tierra será las que generen mayores corrientes de cortocircuito (mayores corrientes de secuencia cero).

17.1 Corriente de secuencia cero para una falla bifásica a tierra:

Se calcula con la siguiente expresión:

$$I_0 = \frac{(R_2 + jX_2)}{(R_1 + jX_1)(R_0 + R_2 + j(X_0 + X_2)) + (R_2 + jX_2)(R_0 + jX_0)} V_f \quad (17-1)$$

donde:

- R_1 Es la resistencia equivalente de secuencia positiva (Ω).
- R_2 Es la resistencia equivalente de secuencia negativa (Ω).
- R_0 Es la resistencia equivalente de secuencia cero (Ω).
- X_1 Es la reactancia inductiva equivalente de secuencia positiva (Ω).
- X_2 Es la reactancia inductiva equivalente de secuencia negativa (Ω).
- X_0 Es la reactancia inductiva equivalente de secuencia cero (Ω).
- V_f Es la tensión fase neutro de la red (V).

En el caso que las resistencias sean despreciables, se puede emplear la siguiente aproximación:

$$I_0 = -\frac{jX_2}{X_1(X_0 + X_2) + X_2X_0} V_f \quad (17-2)$$

17.2 Corriente de secuencia cero para una falla de una fase a tierra:

$$I_0 = \frac{1}{R_0 + R_1 + R_2 + j(X_0 + X_1 + X_2)} V_f \quad (17-3)$$

Si las resistencias son despreciables, entonces la ecuación anterior se aproxima a la siguiente:

$$I_0 = -j \frac{1}{X_0 + X_1 + X_2} V_f \quad (17-4)$$

17.3 Corriente simétrica de la falla I_f :

Esta corriente es igual a tres veces la corriente de secuencia cero:

$$I_f = 3 I_0 \quad (17-5)$$

17.4 Corriente asimétrica de la falla I_F :

La corriente asimétrica se calcula con la ecuación (13-1):

$$I_F = D_f I_f \quad (17-6)$$

donde D_f es el factor de decremento de la corriente, este factor toma en cuenta la componente d.c. que aparece en el régimen transitorio y depende de la relación X/R de la red y del tiempo de integración o de duración de la falla. En el Anexo A se indican los valores de este factor.

17.5 Factor de división de la corriente S_f y máxima corriente de la malla I_G .

El factor de división de la corriente depende de cuantos caminos tiene la corriente para retornar a la fuente o a las fuentes, cuando se produce una falla a tierra. La Figura 29 presenta un ejemplo donde la corriente de falla a tierra I_f retorna únicamente por la tierra y en este caso el factor de división de la corriente toma el valor de la unidad. En la figura 30 se muestra otro caso, donde la corriente de falla a tierra I_f tiene dos caminos de retorno, la tierra y el conductor de neutro y para este segundo caso, el factor de división de la corriente es menor a la unidad.

La recomendación IEEE 80 expone, con varios ejemplos, cómo la corriente de falla a tierra I_f puede retornar a la fuente por uno o más caminos además de la tierra, y como estimar el factor de división de la corriente S_f .

Si la corriente asimétrica de la falla es conocida, la máxima corriente de la malla de puesta a tierra viene dada por:

$$I_G = S_f I_f \quad (17-7)$$

La corriente I_G es la que se debe utilizar para calcular el potencial GPR de la malla y las tensiones de toque de malla y de paso.

Para las infraestructuras que se encuentren alimentadas por redes en baja tensión, donde por norma el conductor de neutro de la acometida debe estar puesto a tierra en ambos extremos, como se muestra en la Figura 30, en estos casos la corriente de falla retorna tanto por el conductor de neutro como por la tierra y el factor de división de la corriente se puede obtener con la ecuación que se muestra a seguir:

$$S_f = \left| \frac{R_n + j\omega(L_{nn} - L_{mn})}{R_{tierra_1} + R_{tierra_2} + R_n + j\omega L_{nn}} \right| \quad (17-8)$$

donde:

R_n	Es la resistencia del conductor de neutro de la acometida (Ω).
L_{nn}	Es la inductancia propia del conductor de neutro de la acometida (H).
L_{mn}	Es la inductancia mutua promedio que existe entre los conductores de fase y el conductor de neutro (H).
R_{tierra_1}	Es la resistencia de puesta a tierra de la infraestructura, donde llegan los cables de la acometida (Ω).
R_{tierra_2}	Es la resistencia de puesta a tierra de la fuente o del transformador, donde salen los cables de la acometida (Ω).

En el Anexo C se explica con más detenimiento la expresión anterior. Si el conductor de neutro se encuentra puesto a tierra en más de dos puntos, consultar el anexo D.

Ejemplo 27

Se desea calcular la corriente máxima de malla I_G si ocurre una falla en el lado de 12.7 kV del transformador tipo pedestal, que se ha venido utilizado en los últimos ejemplos de este trabajo. El transformador en cuestión se alimenta desde una S/E de distribución a través de una línea aérea denominada L1, en 12.7 kV, y que pasa a cables en el sitio donde se encuentra el transformador en cuestión. La resistencia de puesta a tierra de la S/E de distribución es de 8.54Ω . La Figura 42 muestra un diagrama unifilar referente a la alimentación del transformador tipo pedestal.

Como el devanado de alta tensión del transformador T2 está conectado en delta, no se requiere del conductor de neutro de la S/E de 12.7 kV; por lo tanto, al ocurrir una falla en el lado de alta tensión del transformador tipo pedestal, la corriente retorna totalmente por la tierra.

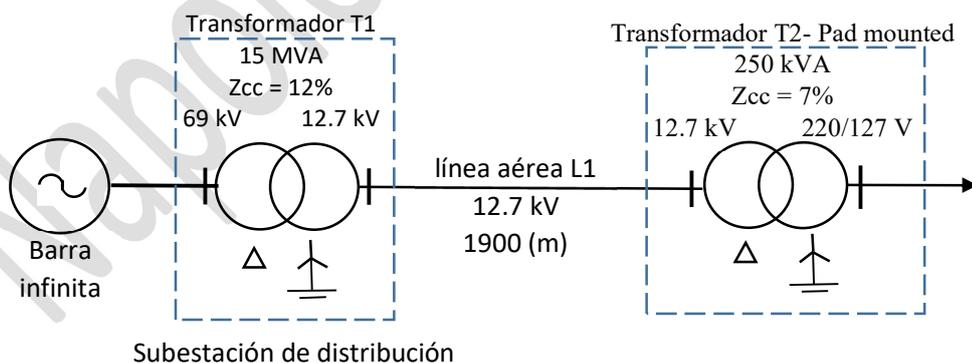


Fig. 42 Diagrama unifilar

Asuma que la falla se despeja en 150 (ms). La resistencia de puesta a tierra del transformador tipo pedestal T2 es de 4.09Ω .

A continuación, se procederá a calcular la corriente I_G , si ocurre una falla a tierra en el lado de 12.7 kV en el transformador tipo pedestal.

a) Datos del transformador T2 (Pad Mounted):

Tensiones:

lado de alta: 12700 V conexión en delta

lado de baja: 220/127 V conexión en estrella.

Otros datos:

$f_n=60\text{Hz}$, $Z_{cc}\% = 7$, $S_n=250\text{kVA}$.

b) Datos de la línea aérea L1 y cálculo de las impedancias de secuencia de la línea:

Longitud: 1900 (m)

Tipo de conductor: ACAR 250 kcmil.

Resistencia a 60Hz, 75 °C : 0.290 (Ω/km).

Radio medio geométrico (RMG): 6.77 (mm)

Resistividad promedio de la tierra: 225 ($\Omega \text{ m}$)

Capacidad de corriente del conductor: 417(A)

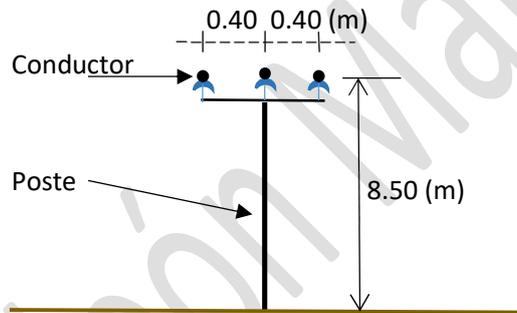


Fig. 43 Disposición de los conductores en la línea aérea

Las impedancias de secuencia se obtienen con los datos dados anteriormente, con la geometría dada en la Figura 43 y con las ecuaciones que se describen en el Anexo B (Nota: se asume que el lector tiene conocimiento del cálculo de corrientes de cortocircuito):

$$Z_{línea_L1}^+ = 0.551 + j0.617 (\Omega) \quad (17-9)$$

$$Z_{línea_L1}^- = 0.551 + j0.617 (\Omega) \quad (17-10)$$

$$Z_{línea_L1}^0 = 0.885 + j4.022 (\Omega) \quad (17-11)$$

c) Datos del transformador T1 de la S/E de distribución y cálculo de la impedancia de corto circuito referida al lado de 12.7 kV.

Tensiones:

lado de alta: 69kV conexión en delta

lado de media: 12.7 kV conexión en estrella.

Otros datos:

$f_n=60\text{Hz}$, $Z_{cc}\% = 12$, $S_n= 15 \text{ MVA}$.

Cantidades bases para el lado de 12.7 kV:

$$S_{base} = \frac{15}{3} = 5 \text{ (MVA) (potencia base)} \quad (17-12)$$

$$V_{base} = \frac{12.7}{\sqrt{3}} = 7.332 \text{ (kV) (tensión base)} \quad (17-13)$$

$$I_{base} = \frac{1000 S_{base}}{V_{base}} = 681.91 \text{ (A) (corriente base)} \quad (17-14)$$

$$Z_{base} = \frac{1000 V_{base}}{I_{base}} = 10.753 \text{ (\Omega) (impedancia base)} \quad (17-15)$$

Cálculo de la impedancia de cortocircuito del transformador, en ohmios, vista desde el lado de 12.7 kV.

$$Z_{cc,T1} = \frac{Z_{cc\%}}{100} \cdot Z_{base} = j 1.29 \text{ (\Omega)} \quad (17-16)$$

d) Conexiones de las redes de secuencia para calcular la corriente de secuencia cero.

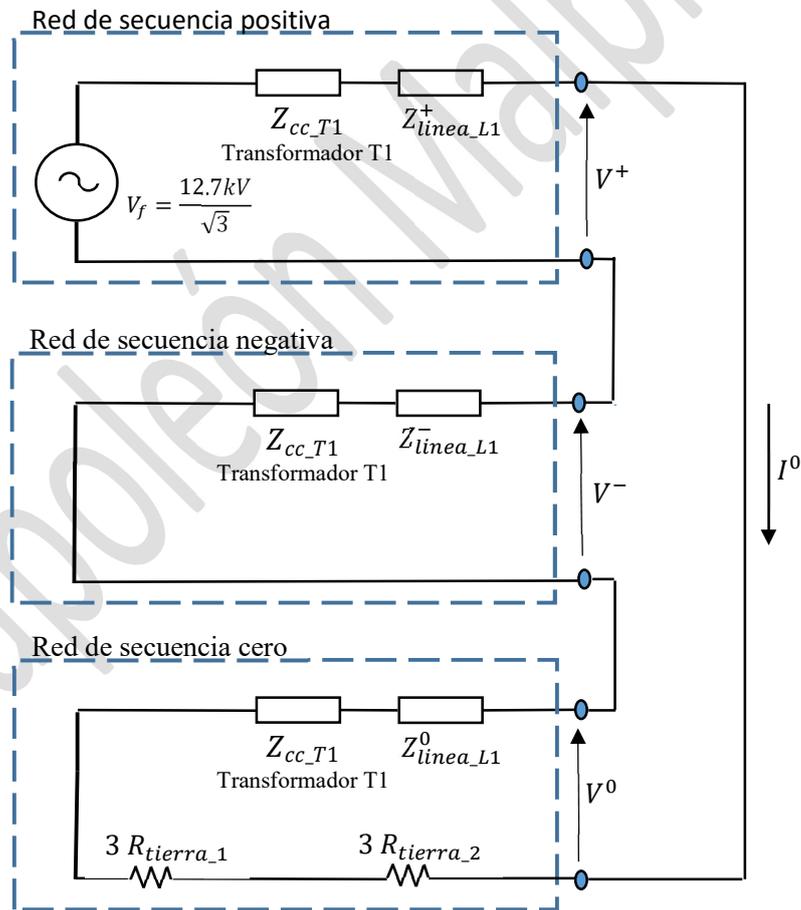


Fig. 44 Conexiones de las redes de secuencia para calcular una falla de una línea a tierra en el lado de 12.7 kV, que ocurre en el transformador tipo pedestal

e) Corriente máxima de la malla I_G .

Magnitud de la corriente se secuencia cero, obtenida de la Figura 44:

$$I_0 = \left| \frac{1}{3(R_{tierra_1} + R_{tierra_2}) + Z_{línea}^0 + 3 Z_{cc.T1} + 2 Z_{línea}^+} \cdot V_f \right| = 166.4(A) \quad (17-17)$$

donde V_f es la tensión en una fase de la red del lado de 12.7 kV.

Corriente simétrica de falla I_f según (17-5):

$$I_f = 3I_0 = 499 (A) \quad (17-18)$$

Relación X/R de la red mostrada en la Figura 43.

$$\frac{X}{R} = \frac{Im(Z_{línea}^0 + 2 Z_{línea}^+ + 3 Z_{cc.T1})}{3(R_{tierra_1} + R_{tierra_2}) + Re(Z_{línea}^0 + 3 Z_{cc.T1} + 2 Z_{línea}^+)} = 0.12 \quad (17-19)$$

Donde $Im(k)$ es la parte imaginaria de una cantidad compleja k y $Re(k)$ se refiere a la parte real.

Para el valor X/R obtenido, el factor de decremento de la corriente es prácticamente igual a uno, según la tabla del Anexo A, y para un tiempo de despeje de la falla t_s de 150 (ms).

Corriente asimétrica de la falla I_F según (17-6):

$$I_F = D_f I_f = 499 (A) \quad (17-20)$$

Corriente máxima de la malla de puesta a tierra según (17-7):

$$I_G = S_f I_F = 499 (A) \quad (17-21)$$

donde S_f es el factor de división de la corriente que en este caso toma el valor de la unidad, ya que toda la corriente de falla retorna por tierra.

Ejemplo 28

Se quiere calcular la corriente máxima de la malla I_G , la corriente asimétrica de falla I_F y el factor de división de la corriente S_f , si ocurre una falla a tierra en una infraestructura donde operará un comercio. La carga conectada del comercio es de 20 kVA y será alimentada por una acometida trifásica en baja tensión a 220/127 V.

Asuma que el transformador tipo pedestal que se ha venido analizando en los últimos ejemplos, será utilizado para alimentar, en baja tensión, el comercio en cuestión donde la distancia entre el transformador tipo pedestal y el comercio es de 70 m. La acometida consiste en una línea aérea de cuatro hilos y el conductor de neutro se encuentra puesto a tierra en ambos extremos.

La resistencia de puesta a tierra del comercio es de 10 ohmios y la del transformador tipo pedestal es de 4.09Ω . La protección principal de la acometida consiste en un interruptor termomagnético tripolar de 80A. El diagrama unifilar de la Figura 42 sigue siendo válido para analizar este caso.

Por último, se desea evaluar la puesta a tierra del comercio en relación con las tensiones de toque y de paso

a) Datos del transformador Pad Mounted y cálculo de la impedancia de corto circuito, en ohmios, referida al lado de 220V:

Tensiones:

Lado de alta: 12700 V conexión en delta

Lado de baja: 220/127 V conexión en estrella.

Otros datos:

$$f_n=60\text{Hz}, Z_{cc}\% = 7, S_n=250\text{kVA}.$$

Cantidades bases para el lado de 220 V:

$$S_{base} = \frac{250 \text{ kVA}}{3} = 83.3(\text{kVA}) \text{ (potencia base)} \quad (17-22)$$

$$V_{base} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ (V)} \text{ (tensión base)} \quad (17-23)$$

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}} = 681.91 \text{ (A)} \text{ (corriente base)} \quad (17-24)$$

$$Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}} = 0.194 \text{ (\Omega)} \text{ (impedancia base)} \quad (17-25)$$

Cálculo de la impedancia de cortocircuito del transformador, en ohmios, vista desde el lado de 220 V.

$$Z_{cc-T2} = \frac{Z_{cc}\%}{100} \cdot Z_{base} = j 0.014 \text{ (\Omega)} \quad (17-26)$$

b) Datos de la línea aérea de baja tensión L2 y cálculo de las impedancias de secuencia de la línea:

Datos:

Longitud: 70 (m)

Tipo de conductor: ACAR 250 kcmil.

Resistencia a 60Hz, 75 °C : 0.290 (Ω /km).

Radio medio geométrico (RMG): 6.77 (mm)

Resistividad promedio de la tierra: 225 (Ω m)

Capacidad de corriente del conductor: 417(A)

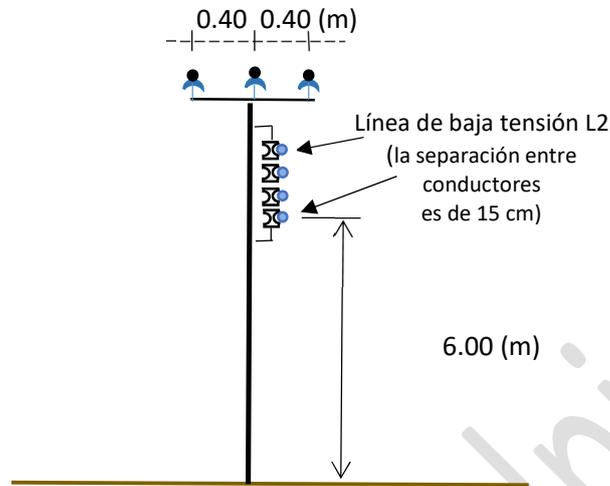


Fig. 45 Disposición de los conductores en la línea aérea de baja tensión L2

Las impedancias de secuencia se obtienen con los datos dados anteriormente, con la geometría dada en la Figura 45 y con las ecuaciones que se describen en los Anexos B y C, para líneas de 4 hilos:

$$Z_{línea_L2}^+ = 0.02 + j0.018 (\Omega) \quad (17-27)$$

$$Z_{línea_L2}^- = 0.02 + j0.018 (\Omega) \quad (17-28)$$

$$Z_{línea_L2}^0 = 0.081 + j0.082 (\Omega) \quad (17-29)$$

c) Conexiones de las redes de secuencia para determinar la componente de secuencia cero ante una falla monofásica.

La Figura 46 muestra las redes de secuencia y su conexionado para determinar la corriente de secuencia cero I_0 y la corriente simétrica de falla a tierra I_f . Las impedancias correspondientes a toda la red de 12700 V se han referido a la red de baja tensión, empleando la relación de transformación k del transformador tipo pedestal.

$$k = \frac{220V}{12\ 700} \quad (17-30)$$

d) Corriente máxima por tierra I_G .

Corriente de secuencia cero, obtenida de la Figura 46:

$$I_0 = \left| \frac{1}{2(Z_{cc_T1} + Z_{línea_L1}^+) k^2 + Z_{línea_L2}^0 + 3 Z_{cc_T2} + 2 Z_{línea_L2}^+} \cdot V_f \right| = 631(A) \quad (17-31)$$

donde V_f es la tensión en una fase de la red de baja tensión (127 V).

Corriente simétrica de falla I_f :

$$I_f = 3I_0 = 1893 (A) \quad (17-32)$$

Relación X/R de la red mostrada en la Figura 46.

$$\frac{X}{R} = \frac{Im(2(Z_{cc.T1} + Z_{linea.L1}^+)k^2 + Z_{linea.L2}^0 + 3Z_{cc.T2} + 2Z_{linea.L2}^+)}{Re(2(Z_{cc.T1} + Z_{linea.L1}^+)k^2 + Z_{linea.L2}^0 + 3Z_{cc.T2} + 2Z_{linea.L2}^+)} = 0.718 \quad (17-33)$$

Para el valor X/R obtenido, el factor de decremento de la corriente es prácticamente igual a uno, según la tabla del Anexo A, y asumiendo que el breaker de 80 A despeja la falla en 150 (ms).

Corriente asimétrica de la falla I_F :

$$I_F = D_f I_f = 1893 \text{ (A)} \quad (17-34)$$

Factor de división de la corriente dado por (17-8):

$$S_f = \left| \frac{Z_{nn} - Z_{mn}}{R_{tierra.1} + R_{tierra.2} + Z_{nn}} \right| = 0.002 \quad (17-35)$$

Corriente máxima de la red de puesta a tierra si el neutro de la acometida se encuentra puesto a tierra en ambos extremos.

$$I_G = S_f I_F = 3.78 \text{ (A)} \quad (17-36)$$

Nótese del resultado obtenido, que la corriente de falla retorna principalmente por el conductor de neutro (17-34) y una pequeña fracción retorna por la tierra (17-36), esto ocurre porque el conductor de neutro se encuentra puesto a tierra en ambos extremos. Al reducir la corriente I_G en comparación con la corriente I_F , esto trae como consecuencia que las tensiones de toque y de paso se reducen en gran medida. A continuación, se presenta un cálculo, donde se demuestra de las tensiones de toque y de paso, que pueden presentarse en el comercio, no llegan a presentar riesgos para las personas.

e) Evaluación de la tensión de toque.

A continuación, se realiza una evaluación de la tensión de toque que puede ocurrir en el local comercial, cuando se presenta un corto circuito de una fase a tierra, en este caso, la corriente que se inyecta por la malla de puesta a tierra I_G es de 3.78A y el potencial de la red o de la malla de puesta a tierra se eleva al siguiente valor:

$$GPR_2 = R_{tierra.2} I_G = 10 \cdot 3.78 = 37.8 \text{ (V)} \quad (17-37)$$

donde $R_{tierra.2}$ es el valor de la resistencia de puesta a tierra del local comercial.

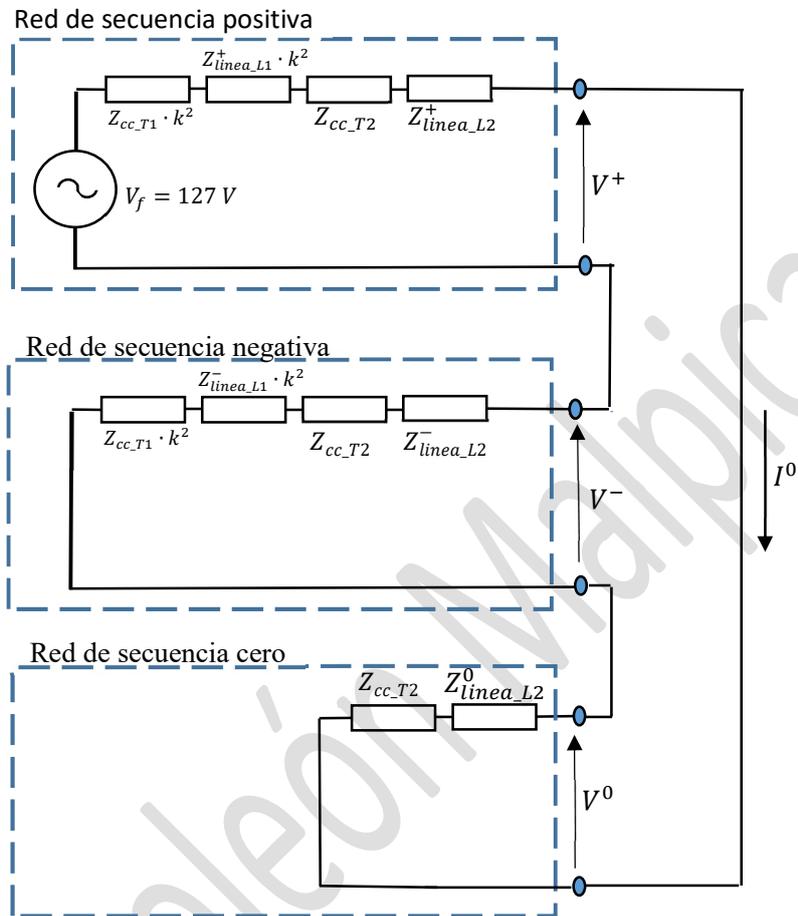


Fig. 46 Conexiones de las redes de secuencia para una falla monofásica en el lado de la acometida de baja tensión

Por otra parte, si el breaker despeja la falla en 150 ms, entonces la corriente umbral, o la corriente límite que puede soportar una persona, sin que ocurra fibrilación ventricular, se puede obtener de la Tabla 6:

$$I_{B \text{ umbral}} = 0.3 \text{ (A)} \quad (17-38)$$

Por otra parte, con la ecuación (15-24) y con la corriente umbral, se puede evaluar la máxima tensión de toque tolerable por la persona:

$$V_{\text{toque}}^{\text{tolerable}} = \left(R_B + \frac{R_f}{2} \right) I_{B \text{ umbral}} \quad (17-39)$$

donde R_B es la resistencia que ofrece el cuerpo humano al paso de la corriente (1000 ohm) y R_f es la resistencia de contacto de un pie con el suelo.

Pero imagine el lector, que la persona que se encuentra sometida a la tensión de toque, se encuentra descalza y además el piso se encuentra mojado, de forma tal que la resistencia de contacto de un pie con el suelo sea despreciable, ($R_f \approx 0$) entonces, la tensión de toque tolerable será la menor posible y no debe superar el valor siguiente:

$$V_{\text{toque}}^{\text{tolerable}} = R_B I_{B \text{ umbral}} = 1000\Omega \cdot 0.3A = 300 (V) \quad (17-40)$$

Nótese que en este caso la tensión de toque tolerable es mayor que la tensión GPR de la malla del local comercial, por lo tanto, se cumple con la inecuación (15-44)

$$V_{\text{toque}}^{\text{tolerable}} > GPR \quad (17-41)$$

La malla de puesta a tierra del local comercial, que tiene una resistencia de 10 ohmios, es segura en cuanto a tensiones de toque.

f) Evaluación de la tensión de paso.

La tensión de paso máxima tolerable por una persona, viene dada por la ecuación (16-3):

$$V_{\text{paso}}^{\text{tolerable}} = (R_B + 2 R_f) I_{B \text{ umbral}} \quad (17-42)$$

El peor de los casos ocurre en el caso que el pie tenga un buen contacto con el suelo, donde se desprecie la resistencia eléctrica del pie, en este caso la tensión de paso vendrá dada por:

$$V_{\text{paso}}^{\text{tolerable}} = R_B \cdot I_{B \text{ umbral}} = 300 (V) \quad (17-43)$$

Nótese que la tensión de paso tolerable es inferior al potencial GPR de la malla que corresponde a 37.8 V:

$$V_{\text{paso}}^{\text{tolerable}} < GPR \quad (17-44)$$

La malla de puesta a tierra del local comercial es segura en cuanto a tensiones de paso

18. Diseño de mallas de puesta a tierra de acuerdo con el Código Eléctrico Nacional.

18.1 Campo de aplicación.

El Código Eléctrico Nacional, debe aplicarse en cualquier infraestructura que opere con tensiones inferiores a 1000 V, el Código dedica toda una sección a lo referente a la puesta a tierra y que se resume a continuación.

18.2 Electrodo para puesta a tierra.

Los artículos 250-81, 250-83, 250-84 y 250 86 del Código Eléctrico Nacional están dedicados a definir como debe ser la configuración de los electrodos que conforman la red de puesta a tierra para una infraestructura, también se especifican las dimensiones y diámetros que deben tener los electrodos, los materiales que se deben emplear y la puesta a tierra en el caso de emplear pararrayos. A continuación, se transcriben parcialmente dichos artículos:

250-81. Instalación del electrodo de puesta a tierra del sistema.- Si en un predio, en cada edificio o estructura perteneciente al mismo, existen todos los elementos a) a d) que se indican a continuación y algún electrodo instalado de acuerdo con el Artículo 250-83.c) y d), se deben conectar equipotencialmente entre sí para formar la instalación del electrodo de puesta a tierra.

- a) **Tuberías metálicas subterráneas de agua.-** Una tubería metálica subterránea para agua en contacto directo con la tierra a lo largo de 3.00 m o más.
- b) **Estructura metálica de la edificación.-** La estructura metálica de la edificación, cuando esté eficazmente puesta a tierra.
- c) **Electrodo empotrado en concreto.-** Un electrodo empotrado como mínimo 50 mm en concreto, situado dentro y cerca del fondo de un cimiento o zapata de concreto, que esté en contacto directo con la tierra y que consista como mínimo en una barra o varilla de 6 metros de acero desnudo, galvanizado o revestido de cualquier otro recubrimiento eléctricamente conductor, de no menos de 12,7 mm de diámetro como mínimo o un conductor de cobre desnudo de 6 m y de calibre no menor a 21,14 mm² (4 AWG).
- d) **Anillo de puesta a tierra.-** Un anillo de puesta a tierra que rodee la edificación o estructura, en contacto directo con la tierra y a una profundidad bajo la superficie no menor a 0,75 m, que consista como mínimo en un conductor de cobre desnudo de 6 m y calibre no menor a 33,62 mm² (2 AWG).

250-83. Electrodo fabricados y otros electrodos.- Cuando no se disponga de ninguno de los electrodos especificados en el Artículo 250-81, se debe usar uno o más de los electrodos especificados en los apartados b) a d) a continuación. Cuando sea posible, los electrodos fabricados se deben enterrar por debajo del nivel de humedad permanente (nivel freático). Los electrodos fabricados, deben estar libres de recubrimientos no conductores, como pintura o esmalte. Cuando se use más de

un electrodo para la instalación de puesta a tierra, ninguno de ellos (incluidos los que se utilicen como barras de pararrayos) debe estar a menos de 1,80 m de cualquier otro electrodo o sistema de puesta a tierra. Dos o más electrodos de puesta a tierra que estén eficazmente conectados equipotencialmente entre sí, se deben considerar como un solo sistema de electrodo de puesta a tierra.

- a) **Instalación subterránea de tuberías metálicas de gas.**- No se debe usar como electrodo de puesta a tierra la instalación subterránea de tuberías metálicas de gas.
- b) **Otras estructuras o sistemas metálicos subterráneos cercanos.**- Otras estructuras o sistemas metálicos subterráneos cercanos, como tuberías y depósitos subterráneos.
- c) **Electrodos de barras y tuberías.**- Los electrodos de barras y tuberías, no deben tener menos de 2,40 m de longitud y deben ser de los materiales que se especifican a continuación y estar instalados del siguiente modo:
 - Los electrodos consistentes en tuberías o conductos no deben tener una sección transversal menor al tamaño comercial de 19 mm y, si son de hierro o acero, deben tener su superficie exterior galvanizada o revestida de cualquier otro metal que los proteja contra la corrosión.
 - Los electrodos de barras de hierro o acero deben tener como mínimo un diámetro de 15,87 mm. Las barras de acero inoxidable deben ser al menos de 15,87 mm de diámetro, las de metales no ferrosos o sus equivalentes, deben estar certificadas y tener un diámetro no menor a 12,7 mm.
 - El electrodo se debe instalar de modo que tenga un contacto con el suelo como mínimo 2,40 m de su longitud. Se debe clavar a una profundidad no menor a 2,40 m, excepto si se encuentra roca, en cuyo caso el electrodo se debe clavar con un ángulo oblicuo que no forme más de 45° con la vertical o enterrarse horizontalmente en una zanja que tenga como mínimo 0,75 m de profundidad. El extremo superior del electrodo debe quedar al nivel del suelo o por debajo, excepto si el extremo superior del electrodo que quede por encima del suelo y la conexión con el conductor del electrodo de puesta a tierra están protegidos contra daños físicos, como se especifica en el Artículo 250-117.
- d) **Electrodos de placa.**- Los electrodos de placa deben tener una área mínima de 0,2 m² que esté en contacto directo con el suelo. Los electrodos de placas de hierro o acero deben tener un espesor mínimo de 6 mm. Los electrodos de metales no ferrosos deben tener un espesor mínimo de 1,5 mm.
- e) **Electrodos de aluminio.**- No está permitido utilizar electrodos de aluminio.

250-84. Resistencia de los electrodos fabricados.- Un electrodo único que consista en una barra o varilla, tubo o placa y que no tenga una resistencia a tierra de 25 ohmios o menos, se debe complementar con un electrodo adicional de cualquiera de los tipos especificados en los Artículos 250-81 o 250-83. Cuando se instalen varios electrodos de barras, tuberías o placas para cumplir los requisitos de este Artículo, deben tener entre sí una separación mínima de 1,80 m.

NOTA.- La eficiencia de la instalación en paralelo de barras de más de 2,40 m aumenta si se separan más de 1,80 m.

En resumen, de acuerdo al artículo 250-81, si en una infraestructura o predio cuenta con algunos de los elementos que se enuncian como: una de tubería metálica enterrada de agua, una estructura metálica de la edificación puesta a tierra, un electrodo embebido en concreto de más de 6 m, un anillo enterrado que rodee la edificación, un electrodo tipo barra, un tubo enterrado como electrodo y una placa enterrada; pues si estos elementos se unen galvánicamente entre sí, entonces el conjunto forman la red de puesta a tierra de la edificación.

En el caso que no se cuente con ninguno de los elementos nombrados en el párrafo anterior, se deberá usar uno o más electrodos del tipo barra, tubo, placa o cualquier infraestructura metálica cercana que se encuentre enterrada, según se indica en el artículo 250-83.

El Código Eléctrico Nacional no establece un valor de la resistencia de puesta a tierra, a menos que la red de puesta a tierra, esté constituida por un único electrodo del tipo barra o tubo o placa, entonces en este caso la resistencia de puesta a tierra deberá ser menor a 25 ohmios; caso contrario, deberá adicionarse un segundo electrodo.

250-86. Uso de la puesta a tierra de pararrayos.- Para la puesta a tierra de los sistemas eléctricos y equipos, no se debe usar la puesta a tierra de pararrayos. Esta disposición no impide la conexión equipotencial requerida de los electrodos de puesta a tierra de distintos sistemas.

18.3 Calibre del conductor del electrodo de puesta a tierra.

A continuación, se describe como se debe seleccionar el calibre del conductor del electrodo de puesta a tierra de acuerdo al Código Eléctrico Nacional.

Tabla 7. Selección del calibre del conductor del electrodo de puesta a tierra (tomada de la tabla 250.66 de la norma NFPA 70)

Conductor del electrodo de puesta a tierra para sistemas de corriente alterna			
Calibre del mayor conductor no puesto a tierra a la entrada de la acometida, o área equivalente para conductores en paralelo (AWG/kcmil)		Calibre del conductor del electrodo de puesta a tierra (AWG/kcmil)	
Cobre	Aluminio o aluminio recubierto de cobre	Cobre	Aluminio o aluminio recubierto de cobre
2 o menor	1/0 o menor	8	6
1 ó 1/0	2/0 ó 3/0	6	4
2/0 ó 3/0	4/0 ó 250	4	2
Más de 3/0 hasta 350	Más de 250 hasta 500	2	1/0
Más de 350 hasta 600	Más de 500 hasta 900	1/0	3/0
Más de 600 hasta 1100	Más de 900 hasta 1750	2/0	4/0
Más de 1100	Más de 1750	3/0	250

Según se define en el Código Eléctrico Nacional, el conductor del electrodo de puesta a tierra es el conductor utilizado para conectar el electrodo de puesta a tierra al conductor de puesta a tierra de los equipos, al conductor puesto a tierra (el neutro) o a ambos, del circuito en los equipos de acometida o en punto de origen de un sistema derivado independiente.

En la sección 250.66 del Código Eléctrico Nacional NFPA 70, hacen referencia al “Calibre del conductor del electrodo de puesta a tierra”, que no es más que el conductor que conecta el electrodo o el grupo de electrodos que forman la red de puesta a tierra al conductor puesto a tierra o del neutro de la red de alimentación. Pues este artículo es aplicable para dimensionar los calibres de los contrapesos de la malla o los conductores que interconectan los diferentes electrodos que constituyen la malla de puesta a tierra.

La tabla 7 especifica el calibre del conductor del electrodo de puesta a tierra, dependiendo del calibre del mayor conductor no puesto a tierra de la acometida.

En caso de conductores desnudos, no se debe emplear conductores de aluminio, si están en contacto con la tierra o mampostería.

18.4 Valores de la resistencia de puesta a tierra.

No se establecen valores de resistencia de puesta a tierra en la norma a menos que se tenga un solo electrodo como se indica en el punto 250-84 de la norma en cuestión.

18.5 Tensiones de toque, de paso y de malla.

El Código Eléctrico Nacional no establece los valores de las tensiones de toque y de paso máximas tolerables por una persona,

A pesar de que el Código Eléctrico Nacional no establece los valores de las tensiones tolerable de toque y de paso, la misma es muy rigurosa en la puesta a tierra del conductor de neutro de la acometida y la de mantener a un mismo potencial todas las partes metálicas de los equipos eléctricos no destinadas a conducir corriente, como las cubiertas de equipos y cajas de gabinetes, tuberías, que es conocido con el término equipotencialización etc.

La puesta a tierra del conductor de neutro de la acometida, en ambos extremos, ayuda a reducir la corriente máxima de malla I_G y por lo tanto se reduce en buena medida las tensiones de toque y de paso.

El cálculo de las tensiones de toque y de paso puede resultar laborioso, como ya se ha visto en algunos Ejemplos de este trabajo o como se puede apreciar en la recomendación de la IEEE 80, pero si la tensión GPR resulta menor que la tensión máxima tolerable tanto de toque como de paso, esta condición es suficiente para garantizar que la red de puesta a tierra es segura.

Ejemplo 29

Se requiere diseñar la malla de puesta a tierra, siguiendo el Código Eléctrico Nacional, para un comercio de una planta, el mismo que fue tratado en el ejemplo anterior, el comercio ocupa un terreno que tiene un área de 481 m^2 y la construcción ocupa un área de 120 m^2 , como se muestra en la Figura 47. La demanda máxima estimada es de 20 kVA y se ha seleccionado como protección principal un interruptor termomagnético tripolar de 80 A .

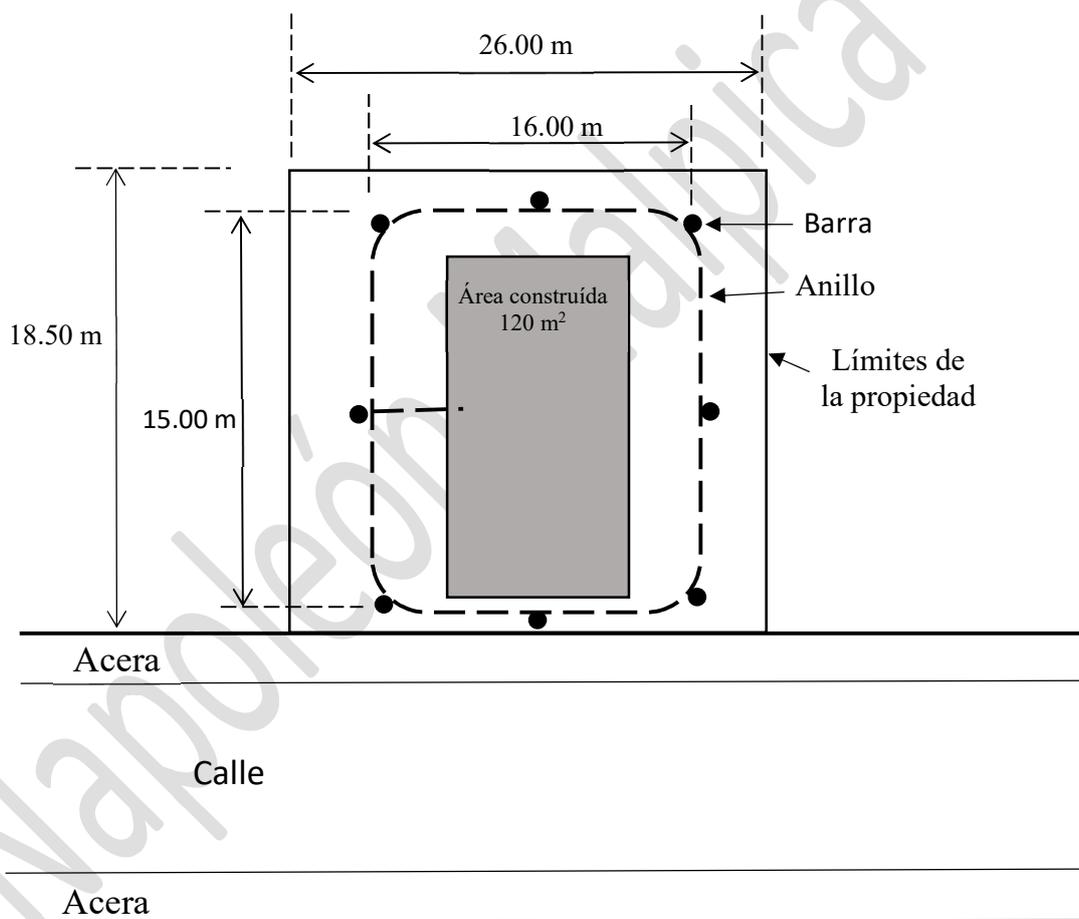


Fig.47. Red de puesta a tierra para un comercio.

El comercio cuenta con una acometida en baja tensión ($220/127 \text{ V}$), proveniente del transformador tipo pedestal que se ha venido trabajando recurrentemente en los últimos ejemplos. La distancia entre el transformador y el local comercial es de 70 m , se sabe que la estructura de la edificación no es metálica ni la tubería de suministro de agua potable.

De acuerdo con los artículos 250-81 y 250-83 es suficiente utilizar un anillo, enterrado a una profundidad de 0.75m, calibre 2AWG de cobre que rodee la edificación, como electrodo de puesta a tierra para cumplir con el Código Eléctrico en cuestión.

El local comercial está destinado para ofrecer servicio de computación, pero a pesar de que el Código Eléctrico Nacional no establece valores en cuanto la resistencia de puesta a tierra, el fabricante de los equipos exige que el local tenga una resistencia de puesta a tierra inferior a 10 ohmios, para hacer valer la garantía de los equipos.

Al aplica la ecuación de Schwarz (12-4) se obtiene la resistencia del anillo:

$$R_{anillo} = 12.82 (\Omega) \quad (18-1)$$

Pero el valor de resistencia obtenido no cumple con el valor pedido por el fabricante de los equipos electrónicos, que debe ser de 10 Ω o menos. Para reducir el valor de la resistencia, se adicionan 8 barras en la periferia del anillo.

En vista de la inclusión de barras, en el diseño de la puesta a tierra, al revisar la sección 250-83 del Código Eléctrico Nacional, se especifica que las barras deben tener una longitud no menor a 2.4m; por lo tanto, se especifican barras de 3m de longitud y 16 mm de diámetro, fabricadas de hierro con recubrimiento de cobre para evitar la corrosión.

Al emplear las formulaciones de Schwarz (12-5) para calcular la resistencia de las 8 barras, se obtiene lo siguiente:

$$R_{barras} = 14.83 (\Omega) \quad (18-2)$$

Luego, con las ecuaciones de Schwarz (12-6) y (12-7) se obtiene la resistencia de puesta a tierra:

$$R_{tierra} = 9.76 (\Omega) \quad (18-3)$$

que es inferior a 10 ohmios.

Luego, hace falta verificar que la malla sea segura para las tensiones de toque y de paso, ya en el Ejemplo 28 se habían calculado la corriente eficaz de falla a tierra asimétrica I_F , la corriente máxima de la malla I_G , para las mismas condiciones dadas en este ejemplo. También se verificó, en el Ejemplo 28, que la malla, con la resistencia de puesta a tierra igual a 10 ohm, es segura tanto para las tensiones de toque y de paso

Corriente eficaz de falla a tierra, asimétrica:

$$I_F = 1893 (A) \quad (18-4)$$

Corriente máxima de la malla:

$$I_G = 3.78 (A) \quad (18-5)$$

Aumento del potencial de tierra:

$$GPR = R_{tierra} I_G = 37 (V) \quad (18-6)$$

Como el interruptor termomagnético de la acometida es de 80 (A), este despejará la corriente de falla I_F en un tiempo inferior a 150 ms, para este tiempo las tensiones de toque

y de paso que puede soportar la persona, sin sufrir fibrilación ventricular, es de 300V como se aprecia en las ecuaciones (17-43) y (17-40) del Ejemplo 28, ambas tensiones son menores a la tensión GPR de la malla, en este caso se concluye que la malla diseñada es segura tanto a tensiones de toque como de paso. (ver (15-44) y (16-17)).

En los dos Ejemplos siguientes, se pretende destacar la importancia de la puesta a tierra del conductor de neutro de la acometida, tal como lo impone el Código Eléctrico Nacional.

Ejemplo 30

En este ejemplo se trata de ver la influencia que tiene el conductor de neutro, desde el punto de vista de seguridad de las personas y seres vivos de una red de alimentación del servicio eléctrico, si el mismo se encuentra puesto a tierra en múltiples puntos o a lo largo de su recorrido, tal como sucede en numerosas redes de distribución en baja tensión.

Para hacer un recuento, en el Ejemplo 28 se realizó el cálculo del nivel de la corriente asimétrica de corto circuito I_F , para un local comercial, cuya acometida era trifásica y en baja tensión, a cuatro hilos. Luego, en el ejemplo, 29 se verificó que la red de puesta a tierra, diseñada para el comercio en cuestión, fuese segura en cuanto a tensiones de toque y de paso.

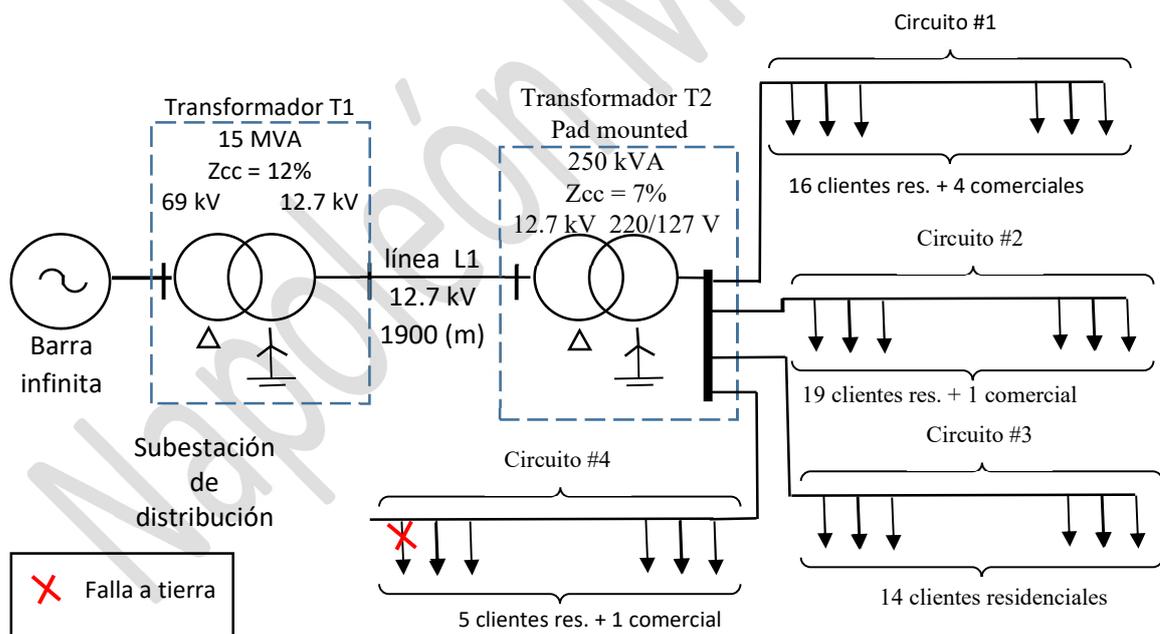


Fig. 48 Diagrama unifilar de una red de media y baja tensión empleada para alimentar 60 clientes.

Pues bien, asúmase que, en este Ejemplo, que la zona donde se encuentra el comercio en cuestión ha experimentado un gran crecimiento con la construcción de nuevas viviendas y comercios. La Figura 48 muestra el diagrama unifilar para el urbanismo que se encuentra

en pleno crecimiento, donde ahora el Transformador Pad Mounted, que se ha venido utilizando en varios ejemplos, ya se encuentra a su plena capacidad. En total, se suministra energía con el transformador a 60 clientes, a través de 4 circuitos, como se aprecia en la Figura 48.

Se desea saber si por el hecho de que ahora el transformador se encuentra plenamente cargado, donde cada cliente cuenta con una red de puesta a tierra, si esto trae mejoras o no, en cuanto a la seguridad a las personas por tensiones de toque y de paso.

Para analizar esto, asúmase nuevamente que ocurre una falla de una fase a tierra en el mismo local comercial del Ejercicio 28. Asúmase que no se han adicionado más fuentes de tensión, ni nuevas redes a la red de media y alta tensión, y se emplea la misma línea de baja tensión para alimentar el comercio descrito en el Ejemplo 28; entonces, se puede suponer que el nivel de corto circuito, en el local comercial, no ha variado y se mantiene en 1893 A

$$I_F = 1893 \text{ (A)} \quad (18-7)$$

El local comercial en cuestión se alimenta a través del circuito 4 mostrado en el diagrama unifilar de la Figura 48, la Figura 49 muestra un detalle del circuito 4 bajo falla, que alimenta el local comercial, donde ocurre una falla de una fase a tierra a 70 m del transformador.

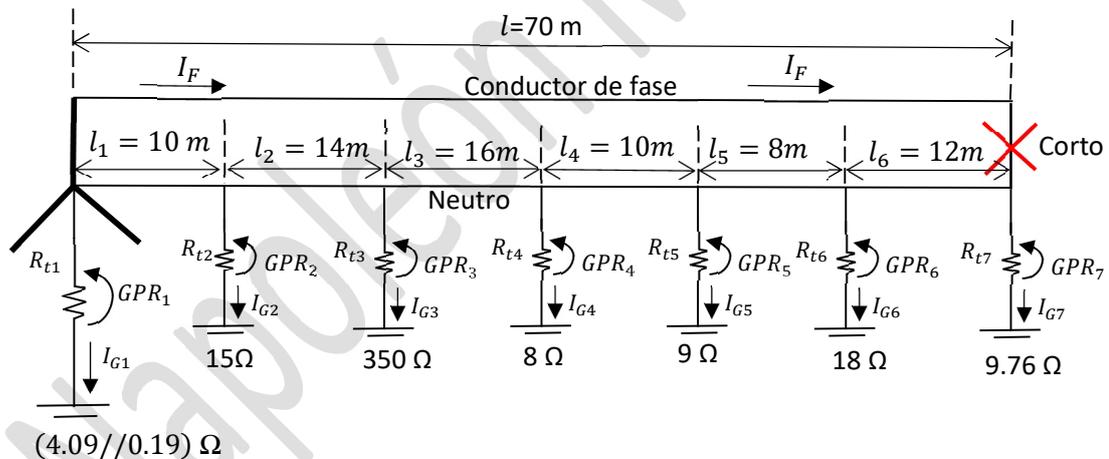


Fig. 49 Detalle de las puestas a tierra para el circuito N° 4.

De acuerdo con la Figura 49, la resistencia R_{t1} está asociada con la resistencia de puesta a tierra del transformador que es de $4,09 \Omega$, pero también hay que tener en cuenta que todas las resistencias de puestas a tierra de los circuitos 1, 2 y 3, se encuentran en paralelo con la resistencia del transformador, ya que se encuentran conectadas a través de los conductores de neutro. Por lo tanto, la resistencia R_{t1} debe tener el siguiente valor:

$$R_{t1} = 4.09 // \frac{R_t \text{ promedio}}{N^\circ \text{ clientes}} = 4.09 \Omega // \frac{10 \Omega}{54} = 0.18 \quad (\Omega) \quad (18-8)$$

donde:

$R_{t \text{ promedio}}$ Es la resistencia de puesta a tierra promedio que tienen los clientes que se encuentran alimentado en baja tensión (10 Ω).

$N^\circ \text{ clientes}$ Es el número de clientes alimentados por el transformador y que no pertenecen al circuito afectado por el corto circuito.

// Significa resistencias en paralelo.

En el Anexo D se explica cómo calcular las tensiones GPR, para el caso mostrado en la Figura 49, donde el neutro se encuentra puesto a tierra en múltiples puntos.

Al retomar la ecuación (D-1) del Anexo D, para obtener las tensiones GPR en cada nodo:

$$\begin{bmatrix} GPR_1 \\ \vdots \\ GPR_7 \end{bmatrix} = (Z'_{nn} - Z'_{mn}) (|P|^{-1}) \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_6 \\ 0 \end{bmatrix} I_F \quad (\text{V}) \quad (18-9)$$

donde:

Z'_{nn} Es la Impedancia por unidad de longitud del conductor de neutro (ver Anexo C).

Z'_{mn} Es la Impedancia promedio mutua que existe entre los conductores de fase y el conductor de neutro, por unidad de longitud (Ver el Anexo C).

l_i Es la longitud de la línea entre el nodo i y el nodo $i + 1$ (Ver la Figura 49).

$|P|$ Es una matriz que se obtiene según lo indicado en el anexo D.

Para este Ejemplo, la matriz $|P|$ se obtuvo de acuerdo con lo indicado en el Anexo D, que luego fue utilizada para resolver la ecuación (18-9). Los potenciales GPR que se obtuvieron fueron los siguientes:

$$GPR_1 = 2.73 \text{ (V)}, \quad GPR_2 = 4.83 \text{ (V)}, \quad GPR_3 = 15.41 \text{ (V)} \quad (18-10)$$

$$GPR_4 = 27.5 \text{ (V)}, \quad GPR_5 = 35.08 \text{ (V)},$$

$$GPR_6 = 41.15 \text{ (V)}, \quad GPR_7 = 50.26 \text{ (V)}$$

De los resultados obtenidos, se pueden obtener algunas conclusiones:

- El potencial GPR de la malla de puesta a tierra del local comercial ahora es mayor (50.26 V) en comparación con el valor dado en el Ejemplo 28, donde se obtuvo un potencial GPR de 37 V, donde se consideraba que el transformador solo alimentaba un cliente, pero sigue siendo segura en cuanto a tensiones de toque y de paso.
- El potencial de todas las mallas de puesta a tierra, en el lado de baja tensión, se elevan al ocurrir una falla a tierra en cualquier punto de la red de baja tensión.
- Los potenciales GPR son todos menores al valor de la caída de potencial que tiene el conductor de neutro que transporta la corriente de retorno de la falla.

Se deja al lector, extraer otras conclusiones de este Ejemplo.

Ejemplo 31

En los Ejemplos 25 y 26 se llegó a la conclusión en la necesidad de agregar una capa de piedra picada al transformador Pad Mounted, que se ha venido utilizando como ejemplo,

para reducir los riesgos que puede sufrir una persona, a causa de las tensiones de toque y de paso, cuando ocurre una falla a tierra en el lado de 12.7 kV, en el interior del transformador Pad Mounted.

En el Ejemplo anterior, se plantea el caso de utilizar el transformador tipo pedestal, para alimentar a un grupo de 60 clientes, entre viviendas y comercios, como se muestra en el diagrama unifilar de la Figura 48, donde los conductores de neutro de la red de baja tensión que salen del transformador tipo pedestal, se encuentran, por exigencia del Código Eléctrico Nacional, puestos a tierra a lo largo de su recorrido y en consecuencia, todas estas resistencias se encuentran conectadas en paralelo con la resistencia de puesta a tierra del transformador. Por lo anterior, en la resistencia de puesta a tierra R_{tierra_2} correspondiente al transformador tipo pedestal, hay que ahora tomar en cuenta estas resistencias distribuidas en toda la red de baja tensión.

$$R_{tierra_2} = 4.09\Omega // \frac{R_{t\ promedio}}{N^\circ clientes} = 4.09\Omega // \frac{10\Omega}{60} = 0.16 \quad (\Omega) \quad (18-11)$$

donde:

R_{tierra_2} Es la resistencia equivalente de puesta a tierra que tiene el transformador tipo pedestal.

$R_{t\ promedio}$ Es la resistencia de puesta a tierra promedio que tienen los clientes en la red de baja tensión (se asume 10 Ω).

$N^\circ\ clientes$ Es el número de clientes alimentados por el transformador (60 clientes).

// Significa resistencias en paralelo.

Lo que se quiere resaltar en este Ejemplo es que las múltiples puestas a tierra a lo largo de los conductores de neutro ayudan a reducir los riesgos por tensiones de toque y de paso que se pueden presentar en el transformador Pad Mounted.

A continuación, se procede a calcular nuevamente la corriente de secuencia cero, asumiendo que ocurre un corto circuito de una fase a tierra, en el interior del transformador tipo pedestal, en el lado de 12.7 kV. Para este cálculo se puede emplear la ecuación (17-17) del Ejemplo 27 y buena parte de los datos como las impedancias de secuencia de la línea y la impedancia del transformador de la S/E de 12.7 kV:

$$I_0 = \left| \frac{1}{3(R_{tierra_1} + R_{tierra_2}) + Z_{línea}^0 + 3Z_{cc_T1} + 2Z_{línea}^+} \cdot V_f \right| = 226.4(A) \quad (18-12)$$

donde:

$$Z_{línea_L1}^+ = 0.551 + j0.617 \quad (\Omega) \quad (18-13)$$

$$Z_{línea_L1}^- = 0.551 + j0.617 \quad (\Omega) \quad (18-14)$$

$$Z_{línea_L1}^0 = 0.885 + j4.022 \quad (\Omega) \quad (18-15)$$

R_{tierra_1} Es la resistencia de puesta a tierra que tiene la subestación de 12.7 kV (8.54 Ω)

V_f Es la tensión de fase a neutro de la red del lado de 12.7 kV.

Con la corriente de secuencia cero, se obtiene la corriente simétrica de falla I_f , usando (17-5):

$$I_f = 3I_0 = 679.2 \text{ (A)} \quad (18-16)$$

Se obtiene la relación X/R de la red mostrada en la Figura 43:

$$\frac{X}{R} = \frac{Im(Z_{línea}^0 + 2 Z_{línea}^+ + 3 Z_{cc.T1})}{3(R_{tierra_1} + R_{tierra_2}) + Re(Z_{línea}^0 + 3 Z_{cc.T1} + 2 Z_{línea}^+)} = 0.17 \quad (18-17)$$

Donde $Im(k)$ es la parte imaginaria de una cantidad compleja k y $Re(k)$ se refiere a la parte real.

Para el valor X/R obtenido, el factor de decremento de la corriente es prácticamente igual a uno, según la tabla del Anexo A, y para un tiempo de despeje de la falla t_s de 150 (ms).

Corriente asimétrica de la falla I_F según (17-6):

$$I_F = D_f I_f = 679.2 \text{ (A)} \quad (18-18)$$

Para calcular la corriente máxima de la malla de puesta a tierra I_G según (17-7), hay que calcular el factor de división de la corriente, en este caso la corriente de falla se divide en dos caminos, como se aprecia en la Figura 49: la puesta a tierra del transformador y por los conductores de neutro de la red de baja tensión:

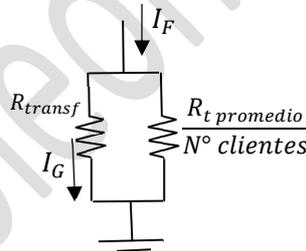


Fig. 50 Red equivalente para calcular el factor de división de la corriente.

De acuerdo con la figura 50, el factor de división de la corriente viene dado por:

$$S_f = \frac{\frac{R_t \text{ promedio}}{N^\circ \text{ clientes}}}{R_{transf} + \frac{R_t \text{ promedio}}{N^\circ \text{ clientes}}} = \frac{\frac{10 \Omega}{60}}{4.09 \Omega + \frac{10 \Omega}{60}} = 0.041 \quad (18-19)$$

donde R_{transf} es la resistencia de puesta a tierra del transformador (4.09Ω).

Con el factor de división de la corriente, se obtiene la corriente máxima de la malla:

$$I_G = S_f I_F = 26.6 \text{ (A)} \quad (18-20)$$

Finalmente, se obtiene el aumento de potencial de la malla de puesta a tierra del transformador:

$$GPR = R_{transf} I_G = 4.08 \Omega \cdot 26.6 A = 108.8 (V) \quad (18-21)$$

Nótese que la tensión GPR en el transformador tipo pedestal es menor a las tensiones de toque y de paso que puede soportar una persona, (ver las ecuaciones (17-40) y (17-43)) sin que se produzca fibrilación ventricular, y sin tomar en cuenta la resistencia de contacto ofrecida por los pies. En conclusión, si se pierde la capa de piedra picada que rodea al transformador, ya sea por falta de mantenimiento, la red de puesta a tierra continúa siendo segura para las tensiones de toque y de paso.

En este Ejemplo se evidencia la influencia de las múltiples puestas a tierra del conductor de neutro de los circuitos de baja tensión en el potencial *GPR*. Si no estuvieran las múltiples puestas a tierra de los conductores de neutro, el potencial *GPR* tomaría el valor de 2045 V (ver (15-2)) en lugar de 108.8 V.

19. La resistividad del suelo.

En todas las fórmulas presentadas en este documento usadas para calcular la resistencia de puesta a tierra, las tensiones de toque, las tensiones de malla y las tensiones de paso, se asume que el suelo es un medio homogéneo, por lo tanto, la resistividad del suelo es una constante. Ahora bien, es poco probable que el suelo sea un medio homogéneo, por lo general el suelo está formado por estratos o capas que tienen diferentes resistividades.

Si el suelo no es homogéneo, entonces se presenta una gran duda sobre cuál debe ser el valor de resistividad para utilizar las fórmulas contenidas en este documento. Para el caso que el diseñador disponga de un informe técnico que consista en la medición de la resistividad del suelo siguiendo el método de Wenner, entonces se podrá aplicar la metodología expuesta en el anexo E de la recomendación IEEE 80 y que se presenta un resumen del mismo a continuación.

19.1 Cálculo de la resistividad promedio obtenido con los valores medidos de la resistividad aparente por el método de Wenner y según la recomendación de la IEEE 80

El método de Wenner para medir la resistividad se puede consultar en el documento “Sistemas de puesta a tierra. Caracterización del suelo por dos estratos: métodos Schlumberger – Wenner”.

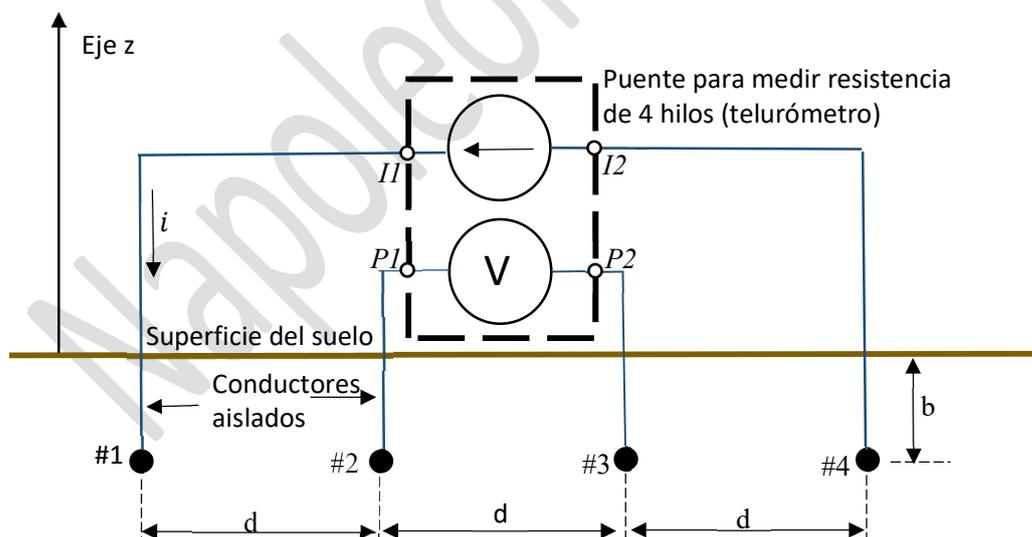


Fig. 51 Método de Wenner para medir la resistividad del suelo

Para resumir lo expuesto en el anexo D de la norma IEEE 80, la Figura 51 muestra el esquema de medición de Wenner, donde se utiliza un puente para medir resistencia a cuatro hilos y cuatro electrodos representados por esferas que se encuentran enterradas en el suelo, aunque lo común

es utilizar barras como electrodos de poca longitud (por lo general inferior a 40 cm) en lugar de las esferas.

El método consiste en construir una tabla con los valores de resistividad obtenidos de la medición de resistividad del suelo y que se denominan “resistividad aparente”. Las mediciones se realizan variando la separación d entre los electrodos y que se muestra en la Figura 51. La tabla 8 muestra un ejemplo de una tabla de valores de la resistividad obtenida durante una medición de resistividad.

Tabla 8. Valores medidos de la resistividad aparente. (datos tomados de la recomendación IEEE 80)

Medición	Separación d entre los electrodos (m)	Resistividad aparente ρ_a medida (Ωm)
1	0.31	56.94
2	0.91	88.07
3	1.52	95.48
4	4.57	110.71
5	6.09	120.76
6	9.14	143.1
7	15.24	181.7
8	21.34	207.78
9	27.43	227.75
10	33.53	241.48
11	39.64	251.77
12	47.73	226.76

Para obtener la resistividad promedio del suelo, se aplica la siguiente relación:

$$\rho_{promedio} = \frac{\rho_a(max) + \rho_a(min)}{2} \quad (19-1)$$

donde:

$\rho_a(max)$ Es el mayor valor medido de la resistividad aparente.
 $\rho_a(min)$ Es el menor valor medido de la resistividad aparente.

Para los datos de resistividad aparente presentados en la tabla 8, la resistividad promedio del suelo vendrá dado por el siguiente valor:

$$\rho_{promedio} = \frac{251.77 + 56.94}{2} = 154.35 (\Omega m) \quad (19-2)$$

19.2 Cálculo de la resistividad promedio del suelo si se conocen las resistividades de los diferentes estratos o capas.

Otra forma de obtener la resistividad promedio del suelo, que fue desarrollado por Burgsdorf – Yakobs, es mediante un estudio geológico, donde en lugar de utilizar las resistividades aparentes obtenidas con el método de Wenner, se reporta las diferentes estructuras o capas del suelo, indicando los respectivos valores de resistividad y sus espesores, la Figura 52 muestra un ejemplo de un suelo que está formado por tres estratos, y cada estrato tiene una resistividad ρ_i diferente.

De acuerdo con la Figura cada capa tiene un espesor E_i donde el espesor de la última capa E_n se considera infinito y donde n es el número de capas o estratos.

Cálculo de la resistividad promedio para un suelo formado por n estratos:

$$h_1 = E_1 \quad (19-3)$$

$$h_2 = E_1 + E_2 \quad (19-4)$$

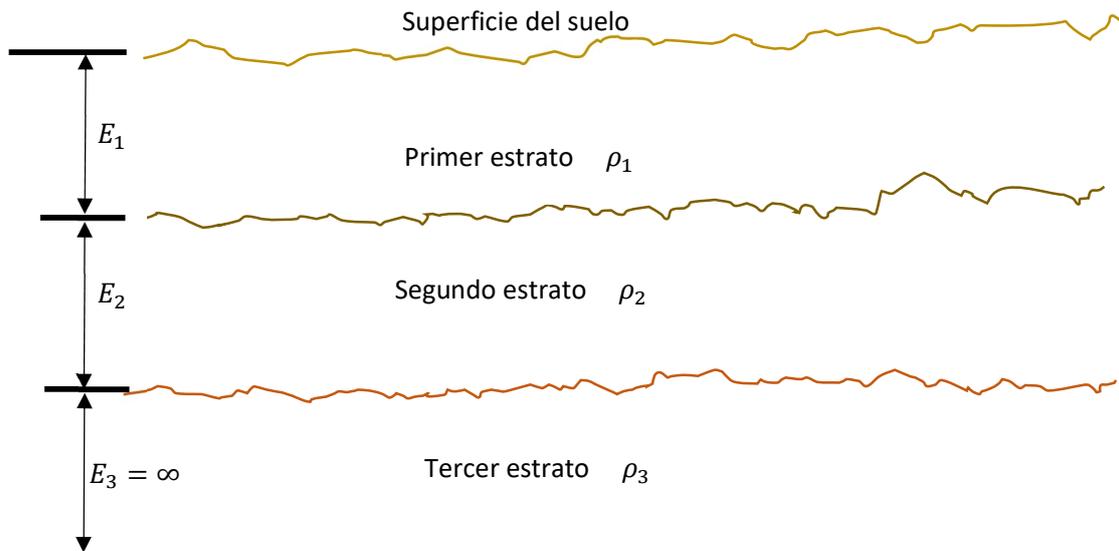


Fig. 52 Suelo formado por tres estratos

$$h_i = E_1 + E_2 + \dots + E_i \quad (19-5)$$

Para la última capa, si se considera que su espesor es infinito, entonces h_n debe ser también infinito:

$$h_n = E_1 + E_2 + \dots + E_n = \infty \quad (19-6)$$

Otros cálculos:

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \quad (19-7)$$

$$(q_0)^2 = 2r(r + b) \quad (19-8)$$

$$(r_0)^2 = r^2 - b^2 \quad (19-9)$$

$$x = 4(q_0)^2(r_0)^2 \quad (19-10)$$

Valor de $(V_i)^2$ para cada capa i con excepción de la última capa:

$$(V_i)^2 = \frac{1}{2} \left[(q_0)^2 + (r_0)^2 + (h_i)^2 - \sqrt{((q_0)^2 + (r_0)^2 + (h_i)^2)^2 - x} \right] \quad (19-11)$$

Nota: no es necesario calcular $(V_i)^2$ para la última capa.

Valor de F_i para $i = 1, 2, 3, \dots, n - 1$:

$$F_i = \sqrt{1 - \frac{(V_i)^2}{(r_0)^2}} \quad (19-12)$$

Valor de F_i para la última capa n :

$$F_n = 1 \quad (19-13)$$

Valor de F_0 :

$$F_0 = 0 \quad (19-14)$$

Resistividad promedio:

$$\rho_{promedio} = \frac{F_n}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\rho_i} (F_i - F_{i-1}) \right)} \quad (19-15)$$

donde:

S - Es la superficie que ocupa la malla de puesta a tierra (m^2).

b - Es la profundidad a la cual se encuentra enterrada la malla (m).

E_i - Es el espesor de cada capa o estrato (m).

ρ_i - Es la resistividad en el estrato i (Ωm).

n - Es el número de estratos.

Ejemplo 32

Se desea encontrar la resistividad promedio de un suelo que está formado por tres estratos:

a. Datos:

Resistividades de cada uno de los estratos:

$$\rho_1 = 500 (\Omega m)$$

$$\rho_2 = 3000 (\Omega m)$$

$$\rho_3 = 300 (\Omega m)$$

b. Espesores de cada uno de los estratos:

$$E_1 = 0.2 (m)$$

$$E_2 = 0.8 (m)$$

$$E_3 = \infty (m)$$

Datos de la malla:

$S = 100 \text{ (m}^2\text{)}$ Superficie de la malla.

$b = 0.5 \text{ (m)}$ Profundidad a la cual se encuentra la malla.

c. Cálculos:

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{100}{\pi}} = 5.64 \text{ (m)} \quad (19-16)$$

$$(q_0)^2 = 2r(r + b) = 2 \cdot 5.64(5.64 + 0.5) = 69.26 \text{ (m}^2\text{)} \quad (19-17)$$

$$(r_0)^2 = r^2 - b^2 = 5.64^2 - 0.5^2 = 31.56 \text{ (m}^2\text{)} \quad (19-18)$$

$$x = 4(q_0)^2(r_0)^2 = 4 \cdot 69.26 \cdot 31.56 = 8743.48 \text{ (m}^4\text{)} \quad (19-19)$$

$$h_1 = E_1 = 0.2 \text{ (m)} \quad (19-20)$$

$$h_2 = E_1 + E_2 = 1.0 \text{ (m)} \quad (19-21)$$

$$h_3 = E_1 + E_2 + E_3 = \infty \quad (19-22)$$

$$(V_1)^2 = \frac{1}{2} \left[(q_0)^2 + (r_0)^2 + (h_1)^2 - \sqrt{((q_0)^2 + (r_0)^2 + (h_1)^2)^2 - x} \right] = 12.62 \quad (19-23)$$

$$(V_2)^2 = \frac{1}{2} \left[(q_0)^2 + (r_0)^2 + (h_2)^2 - \sqrt{((q_0)^2 + (r_0)^2 + (h_2)^2)^2 - x} \right] = 10.61 \quad (19-24)$$

$$F_0 = 0 \quad (19-25)$$

$$F_1 = \sqrt{1 - \frac{(V_1)^2}{(r_0)^2}} = \sqrt{1 - \frac{12.62}{31.56}} = 0.77 \quad (19-26)$$

$$F_2 = \sqrt{1 - \frac{(V_2)^2}{(r_0)^2}} = \sqrt{1 - \frac{10.61}{31.56}} = 0.81 \quad (19-27)$$

$$F_3 = 1 \quad (19-28)$$

$$\rho_{promedio} = \frac{F_3}{\frac{1}{\rho_1}(F_1 - F_0) + \frac{1}{\rho_2}(F_2 - F_1) + \frac{1}{\rho_3}(F_3 - F_2)} = 457.3 \text{ (\Omega m)} \quad (19-29)$$

Nota: Este ejemplo fue tomado del Manual de Sistemas de Puesta a tierra, Gedisa, Caracas

Referencias

1. Código Eléctrico Nacional. Fondonorma 200, 2004.
2. Gedisa, Manual para sistemas de puesta a tierra, Caracas
3. NFPA 70 National Electrical Code. USA.
4. IEEE Std. 80-2000 IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding
5. Dwight, H. B., "Calculation of Resistance to Ground," *AIEE Transactions*, vol. 55, December 1936, pp. 1319–1328.
6. IEEE Std. 142 2007. IEEE Recommended Practice for Grounding of Industrial and Commercial Power System
7. Schwarz, S. J., "Analytical expression for resistance of grounding systems," *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 73, no. 13, part III-B, pp. 1011–1016, Aug. 1954.
8. Laurent, P. G., "Les Bases Generales de la Technique des Mises a la Terre dans les Installations Electriques," *Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens*, vol. 1, ser. 7, pp. 368–402, July 1951.
9. Nieman, J., "Unstellung von Hochstspannungs-Erdungsalagen Aufden Betrieb Mit Starr Geerdetem Sternpunkt," *Electrotechnische Zeitschrift*, vol. 73, no. 10, pp. 333–337, May 1952.
10. Sverak, J. G., "Simplified analysis of electrical gradients above a ground grid; Part I—How good is the present IEEE method?" *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-103, no. 1, pp. 7–25, Jan. 1984.
11. Deri, A.; Tevan, G.; Semlyen, A.; Castanheira, A., "The Complex Ground Return Plane a Simplified Model for Homogeneous and Multi-Layer Earth Return", *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on Power Apparatus and System*, Aug. 1981, Volume: PAS-100 Issue:8
12. Malpica, Napoleón; "Sistemas de puesta a tierra. Caracterización del suelo por dos estratos: métodos Schlumberger – Wenner", *Apuntes de la asignatura Sistemas de puesta a tierra, UCV*, marzo 2022.
13. Malpica, Napoleón; "Sistemas de puesta a tierra. Parte 1", *Apuntes de la asignatura Sistemas de puesta a tierra, UCV*, octubre 2020.

Anexo A

Factores de decremento de la corriente D_f

Duración de la falla t_f		Factor de decremento D_f			
(segundos)	ciclos	$X/R = 10$	$X/R = 20$	$X/R = 30$	$X/R = 40$
0.00833	0.5	1.576	1.648	1.675	1.688
0.05	3	1.232	1.378	1.462	1.515
0.10	6	1.125	1.232	1.316	1.378
0.20	12	1.064	1.125	1.181	1.232
0.30	18	1.043	1.085	1.125	1.163
0.40	24	1.033	1.064	1.095	1.125
0.50	30	1.036	1.052	1.077	1.101
0.75	45	1.018	1.035	1.052	1.068
1.00	60	1.013	1.026	1.039	1.052

Nota: Tabla tomada de la IEEE 80 (4)

Anexo B

Cálculo de impedancias en líneas aéreas y cálculo de las impedancias de secuencia para líneas de tres hilos.

b.1 Cálculo de las impedancias propias y mutuas de la línea por unidad de longitud.

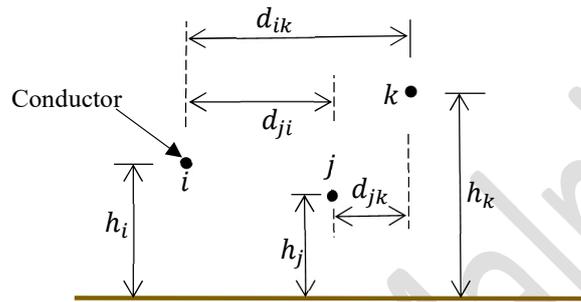


Fig. B1. Tres conductores sobre el plano de la tierra.

La Figura B1 muestra a tres conductores identificados como i, j y k que se encuentran sobre el plano de la tierra, las impedancias propias y mutuas por unidad de longitud, se calculan con las siguientes expresiones (11):

$$Z'_{ii} = \left[Rc + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{2(h_i+p)}{RMG} \right) \right] (\Omega/m) \quad (B-1)$$

$$Z'_{ij} = \left[j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{\sqrt{(h_i+h_j+2p)^2 + (d_{ij})^2}}{\sqrt{(h_i-h_j)^2 + (d_{ij})^2}} \right) \right] (\Omega/m) \quad \text{si } i \neq j \quad (B-2)$$

donde:

$$p = \frac{1}{\sqrt{j\omega \sigma}} \quad (B-3)$$

h_i Altura del conductor i en metros.

d_{ij} Distancia horizontal entre los conductores i y j en metros.

RMG Radio medio geométrico de los conductores en metros.

Rc Resistencia del conductor por unidad de longitud (Ω / m).

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (H/m)

$\sigma = 1/\rho$

ρ Resistividad promedio del suelo por donde pasa la línea (Ωm).

b.2 Cálculo de las impedancias propias y mutuas de la línea.

Se obtienen al multiplicar (B-1) y (B-2) por la longitud de la línea:

$$Z_{ii} = Z'_{ii} l = (\Omega) \quad (B-4)$$

$$Z_{ij} = Z'_{ij} l = (\Omega) \quad \text{si } i \neq j \quad (\text{B-5})$$

donde l es la longitud, en metros, de la línea.

b.3 Valores promedio de las impedancias propias y mutuas de la línea.

$$Z_p = \frac{Z_{ii} + Z_{jj} + Z_{kk}}{3} (\Omega) \quad (\text{promedio de las propias}) \quad (\text{B-6})$$

$$Z_m = \frac{Z_{ij} + Z_{jk} + Z_{ik}}{3} (\Omega) \quad (\text{promedio de las mutuas}) \quad (\text{B-7})$$

b.4 Impedancias de la línea de tres hilos para redes de secuencia.

Secuencia positiva y negativa:

$$Z_{línea}^+ = Z_p - Z_m (\Omega) \quad (\text{B-8})$$

$$Z_{línea}^- = Z_{línea}^+ (\Omega) \quad (\text{B-9})$$

Secuencia cero:

$$Z_{línea}^0 = Z_p + 2 Z_m (\Omega) \quad (\text{B-10})$$

Anexo C

Redes de secuencia para líneas formadas por 4 hilos

(tres fases más el neutro)

En este anexo se presentan las fórmulas para calcular las impedancias de secuencia en líneas formadas por cuatro hilos, también se presenta la expresión que permite calcular el factor de división de la corriente S_f .

La Figura C1 muestra una línea aérea que también puede tratarse de cuatro cables aislados, sin apantallamiento, como los usados en redes de baja tensión, donde el conductor de neutro puede estar puesto a tierra en ambos extremos, o puesto a tierra en un extremo o aislado en ambos extremos.

También se muestra en la Figura la corriente del neutro, representada como $3 I_0$ y la corriente I_g que circula por la tierra cuando en conductor de neutro se encuentra puesto a tierra en ambos extremos.

Para calcular las redes de secuencia es necesario calcular las impedancias propias y mutuas del grupo de conductores, en el anexo B se detalla el cálculo de estas impedancias.

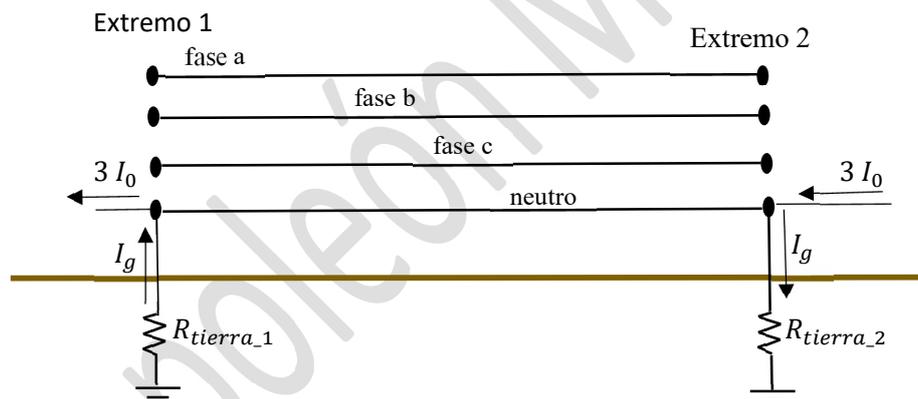


Fig. C 1 Línea de transmisión de 4 hilos.

c.1 Valores promedio de las impedancias propias y mutuas de la línea por unidad de longitud.

$$Z'_p = \frac{Z'_{aa} + Z'_{bb} + Z'_{cc}}{3} \quad (C-1)$$

$$Z'_m = \frac{Z'_{ab} + Z'_{bc} + Z'_{ca}}{3} \quad (C-2)$$

$$Z'_{mn} = \frac{Z'_{an} + Z'_{bn} + Z'_{cn}}{3} \quad (C-3)$$

donde:

Z'_{xx} Se obtiene con la ecuación (B-1) del Anexo B y viene dada en (Ω/m).

Z'_{xy} Se obtiene con la ecuación (B-2) del Anexo B, si $x \neq y$, viene dada en (Ω/m).

Z'_p Es el promedio de las impedancias propias de las fases por unidad de longitud, en (Ω/m).

Z'_m Es el promedio de las impedancias mutuas entre las fases, por unidad de longitud, en (Ω/m).

Z'_{mn} Es el promedio de las impedancias mutuas entre las fases y el neutro, por unidad de longitud, en (Ω/m).

c.2 Valores promedio de las impedancias propias y mutuas de la línea.

$$Z_p = \frac{Z_{aa} + Z_{bb} + Z_{cc}}{3} \quad (C-4)$$

$$Z_m = \frac{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}{3} \quad (C-5)$$

$$Z_{mn} = \frac{Z_{an} + Z_{bn} + Z_{cn}}{3} \quad (C-6)$$

donde:

Z_{xx} Se obtiene con la ecuación (B-4) del Anexo B y viene dada en ohmios.

Z_{xy} Se obtiene con la ecuación (B-5) del Anexo B, si $x \neq y$, viene dada en ohmios.

Z_p Es el promedio de las impedancias propias de las fases en ohmios.

Z_m Es el promedio de las impedancias mutuas entre las fases, en ohmios.

Z_{mn} Es el promedio de las impedancias mutuas entre las fases y el neutro, en ohmios.

c.3 Impedancias de la línea para redes de secuencia.

Secuencia positiva y negativa:

$$Z_{línea_4hilos}^+ = Z_p - Z_m \quad (\Omega) \quad (C-7)$$

$$Z_{línea_4hilos}^- = Z_{línea_4hilos}^+ \quad (\Omega) \quad (C-8)$$

Secuencia cero:

$$Z_{línea_4hilos}^0 = Z_p + 3 Z_{nn} + 2 Z_m - 6 Z_{mn} - \frac{3 (Z_{nn} - Z_{mn})^2}{R_{tierra_1} + R_{tierra_2} + Z_{nn}} \quad (\Omega) \quad (C-9)$$

Si ($R_{tierra_1} + R_{tierra_2} \gg Z_{nn}$), entonces se puede hacer la siguiente aproximación:

$$Z_{línea_4hilos}^0 = Z_p + 3 Z_{nn} + 2 Z_m - 6 Z_{mn} \quad (\Omega) \quad (C-10)$$

donde:

Z_{nn} Es la impedancia propia del conductor de neutro dada por (B-4) y (B-1).

c.4 Corriente I_g que circula por la tierra en función de la corriente I_0 :

$$I_g = \frac{3Z_{nn} - (Z_{an} + Z_{bn} + Z_{cn})}{R_{tierra_1} + R_{tierra_2} + Z_{nn}} I_0 \quad (C-11)$$

$$I_g = \frac{Z_{nn} - Z_{mn}}{R_{tierra_1} + R_{tierra_2} + Z_{nn}} I_f \quad (C-12)$$

c.5 Factor de división de la corriente:

Si el conductor de neutro se encuentra puesto a tierra en sus dos extremos solamente, el factor de división de la corriente vendrá dado por la siguiente ecuación:

$$S_f = \left| \frac{Z_{nn} - Z_{mn}}{R_{tierra_1} + R_{tierra_2} + Z_{nn}} \right| \quad (C-13)$$

c.6 Circuitos equivalentes de secuencia de la línea de 4 hilos, incluyendo las puestas a tierra

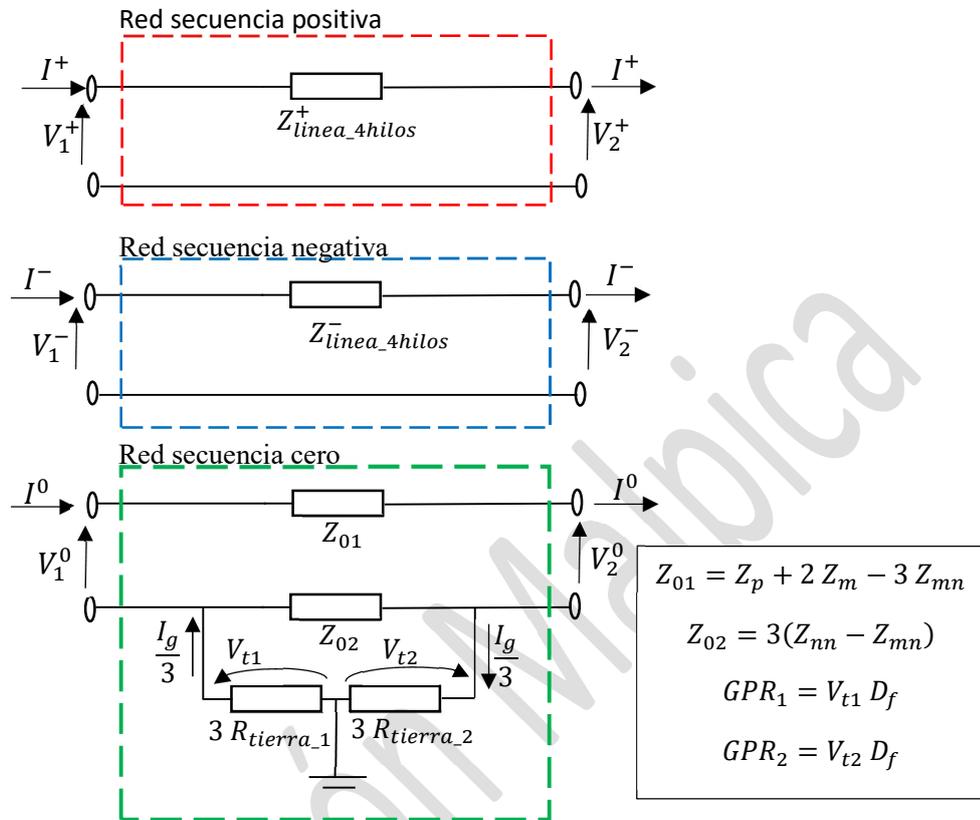


Fig. C2. Circuitos equivalentes de secuencia, para una línea formada por cuatro hilos, incluyendo las resistencias de puesta a tierra en ambos extremos del conductor de neutro.

La Figura C2 muestra los circuitos equivalentes para las redes de secuencia de la línea formada por cuatro hilos, donde se ha incluido en la red de secuencia cero, las resistencias de puestas a tierra que tiene en conductor de neutro en ambos extremos. También es posible obtener para la red de secuencia cero, un circuito equivalente más simple y que se muestra en la Figura C3 utilizando las ecuaciones (C-9) o (C-10).

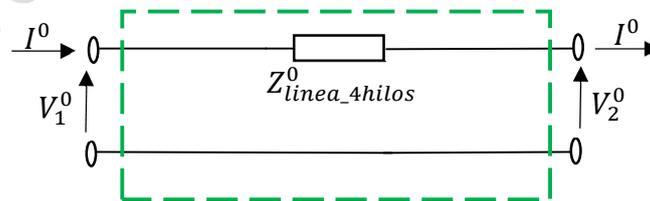


Fig. C3. Circuito equivalente simplificado para la red de secuencia cero para una línea de cuatro hilos.

En el caso de utilizar la red de secuencia cero mostrada en la Figura C3, la corriente simétrica de la malla I_g se puede obtener con la ayuda de la ecuación (C-11).

Anexo D

La línea de cuatro hilos con el conductor de neutro puesto a tierra en múltiples puntos.

La Figura D1 muestra el caso típico de una red de distribución de baja tensión, donde el conductor de neutro de un circuito se encuentra puesto a tierra en múltiples puntos o en cada una de las acometidas de cada uno de los clientes que es servido por la línea. La figura también muestra que en un punto de la línea está ocurriendo una falla monofásica y se quiere obtener el aumento de potencial de tierra GPR que existe en cada uno de los clientes servido por la línea.

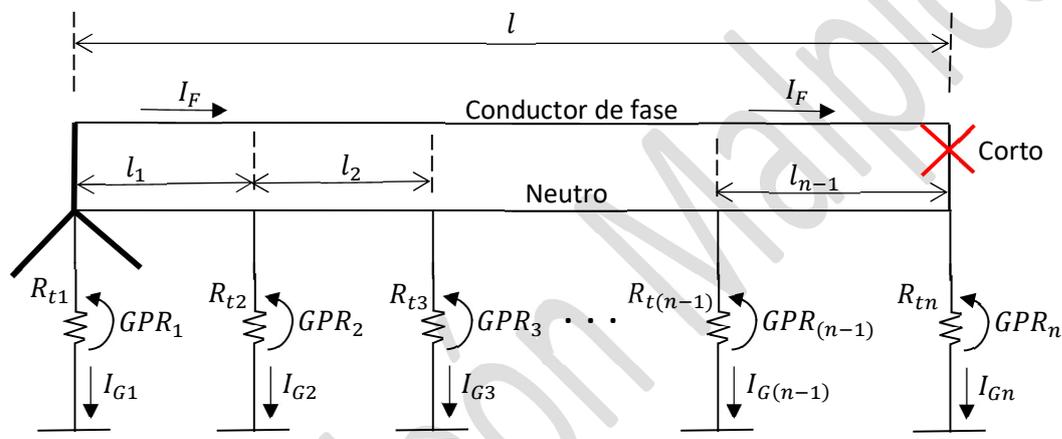


Fig. D1 Circuito de una red de distribución con el neutro puesto a tierra en múltiples puntos.

Los potenciales GPR se obtienen resolviendo la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} GPR_1 \\ \vdots \\ GPR_n \end{bmatrix} = (Z'_{nn} - Z'_{mn}) (|P|^{-1}) \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix} I_F \quad (\text{V}) \quad (\text{D-1})$$

donde:

- I_F Es la corriente asimétrica de falla a tierra en (A).
- GPR_i Es el aumento del potencial de tierra en el nodo i en voltios.
- Z'_{nn} Es la impedancia por unidad de longitud del conductor de neutro (Ω/m). Ver la ecuación (B-1) en el Anexo B.
- Z'_{mn} Es la impedancia mutua promedio entre los conductores de fase y el conductor de neutro, por unidad de longitud (Ω/m). Ver la ecuación (C-3) en el Anexo C.
- R_{ti} Es la resistencia de puesta a tierra en el nodo i (Ω).

- l_i Es la distancia del tramo de línea que se encuentra entre los nodos i y el nodo $(i + 1)$ (m). Ver la Figura D1.
- l Es la distancia desde el transformador o la fuente hasta el punto donde ocurre el cortocircuito en metros. Ver la Figura D1.
- n Es el número de nodos en el conductor de neutro.
- $|P|$ Es una matriz cuyos elementos vienen dados por las siguientes expresiones:

$$P_{n,k} = \frac{1}{R_{tk}} \quad \text{para } k = 1,2,3 \dots n \quad (\text{D-2})$$

$$P_{k,k+1} = 1 \quad \text{para } k = 1,2,3 \dots (n - 1) \quad (\text{D-3})$$

$$P_{k,k} = -\left(1 + \frac{Z'_{nn} l_{(k-1)}}{R_{t(k-1)}}\right) \quad \text{para } k = 1,2,3 \dots (n - 1) \quad (\text{D-4})$$

$$P_{k,j} = -\frac{Z'_{nn} l_{(k-1)}}{R_{t(k-1)}} \quad \text{para } k = 2,3 \dots (n - 1), j = 1,2, \dots (k - 1) \quad (\text{D-5})$$

$$P_{k,j} = 0 \quad \text{para } k = 1,2, \dots (n - 1), j = (k + 2), (k + 3) \dots n \quad (\text{D-6})$$

$$P_{n,j} = \frac{1}{R_{tj}} \quad \text{para } j = 1,2, \dots n \quad (\text{D-7})$$

Por ejemplo, si fueran cuatro nodos ($n = 4$), la matriz $|P|$ fuera como la siguiente:

$$|P| = \begin{vmatrix} -\left(1 + \frac{Z'_{nn} l_1}{R_{t1}}\right) & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-Z'_{nn} l_2}{R_{t1}} & -\left(1 + \frac{Z'_{nn} l_2}{R_{t2}}\right) & 1 & 0 \\ \frac{-Z'_{nn} l_3}{R_{t1}} & \frac{-Z'_{nn} l_3}{R_{t2}} & -\left(1 + \frac{Z'_{nn} l_3}{R_{t3}}\right) & 1 \\ \frac{1}{R_{t1}} & \frac{1}{R_{t2}} & \frac{1}{R_{t3}} & \frac{1}{R_{t4}} \end{vmatrix} \quad (\text{D-8})$$