

Niveles de competencia matemática

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
COMISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN, MENCIÓN: EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN



**NIVELES DE DOMINIO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES
DE 5TO AÑO Y ALGUNOS FACTORES EXPLICATIVOS**

UN CASO DE ESTUDIO EN UNA UNIDAD EDUCATIVA DEL ESTADO MIRANDA

Autor: Randy José Alzate Chacón.

Tutor: Dr. Andrés Moya Romero.

Caracas, Enero 2023

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
COMISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN, MENCIÓN: EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN



**NIVELES DE DOMINIO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES
DE 5TO AÑO Y ALGUNOS FACTORES EXPLICATIVOS**

UN CASO DE ESTUDIO EN UNA UNIDAD EDUCATIVA DEL ESTADO MIRANDA

Autor: Randy José Alzate Chacón.

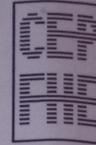
Trabajo que se presenta para
optar al grado de
Magister Scientiarum en Educación
Mención: Evaluación de la Educación

Caracas, Enero 2023

Número de depósito legal: MI2023000065



Universidad Central de Venezuela
Facultad de Humanidades y Educación
Comisión de Estudios de Postgrado
Maestría en Evaluación de la Educación



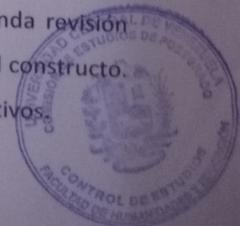
VEREDICTO

Quienes suscriben, miembros del jurado designado por el Consejo de la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad Central de Venezuela, para examinar el **Trabajo de Grado** presentado por: **Randy José Alzate Chacón**, cédula de identidad: **15.872.210**, bajo el título "**Niveles de dominio de Competencias Matemáticas en estudiantes de 5to. año y algunos factores explicativos. Un caso de estudio en una unidad educativa del estado Miranda**", a fin de cumplir con el requisito legal para optar al grado académico de **Magíster Scientiarum en Educación, mención Evaluación de la Educación**, dejan constancia de lo siguiente:

1.- Leído como fue dicho trabajo por cada uno de los miembros del jurado, se fijó el día lunes 28 de noviembre de 2022 a las 10:30 am, para que el autor lo defendiera en forma pública, lo que éste hizo **bajo la modalidad presencial**; mediante un resumen oral de su contenido, luego de lo cual respondió satisfactoriamente a las preguntas que le fueron formuladas por el jurado, todo ello conforme con lo dispuesto en el Reglamento de Estudios de Postgrado.

2.- Finalizada la defensa del trabajo, el jurado decidió **APROBARLO**, por considerar, sin hacerse solidario con las ideas expuestas por el autor, que se ajusta a lo dispuesto y exigido en el Reglamento de Estudios de Postgrado.

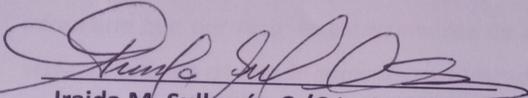
Para dar este veredicto, el jurado estimó que el trabajo examinado refleja un exhaustivo estudio del constructo "Competencia Matemática". Se evidencia una profunda revisión teórica – conceptual que proporciona nitidez a los procesos que conforman el constructo. Hay un manejo riguroso de la metodología lo que permitió el logro de los objetivos.

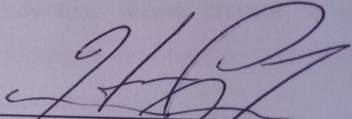


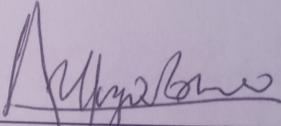
[Handwritten signatures and notes on the left margin]

3.- El jurado por unanimidad decidió otorgarle la calificación de EXCELENTE al presente trabajo por considerarlo de excepcional calidad, en tanto constituye un aporte al precisar los elementos integradores del constructo Competencia Matemática y la consecuente elaboración del referente evaluativo como patrón de comparación.

En fe de lo cual se levanta la presente ACTA, a los 28 días del mes de Noviembre del año 2022, conforme a lo dispuesto en el Reglamento de Estudios de Postgrado, actuó como Coordinador del jurado el profesor Andrés Moya Romero


Iraida M. Sulbarán C /C.I.: 6.004.694
Universidad Central de Venezuela


Hernán Antonio Paredes Ávila /C.I.:
15.314.020
Instituto Pedagógico de Miranda UPEL


Andrés Eloy Moya Romero /C.I. : 3.601.895
Instituto Pedagógico de Miranda UPEL
Coordinador -Tutor



Índice de Contenido

DEDICATORIA	xi
AGRADECIMIENTOS.....	xii
RESUMEN.....	13
INTRODUCCIÓN	14
CAPÍTULO I.....	16
1.1 Descripción de la situación a evaluar	16
1.2 El fracaso en matemáticas: Preguntas que orientan su estudio	22
1.3 Justificación.....	26
1.4 Objetivos del estudio.....	27
1.4.1 Objetivo General	27
1.4.2 Objetivos Específicos.....	27
CAPÍTULO II	29
2.1 Bases teóricas para el estudio del fracaso escolar en matemáticas	29
2.2 Aprendizaje en matemáticas: Posibles evidencias	34
2.3 Perspectivas de análisis y enfoques.....	38

2.4 Enfoque cognitivo y enfoque social del aprendizaje en matemáticas	40
2.5 Competencia matemática: Definición conceptual, real y operacional	53
2.6 Procesos matemáticos	58
2.7 Taxonomía de aprendizaje para las matemáticas	69
2.8 Procesos afectivos	80
2.9 Procesos sociocríticos	85
2.10 Contexto del estudio: La institución educativa y sus características	100
CAPÍTULO III	101
3.1 Tipo de investigación	101
3.1.1 Investigación evaluativa	102
3.1.2 Enfoque mixto	105
3.1.3 Alcance exploratorio	107
3.2 Fuentes de información. Sus características.....	108
3.3 Procedimientos e instrumentos.....	110
3.4 El camino recorrido	111
CAPÍTULO IV	129

Niveles de competencia matemática

viii

4.1 Lo encontrado en la variable dominio cognitivo de los procesos matemáticos	129
4.2 Lo encontrado en la variable disposición afectiva y crítica hacia la matemática	130
4.2.1 Lo observado en la dimensión manifestaciones afectivas hacia el aprendizaje de la matemática	131
4.2.2 Lo observado en la dimensión manifestaciones de pensamiento sociocrítico hacia la matemática	141
4.3 Lo encontrado en el constructo competencia matemática.....	150
CAPÍTULO V	154
5.1 Algunos factores explicativos del nivel de cognición matemática obtenido.....	155
5.2 Algunos factores explicativos de los niveles de disposición afectiva y crítica obtenidos.....	157
5.2.1 Respecto a las manifestaciones afectivas hacia la matemática y su aprendizaje	157
5.2.2 Respecto a las manifestaciones de pensamiento sociocrítico.....	159
5.3 Algunos factores explicativos de los niveles de competencia matemática obtenidos.....	160
5.4 Recomendaciones y propuesta de algunos lineamientos pedagógicos.....	160
5.5 Prospectiva de la competencia matemática y la investigación evaluativa en Venezuela	163
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	165
ANEXOS.....	179

Índice de Tablas

Tabla 1. Unidades de contenido de 4to y 5to año del nivel de educación media.....	115
Tabla 2. Objetivos generales para 4to y 5to año del nivel de educación media.....	116
Tabla 3. Unidades de contenido, objetivos específicos y procesos matemáticos (4to y 5to año)	117
Tabla 4. Preguntas del cuestionario organizadas por dimensión e indicador.....	124
Tabla 5. Resultados para el indicador confianza.....	131
Tabla 6. Resultados para el indicador reflexión.....	133
Tabla 7. Resultados para el indicador apreciación.....	135
Tabla 8. Niveles de disposición afectiva por estudiante.....	138
Tabla 9. Resultados para el indicador Poder simbólico.....	142
Tabla 10. Resultados del indicador Situaciones de desigualdad social y escolar.....	144
Tabla 11. Niveles de disposición crítica por estudiante.....	147
Tabla 12. Niveles de competencia matemática por estudiante.....	151

Índice de Figuras

Figura 1. Porcentajes del nivel de confianza obtenido.....	1132
Figura 2. Porcentajes del nivel de reflexión obtenido.....	134
Figura 3. Porcentajes del nivel de apreciación obtenido.....	136
Figura 4. Porcentajes del nivel de disposición afectiva obtenida.....	140
Figura 5. Porcentajes del nivel de poder simbólico obtenido	143
Figura 6. Porcentajes del nivel de criticidad obtenida	145
Figura 7. Porcentajes del nivel de disposición crítica obtenido	149

DEDICATORIA

El presente trabajo de grado se lo dedico a mi familia, a mi esposa y a mis dos hijos. Siendo este trabajo reflejo de mi interés por la educación, no dejé de pensar mientras lo escribía, en todas las vivencias y conversaciones con mi esposa y mis hijos sobre la escuela. Pienso en este trabajo como una contribución pedagógica y un acto de amor hacia ellos, para verlos felices. Así como a mi familia, se dedica a todas aquellas familias que buscan hacer lo mejor por sus hijos.

También se dedica a la Profesora Mercedes Camperos (QEPD), educadora venezolana, de la cual tuve el honor de ser su estudiante a lo largo de la maestría. Muy pocas veces he observado a alguien que con tanta dedicación y ahínco estuviese atento como ella para que uno aprendiese. Educadora con todas las letras, de mente, corazón y espíritu. Extraño mucho sus correcciones a los trabajos, destacados en rojo, amarillo, verde y azul. Como le dije a mi esposa, es la única persona a quien con los ojos cerrados entregaría a mis hijos para que los educase.

Se dedica también el presente Trabajo de Grado a la comunidad de educadores venezolanos, en especial a la comunidad de educadores matemáticos y matemáticos interesados en la educación que hacen vida en el país, con la esperanza que pueda ser revisado y mejorado. Con toda intención, a lo largo del trabajo se procuró hacer justa mención a la mayor cantidad posible de profesionales venezolanos, con el propósito de mostrar lo que desde Venezuela se ha hecho en la educación en general y en la educación matemática en particular.

Finalmente, dedico este trabajo a la escuela pública, y a quienes (docentes, administrativos, obreros, directivos, madres cocineras, supervisores, autoridades) con sus buenas prácticas promueven en ella lo mejor para los estudiantes, aún en las dificultades. En especial a todos aquellos docentes que lamentablemente fallecieron por COVID-19. La escuela tiene mucho por recorrer, posee contradicciones y tiene mucho que cambiar, pero no por ello ha muerto. Todos, docentes, comunidad educativa, familia y autoridades educativas, tenemos la oportunidad de, como dijo el Maestro Luis Beltrán Prieto Figueroa, hacer de la escuela “reflejo de la sociedad que queremos”. Espero que este trabajo pueda ser de provecho en esa dirección.

AGRADECIMIENTOS

La realización de este trabajo de grado estuvo signada (entre otros aspectos) por la Pandemia de COVID-19. Llevarla adelante durante el año escolar 2020-2021, el único año escolar oficialmente a distancia en la historia escolar venezolana, representó todo un reto. A pesar de ello, fue posible hacerlo gracias a los que se nombran a continuación:

A los estudiantes de 5to año, sección U de la UEE Almirante Luis Brión. Fue un honor acompañarlos como docente en ese transitar tan particular, como lo fue el ver clases en pandemia. Como les comentase, tendrán algo que contar a sus nietos, sobre una persona, que no era docente de ese colegio, pero que durante las semanas flexibles los atendió, explicando matemática, así como temas relacionados con historia, la geografía, astronomía, formación cívica y tantas más.

Al personal de la institución: Profesor Alirio Flores por su colaboración, amistad y disposición. A las profesoras Felipa Echezuría (directora), Judith González (subdirectora administrativa) y María José Gómez (subdirectora académica, lamentablemente fallecida) por brindar todas las facilidades para realizar las actividades de investigación. Así como también a las supervisoras Neyda Baptista, María Hidalgo, Iris Serrano, Jenny Rodríguez y a la Prof. Josefina Pico por el apoyo y amistad incondicional.

A las profesoras de la maestría: Iraida Sulbarán, Yuly Velazcos, Luz de Mayo Nieves y Yolanda Ramírez, ejemplos cada una de ellas de calidad profesional y calidez personal a toda prueba.

A mi tutor el Prof. Andrés Moya y a la Prof. Rosa Becerra, los mejores formadores permanentes que conozco y quienes por “aproximaciones sucesivas” me han formado en el mundo de la educación y la educación matemática, brindándome su amistad sincera y comprometida.

A mis compañeros de camino: Reny, Rosaelena, Karen, Deumaris, Isley, Leopoldo y Fausto. Gracias por tantas experiencias y saberes en común compartidos.

A Rosa Vielma, Aldo Monasterio y Víctor Laucho, familia “bancaria” que me ha apoyado.

Universidad Central de Venezuela
Facultad de Humanidades y Educación
Comisión de Estudios de Postgrado
Área de Educación
Maestría en Educación, Mención: Evaluación de la Educación

**Niveles de dominio de competencias matemáticas en estudiantes de 5to año de educación
media general y algunos factores explicativos**

RESUMEN

La presente investigación evaluativa aborda los niveles de competencia matemática exhibidos por un grupo de estudiantes de 5to año de educación media general en una unidad educativa del estado Miranda durante el año escolar 2020-2021. Esto se llevó adelante con el propósito de definir conceptual y operacionalmente lo que es la competencia matemática, así como formas posibles de verificarla en procesos de aprendizaje cumplidos por los referidos estudiantes, a fin de validarla y aplicarla como referente evaluativo al verificar los niveles de dominio de esa competencia matemática logrados por ellos, de modo de poder ofrecer lineamientos pedagógicos, tanto para promover su aprendizaje como su evaluación.

Para el logro de este objetivo se derivó y validó el referente deseable que permitiera valorar el nivel de competencia matemática, definida como la puesta en práctica, en ambientes escolares, de actuaciones integrales del estudiante en su actividad matemática de aprendizaje en la cual se involucran 1) habilidades matemáticas que permitan la manipulación de vocabulario, conceptos, algoritmos y heurística de contenidos y procesos matemáticos; 2) el establecimiento de un sistema de creencias que permita conocer la actitud, disposición, confianza y apreciación hacia las matemáticas y 3) se manifiesten procesos de reflexión acerca del rol sociopolítico de las matemáticas, su contribución a la superación de desigualdades sociales y escolares, así como a la conformación de la ciudadanía. Estas habilidades, sistema de creencias y procesos de reflexión son coadyuvantes a la interiorización del aprendizaje matemático dentro de esquemas cognoscitivos que les sirven de soporte o base, que interactúan entre sí y con dichos esquemas. Así, la competencia matemática para este trabajo involucra manifestaciones de procesos matemáticos, afectivos y sociocríticos.

El referente deseable para valorar el nivel de competencia matemática fue elaborado a partir de un soporte teórico que involucró la revisión de investigaciones sobre aprendizaje en matemática desde los enfoques cognitivo, afectivo y social; la revisión de documentos oficiales sobre matemática en educación media venezolana para verificar los aprendizajes esperados para 4to y 5to año, así como la revisión de investigaciones sobre competencia matemática. Se elaboraron una prueba y un cuestionario aplicados a treinta y cuatro (34) estudiantes, para luego comparar el estándar con los resultados obtenidos, identificándose ausencia de competencia matemática en la totalidad de los estudiantes. A raíz de ello se ofrecieron recomendaciones pedagógicas para superar carencias detectadas de dominio cognitivo, debilidades en la disposición afectiva y deficiencias en la disposición crítica.

Descriptor: Competencia matemática, Procesos matemáticos, Procesos afectivos, Procesos sociocríticos, Aprendizaje en matemática.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo mostrará el desarrollo de una investigación evaluativa, la cual deriva un referente para valorar los niveles de dominio de competencias matemáticas obtenidos por un grupo de estudiantes de 5to año del nivel de educación media general durante el año escolar 2020-2021 en una institución educativa mirandina. Para ello fue de importancia realizar una investigación exhaustiva acerca de la competencia matemática como constructo seleccionado para reunir aquellos aspectos involucrados en el aprendizaje de la matemática, identificándose tres (3) procesos: matemáticos, afectivos y sociocríticos.

Los procesos matemáticos se definieron a partir de la identificación de procesos de pensamiento específicos a la matemática, junto con habilidades generales y procedimientos matemáticos propios al entorno del hacer matemático. La consulta de investigaciones vinculados con una perspectiva cognitivo-matemática fue fundamental. En el caso de los procesos afectivos vinculados a la matemática, se analizaron investigaciones que motorizan los aprendizajes de la matemática desde la volición. Mientras que los procesos sociocríticos requirieron el abordaje de enfoques sociales y críticos del aprendizaje de la matemática. Todo lo anterior se presentará en detalle en el marco teórico. Este trabajo está estructurado en los siguientes capítulos:

El capítulo I, describe la **Situación a Evaluar**, el problema objeto de estudio, la justificación de esta investigación evaluativa y sus objetivos. En el problema es identificado el **fracaso generalizado en el aprendizaje de la matemática** como el eje central de las reflexiones y propuestas para su abordaje y superación.

El capítulo II, corresponde al **Marco Teórico**, el cual descansó sobre tres bases fundamentales: 1) Investigaciones sobre aprendizaje en matemática, desde enfoques cognitivos, afectivos y sociales; 2) Documentación oficial sobre los aprendizajes esperados para 4to y 5to año según los programas vigentes, así como el enfoque que sustenta el aprendizaje de la matemática de acuerdo al diseño curricular vigente y; 3) Investigaciones sobre el desarrollo de competencias matemáticas, en particular en el ámbito latinoamericano.

El **capítulo III** muestra el **Marco metodológico** que sustenta el presente trabajo precisándose que es una investigación evaluativa, de tipo mixto y alcance exploratorio. Se justifica el porqué de esta caracterización, las fuentes de información y los instrumentos que recopilaban la misma (prueba y cuestionario). A su vez se detalla el camino recorrido para cumplir con cada uno de los objetivos específicos definidos, la elaboración del referente, de los instrumentos y la validación de ambos, así como la explicación del procedimiento para su aplicación.

El **capítulo IV** presenta los **resultados** obtenidos tras la aplicación de los estándares a los resultados, detallando cada uno de los resultados por indicador, dimensión y variable para cada uno de los estudiantes sujetos de la aplicación de los instrumentos. Estos resultados son agrupados y analizados observando posibles aspectos comunes y correlación entre ellos.

Finalmente, el **capítulo V** muestra las **conclusiones y recomendaciones**, precisando los factores explicativos por cada uno de los indicadores y dimensiones que conforman al constructo competencia matemática, lo que permitió con mayor propiedad ofrecer recomendaciones y lineamientos pedagógicos para cada uno de los resultados obtenidos.

Capítulo I

El problema

1.1. Descripción de la situación a evaluar

Aprender se corresponde con una de las actividades fundamentales del ser humano en general y de manera particular constituye el fin último de la educación formal. En efecto, los distintos agentes intervinientes en la organización y ejecución de la enseñanza en las instituciones escolares poseen como norte fundamental lograr que los estudiantes alcancen los niveles de dominio deseados para los aprendizajes establecidos como necesarios. Las políticas educativas de los Estados, lo declarado en los diseños curriculares y las aspiraciones de madres, padres y representantes así lo confirman. En especial, expresa el ideal de los docentes cuando refieren como fin de su ejercicio profesional que "el estudiante aprenda". Se entiende entonces que todo el proceso instruccional deberá subordinarse al logro de esta finalidad. Para ello, tal y como refiere Sánchez (1997) "Los docentes organizan experiencias cognoscitivas, procedimentales, afectivas y sociales, que fomentan el despliegue de las potencialidades y capacidades de los individuos, lo que producirá cambios significativos en sí mismos y en su entorno." (p.14) Por ende, sin producirse el aprendizaje y obtenerse evidencias del mismo parecería fatuo todo esfuerzo didáctico.

En concordancia con esto, a los estudiantes se les presentan un conjunto de saberes organizados para que los aprendan. Dichos saberes, de acuerdo a particulares concepciones sobre la educación, representan los logros de la sociedad a la que pertenecen y, al ser significativos, se considera necesario que sean conocidos y aprehendidos por las generaciones más jóvenes. Representan la cultura a heredar por ellos. La selección y organización de estos son los que algunos autores llaman currículum o diseño curricular (Díaz Barriga 2003; Posner 1998; Villarroel 1994, Rodríguez 1988) quedando plasmados en los planes de estudio correspondientes, siendo agrupados en materias, asignaturas, disciplinas o, más recientemente en el caso

venezolano, para educación media, en áreas de formación¹. Los diversos nombres son consecuencia de la fundamentación filosófica, sociológica, psicológica y pedagógica que orientase su diseño.

Así, se tiene en Venezuela, actualmente para educación media general, de acuerdo al currículum vigente (MPPE, 2016), a los saberes organizados en catorce (14) áreas de formación, entre ellas: Geografía, Historia y Ciudadanía, Matemáticas, Castellano, Inglés y otras lenguas extranjeras, etc. Por lo tanto, aprender en la escuela se encuentra especificado, el estudiante debe *aprender castellano, aprender matemáticas, aprender inglés*, etc. Visto de esta manera, los docentes, en consecuencia, son formados para aprehender el área de saber específico y para promover su aprendizaje entre los estudiantes, facilitándoles su dominio, ofreciéndoles para ello las estrategias didácticas acordes al aprendizaje que se espera que obtengan. En el caso específico de las matemáticas, área del saber objeto de estudio en la presente investigación, se tendría a un docente que conoce sobre las matemáticas y fomenta su aprendizaje entre los estudiantes con las estrategias que, de acuerdo a su experticia e investigaciones y aportes sobre didáctica en el área, sean deseables según el nivel y la complejidad de los mismos.

La descripción de la situación anterior apuntaría a considerar que el logro del aprendizaje de las matemáticas por parte de los escolares se consigue a partir de una sólida formación de sus docentes, tanto en matemática como en su didáctica. Al respecto es oportuno indicar que una condición necesaria para contribuir al logro de los niveles de dominio deseados en el aprendizaje de las matemáticas es la presencia de docentes calificados, con un conocimiento adecuado, tanto

¹Se hace referencia a las áreas de formación que se encuentran en el diseño curricular vigente para educación media general, cuyo plan de estudios fuera promulgado en Gaceta Oficial Nro. 432.372 del 02 de diciembre de 2016, se iniciara un proceso de adecuación del mismo con la Instrucción Nro. 1 del 26 de enero de 2017 y finalmente se oficializara con la resolución 0033 del 23 de agosto de 2017 publicado en Gaceta Oficial Nro. 41.221 del 24 de agosto de 2017. Este plan de estudios es el vigente. Aun cuando el plan de estudios fuera actualizado, no sucedió lo mismo con los programas. Los programas de matemáticas para 4to y 5to año vigentes son los denominados programas de articulación, publicados en la resolución 898, Gaceta Oficial Nro.34.547 del 06 de septiembre de 1990. En el período 1991-1995 se desarrollaron programas de ensayo, pero el Ministerio de Educación de la época decidió en 1995 no implantarlos. Por la vía de los hechos, los programas de articulación y los de ensayo parecen ser los utilizados por la mayoría de los docentes en su práctica de aula.

del saber específico (matemáticas en este caso) como de las estrategias didácticas que faciliten su aprendizaje en los escolares. Pero, aunque es una condición necesaria, la revisión bibliográfica parece mostrar que no es condición suficiente, ya que los mismos refieren el **fracaso en el logro del aprendizaje esperado** con estudiantes que se encuentran en ambientes de reconocida calidad docente.

Así, se tiene como problema central y foco de esta investigación, **el fracaso en el logro de niveles de dominio aceptables y deseables en el aprendizaje de las matemáticas**. La no obtención de niveles aceptables de aprendizaje también es patente en otras áreas del saber, pero ha sido y es un problema relevante en educación matemática, ya que se presenta con mayor generalidad. La situación aquí descrita se aleja del ideal de aprendizaje que se aspira, lo que requirió de su evaluación, con intención de detectar posibles causas y atenderlas. Esto se corresponde con la realización de una investigación con propósitos evaluativos, y, en consecuencia, se ejecutó una comparación entre lo deseable y la realidad. Esta comparación se hizo a través de la derivación de un referente, para hacer explícita la situación ideal de aprendizaje de las matemáticas y comparar la misma con el desempeño real de un grupo de escolares de 5to año de Educación Media General (EMG) del año escolar 2020-2021, seleccionados para tal fin. Los resultados obtenidos conllevaron a presentar recomendaciones para que los decisores educativos tomaran decisiones orientadas a la consolidación de logros y la superación de fallas y carencias detectadas en los estudiantes. Este propósito de mejora de lo evaluado fue esencial durante toda la investigación y denota la función social de la evaluación.

Usualmente, el estudio de las posibles causas del fracaso en el aprendizaje de las matemáticas ha conllevado a centrar la mirada en alguno de estos tres (3) aspectos: estudiante, docente o contexto. La descripción hecha en párrafos anteriores describe la dificultad en el logro del aprendizaje incluso con buenos docentes. Esto podría llevar a la conclusión apresurada que la razón del fracaso se encuentra en el estudiante o en su contexto exclusivamente. Ante esta situación podría preguntarse el porqué del fracaso en estudiantes con aceptables condiciones socioeconómicas y en contextos favorables para la promoción de su aprendizaje. El contexto que rodea al educando es de importancia y se reconoce su influencia para la obtención o no del

aprendizaje en matemáticas (y del aprendizaje en general), pero se quiere ser prudente, pues no se desea justificar el fracaso escolar en aspectos sociales de manera exclusiva. En este trabajo se asume que **las causas del fracaso en la obtención de niveles de dominio aceptables del aprendizaje en matemáticas son multifactoriales.**

En la búsqueda de posibles explicaciones a tan generalizado fracaso, y ante el panorama descrito anteriormente, se gestó la necesidad de centrarse en el estudio y análisis de lo que sucede cuando el estudiante participa en actividades de aprendizaje sobre las matemáticas, en el entendido y estableciéndose como hipótesis de trabajo, que la naturaleza y características propias de las matemáticas podrían dificultar el alcanzar niveles de dominio de aprendizaje establecidos como deseables. Así, se utilizó en el presente trabajo la expresión **actuación integral del estudiante durante la actividad matemática de aprendizaje**, siguiendo a Solar (2009) y a Quiroga y otros (2013), para referirse específicamente al estudiante que pone en práctica en el aula un conjunto de habilidades cognoscitivas matemáticas, junto con manifestaciones afectivas y sociocríticas acerca de las matemáticas. Esta definición se acerca a lo que se entiende en este trabajo como una actuación del estudiante **integral** y se corresponde con algunos elementos abordados por las discusiones teóricas al respecto, lo que permitió considerar las aristas posibles de cómo el estudiante aprende matemáticas.

La **actividad matemática de aprendizaje** en este trabajo se refiere a la evidencia del progreso del estudiante. Quiroga y otros (2013) afirma que el progreso se produce cuando “es evidente que el estudiante piensa, razona, representa, modeliza, comunica, etc. (...), cuando moviliza sus capacidades, demuestra voluntad, persistencia, comprensión y una aceptación cultural para hacer uso social de sus competencias matemáticas de forma ética y responsable.” (p.31). Esta manera de presentar al aprendizaje en matemáticas se corresponde con lo que la teoría refiere como **Competencia Matemática**, constructo utilizado en el presente trabajo y foco de la investigación, cuya derivación en componentes, dimensiones e indicadores permitió definirla conceptual y operacionalmente, lo que ayudó a concretarla y promoverla, a través del diseño y aplicación de procedimientos e instrumentos para recabar información acerca de las

manifestaciones del constructo en los estudiantes, y así verificar el nivel de dominio que poseían ante planteamientos, problemas, ejercicios y situaciones del área de matemáticas.

Es oportuno indicar que los diseños curriculares oficiales (tanto el vigente como los anteriores) para educación media en matemáticas, no están elaborados en base a lo que la teoría denomina competencias. Los diseños curriculares anteriores rendían tributo al modelo por objetivos, modelo en el cual las finalidades educativas se desagregan en niveles hasta ser expresados en objetivos instruccionales, de acuerdo al grado o año y materia. Los programas vigentes de matemáticas responden a este modelo. En consecuencia, están plasmados los objetivos de aprendizaje (generales y específicos), lo cual fue de interés para el presente trabajo, pues la derivación del referente y la verificación de los niveles de dominio obtenidos por los estudiantes pasó por precisar cuáles son los aprendizajes que se espera obtengan los escolares en un nivel determinado y también pasó por determinar si los aprendizajes establecidos oficialmente responden a las manifestaciones de aprendizaje que la teoría y expertos consideran idóneos.

Aunado a lo anterior, el diseño curricular vigente (MPPE, 2016) responde a un modelo de procesos (Stenhouse, 1981, 1984, 1987), el cual promueve la organización de la enseñanza escolar atendiendo cuatro (4) procesos: entrenamiento, instrucción, iniciación e inducción. A juicio de Stenhouse, el modelo por objetivos permite abordar los dos (2) primeros procesos (entrenamiento e instrucción) pero los considera insuficientes para la iniciación y la inducción, procesos que involucran socialización, convivencia y el desarrollo de capacidades intelectuales superiores. Camperos (1992) al respecto indica que el modelo de procesos “consiste en propiciar aprendizajes de áreas y disciplinas significativas, pero seleccionadas a partir de determinados criterios y principios” (p.235) Estos criterios y principios, para el caso del diseño de media vigente, se expresan en los referentes teórico-prácticos y temas generadores propuestos en el mismo y a la que las áreas de formación (incluida matemáticas) deben apuntar.

Así, para la derivación del referente evaluativo, esencial para el estudio, análisis y valoración del constructo competencia matemática de la presente investigación, se hizo una revisión crítica, tanto de los aprendizajes establecidos como necesarios en los programas vigentes

de matemáticas, como del enfoque y modelos que sustentan a los diseños curriculares involucrados. Junto con ello, también se hizo una revisión exhaustiva de lo que la teoría sobre competencia matemática refiere acerca del aprendizaje en matemática. Todo lo anterior produjo un referente validado por expertos, el cual permitió corroborar que la competencia matemática derivada contemplase los aprendizajes esperados para los estudiantes en 5to año del nivel de educación media general y que se verificaran las manifestaciones de competencia matemática definidas y soportadas por la teoría.

En este sentido, la definición conceptual y operacional de la competencia matemática en esta investigación se hizo explícita, verificable y aprehensible a través de tres (3) categorías o procesos fundamentales, los cuales configuran ámbitos de acción dentro del cual se presentan las manifestaciones de aprendizaje de las matemáticas. Estos son: **procesos matemáticos, procesos afectivos y procesos sociocríticos**; categorías cuyas manifestaciones fueron enmarcadas en dos (2) variables, a saber: **Dominio cognitivo de los procesos matemáticos y Disposición afectiva y crítica hacia la matemática y su aprendizaje**. A nuestro juicio e investigaciones teóricas sobre el particular, la competencia matemática involucra aspectos que abordan operaciones y esquemas mentales generales, habilidades cognitivas específicas a la naturaleza del trabajo matemático, actitudes, creencias, disposición e interés por las matemáticas y reflexiones sociocríticas que apunten a hacer explícitas situaciones de desigualdad en el aula de matemáticas y permitan percibir la influencia que las matemáticas tienen, derivado de su “poder simbólico”, en las estructuras de poder en el aula y la sociedad.

La situación descrita hasta ahora evidencia como **problema el fracaso en el logro de niveles de dominio aceptables en el aprendizaje de la matemática**, especificándose en la descripción la necesidad de conocer lo mejor posible y hacer explícito los procesos cognitivos, afectivos y sociocríticos que intervienen cuando el estudiante participa en actividades, situaciones, ejercicios y problemas de matemáticas; esto es, precisar primero qué se pueden considerar como manifestaciones verificables de aprendizaje de las matemáticas, lo que conllevó a derivar un constructo que reuniese tales manifestaciones (competencia matemática) y así establecer lo que es deseable y requerido aprehender, para luego verificar qué tanto la situación

descrita se alejó de lo deseable. Lo anterior se corresponde al estudio de la situación con propósitos evaluativos, es decir, una investigación evaluativa.

Por consiguiente, el problema central del presente estudio fue poder verificar con certeza, si las manifestaciones de la competencia matemática se hicieron presentes realmente en el aprendizaje de dicha área del plan del estudio por parte de los estudiantes del 5to año de Educación Media General, a quienes aquí se involucraron para estudiarlos en torno al dominio de la referida competencia matemática. Visto de esta manera, la presente investigación evaluativa constituye un aporte que aspira ofrecer elementos orientadores para estudios posteriores más definidos sobre el aprendizaje en matemáticas, aspecto poco explorado en la educación media venezolana, desde la perspectiva que aquí se ofrece.

El estudio de la competencia matemática es relevante y se justifica, pues parece darse por sentado que los contenidos matemáticos son aprehensibles por el estudiante sin la dificultad que pudiese acarrear las características particulares de las matemáticas. El hecho de trabajarse con *estructuras abstractas* y que su discurso en el aula es altamente *formalizado*, con proposiciones o enunciados dados *a priori* (esto es, de verificación independiente de la experiencia, lo que supone o implica presentarlo como separado de la realidad) han sido considerados por algunos autores (Dienes, 1971; Beyer 2013; Álvarez y Casado, 1989) como posibles coadyuvantes de la dificultad del aprendizaje matemático en los estudiantes. Lo anterior acrecienta y confirma el foco de atención que fue definido, esto es, hacer explícito los procesos intervinientes en el aprendizaje de las matemáticas, reunidos aquí en el constructo competencia matemática, derivado para establecer lo deseable para aprender y comparado con la realidad de un grupo de escolares de 5to año de educación media general durante el año escolar 2020-2021 en una institución educativa del estado Miranda.

1.2. El fracaso en matemáticas: Preguntas que orientan su estudio

El fracaso en el logro de niveles de dominio aceptables en el aprendizaje de las matemáticas es origen de varias discusiones teóricas en educación matemática. Intentar responder

a la pregunta: **¿Por qué el estudiante fracasa en matemáticas?** es central en el medio escolar venezolano. La mayoría de los estudiantes parecen indicar como causa de su fracaso a los docentes de matemáticas, quienes, ya sea por su poca formación en el área o por su incapacidad para ofrecerles estrategias didácticas pertinentes, no logran que ellos aprendan². Además, las concepciones y creencias que tienen respecto a las matemáticas refuerzan la asociación que hacen de ella con su fracaso, no solo escolar sino social³.

Ante este panorama y considerando que se centra la atención en el constructo competencia matemática, surgieron las siguientes preguntas de investigación: **¿Qué significa aprender matemáticas? ¿Cuáles significados se le pueden atribuir a la competencia matemática? ¿Cuáles son los elementos constituyentes de la competencia matemática? ¿Cómo se pueden mostrar evidencias de la competencia matemática? ¿Cómo se puede valorar la competencia matemática para hacerla aprehensible?** Estas preguntas siguieron un hilo conductor, pues habiéndose presentado un panorama de las posibles causas del fracaso en matemáticas (el estudiante, el docente, el contexto) se interrogó sobre lo que sucede durante la actuación integral del estudiante en su actividad matemática de aprendizaje, para luego definir al constructo correspondiente y abordarlo con un conjunto de preguntas, cuyas respuestas permitieron evidenciar las manifestaciones intervinientes en el aprendizaje de las matemáticas, lo que facilitó su promoción en los educandos y posterior evaluación. En consecuencia, el referente derivado fue de vital importancia, ya que, de no haberse hecho, no hubiese sido posible definir lo que significa la competencia matemática, y, por ende, no se hubiese podido valorar los aprendizajes alcanzados por los estudiantes en esta área, ni establecer sus niveles de dominio.

La situación descrita hasta ahora sobre el aprendizaje de las matemáticas muestra como problema central, tal y como se ha indicado en párrafos anteriores, al fracaso en el logro de niveles de dominio aceptables de aprendizaje en matemáticas. Ahora bien, este problema se

2 Las siguientes expresiones retratan bien lo que se desea plantear: “No sabe de matemáticas” o “El profesor sabe de matemáticas, pero no logra hacerse explicar” son usuales en el medio escolar venezolano de educación media y en los primeros semestres universitarios.

3 Al respecto pueden consultarse: Gómez-Chacón (2000), Gómez-Chacón y Figueiral (2007) entre otros.

encuentra vinculado a otro conjunto de problemas relevantes para la investigación. Uno de ellos, **de orden metodológico**, se refiere a los instrumentos que con regularidad son utilizados en el aula para obtener información sobre las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas. Se aprecia como **problema** que, en la práctica de aula, los instrumentos utilizados (usualmente pruebas objetivas) recopilan información sobre las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas que, a la luz de los aportes teóricos, se considera insuficiente, en especial desde la perspectiva de competencias matemáticas. Esto se debe a que los instrumentos son elaborados para verificar la apropiación de contenidos, pero no parecen involucrar procesos cognitivos, afectivos y sociocríticos que pudiesen estar presentes, manifestarse en el estudiante, pero no ser verificables ni aprehendidos por los instrumentos utilizados.

Así, la descripción de la situación objeto de estudio evidencia dos (2) problemas: el fracaso en el logro de niveles de dominio aceptables y deseables en el aprendizaje de la matemática por un lado y la insuficiente e incompleta evidencia de manifestaciones de aprendizaje de matemática por el otro, producto de los instrumentos utilizados. Esto trae como consecuencia una situación paradójica, en la que hay estudiantes con distintos niveles de dominio en habilidades cognitivas, afectivas y sociocríticas sobre las matemáticas, pero sin poder evidenciarse y mostrarse de manera explícita; y a pesar de ello, los estudiantes no alcanzan los niveles básicos de dominio en aquellas manifestaciones (limitadas, incompletas) que los instrumentos permitan mostrar.

La certificación de los aprendizajes obtenidos en estas circunstancias es cuestionable, siendo la presente investigación evaluativa de necesaria realización, ya que con ello se intentaron subsanar las deficiencias observadas, a través de la derivación y aplicación de un referente evaluativo en la que, por un lado, se explicitaron las manifestaciones de aprendizaje requeridas (a través del constructo competencia matemática) y por el otro, se definieron las técnicas e instrumentos más idóneos para obtener información que evidencie el desarrollo y niveles de dominio exhibido por los estudiantes. Se considera que esto permite dejar el soporte necesario para promover su aprendizaje escolarizado.

Aunado a los dos (2) problemas anteriores se evidencia también un **tercer problema**, el cual hace referencia a la poca o nula investigación teórica y práctica sobre competencias matemáticas en educación media para el caso venezolano, así como la ausencia de trabajos sobre evaluación en matemáticas en el que se encuentren modelos evaluativos⁴. La producción investigativa dentro de la educación matemática venezolana no parece mostrar entre sus aristas la presencia privilegiada de investigaciones en las que el estudio, análisis y producción del proceso de apropiación, asimilación y aprehensión del aprendizaje matemático, esto es, una teoría del aprendizaje matemático, sea central. La realización de la presente investigación ofrece aportes, desde el enfoque de la investigación evaluativa y a nivel exploratorio, en esa dirección.

En el ámbito de la evaluación en matemáticas, se evidenció que, en la mayoría de las investigaciones existentes, las soluciones ofrecidas para superar el fracaso en matemáticas consisten en la propuesta de procedimientos e instrumentos alternativos de evaluación, sin un referente evaluativo que orientase su diseño. Esto, desde nuestra perspectiva, limita el alcance del trabajo teórico-práctico realizado sobre evaluación en matemáticas, ya que el abordaje de las dificultades de aprendizaje en matemáticas no se soluciona solamente con la utilización de instrumentos alternativos de evaluación. Los instrumentos (tradicionales y alternativos) no son buenos o malos, sino útiles o no, en la medida en que respondan a un referente previamente diseñado, el cual orienta la selección de los procedimientos e instrumentos más idóneos a utilizar, según las características de la información a recopilar y las fuentes que las posea.

Por el lado de las investigaciones teóricas sobre competencias matemáticas, se observa que se está fortaleciendo como una tendencia en educación matemática (Solar, 2009) pero no se encontraron investigaciones en el marco de la educación media venezolana. Mas aún, no se identificaron, de acuerdo a la revisión bibliográfica realizada, procesos de evaluación que permitiesen atender las carencias de aprendizaje en matemáticas desde esta perspectiva. El fracaso en matemáticas es abordado, ya sea desde la perspectiva cognitiva o desde la perspectiva afectiva, o en otras investigaciones desde la perspectiva sociocrítica, pero siempre de manera

⁴ Los únicos trabajos venezolanos que se han encontrado son, en educación media, el trabajo de Navarro (1998) y en educación universitaria el trabajo de Moya (2008).

separada. La presente investigación se propuso incorporar a las tres (3) perspectivas en un constructo fundamental.

Así, la situación describe tres (3) problemas: 1) El fracaso en el logro de niveles de dominio aceptables en los aprendizajes en matemática establecidos como necesarios, 2) el uso de instrumentos de recopilación de información insuficientes para presentar evidencia sobre las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas y 3) la poca o nula investigación teórica sobre competencias matemáticas en la educación media venezolana, así como en evaluación en matemáticas. Este panorama conllevó a realizar una investigación con propósitos evaluativos, pues la situación descrita indica un elemento común a los tres problemas, como lo es la necesidad de establecer con claridad qué elementos representan manifestaciones o evidencias de aprendizaje en matemáticas; y esto solo se logra a través de la derivación de un referente que muestre la situación ideal deseable.

Lo anterior permitió en consecuencia determinar los procedimientos e instrumentos idóneos para recopilar las manifestaciones de aprendizaje previamente establecidas en el constructo competencia matemática con sus variables e indicadores correspondientes (contribuyendo a la atenuación o solución del segundo problema), permitiendo la verificación de niveles de dominio alcanzado por los estudiantes, lo que facilitó el detectar fallas, abordarlas y superarlas, aspecto que contribuye a la atenuación del fracaso en el logro de los niveles de dominio de aprendizaje establecidos como necesarios (problema 1) y brindando aspectos teóricos para el estudio de las competencias matemáticas en educación media general en Venezuela y en la evaluación en matemáticas (problema 3). Estos beneficios redundan en la mejora de lo evaluado y ratifican la necesidad del abordaje evaluativo.

1.3 Justificación

El presente trabajo se justifica tomando en consideración tres (3) aspectos fundamentales. El primero de ellos tiene que ver con el hecho de que la situación a evaluar identificó la necesidad de precisar los aprendizajes obtenidos por los estudiantes en matemática y valorar su

desempeño con un patrón de comparación o referente como guía. Esta comparación se justifica pues solo así se podrán identificar las carencias, debilidades y deficiencias para abordarlas y superarlas, así como consolidar las fortalezas detectadas, lo que contribuirá a superar el fracaso generalizado en matemática al que se ha hecho referencia.

Por otro lado, la investigación se justifica en cuanto a que en educación media hay ausencia (de acuerdo a la revisión bibliográfica realizada) de investigaciones en el ámbito venezolano que aborden el aprendizaje de la matemática como objeto de estudio desde la perspectiva que aquí se ofrece. Finalmente, el trabajo se justifica pues constituye un aporte para la comprensión de los procesos involucrados en el aprendizaje de la matemática, a partir de una visión holística que favorece la promoción de procesos matemáticos, afectivos y sociocríticos. Esto representa un aporte de relevancia, favoreciendo perspectivas de análisis conjunta y amplia respecto al aprendizaje de la matemática.

1.4 Objetivos del Estudio

1.4.1 Objetivo General

Definir conceptual y operacionalmente lo que es la competencia matemática, así como formas posibles de verificarla en procesos de aprendizaje cumplidos por estudiantes de 5to Año de Educación Media General, a fin de validarla y aplicarla como referente evaluativo al verificar los niveles de dominio de esa competencia matemática logrados por estudiantes que están culminando el referido nivel escolar, de modo de poder ofrecer lineamientos pedagógicos, tanto para promover su aprendizaje como su evaluación.

1.4.2. Objetivos Específicos

1. Derivar y concretar conceptual y operacionalmente, lo que es la competencia matemática deseable y requerida en estudiantes de 5to Año de Educación Media General y los posibles niveles en que puede ser valorada, a fin de que sirva de referente o patrón en su evaluación.

2. Validar el referente derivado y definido conceptual y operacionalmente para valorar los niveles de dominio de las competencias matemáticas deseables en estudiantes de 5to Año de Educación Media General, a fin de diseñar los instrumentos de evaluación que permitan, una vez validados, verificar los niveles de dominio alcanzados por los estudiantes.
3. Determinar el nivel de dominio de la competencia matemática que poseen los estudiantes de 5to Año de Educación Media General del año escolar 2020-2021 de una unidad educativa del estado Miranda, así como verificar la validez del referente definido para aprehender el nivel de dominio de la competencia matemática.
4. Caracterizar algunos factores explicativos de los niveles de dominio de las competencias matemáticas obtenidos.
5. Proponer algunos lineamientos pedagógicos que orienten, tanto la consolidación de logros como la superación de carencias, debilidades y deficiencias de los niveles de dominio de las competencias matemáticas verificados y valorados.

Capítulo II

Marco Teórico

2.1 Bases teóricas para el estudio del fracaso escolar en matemáticas

Sobre el fracaso escolar en matemáticas se han pronunciado matemáticos, educadores, educadores matemáticos, psicólogos, antropólogos, etc., algunas veces lo han hecho de manera individual y otras en conjunto, indicando causas y posibles soluciones al problema. Cada una de ellas atiende a posiciones filosóficas diferentes en la mayoría de los casos. Una de tales iniciativas es la que surgió en 1962, con la creación del Grupo Internacional de Estudio para el Aprendizaje de la Matemática –ISGML por sus siglas en inglés-, fundado por el matemático y psicólogo Zoltan Dienes⁵. Dicho grupo buscaba “alentar el aprendizaje de la matemática, promoviendo la investigación de los procesos por medio de los cuales se logra y facilitando el intercambio y la difusión de la técnica y los materiales de enseñanza.” (Dienes, 1975, p.12). Para ello, el grupo consideró pertinente reunir a especialistas de renombre en los campos de la matemática, la psicología y la educación, “de modo que hubiera un equilibrio entre estas disciplinas” (p.16). Diversas reuniones se realizaron y se elaboró un informe final que mostró las conclusiones de las investigaciones.

Lo relevante es llamar la atención sobre las tres (3) disciplinas convocadas para la investigación: **matemáticas, educación y psicología**. Cada una de ellas atiende un aspecto esencial del estudio del aprendizaje de un área de saber específico en el ámbito escolar. Se puede apreciar las similitudes de esto con lo referido por Sánchez (1997) cuando afirma que:

⁵ Un antecedente importante es la creación del CIEAEM, creado en 1950 por Gustave Choquet (matemático francés), Jean Piaget y Caleb Gattegno (educador matemático) quienes son considerados pioneros de una concepción interdisciplinaria.

El aprendizaje de determinada área del saber, en contextos académicos, se apoya en tres bases: el campo disciplinario, la didáctica, que pretende proporcionar orientaciones, de cómo se debe enseñar para que se logre el aprendizaje, y la psicología, que proporciona, entre otros, los conocimientos específicos del aprendiz. Y esta información la proporcionan particularmente las teorías psicológicas del aprendizaje. (p.16)

En efecto, en el ámbito de la presente investigación, se tendría que las matemáticas es el campo disciplinar, la didáctica de las matemáticas es la que proporciona estrategias para promover el aprendizaje y la psicología (en particular, la psicología de las matemáticas) brinda información sobre cómo los estudiantes se apropian de los aprendizajes matemáticos. Es conocido que, a pesar del "equilibrio" que el grupo mencionado intentó darles a las investigaciones sobre el aprendizaje de la matemática, la balanza se ha inclinado hacia investigaciones de corte psicológico o matemático mayoritariamente, para solo en recientes años incorporar perspectivas desde la propia educación matemática o más equilibradas entre las áreas.

Esto ha sucedido a nivel internacional y parece confirmarse para el caso venezolano, según revisión del estado del arte de las investigaciones en educación matemática en el país. Lo anterior conllevó a preguntar hasta qué punto el equilibrio aspirado es posible realmente. Quizás se deba a que cada área de investigación posee su visión particular acerca de cómo se produce el aprendizaje en matemáticas y lo considere prioritario. Ahora bien, en función de los objetivos establecidos para este trabajo fue de importancia responder: ¿Cómo las tres áreas contribuyen al aprendizaje? ¿Lo hacen en igual medida? ¿O siguen un orden en particular?

Siguiendo a Sánchez (1997), se tiene que el aprendizaje en cualquier área del saber debe apoyarse en la tríada antes referida. ¿El hecho de que la disciplina específica sea matemática dificulta en sí misma la obtención de niveles de dominio de aprendizaje deseables y el aporte de las otras dos áreas? Emergió esta pregunta por la particularidad ya referida acerca del fracaso generalizado en el logro de niveles de dominio aceptables en el aprendizaje de las matemáticas. Al parecer, los procesos involucrados en el aprendizaje matemático presentan mayor complejidad, pudiendo estar influenciados por la naturaleza de las matemáticas y ciertos procesos

cognitivos particulares derivados de ello⁶. Esto hizo que la revisión teórica sobre el aprendizaje en matemáticas abordara lo que específicamente desde la psicología (en general) y la psicología de las matemáticas se ha considerado. Esta perspectiva se ha denominado **enfoque cognitivo** y fue considerada en este trabajo.

De acuerdo al recorrido argumentativo hasta ahora presentado, dos (2) aspectos han destacado: El primero tiene que ver con el sesgo hacia alguna de las tres (3) áreas definidas anteriormente (matemáticas, psicología, educación) en las investigaciones realizadas sobre el aprendizaje en matemática; mientras que el segundo apunta al reconocimiento de la necesidad de indagar, desde la psicología, cuáles son las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas, **pero sin restringir los aportes de otras perspectivas**. Esto último se ratificó al considerar los diversos cuestionamientos que se han hecho, los cuales van, desde los supuestos filosóficos sobre las que descansa la actividad matemática, la preponderancia que se le da a la psicología, así como la no consideración del contexto del educando. Inclusive, aún dentro de la conformación del grupo de investigación fundado por Dienes, hubo críticas a la posición psicologista en matemáticas. Esto fue de interés, ya que se trataron de considerar la mayor cantidad de elementos que podrían contribuir o dificultar el logro de los niveles de dominio de aprendizaje deseados.

Otras críticas apuntaron al hecho de considerar que el fracaso escolar en matemáticas se debe a que algunas características atribuidas al modo de hacer matemática en la matemática profesional o académica han sido trasladadas de manera acrítica a la matemática escolar. Así, el énfasis exclusivo en su abstracción, en su presentación como un cuerpo de conocimientos cerrado, deductivo y formalizado, sin vinculación con la realidad, y el fomento privilegiado de procesos cognitivos específicamente matemáticos sin considerar otros elementos, han dificultado -a juicio de quienes defienden esta posición- el logro del aprendizaje matemático en el ámbito escolar. Al respecto, Mora (2009) refiere

⁶ Es decir, el estudio de algunas teorías de aprendizaje en matemáticas. Un artículo que resume algunos planteamientos que se pueden encontrar es: Beyer, W. "Dienes, Brousseau y Alson: Contraste de tres visiones acerca del aprendizaje de las matemáticas" en *Revista informe de investigaciones educativas*, Vol. XXVII, Nro. 2, 2013, pp. 25-57.

El fracaso en matemáticas puede tener explicaciones psicológicas, sociales, económicas e inclusive culturales (Bishop 1998 y D' Ambrosio 1985). También puede tener relación con las características individuales de las alumnas y alumnos, pero tengo la sospecha que los principales factores están relacionados directamente con los métodos de enseñanza desarrollados cotidianamente en nuestras instituciones escolares, **en correspondencia con la visión que se tiene de la matemática escolar**. -negrillas añadidas-(p.29)

Se sostiene que en el ámbito escolar venezolano esta imagen aún permea la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Si la visión que se tiene de la matemática escolar es la antes descrita, entonces inexorablemente se deriva que serán consideradas manifestaciones de aprendizaje en matemáticas aquellas en las que se observen procesos matemáticos involucrados en los contenidos presentados. Esta visión, tal y como han planteado Mora (2009), Skovsmose (1999) y otros, restringe el alcance de lo que el estudiante pudiese mostrar como evidencias de aprendizaje en matemáticas, ya que se coloca como fin el *hacer matemáticas del matemático profesional*, lo que, en el ámbito de la matemática escolar podría no ser en algunas situaciones lo más relevante, ni se corresponde con los fines establecidos para las matemáticas en educación media, de acuerdo al enfoque del mismo, presente en el diseño curricular vigente (MPPE, 2016).

En este sentido, investigadores en educación matemática, de posición sociocultural y crítica, y en particular, aquellos englobados bajo la llamada Educación Matemática Crítica⁷, han afirmado que el problema se debe al privilegio exclusivo que se les da a ciertas características de las matemáticas profesionales y su extrapolación a contextos escolares, sin considerar la realidad circundante del educando. No se promueve una vinculación entre la matemática y la realidad. Mora (2009) nuevamente nos refiere al respecto lo siguiente

Se enseña secuencialmente los números, empezamos con el cero o con el uno, antes que el dos o el tres. La multiplicación sigue a la adición y la división no es tratada antes de la multiplicación. Los números racionales necesariamente, se dice, deben ser estudiados después de los enteros y éstos después de los naturales. Esta filosofía, a mi manera de ver

⁷ Esta es una posición dentro de la educación matemática que hace explícito el papel político, no neutral y formador de ciudadanía de las matemáticas. Al respecto se puede revisar: Skovsmose, O. *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*, Bogotá: Una empresa docente, 1999 y Mora, C. D. *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática*, La Paz: Editorial Campo Iris, 2005.

impropia y que se viene cuestionando, está presente en nuestra cultura matemática y por ende es practicada similarmente en nuestro sistema educativo. **Esto significa que, si el contenido matemático tiene una estructura determinada, entonces la enseñanza y el aprendizaje de este contenido tienen que seguir la misma estructura. ¿Por qué?** –
negrillas añadidas- (p.31)

Se agregaría a lo destacado en negrillas, que, bajo esta mirada, la evaluación del contenido también seguiría la misma estructura. Por lo tanto, evaluar los aprendizajes matemáticos sería entendida como una evaluación realizada al final de la actividad didáctica, limitada a verificar que se siguió el camino matemático mostrado de antemano. Esto, a juicio de quien escribe, podría restringir la obtención de evidencias de aprendizaje en matemáticas por parte del estudiante, lo que obviaría manifestaciones de aprendizaje relevantes también, tales como aquellas en las que intervienen procesos afectivos y sociocríticos, no considerados por los instrumentos de evaluación ni por la perspectiva teórica asumida. Así, la naturaleza estructuralista que se le adscribe a las matemáticas, trasladada acríticamente a la matemática escolar, se ha cuestionado, y desde la Educación Matemática Crítica (EMC) se han ofrecido alternativas que se consideraron relevantes para esta investigación y fueron analizadas. Más aún, desde Scriven (1967) se ha insistido en la necesidad de aplicar la característica de la continuidad en la evaluación, comenzando con un exhaustivo diagnóstico de cada aprendiz y sus correspondientes aprendizajes previos. En este caso, se puede apreciar como una concepción absolutista y formalista de las matemáticas se ha impuesto por sobre lo que la teoría evaluativa indica.

Por lo tanto, un primer acercamiento a las discusiones teóricas sobre el fracaso escolar en matemáticas, mostró que el establecimiento de lo que se puede considerar como manifestaciones de aprendizaje en matemáticas debe considerar los siguientes elementos: 1) Los aportes de las matemáticas, la educación y la psicología, 2) La preeminencia de estudios de corte psicológico en la mayoría de las investigaciones realizadas, 3) La influencia de una concepción absolutista y formalista de la matemática profesional en la matemática escolar, lo que ha restringido la obtención de mayores evidencias sobre las manifestaciones de aprendizaje involucradas y 4) La necesidad de considerar los aportes de la psicología o enfoque cognitivo en el aprendizaje de las

matemáticas, pero sin dejar de lado otros enfoques, permitiendo que aspectos afectivos y sociales estén presentes en las manifestaciones de aprendizaje. Los cuatro (4) elementos anteriores se entendieron como bases teóricas sobre las que se sustentó la derivación del constructo competencia matemática en este trabajo.

Ahora bien, en función de los objetivos establecidos y la revisión teórica, las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas fueron reunidas en el constructo **competencia matemática**, derivado a partir de la consideración de los cuatro (4) elementos mostrados en el párrafo anterior. Este análisis teórico permitió identificar tres (3) procesos en los cuales se engloban las principales manifestaciones de aprendizaje en matemáticas, a saber: **procesos matemáticos, procesos afectivos y procesos sociocríticos**⁸. Estos procesos fueron las guías fundamentales para la derivación del referente, lo cual permitió precisar las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas a considerar para su apropiación por parte de escolares de 5to año.

2.2 Aprendizaje en Matemáticas: Posibles evidencias

¿Cuáles son las evidencias de manifestaciones de aprendizaje en matemáticas que usualmente se presentan como tales en el medio escolar venezolano? Principalmente, las supuestas evidencias en los estudiantes se restringen a las *calificaciones obtenidas* por ellos en los instrumentos de evaluación aplicados. Un estudiante es signado como “bueno”, “malo”, “competente” o “no competente” en función a las calificaciones. Si es requerido, con mayor detalle, precisar cuáles son los aprendizajes que reflejaron determinada calificación, se habla acerca de la capacidad del estudiante para evocar con claridad algunos conceptos matemáticos o la capacidad para aplicar procedimientos algorítmicos que permitan la resolución de ejercicios modelo, siempre en correspondencia con el contenido matemático abordado. Así, es usual oír

⁸ Es importante indicar que, aún cuando se presentan dichos procesos de manera separada, en el sujeto que aprende se encuentran en constante interacción y todos poseen una base cognitiva, tal y como se definirá en la competencia matemática más adelante. Es decir, no se puede separar la cognición de los procesos matemáticos, afectivos ni sociocríticos.

expresiones tales como “el estudiante sabe encontrar el mínimo común múltiplo” o “el estudiante sabe factorizar”, o “sabe encontrar el área de una figura plana” etc.

Lo anterior debe considerar que el otorgamiento de calificaciones sobre el desempeño de los estudiantes, en cualquier área del saber, requerirá siempre de una serie de procedimientos previos. En especial, será necesario que los instrumentos de evaluación utilizados para recolectar la información que permita emitir el juicio, estén técnicamente bien elaborados y sean coherentes con el modelo teórico que los sustenta. En consecuencia, las calificaciones **no** se pueden considerar evidencia definitiva de mayor o menor aprendizaje matemático **si no se encuentran acompañadas de un modelo o ideal que defina y operacionalice dichos aprendizajes**. No se puede equiparar el desarrollo de niveles de dominio de aprendizaje en matemáticas con una calificación, como si ambas surgieran al unísono. Primero es el ideal, el modelo o referente que precisen cuáles son las manifestaciones de aprendizaje y cómo se pueden verificar, y luego serán las calificaciones que se otorgan, en correspondencia con el nivel de dominio obtenido. En nuestro medio, lamentablemente, se usan las calificaciones arbitrariamente, el estudiante “sabe” o “no sabe” producto de la calificación obtenida, pero no se puede decir qué es exactamente lo que sabe o no.

Aunado a lo anterior, las expresiones antes referidas, que ejemplificaron lo que “sabe” el estudiante, se corresponden a procedimientos de resolución de ejercicios, práctica didáctica extendida con fuerza en educación media por parte de los docentes, tanto en el aula como en las tareas indicadas al estudiante. Las evidencias de aprendizaje en este marco se corresponden a verificar, ya sea la memorización de un concepto matemático o la aplicación de algoritmos de resolución. Estas evidencias, de acuerdo a la revisión teórica realizada, no se pueden considerar evidencias de aprendizaje **si no están definidos previamente** cuáles son los procesos matemáticos que promueve cada contenido abordado, de acuerdo a una taxonomía establecida.

Sin esto, se podrían dar situaciones en las que el docente informa que determinado estudiante “sabe resolver ecuaciones de primer grado”, pero sin poder precisar sobre cuál (o cuáles) procesos matemáticos de aprendizaje se promueven con la habilidad de resolver ecuaciones de primer grado. No deben confundirse los **contenidos matemáticos** (objetos matemáticos y sus métodos de abordaje) con los **procesos matemáticos promovidos por los contenidos**, siendo estos últimos las manifestaciones de aprendizaje que interesaron para la configuración del constructo competencia matemática de este trabajo.

Con las argumentaciones anteriores, se ratifica que las evidencias de manifestaciones de aprendizaje no se corresponden a las calificaciones obtenidas, así como tampoco son evidencias el manejo de los contenidos matemáticos, sino específicamente los procesos matemáticos inmersos en ellos. Precisar cuáles son estos procesos y sus características relevantes fueron importantes para este trabajo, lo que permitió estructurar una parte del constructo competencia matemática. Esto brindó elementos que aspiran contribuir a la superación de algunas prácticas usuales en el aula de matemáticas, una de ellas es la resolución de ejercicios por el estudiante, pero sin poder explicar el porqué de tal ejecución. Si los instrumentos solo piden realizar ejercicios y el estudiante cumple el cometido -elemento muy común en matemáticas- obtiene una buena calificación, pero ¿comprendió lo que hizo?

Así como no se pueden equiparar las manifestaciones de aprendizaje con las calificaciones, tampoco se puede hacer lo mismo con la evaluación. Evaluar no es calificar, pues bajo esta perspectiva el papel de la evaluación queda disminuida, aspecto que los investigadores (Alfaro, 2000; Camperos, 1995 y 1997; Flores Ochoa, 2003 entre otros) han mostrado erróneo. La evaluación trasciende a la calificación y se corresponde a una instancia importante del proceso instruccional. Por ende, los instrumentos de evaluación aplicados en el ámbito escolar podrían ser considerados como mediadores o intermediarios entre el modelo, ideal o referente que se deriva y las calificaciones otorgadas, y esto tiene sentido pues al ser instrumentos, son medios, no fines en sí mismos. Así, es importante afirmar que los instrumentos de evaluación no son causa de las

manifestaciones de aprendizaje en matemática en los estudiantes, sino consecuencia de lo que se definiera en el modelo y de las técnicas seleccionadas para recopilar información que pueda evidenciar a tales manifestaciones.

Más aún, a juicio de quien escribe e investigaciones sobre el particular, los instrumentos de evaluación usualmente aplicados en matemáticas no permiten recolectar suficiente evidencia que permita afirmar la adecuada competencia matemática de los estudiantes (García 2003; Villalonga 2011; Alzate, 2011; Reaño 2011, Duarte, 2013 y 2014, Díaz 2016). El autor de la presente investigación en su experiencia docente ha confirmado esta apreciación. Esto podría deberse a que los instrumentos permiten recolectar solo manifestaciones derivadas del contenido matemático a evaluar, mas no del proceso matemático involucrado. Se afirma que estos procesos no han sido explicitados, ni son fáciles de verificar. La presente investigación intentó subsanar esta deficiencia, erigiéndose como un aporte fundamental, en especial para la educación media.

Ante el panorama presentado en los apartados anteriores, fue necesario precisar cuáles son las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas, para así poder aprehenderlas y posteriormente promoverlas. Esto se corresponde con los objetivos establecidos en el presente trabajo con propósitos evaluativos, pero también con el recorrido esbozado en la revisión teórica acerca de los intentos de superación del fracaso escolar en matemáticas, pues en ella se aprecia la complejidad del objeto de estudio, la preeminencia de ciertas áreas de investigación en la descripción de lo que significa aprender en matemáticas (ora la psicología en algunos casos, ora las matemáticas), el surgimiento de visiones que incorporan aspectos afectivos y sociales, así como el uso preferente, dentro del área de matemáticas, de instrumentos para verificar los aprendizajes sin modelos previos que los sustenten. Dada la amplitud teórica existente fue necesario organizarlos en el marco de dos (2) perspectivas de análisis, así como de dos (2) enfoques, para así poder hacer la selección de las manifestaciones de aprendizaje, dando así una base conceptual sólida sobre el cual pudo descansar el constructo competencia matemática de este trabajo.

2.3 Perspectivas de análisis y enfoques

El estudio de las manifestaciones de aprendizaje, su reunión en el constructo competencia matemática, y su valoración a través de la derivación de un referente, requirió de los aportes que las matemáticas, la educación matemática y la psicología, en un equilibrio difícil de sostener, pueden hacer. Por ende, para hacer más manejable dicho equilibrio y, habiéndose hecha explícitas las críticas al privilegio dado a la visión psicologista o la matemática en exclusiva, se consideraron *dos perspectivas* que ayudaron a organizar a dichas manifestaciones.

La primera de ellas, se denominó **perspectiva interna o intramatemática**, e involucra aspectos que se juzgan indispensables o son base para las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas: los **procesos matemáticos**. La presencia de las matemáticas, con sus métodos, procedimientos y estructura interna son reconocidos, considerándose insustituibles: cualquier investigación en educación matemática o que involucre a las matemáticas debería considerarlas. El privilegio que se les ha dado, considerándolas como las *únicas* manifestaciones de aprendizaje en matemáticas, es lo que se ha cuestionado, pero eso no quiere decir que deban dejar de considerarse. Son prioritarias, pero, para el modelo de competencia matemática que se derivó en este trabajo, no son lo único prioritario, ni determinan la totalidad de las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas.

La segunda perspectiva se denominó **perspectiva externa o extramatemática**, e involucra **procesos afectivos** y **procesos sociocríticos** de las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas, en el entendido de destacar la importancia de compartir y desarrollar el significado matemático como propósito central de la clase (Bishop, 2005) y su resignificación (la del aprendizaje) desde la metáfora de la participación y la capacidad discursiva del estudiante para comunicar matemáticas en su comunidad de aprendizaje, esto es, en el aula de clase (Sfard, 2008), a la par de hacer explícito el papel sociopolítico de las matemáticas (Valero y Skovsmose, 2012). Desde esta mirada, tal y como se ha referido anteriormente, estos procesos no son

accesorios, complementarios o adicionales a los procesos matemáticos sino constituyentes del aprendizaje matemático, de las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas.

Por lo tanto, el modelo de manifestaciones de aprendizaje en matemáticas de este trabajo, reunidos en el constructo competencia matemática, tiene una base intramatemática en el que se encuentran los procesos matemáticos, junto con un soporte extramatemático en el que están los procesos afectivos y sociocríticos. Los tres procesos son los que permitieron evidenciar las manifestaciones de aprendizaje del presente trabajo.

Hablar de una perspectiva interna y una externa para el aprendizaje en matemáticas se asemeja a lo mencionado por Rico y Lupiáñez (2008), donde se estudió una *perspectiva curricular* que relaciona contenidos y procesos matemáticos y una *perspectiva didáctica* que relaciona expectativas de aprendizaje a corto plazo (los objetivos) con expectativas de aprendizaje a largo plazo (las competencias). Esto último amplió el alcance de lo que se puede considerar como evidencia de manifestaciones de aprendizaje en matemáticas, ya que, en el medio escolar venezolano, en el mejor de los casos, el aprendizaje se ha centrado en los objetivos, soportados en los contenidos matemáticos. Lo propuesto en este trabajo no dejó de lado a los objetivos, pero promovió también el aprendizaje integral fomentado por los aportes teóricos de las competencias matemáticas.

Ahora bien, para el abordaje teórico dos (2) enfoques fueron considerados: el enfoque cognitivo y el enfoque social del aprendizaje en matemáticas. Ambos permitieron mostrar dónde los teóricos han colocado el énfasis en el análisis de la actividad matemática de aprendizaje del estudiante y qué aspectos privilegiaron. Esto se muestra a continuación.

2.4 Enfoque cognitivo y enfoque social del aprendizaje en matemáticas

Enfoque cognitivo

Referirse a un enfoque cognitivo como modo de acercamiento al aprendizaje de las matemáticas, quiere decir que se privilegia el análisis del *proceso mental de aprendizaje*, es decir, lo que sucede en la mente del estudiante cuando participa en actividades de aprendizaje sobre las matemáticas. Este enfoque basa su atención en la *cognición* (esto es, las funciones del intelecto) como motor para la producción, mantenimiento, evocación y consolidación del aprendizaje matemático. Ahora bien, es importante referir que “cognición” en este trabajo fue entendido más allá de un acto individual limitado por hechos físicos del cerebro y el resto del cuerpo. La cognición, tal y como refiere Reverand (2009) “va más allá de los límites del cerebro o la mente individual” (p.31) siendo la mente una cualidad que surge a partir de las constantes interacciones entre los sujetos, los artefactos y el mundo (Engestrom, 1999).

Esta perspectiva de la cognición se enmarca dentro de lo que se conoce como *psicología sociocultural* (Wertsch, 1991; Lacasa 1994), en la cual se tiene como unidad de análisis fundamental la acción mediada, esto es, aquellas acciones que desempeña el individuo en un marco sociocultural. En esta visión, el pensamiento se relaciona con las experiencias organizadas socialmente y ejercen influencia en el desarrollo cognitivo. Así entendido, los aportes de la teoría cognitiva al aprendizaje de las matemáticas involucran al individuo con el marco sociocultural en el cual se encuentre. En consecuencia, la relación entre el sujeto y su contexto no es artificial o forzada, sino necesaria para la cognición.

En el marco de la psicología sociocultural, se encuentran las denominadas teorías del *aprendizaje situado* (Brown, Collins y Duguid 1989, Resnick, 1991 y 2002; Scribner, 1997; Lave y Wenger, 1991, Greeno 1991 y Lave 1991), también llamada legítima participación periférica, en la que las funciones del intelecto están inmersas dentro de un contexto específico. Los principales exponentes de esta teoría son Brown, Collins y Duguid (1989), Grenno (1991), Lave

(1991) y Resnick (2002). Como bien indica Reverand (2009) “las teorías de aprendizaje situado consideran que las actividades cognitivas toman lugar en contextos específicos que, lejos de ser incidentales, son esenciales a lo que es aprendido y pensado” (p.21). En consecuencia, no hay fronteras entre lo individual y los contextos donde la cognición ocurre.

Lo anterior fue relevante para la configuración del constructo competencia matemática del presente trabajo pues, en la búsqueda de precisar las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas, se comenzó indagando acerca de lo que la psicología pudiese informar, en el entendido que el aprender es un acto de base cognitiva, es decir, requiere del estudio de las funciones del intelecto. Ahora bien, la revisión teórica informa que el **acto de cognición no es estrictamente individual**, cerrado, en la que el contexto no participe del aprendizaje.

Por el contrario, el contexto, que antes se consideraba sin efectos críticos sobre el conocimiento (Brofembrenner, 1987) ahora es mirado como un proceso de interacción en la que se producen creaciones sociohistóricas de los grupos involucrados (Cole y Scribner, 1974). Es decir, el contexto no se considera un rasgo objetivo de la realidad. Reverand refiere diversas investigaciones entre los psicólogos que corroboran lo antes afirmado (Cole, 1977; Scribner, 1997; Resnick, 1987, De Abreu, 2000). En consecuencia, si aprender (en general) requiere de la interacción entre sujeto y contexto, aprender en matemáticas también lo requerirá. Es importante llamar la atención sobre cómo, dentro del enfoque cognitivo, el contexto no tiene un papel accesorio o complementario sino de la misma importancia que las funciones del intelecto para la producción del aprendizaje.

Ahora bien, hablar de “contexto” en matemáticas tiene sus particularidades. Por supuesto que en toda asignatura (incluida matemáticas) existe un contexto escolar que rodea al estudiante, esto es, el aula de clases. Pero también se entiende como contexto la realidad espacio-temporal en la que hace vida el estudiante, en sus variados niveles (local, nacional y mundial). Realidad en la que están presentes, con mayor o menor fuerza, los contenidos de las distintas asignaturas, pues

los temas que abordan refieren sucesos, hechos o situaciones verificables, observables y medibles en esa realidad, a las que el escolar tiene acceso, ya sea observando, leyendo, conversando, o haciendo uso de instrumentos (caso ciencias naturales).

En el caso de las matemáticas escolares, sus contenidos no se encuentran *directamente* en la realidad, sino que son *abstracciones* que se hacen de esa realidad. No es lo mismo aprender acerca de las causas económicas que originaron la segunda guerra mundial (ubicada en tiempo y espacio) que aprender las operaciones algebraicas con polinomios (que son atemporales). La mayoría de los estudiantes parecen asumir como más cercano a su realidad la segunda guerra mundial que los polinomios. El hecho de trabajar en matemáticas con *estructuras abstractas*, parece dificultar su comprensión por parte de los estudiantes. Si tales estructuras son tan particulares, ¿por qué no estudiarlas con propiedad para así poder aprehenderlas? La siguiente afirmación de Dienes (1971), matemático y psicólogo, acompaña esta reflexión

El aprendizaje de estructuras abstractas debe presentar claramente algunos problemas particulares. El hecho de que tanta gente encuentre a la matemática difícil o desagradable, o ambas cosas a la vez, testimonia la existencia de dificultades de aprendizaje reales. Lo curioso es que nunca se ha estudiado sistemática o científicamente esas dificultades, por lo cual nuestro conocimiento del proceso de aprendizaje de la matemática es tan escaso que difícilmente se le puede considerar como tal. (p.26)

Obsérvese que Dienes apunta la dificultad para aprender matemáticas no en el docente ni en el estudiante (que es lo usual), sino en las características del contenido a aprender. Esto ratificó la necesidad de abordar el enfoque cognitivo en las investigaciones sobre aprendizaje en matemáticas. En el medio escolar venezolano este enfoque no parece tener mayor relevancia, dando privilegio a otros factores para explicar el fracaso en matemáticas (factores socioculturales y sociocríticos en su mayor parte). La presente investigación no los descartó, como se verá más adelante, pero siendo el aprendizaje un hecho que involucra lo cognitivo, fue imperativo partir de allí para su análisis, a sabiendas que no es el único enfoque que se utilizó.

Discusiones dentro del enfoque cognitivo

El apartado anterior permitió dar soporte teórico a la búsqueda de manifestaciones de aprendizaje en matemáticas en este trabajo, desde la psicología sociocultural y lo que informan las teorías de aprendizaje situado. Con esta mirada, la cognición se produce a partir de la interacción sujeto-contexto y en matemáticas no es la excepción. Ahora bien, reunir lo que se podrían considerar evidencias de aprendizaje en matemáticas en constructos o categorías de análisis ha sido bastante complejo. Los teóricos han discutido (y siguen discutiendo) respecto a cómo definir a dichos constructos o categorías, así como precisar los elementos que la conforman. Dependiendo de la orientación teórica o investigativa, se han definido constructos que, en un principio, podrían entenderse como sinónimos (pensamiento matemático, actividad matemática, comprensión matemática, práctica matemática, competencia matemática etc.) pero que poseen diferencias sustanciales.

Una muestra de la complejidad de estas discusiones la refieren Putnam, Lampert y Petersen (1990). Para dichos autores, la actividad de internalización del aprendizaje matemático (denominado por ellos como comprensión matemática) ha sido estudiada desde diferentes visiones, a saber: la comprensión como representación, como estructura de conocimientos, como conexión entre tipos de conocimientos matemáticos, el aprendizaje de las matemáticas con comprensión, la comprensión como cognición situada y la comprensión como sentido numérico. Cada una de ellas posee una serie de principios que la conforman y elementos que explican desde su propia óptica a la comprensión matemática, siendo sus manifestaciones respectivas diferentes en algunos casos. Si solo dentro del constructo comprensión matemática hay al menos cinco (5) perspectivas bajo las cuáles puede estudiarse, ¿cuál seleccionar y por qué?

Responder lo anterior pasó por preguntarse si no habrá manifestaciones latentes en el aprendizaje de las matemáticas que no se hayan hecho explícitas, es decir, no se hayan podido detectar. La complejidad y multiplicidad de los constructos así lo sugirieron. Además, fue

necesario precisar elementos comunes a las distintas visiones teóricas que han intentado dar cuenta del aprendizaje en matemáticas, lo que es apropiado para los objetivos definidos en este trabajo. En todo caso, la presente investigación no pretendió ser la última palabra al respecto, pero se ofrecieron algunos aportes en esa dirección.

Ante el panorama complejo presentado, apreciándose cómo el estudio teórico de las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas (reunidas aquí bajo el constructo competencia matemática), inclusive solo dentro del enfoque cognitivo, pudiesen sobrepasar los objetivos del presente trabajo, se impuso la necesidad de priorizar algunos elementos comunes a las distintas teorías que intentan dar cuenta de él. Al respecto, se apreció en todas ellas una **constante vinculación e interacción entre lo cognitivo y lo social**. Esta constante fue asumida en este trabajo. El aprendizaje matemático es entendido como elemento integrador entre lo cognitivo, afectivo y lo social, y fueron elementos presentes en la derivación de lo que se entendió por competencia matemática en esta investigación, y sus formas de verificarla en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

En consecuencia, se asumió, desde el enfoque cognitivo, las definiciones de comprensión expresadas por Reverand (2009) y Skemp (1999), la cual, para el caso de Reverand, indica que **“la comprensión se desarrolla en la medida en que se relacionan los conceptos y procedimientos formales con los conceptos y los procedimientos informales”** (p.52) y para Skemp **“comprender algo significa asimilarlo dentro de un esquema adecuado”** (p.50). Ambas definiciones se encuentran dentro del enfoque cognitivo y ayudaron a dar mayor coherencia conceptual a la definición global de competencia matemática del presente trabajo.

Reverand también precisa que su definición de comprensión amplía la distinción entre conocimiento conceptual y procedimental, la cual se encontraba solo dentro de la matemática formal. Indica la autora que el interés fundamental radica en analizar las relaciones entre el conocimiento conceptual y el procedimental, afirmando además que **aplicar el conocimiento**

matemático en situaciones escolares y en situaciones de la vida diaria es un indicador de la comprensión matemática. Con esto último, se reafirmó la necesidad de vincular el enfoque cognitivo y el social, tal y cómo se realizó en esta investigación, es decir, darle al constructo competencia matemática una mirada cognitiva necesaria, pero vinculada a los aspectos sociales que envuelven a los estudiantes que intentan aprender matemáticas.

Ahora bien, es importante referir que, como corresponde a una investigación llevada adelante con propósitos evaluativos, la derivación del referente para la competencia matemática no está dirigida a una audiencia universal, así como tampoco es aplicable en todos los contextos y circunstancias. Su evaluación y valoración se entendió, tal y como plantea House (1980) como un “acto de persuasión” en la que la argumentación, más que la presentación de conclusiones definitivas fue lo principal. Se concuerda con lo referido por el autor cuando indica que “esperar que la evaluación arroje conclusiones definitivas y necesarias es pedir más de lo que la evaluación puede dar (...), aunque no pueda dar conclusiones definitivas, sí puede llevar a lo **creíble, plausible y probable**” (p. 72).

Lo destacado en negrillas fue fundamental, debido a que la derivación y aplicación del referente se orientó a que los destinatarios de la evaluación *legitimaran* las manifestaciones de aprendizaje, reunidas en el constructo antes mencionado. Teniendo esto mayor fuerza debido a la complejidad del estudio pues, siendo la teoría al respecto tan amplia, las manifestaciones de aprendizaje estuvieron enmarcadas para hacerlas razonables en el contexto donde se aplicó.

Mas aún, la participación de los destinatarios de la evaluación se corresponde con las tendencias más actuales de la investigación evaluativa. House afirma que “algunos teóricos han sugerido formas de evaluación en las que el evaluador mantenga frecuentes cambios de impresiones con los destinatarios durante el estudio” (p.74), asegurando que el éxito de la evaluación como persuasión implica a los destinatarios en el discurso que se desarrolle. Siendo la competencia matemática un constructo difícil de aprehender, complejo en su estudio teórico y

escasamente analizado en educación media y menos aún en el ámbito venezolano, de acuerdo a la revisión bibliográfica realizada, fue necesario establecer a la presente investigación como de carácter **exploratorio**, siendo prudentes en el alcance del mismo, para así adaptar la competencia matemática al contexto social en el que se aplicó y darle validez social al mismo. Por lo tanto, el referente derivado no es la última palabra respecto a lo que es la competencia matemática y, previa validación con expertos, se aplicó a los resultados de las pruebas escritas y cuestionarios aplicados a estudiantes de 5to Año de EMG, en una unidad educativa del estado Miranda, durante el año escolar 2020-2021.

Enfoque social

El centro de estudio de las investigaciones en educación matemática ha incorporado recientemente consideraciones acerca de la influencia de lo social en el aprendizaje de las matemáticas. Ahora bien, fue necesario precisar a qué se hace referencia con el término “social”, pues se corre el riesgo de hacer uso de expresiones genéricas que incorporen cualquier aspecto del contexto como parte de lo social. Un primer acercamiento coloca al adjetivo “social” contrapuesto al adjetivo “individual”. Según algunos teóricos (Lave 1988, Valero 2006) para muchos educadores e investigadores, el aprendizaje de las matemáticas es un proceso *individual* a través del cual una persona se apropia o construye significados y conocimientos matemáticos. Así, un enfoque social para el aprendizaje de las matemáticas sobrepasaría el ámbito de lo individual. La pregunta sería, ¿en qué medida lo sobrepasa y cómo lo hace?

Al respecto, Lerman (2000), citado por Valero (2012), refiere que “incluso dentro de la corriente principal matemático-psicológica de la investigación en educación matemática, había un grado de reconocimiento de algunos factores 'sociales', como la interacción entre sujetos cognitivos -llamada *interacción social* en, por ejemplo, las teorías constructivistas-, o las preocupaciones humanísticas y democráticas -llamadas *preocupaciones sociales*- de los investigadores y de los profesores.” (p. 201). Agregando que esta perspectiva asume “el

surgimiento en la comunidad de investigación en educación matemática de teorías que consideran el significado, el pensamiento y el razonamiento [matemáticos] como productos de la actividad social” (Lerman 2000, p. 23).

En consecuencia, se evidencia un hilo conductor que inicia con lo social entendido como un aspecto que sobrepasa lo individual, para orientarse luego hacia el estudio de las interacciones sociales entre individuos (considerados estos como sujetos cognitivos, no sujetos sociales), y finalmente abordar diversas preocupaciones sociales de aquellos involucrados en el estudio del aprendizaje de las matemáticas. En todos los casos, el centro de estudio del aprendizaje no es social sino cognitivo. Un enfoque social en cambio considera que la actividad social *produce* el aprendizaje en matemáticas. Obsérvese que se habla de “producir” el aprendizaje y no de contribuir, agregarse, complementar o reforzar al aprendizaje.

Si solo se hablase de contribuir o reforzarlo, se estaría considerando al aprendiz exclusivamente como sujeto cognitivo, el cual se inserta en la sociedad para luego “absorber” aquellos elementos que le son relevantes. A lo sumo, se entendería a lo social como interacción entre aprendices, pero luego de haber construido mentalmente el aprendizaje, cada uno de ellos, de manera individual. Lo social, en esta investigación, fue entendida usando el término *actividad social*, siguiendo a Restivo (1992, 1998 y 1999), investigador que ha realizado aportes en el campo de la sociología de las matemáticas.

Al respecto, la autora refiere que la actividad social “abarca la gente, sus interacciones, sus actividades en espacios sociales particulares y épocas históricas, las tradiciones y rituales de entrada en esos espacios y las estructuras generales en las que todo esto tiene lugar” (p.202). Esta definición se asemeja a lo planteado por Valero (2002), en lo que lo social lo concibe como “una red de prácticas sociales dentro de los cuales se constituye la educación matemática” (p. 11).

Ahora bien, ¿Cuáles características posee la actividad social o las prácticas sociales que se dan en el ámbito de la educación matemática? Para responder a ello, dos (2) espacios fueron

considerados: el espacio de la comunidad de investigadores y educadores matemáticos, con sus diversas tendencias y modos de entender la educación matemática, y el espacio de las actividades o prácticas que se dan en el aula de matemáticas en los niveles medios. Entre ambos existen vías de comunicación, apreciándose que el modo en la que la comunidad de investigadores prioritariamente entienda y aborde la educación matemática, tendrá mayor o menor impacto sobre las prácticas que se dan en el aula.

En este orden de ideas, Valero, siguiendo a Restivo, recuerda la dificultad de la mayoría de los investigadores en educación matemática de separarse de la sombra de la comunidad de matemáticos profesionales, cuyas prácticas difieren de las que se presentan en las matemáticas escolares, sobretudo en los niveles medios. Esto hace referencia a lo que se apuntara en páginas anteriores sobre el modo de hacer matemática del matemático profesional, trasladado acríticamente al ámbito escolar en educación media. Como consecuencia de esto, se ha configurado un modo de entender, hacer, enseñar y evaluar matemáticas, lo que necesariamente ha tenido impacto en el aprendizaje de las mismas, pues se considerarían, bajo esta perspectiva, como manifestaciones y evidencias de aprendizaje en matemáticas a aquellas semejantes a las que se presentan en la matemática profesional.

Así, la actividad social, prácticas, rituales, tradiciones e interacciones en el aula de matemáticas mostradas por el docente y los estudiantes serían aquellas que se parezcan a lo que se presenta en el hacer matemático del matemático profesional. Este *poder simbólico* patente, de la matemática como disciplina académica formal, fue considerado en el presente trabajo, como un elemento coadyuvante (o restrictivo) de las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas.

En el presente trabajo, el ámbito de acción fue el *aula de matemáticas de 5to año de EMG*. En toda aula, las interacciones, actividades, tradiciones y rituales dan características particulares al mismo. Ahora bien, se desea destacar que, en el aula, en educación media, el poder simbólico que tiene su presencia (las matemáticas) difiere sustancialmente del poder que

podiesen tener otras asignaturas, **aun estando presentes los mismos estudiantes**. En cada asignatura esto sucede (junto con el modo de actuar del docente) pero **en matemáticas su influencia es mayor**, es decir, tiene mayor poder simbólico en la configuración de la actividad social o prácticas que se den en el aula.

Este poder simbólico se manifiesta en algunas características que se le adscriben a la matemática profesional, a saber: énfasis exclusivo en su abstracción, presentación como un cuerpo de conocimientos cerrado, deductivo y formalizado, sin vinculación con la realidad, y el fomento privilegiado de procesos cognitivos específicamente matemáticos. Agregando a lo anterior la imagen social que poseen las matemáticas como baremo de capacidad intelectual, y su impacto en la sociedad científico-tecnológica de hoy. Todo lo anterior ha colocado al saber matemático como un saber difícil de obtener, poco manejable y sin aplicación inmediata, trayendo como una de sus consecuencias la **inequidad en su acceso en el aula**, produciendo **situaciones de desigualdad para aprender matemáticas**. Estas situaciones de desigualdad escolar se suman a las situaciones de desigualdad social a la que deben enfrentarse todos los estudiantes, producto de condiciones socioeconómicas, de género u otras.

Se destaca en particular la selección de estudiantes de 5to año de EMG para este trabajo, pues se consideró que, al encontrarse en el último año del subsistema de educación básica, han sido expuestos por un tiempo considerable a situaciones de desigualdad escolar y social, de las cuales son conscientes por su edad. Se estableció como hipótesis de trabajo que estas situaciones de desigualdad social y escolar, junto con el poder simbólico asociado a las matemáticas, han coadyuvado (o frenado) la aparición de manifestaciones de aprendizaje en matemáticas. Es posible que las mismas podiesen haber tenido influencia en el desempeño exhibido por los estudiantes, pero no haber sido consideradas con anterioridad. Estos dos (2) elementos (poder simbólico y situaciones de desigualdad) fueron tomados como relevantes para este trabajo, pues son la estructura en la que se da la actividad social en el aula de matemáticas en educación media, en particular de 5to año.

Vale destacar que especificar el conjunto de rituales, tradiciones y modo de ingreso a las prácticas que se dan en el aula de matemáticas requiere de una investigación de envergadura, la cual sobrepasa los objetivos del presente trabajo. Al respecto, existen investigaciones que utilizan métodos cuantitativos en combinación con metodología cualitativa (etnográfica) para una comprensión holística de las interacciones en las aulas de clase. Una de ellas es la descripción de aula hecha por Esté y Almedo (1997) y Esté (2007), las cuales abordaron prácticas y creencias de estudiantes en escuelas públicas del estado Miranda y el Distrito Capital, especialmente de la educación media. Los sujetos del presente trabajo poseen características comunes a los sujetos de dichas investigaciones (estudiantes de educación media en el estado Miranda) por lo que fueron consultados. También Popkewitz (2002) ha presentado detalles de la socialización que se da en el aula de matemáticas.

Así, se tiene que el enfoque social para el aprendizaje de las matemáticas involucra el estudio de la *actividad social* (Restivo, 1992, 1998, 1999) presente en el aula de matemáticas, considerándose también el ámbito de las prácticas en la comunidad de investigadores en educación matemática. El análisis de estos aspectos permitió seleccionar dos (2) elementos como relevantes para la configuración de la estructura general en la que se dan las prácticas en el aula: el poder simbólico de la matemática profesional en la matemática escolar, y las situaciones de desigualdad social y escolar que han vivido los estudiantes, asociadas a las matemáticas, en particular en estudiantes de 5to año. Obsérvese que se habla de estructura general, mas no de prácticas específicas, pues estas últimas requerirían un estudio etnográfico. En consecuencia, solo se establecieron los indicadores de las dos (2) manifestaciones antes señaladas, incorporándose al constructo competencia matemática de este trabajo.

El enfoque social aquí utilizado parte de una mirada sociológica que intenta dar cuenta de lo que sucede en el aula de matemáticas, junto con la concepción predominante que le acompaña. Ahora bien, la revisión teórica mostró que, en su mayoría, los enfoques sociales no precisan una teoría del aprendizaje, desde dicho enfoque social. Para este trabajo con propósitos evaluativos sí

fue de importancia establecer la contribución de estos enfoques al aprendizaje, y es lo que guio la selección de algunos elementos relevantes para las manifestaciones de aprendizaje en matemáticas.

Un panorama de estudios sobre la educación matemática desde perspectivas teóricas sociales y políticas se encuentra en las memorias de las conferencias del grupo internacional “Mathematics Education and Society” (MES). Ahora bien, como apuntó Lerman (2000), lo social no se orientó buscando otras maneras de fundamentar al aprendizaje en matemáticas, sino que fue tomando fuerza debido a las situaciones de desigualdad existentes. Aspecto por demás entendible pues ya el enfoque cognitivo se encargaba de manera natural del aprendizaje, que, como se refirió en el apartado correspondiente, fue incorporando lo social (psicología sociocultural y aprendizaje situado). En efecto, Lerman indica que “la receptividad de la comunidad de educación matemática a las teorías sociales se debió menos a las teorías sociales del aprendizaje que a las preocupaciones políticas frente a la posibilidad de que el éxito diferencial en las matemáticas escolares reforzara y reprodujera desigualdades existentes en la sociedad” (p.12).

Estas situaciones de desigualdad pueden ser entendidas de dos (2) maneras. Por un lado, como parte de la descripción de la estructura en la que se dan las prácticas sociales en el aula de matemáticas, tal y como se refirió antes, pero también generadora de “preocupaciones políticas” debido a que estas se aprecian como posibles causas del fracaso en el logro de niveles de dominio aceptables en el aprendizaje de las matemáticas, motivado a que no todos en el aula de matemáticas tendrían acceso al conocimiento matemático (y por ende al aprendizaje matemático) en igualdad de condiciones y oportunidades.

Lo anterior lo confirma Valero, cuando indica que “Lerman sugiere aquí que algunos investigadores en educación matemática comenzaron a enfocarse en el hecho de que algunos estudiantes *parecían estar excluidos sistemáticamente de la posibilidad de involucrarse en el aprendizaje de las matemáticas*” (cursivas añadidas) (p.204). Esto interesó para los objetivos del

presente trabajo, pues en la búsqueda de todos aquellos elementos o procesos participantes en el aprendizaje en matemáticas, se observa esta exclusión sistemática como aspecto a tomar en cuenta. A partir de esto, investigadores, dentro del enfoque social, asumen posiciones de carácter *crítico*, centrando su análisis en el intento de superación de estas situaciones de desigualdad, a partir del análisis y toma de conciencia de las razones que las han producido.

En particular, la corriente de investigación denominada *Educación Matemática Crítica (EMC)*, es un planteamiento teórico, desde una mirada sociocrítica, que se propone hacer explícito el papel sociopolítico y formador de ciudadanía de las matemáticas. En distintos escenarios se ha reclamado una mayor vinculación de la escuela con la sociedad, exigiéndose su contribución a los procesos de transformación y conciencia social que la ciudadanía desarrolla. En el caso de las matemáticas, esta propuesta invita a presentarla a los estudiantes vinculándola con los problemas de la realidad circundante. La *teoría crítica* (Adorno y Horkheimer 1947, Adorno 1969, Habermas 1982, Horkheimer 1990) es la teoría de la sociedad sustento de esta corriente, la cual, tal y como refiere Becerra (2005) “auspicia y fomenta la capacidad de los individuos de percibir crítica y autocriticamente su existencia, la sociedad en donde está inmerso y su poder de transformación” (p.169).

Con base en lo anterior, la EMC desarrolla conceptos tales como: la educación dialógica y problematizadora, la reflexión y acción, la emancipación, la competencia democrática, el conocimiento reflexivo matemático, la relación cultura y matemática, la matemática como construcción humana y social y el docente-alumna(o) entendidos como *sujetos políticos*, y no sólo cognitivos. Todo direccionado por la necesidad de propiciar en el educando condiciones para la toma de conciencia del papel que juegan las matemáticas en la sociedad, así como la identificación, crítica e intento de superación de situaciones de desigualdad presentes en el aula y la transformación sustancial del entorno, haciendo uso de las matemáticas.

Es importante aclarar que la posición sociocrítica posee elementos cercanos a la posición sociocultural en matemáticas (Bishop, 2005; D'Ambrosio, 1985) en el sentido de reconocer a las matemáticas (la escolar al menos) como producto sociohistórico, cultural, contextualizado e involucrado con la sociedad que lo genera, pero se diferencia sustancialmente en el hecho de que no solo reconoce estos aspectos de las matemáticas, sino que se propone la *transformación* de su contexto inmediato y de aquellas situaciones de desigualdad social y escolar que pudiesen estar presentes, y en la que *las matemáticas podrían contribuir a mantener o transformar*. La superación de las situaciones de desigualdad fue un elemento que permitió establecer el puente entre lo social y lo crítico. Mas aún, ratificó la necesidad de incorporar su estudio en función a los objetivos de este trabajo, esto para verificar su posible influencia en los niveles de dominio de aprendizaje exhibido por los estudiantes, aspectos que se buscaron hacer explícitos y que, al parecer, no habían sido tomados en cuenta.

Finalmente, las consideraciones hechas a través de los aportes del enfoque cognitivo y social, permitieron visualizar ampliamente los elementos que podrían estar participando cuando el estudiante se encuentra involucrado en la actividad matemática de aprendizaje. Ahondando en ambos enfoques, se enriqueció la definición conceptual y operacional del constructo que reunió las manifestaciones de aprendizaje que se consideraron para este trabajo, como lo es la competencia matemática. Esto permitió definirla y posteriormente verificarla en estudiantes de 5to año de educación media general.

2.5 Competencia Matemática: Definición conceptual, real y operacional

En los apartados anteriores la revisión teórica se ha orientado a precisar, desde distintas vertientes, las principales manifestaciones que pudiesen estar presentes en el aprendizaje de las matemáticas. Ahora bien, como se ha mostrado, para agrupar estas manifestaciones en un concepto o constructo fundamental, los teóricos han utilizado diversidad de términos que se asumen como sinónimos, aun cuando el sustento que los soporte difiera en varios casos. Una

muestra de esto son los distintos nombres utilizados, a saber: comprensión matemática, razonamiento matemático, habilidad matemática, práctica matemática, pensamiento matemático, quehacer matemático, forma matemática de pensar, actividad matemática, racionalidad matemática, etc. Ellos han sido utilizados como equivalentes, a pesar de estar fundamentados bajo concepciones que priorizan algún aspecto en particular.

En ese sentido, el constructo considerado para este trabajo (competencia matemática) fue seleccionado por dos (2) razones: La primera que **permite agrupar** las tres (3) categorías que, de acuerdo a la revisión bibliográfica realizada emergieron como recurrentes, y que involucran enfoques que privilegian el aspecto formal del trabajo del matemático profesional, enfoques que consideran lo afectivo y aquellos que se centran la mirada en aspectos sociales de las matemáticas. Más aún, la revisión teórica evidenció un hilo histórico, con investigaciones de base psicológica y matemática como eje central por varias décadas para, en períodos más recientes, incorporar aspectos sociales y afectivos. Así, la teoría mostró una cada vez mayor apertura a *interpretaciones holísticas* respecto a la internalización del aprendizaje matemático, sin desmeritar los aportes de la psicología y las matemáticas. Esto le dio mayor fuerza a la necesidad de reunir aspectos esenciales de dichos enfoques en un solo constructo fundamental.

La segunda razón de su selección estriba en el hecho de que la competencia matemática se corresponde con las tendencias más actuales en educación matemática en Latinoamérica, bajo la interpretación holística antes mencionada (autores aquí). El Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA por sus siglas en inglés) la define como “la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OECD, 2003, p.24). Esta definición concuerda con el recorrido teórico mostrado en este trabajo, en la que se aprecia como el aprendizaje de las matemáticas va incorporando aspectos cognitivos,

afectivos y sociales. Así entendida, la competencia matemática se presenta como un conjunto de habilidades que se van desarrollando en el individuo, en constante interacción con el entorno.

Valero destaca cómo las competencias matemáticas apuntan a un desarrollo integral en el individuo. En efecto:

La adopción del lenguaje de las competencias matemáticas (...) resalta dimensiones de la educación matemática que no necesariamente habían sido tan explícitas en el pasado. Como Vasco (2005) anota, asuntos de calidad y equidad, del valor social y cultural de las matemáticas y de su contribución a la formación ciudadana y la consolidación democrática en el país son dimensiones que se destacan en este momento.

El propio término “competencia” ha sido polémico, con una carga ideológica importante. García, Acevedo y Jurado (2003) muestran que el término se puede asumir desde dos (2) posiciones que implican visiones políticas divergentes sobre la educación, a saber:

- la competencia asociada con la educación para la eficacia y las demandas del mercado, en donde el saber-hacer que se reclama debe entronizarse con la tendencia de la economía mundial hacia la globalización y los modelos neoliberales; y
- la competencia asociada con la educación integral y la formación de sujetos críticos, en donde el saber-hacer que se invoca ha de vincularse con los contextos socio-culturales y el sentido ético humanístico en las decisiones sobre los usos del conocimiento y la cualificación de las condiciones de vida de las personas. (p.12)

Al respecto es importante declarar que este trabajo asumió la competencia bajo la segunda perspectiva, donde el constructo competencia matemática apuntó a hacer explícitas manifestaciones de aprendizaje, en lo que lo cognitivo, lo afectivo y lo social son vertientes que nutren a dicho aprendizaje. Así, la *competencia* conceptualmente aboga por el desarrollo de un conjunto de habilidades y capacidades de manera integral en el estudiante, mientras que la *competencia matemática* de este trabajo precisó estas habilidades y capacidades con las matemáticas; lo que de acuerdo con la revisión teórica realizada permitió derivar indicadores para un conjunto de habilidades matemáticas, junto con indicadores para configurar un sistema de

creencias afectivas hacia la matemática e indicadores que mostrasen algunos procesos de reflexión sociocrítica. Es decir, los procesos matemáticos, afectivos y sociocríticos identificados en la teoría como recurrentes y necesarios para el constructo en estudio.

Es oportuno indicar que se identificó a la competencia matemática como *constructo* ya que, tal y como refiere Camperos (2012) “se trata de propiedades o manifestaciones, cuyo manejo científico-técnico ha sido esencialmente área de estudio de los especialistas. Estas manifestaciones no son observables a simple vista, su conocimiento e interpretación científica es desconocida por el común de la gente, incluso educadores.” (p.68). En consecuencia, para poder hacer verificable y aprehensible este constructo, se especificaron las *variables* que lo componen, así como sus correspondientes *dimensiones e indicadores*. Y, para su evaluación, se precisaron los estándares de valoración. La definición conceptual reunió, por tanto, a las tres (3) categorías antes mencionadas que organiza los principios fundamentales de cada perspectiva. Esto concuerda con lo señalado por Camperos (2012) donde se lee que “La definición puede formularse, bien recurriendo a la revisión bibliográfica o a especialistas y conocedores del concepto, constructo o variable que se aspire evaluar” (p.78). Por ende, se estableció como definición conceptual de competencia matemática para el presente trabajo la siguiente

Se entenderá por *competencia matemática* a la puesta en práctica, en ambientes escolares, de actuaciones integrales del estudiante en su actividad matemática de aprendizaje en la cual se involucran 1) *habilidades matemáticas* que permitan la manipulación de vocabulario, conceptos, algoritmos y heurística de contenidos y procesos matemáticos; 2) el *establecimiento de un sistema de creencias* que permita conocer la actitud, disposición, confianza y apreciación hacia las matemáticas y 3) se manifiesten *procesos de reflexión* acerca del rol sociopolítico de las matemáticas, su contribución a la superación de desigualdades sociales y escolares, así como a la conformación de la ciudadanía. Estas habilidades, sistema de creencias y procesos de reflexión son coadyuvantes a la interiorización del aprendizaje matemático dentro de *esquemas cognoscitivos* que les sirven de soporte o base, que interactúan entre sí y con dichos esquemas.

Así, en este trabajo se planteó *conceptualmente* a la competencia matemática como la resultante de la interacción entre habilidades matemáticas, sistema de creencias y procesos de

reflexión, dentro de esquemas cognoscitivos en constante elaboración y reacomodo. La definición conceptual del constructo es fundamental dentro de la investigación evaluativa pues permitió mostrar el marco en las cuales se presentaron las manifestaciones que se aspiran aprehender.

Definición real de competencia matemática

Camperos (2012) indica que la definición real involucra “generar o derivar de la variable, tal como se enuncia en su definición nominal y conceptual, partes menos abstractas, que canalicen su proyección en el plano empírico y de hecho dé pistas para aprehender sus evidencias concretas y valorarlas” (p.80). Para el presente caso, la competencia matemática es un constructo, por ende, lograr concretizarlo requirió el establecimiento previo, dado su alto grado de abstracción, de *variables* que lo descomponga en aspectos más manejables, para luego establecer en cada una de ellas las dimensiones e indicadores correspondientes. Así, la definición *real* de competencia matemática para este trabajo fue la siguiente

La *competencia matemática* de un estudiante será evidenciada a través de su participación activa en tres (3) procesos que conforman su actuación integral en la actividad matemática de aprendizaje, a saber: procesos matemáticos, procesos afectivos y procesos sociocríticos. Los procesos matemáticos se orientan a consolidar habilidades matemáticas, los procesos afectivos se dirigen a establecer un sistema de creencias y los procesos sociocríticos incorporan reflexiones sobre el papel de las matemáticas en el aula y fuera de ella.

Por lo tanto, la competencia matemática se abordó a través de tres (3) procesos, los cuales permitieron hacer viable la aprehensión de evidencias concretas del desarrollo de actividades integrales de aprendizaje matemático en el estudiante. Cada uno de estos procesos, al ser identificados como variables, requirieron de su posterior operacionalización a través de las dimensiones e indicadores correspondientes. Esto no es otra cosa que derivar y concretar el referente para la competencia matemática, el cual se utilizó como patrón de comparación con el desempeño real de un grupo de estudiantes de 5to Año de educación media general. Finalmente, la definición operacional se corresponde, tal y como indica Camperos (2012), a la derivación de

indicadores válidos que representen cada dimensión de la variable. Esto fue precisado en el referente, el cual presentó a la competencia matemática descompuesto en sus manifestaciones (variables), junto con los indicadores que permitieron la aprehensión de información precisa de las manifestaciones en estudio.

Como se ha podido apreciar, la definición conceptual y real de competencia matemática para este trabajo muestra tres (3) procesos fundamentales: procesos matemáticos, procesos afectivos y procesos sociocríticos. Cada uno de ellos forman parte de las dimensiones a considerar para la selección de indicadores que permitan aprehender a las manifestaciones. Ahora bien, la complejidad del constructo requirió de una revisión teórica para cada dimensión en particular, así como **definirlos**, para precisar sus indicadores. Estos aspectos se muestran a continuación.

2.6 Procesos matemáticos

Llevar adelante una revisión bibliográfica que permitiese dar cuenta de las investigaciones realizadas sobre los procesos matemáticos involucrados en el aprendizaje de las matemáticas, permitió mostrar la multiplicidad de perspectivas consideradas. Esta magnitud de aspectos, solo para una de las dimensiones, confirmó la complejidad del constructo. La presentación de algunas de estas perspectivas orientaron la definición de los procesos matemáticos junto con la selección de indicadores, pero es importante destacar que **no todos los indicadores mostrados por la teoría fueron seleccionados**, tanto para los procesos matemáticos como para los otros procesos, esto debido a que la teoría los presenta como constituyentes del aprendizaje matemático, pero no como indicadores (es decir, aprehendibles a través de instrumentos), lo que requirió derivarlos de la teoría para este trabajo y discriminar entre los que pueden ser precisados como indicadores de los que no. Esto se debe a que las investigaciones realizadas por los teóricos son investigaciones educativas, mas no evaluativas, por lo que no se orientaron para hacer aprehendibles sus

manifestaciones y concretarlas en indicadores. Para los procesos matemáticos se muestran a continuación las investigaciones principales.

Raymond Duval: Tratamientos y conversiones

La revisión teórica evidenció la presencia de *procesos de pensamiento específicos para la actividad matemática* (Duval y Ludlow, 2016). En efecto, Raymond Duval, psicólogo francés e investigador en educación matemática, ha presentado un conjunto de reflexiones de suma importancia dentro del enfoque cognitivo respecto al proceso de desarrollo de competencias matemáticas. En particular, testimonia la diferenciación que puede existir entre habilidades de pensamiento generales y algunos específicos al tratamiento de entidades matemáticas, afirmando que “Para determinar el origen de la incomprensión (matemática) de los estudiantes, primero debemos determinar las condiciones cognitivas que hacen posible la comprensión.” (Duval y Ludlow, p. 62).

El desarrollo de su investigación brindó un marco general en la cual se pueden describir las características generales de los procesos matemáticos presentes en la actividad matemática del estudiante. Su punto de referencia son las *representaciones semióticas* y es enfático en hacer ver que en particular en las matemáticas las representaciones del objeto matemático toman gran relevancia. Esto se debe a que hay una diferencia sustancial entre la representación que se hace de un objeto espacio-temporal, real, de la vida diaria, que se puede medir vía observación o haciendo uso de instrumentos, de un objeto matemático, el cual no es espacio-temporal y solo se accede a él a través de la representación que se haga del mismo. El autor afirma (y se acompaña su afirmación) que esto podría dificultar la comprensión del estudiante. Lo anterior es conocido como la *paradoja cognitiva de la comprensión en matemáticas*, la cual se plantea en los siguientes términos: ¿Cómo puede el objeto representado distinguirse de la representación semiótica utilizada cuando no hay acceso al objeto matemático independiente de la representación semiótica?

Así, en la actividad escolarizada de aprendizaje en matemáticas Duval testimonia dificultades en la comprensión, debido a que los estudiantes no logran manejar adecuadamente las referidas representaciones. El autor organiza las representaciones semióticas dentro de lo que denomina registros funcionales monofuncionales (donde hay procesos matemáticos algorítmicos) y registros funcionales multifuncionales (donde hay procesos matemáticos heurísticos) que serían parte del cuadro general para organizar a los diversos procesos matemáticos.

Más aún, el autor afirma que “en la medida en que la actividad matemática consiste intrínsecamente en la transformación de representaciones, se hace evidente que hay dos tipos de transformaciones de representaciones: tratamientos y conversiones” (Duval y Ludlow, p. 72). Y define a los *tratamientos* como transformaciones de representaciones que ocurren dentro del mismo registro semiótico. Por ejemplo, realizar un cálculo, resolver una ecuación o sistema de ecuaciones, etc. Las *conversiones* son transformaciones de representación que consiste en cambiar un registro sin cambiar los objetos denotados. Esto sería pasar de la notación algebraica para una ecuación a su representación gráfica, pasar un enunciado del lenguaje natural al algebraico, etc. Para los objetivos del presente trabajo, Duval y Ludlow (2016) fue considerado un antecedente fundamental, pues proveyó de información valiosa para definir a los procesos matemáticos y extraer los indicadores correspondientes.

Es importante indicar, tal y como se mostrase en apartados previos, la diferencia existente entre los procesos matemáticos y los contenidos matemáticos, estos últimos evidenciados en los planes de estudios correspondientes. Lamentablemente se ha observado la tendencia de asociar el aprendizaje de la matemática con el aprendizaje de los contenidos matemáticos, **sin tomar en cuenta los procesos matemáticos específicos involucrados**. Y esta tendencia va más allá de nuestras fronteras, al respecto Quiroga y otros (2013) afirma lo siguiente

Destacamos una implicación curricular de este componente: en la concepción tradicional y hegemónica aún, se organiza el currículo de matemáticas a partir de los contenidos y se subordinan a ellos los procesos matemáticos. En un enfoque por competencias, son los procesos matemáticos los organizadores del currículo; los contenidos matemáticos, como

elementos del dominio matemático, se deben “poner al servicio” del desarrollo de los procesos matemáticos del sujeto que aprende matemáticas. Esta es otra de las complejidades de una enseñanza para el desarrollo de competencias matemáticas. (p.33)

Así, el presente trabajo se propuso colocar en conjunto a los procesos matemáticos con los contenidos matemáticos curriculares. Quiroga y otros (2013) refiere como algunos de los procesos matemáticos a los siguientes: *representar, demostrar, argumentar, analizar, resolver, graficar, calcular, modelizar y visualizar* (p.32).

Se quiere llamar la atención que Duval y Ludlow (2016), Solar (2009) así como Quiroga y otros (2013) no definen de manera explícita lo que son los procesos matemáticos. Al parecer dan por sentado sobre lo que significan. Sí se describen varios de sus elementos constituyentes (en especial Duval) pero no se especifican lo que involucran en detalle. Siendo la investigación con propósitos evaluativos, fue necesario presentar un modelo o referente que concretice a los procesos matemáticos, para poder ser verificados y así promover su aprendizaje escolarizado. Como se indicase antes, es probable que los autores antes mencionados no hayan definido lo que son los procesos matemáticos pues no formaba parte de sus objetivos, pero para el caso presente sí fue necesario hacerlo y ellos dieron insumos para configurar una definición.

Zoltan Dienes: Estructuras y procesos involucrados

En este orden de ideas, Zoltan Dienes, matemático y psicólogo húngaro, precisó los procesos matemáticos que, a su juicio, y desde una posición estructuralista de las matemáticas (en boga para la época de sus investigaciones), eran necesarias para el aprendizaje de las estructuras presentes en las matemáticas. En función a los objetivos del presente trabajo, fue de vital importancia especificar los procesos involucrados en el tratamiento de entidades matemáticas y fue Dienes uno de los primeros en determinarlo. Su trabajo se llevó a cabo con el psicólogo Jerome Bruner, siendo interesante observar las discusiones presentadas entre ellos, no siempre coincidentes, respecto a los procesos de pensamiento específicos a la actividad matemática. Dienes presentó ocho (8) procesos matemáticos: Abstracción, Concretización, Generalización,

Restricción, Construcción, Análisis, Simbolización e Interpretación. Los trabajos de Dienes (1975, 1977) fueron otro antecedente revisado para la identificación de procesos matemáticos a incorporar en la competencia matemática, pues el autor refiere procesos específicos al tratamiento de entidades matemáticas que permitieron extraer algunos indicadores.

A continuación, se presentan las características principales de los procesos matemáticos identificados por Dienes.

1.- Abstracción

El autor precisa lo que se entiende por *abstracción*, así como por *abstracción matemática*. La abstracción la define como “la extracción de lo común a cierto número de situaciones diferentes y la supresión de lo que por elección consideramos ruido o irrelevante.” (Dienes, 1971, p.49). Matemáticamente, la abstracción es la *formación de una clase*, cuyo punto final es la verificación del atributo o atributos que hacen a los elementos elegibles o no como miembros de esa clase. La diferencia fundamental entre la abstracción y la abstracción matemática estriba en el hecho de que en esta última “estamos clasificando ciertos objetos más bien complejos, esto es, objetos de nuestro pensamiento” (p.50) y agrega un aspecto esencial, el cual Duval explicitara en su paradoja cognitiva. En la siguiente cita de Dienes, se aprecia su similitud con lo explicado por Duval, véase en lo siguiente

Entonces se puede volver algo difícil conseguir la *sensación* de esos objetos por la práctica, (como podemos hacerlo por las sillas), y hacer correctamente la adjudicación cada vez que cierta estructura compleja es similar a otra o no desde un punto de vista particular. En verdad, los matemáticos tienen intuiciones y los buenos son aquellos cuyas intuiciones resultan ser correctas la mayoría de las veces. Pero ningún matemático digno de ese nombre aceptaría esa intuición como tal. Si no puede ocuparse por sí mismo la pasará a un colega o a un aprendiz de investigador. La identidad de estructura debe mostrarse explícitamente. (p. 51)

La cita hace referencia a la necesidad de que se puedan identificar en al menos dos estructuras matemáticas (que podrían parecer distintas) las mismas propiedades. Esto no es otra

cosa que las conversiones definidas por Duval. Ahora bien, Dienes detalla que el proceso en la cual se identifican las mismas propiedades de dos estructuras en apariencia distintas y en las que se establece un *isomorfismo entre ellas* es lo propio a una abstracción matemática. Esto es lo que se imita en el aula de clase de matemáticas y lo que se aspira que el estudiante aprenda cuando se habla de abstracción. Por supuesto, la abstracción (a secas) es fundamental para que el estudiante extraiga lo común a situaciones diferentes y forme una clase, pero se busca ir más allá y que pueda formar un isomorfismo entre estructuras.

2.- Concretización

La concretización es definida como “marchar de la clase hacia los elementos” (p.53) colocándolo en oposición a la abstracción, que va de los elementos a la clase. En matemáticas es importante dar un ejemplo concreto de la clase que se ha formado. Esto se debe a que no siempre la formación de una clase se da a partir de sus elementos, sino que se define “desde arriba”, mediante combinaciones lógicas de sus atributos. En consecuencia, habría que verificar si efectivamente existen los referidos elementos. Esta actividad también es presentada en el aula de clase de matemáticas, por ejemplo, cuando se solicita al estudiante que muestre el conjunto solución de un sistema de ecuaciones.

3.- Generalización

El autor la define como “enterarse de una situación de inclusión en una clase. Significa que, si hemos descubierto que una clase pertenece a la clase A, entonces, invariablemente, pertenece a la clase B.” (p.55). Por ejemplo, un espacio vectorial de una dimensión está incluido en un espacio vectorial de dos dimensiones. Además, el autor indica que para que haya una generalización más matemática debe haber algún tipo de abstracción.

4.-Restricción

Esto lo define como lo opuesto a la generalización. Es decir, particularizar ciertas propiedades de clases A y B en una nueva clase C. Por ejemplo, cuando se hace decrecer el número de dimensiones de un espacio vectorial, se está restringiendo.

5.- Construcción

Este proceso matemático hace referencia a “juntar cosas para construir otra estructura con ciertos requerimientos previamente especificados” (p.56). Es importante (y Dienes lo precisa) que construir es parte del pensamiento matemático, pero *no configura a todo* el pensamiento matemático. Muchas veces se asocia el aprendizaje del conocimiento matemático al aprendizaje de estructuras matemáticas concatenadas una tras otra como inclusión de clases (el conjunto de los números naturales dentro de los enteros y estos últimos dentro de los racionales, por ejemplo).

La definición de varios objetos matemáticos que cumplan ciertas propiedades se realiza usualmente de manera constructiva. En particular este modo de presentación de los objetos matemáticos se da en el nivel de educación inicial (manejo de series) y en el nivel de educación primaria. Ahora bien, este proceder posee ciertas limitaciones, en particular para el trabajo matemático especializado, el cual requiere trabajar con conjuntos infinitos. Así, se ha hecho necesario *postular* entidades y trabajar con ellas. Esto último forma parte del modo contemporáneo de hacer matemáticas del matemático profesional (en la que hay un modo de trabajar o de presentar el conocimiento matemático de forma axiomática) y que, en particular, en el nivel de educación media y los primeros semestres universitarios es presentado. Un ejemplo claro de ello es la presentación usual que se hace en educación media de los conjuntos de los números enteros, racionales y reales, los cuales son definidos por comprensión. En el medio escolar venezolano reciente parece observarse que no se explicita ni se analiza la diferencia existente entre el modo de presentar objetos matemáticos de manera constructiva y el presentarlos a través de su postulación.

6.- Análisis

Dienes lo relaciona como parte fundamental que “delinea el territorio matemático” ya que aquí se aprecia a la *demostración* como proceso en la que se prueban las relaciones existentes entre ciertas clases. En este proceso matemático se trata de “convencernos del todo de que, en efecto, los atributos definen clases que están entre sí en tal o cual relación”. Así, los teoremas - afirma el autor- son advertencias sobre lo que se puede encontrar tomando un camino determinado. Por ende, se considera conveniente hablar de *análisis matemático*, para diferenciarlo del análisis tradicional. Hacer análisis matemático es (desde la perspectiva de Dienes) demostrar. La demostración muchas veces ha sido establecida como la marca indeleble del pensamiento matemático y lo que identifica al matemático profesional -su capacidad para demostrar-. Esta actividad es analítica e involucra elementos que forman parte del razonar matemático.

7.- Simbolización

Dienes refiere que para el matemático “los símbolos constituyen una especie de máquina de calcular primitiva, que pensará un poco por nosotros, contribuyendo de ese modo a una gran economía cognoscitiva.” (p. 59). Por otro lado, como Duval indicara, la capacidad de simbolizar y formalizar a las entidades matemáticas y sus relaciones es inevitable para el trabajo matemático, debido a que no se puede separar a estas de sus representaciones. En el aula de clases de matemáticas la mayoría de las críticas de los estudiantes apuntan a la excesiva formalización. En efecto, Dienes no es ajeno a esto y afirma que “el problema de cómo y cuándo adquirimos el simbolismo y su esclarecimiento puede resultar necesario para la mayor parte del trabajo que debe realizarse en el estudio del aprendizaje matemático” (p. 60).

Este proceso matemático al igual que el análisis (la demostración) es común al trabajo del matemático y en el aula de clases se intenta emular este proceder. Se espera que el estudiante sea capaz de simbolizar a las entidades con las que se trabaja y pueda establecer, vía formalización,

las relaciones existentes entre ellas y sus operaciones. Ahora bien, una mejor o peor simbolización está relacionada necesariamente con la habilidad del estudiante de poder interpretar el significado de dichos símbolos, esto es la interpretación, el cual Dienes coloca como otro proceso matemático, descrito a continuación.

8.- Interpretación

La interpretación es lo inverso de la simbolización. Esto es, la decodificación de los símbolos, haciendo referencia al significado que se le atribuye a los mismos. Es decir, hacer referencia a los conceptos con los que se trabaja. Dentro del tratamiento matemático formal avanzado, el significado atribuido a los símbolos con los que se trabaja es escaso, solo presente en la modelación matemática. En el caso de los niveles primarios y medios, a medida que se avanza de grado en el sistema escolar, la interpretación de los símbolos utilizados no se hace prioritaria, en aras de una mayor formalización. Esto no se considera una debilidad, ya que la simbolización promueve la economía de pensamiento, haciendo más eficiente el trabajo matemático. Lo que es discutible es la presentación en los niveles medios escolares de símbolos matemáticos *sin* asociarlos a la interpretación de los mismos. En algunas circunstancias, y en especial cuando se desea vincular a la matemática con el contexto inmediato, de vital importancia en educación media, parece ser recomendable el trabajo conjunto de simbolización junto con interpretación.

George Poyla: Matemáticas y razonamiento plausible

George Poyla, matemático húngaro, en sus investigaciones sobre el razonamiento matemático ha identificado a la *generalización*, la *especialización* y la *analogía* como algunos elementos constituyentes del modo de razonar en matemáticas, en particular, dentro del razonamiento inductivo, que a su juicio es común en el trabajo matemático. La generalización la define como “el paso de la consideración de una serie determinada de objetos a la de una serie mayor que contiene a la primera” (1966, p.37). Por ejemplo, se generaliza cuando se pasa de la

consideración de triángulos a la de polígonos con arbitrario número de lados. La especialización “es pasar de la consideración de una serie determinada de objetos a la de una más pequeña contenida en la primera” (p.38). Mientras que la analogía la define como “ semejanza sobre un nivel definido y conceptual” y precisa que “dos sistemas son análogos si concuerdan en relaciones claramente definibles de sus partes respectivas” (p.39).

Es importante observar la semejanza de las anteriores definiciones con algunos procesos matemáticos descritos por Dienes y las consideraciones sobre conversiones de Duval. En efecto, la generalización tanto Dienes como Poyla la destacan, así como la especialización en Poyla es la concretización de Dienes. Finalmente, la analogía se corresponde con los isomorfismos entre estructuras explicados por Dienes en la abstracción matemática y en las consideraciones de Duval acerca de las representaciones semióticas. Estas semejanzas entre los autores consultados permitieron obtener información sólida acerca de los procesos matemáticos y sus posibles indicadores. Poyla además afirma que la generalización, la especialización y la analogía “a menudo cooperan las tres para resolver problemas matemáticos” (p.41) y lo ejemplifica con la demostración que Euclides diera del Teorema de Pitágoras, en la cual las tres intervienen. Más aún, estudiando los procesos matemáticos descritos por Dienes, se pudo identificar que describen aspectos del tratamiento de las entidades matemáticas, los cuales algunos de ellos pueden ser clasificados dentro de los tratamientos y las conversiones de Duval.

Ahora bien, se debe tener cuidado con considerar que ellos sean *todos* los procesos matemáticos. Poyla (1966) incorporó en sus investigaciones algunos elementos de tipo heurístico que forman parte (desde su perspectiva) del modo de razonar en matemáticas. En particular lo que denominó *razonamiento plausible* lo destaca como constitutivo de la construcción del conocimiento en matemáticas. La siguiente cita detalla al respecto

Aseguramos nuestro conocimiento matemático mediante el razonamiento demostrativo, pero apoyamos nuestras conjeturas por medio del razonamiento plausible. El razonamiento demostrativo es seguro, definitivo y está más allá de toda controversia. El razonamiento plausible es azaroso, discutible y provisional (...) Para aprender algo nuevo

sobre el mundo necesitamos del razonamiento plausible, que es la única clase de razonamiento que utilizamos en nuestra vida cotidiana. (Poyla, p.14)

Es importante precisar que Poyla coloca a la generalización, la especialización y la analogía como prácticas que apoyan al razonamiento plausible en matemáticas. El autor no define lo que entiende por razonamiento plausible, pero sí lo contrapone al razonamiento demostrativo, esto es, a la prueba como procedimiento algorítmico (lo que en Dienes es el proceso matemático de análisis). El razonamiento plausible se puede definir como elementos heurísticos que apoyan conjeturas respecto *a lo que se podría esperar* acerca de algún resultado o hipótesis que se maneja. Esto es, apoya el proceso de razonamiento del estudiante mientras aborda un problema matemático en específico. Así, a juicio del autor, una manera de contribuir al aprendizaje escolarizado en matemáticas es a través de la consideración en aula de expresiones de razonamiento plausible.

Escapa a los objetivos de este trabajo abordar los distintos patrones de inferencia plausible que Poyla precisa, pero sí es útil para destacar lo siguiente: el razonamiento en matemáticas no es solo algorítmico (como usualmente se asume) sino también heurístico. Esto amplió el marco conceptual a considerar para definir los procesos matemáticos. Más aún, investigaciones como las de Panizza (2005), investigadora matemática argentina que ha dirigido el proyecto “Didáctica del Razonamiento Matemático” en la Universidad de Buenos Aires, confirma la necesidad de mayor amplitud en lo que respecta al modo de razonar en matemáticas. La autora afirma lo siguiente

El enunciado general de que la enseñanza debe tomar a su cargo el aprendizaje de los alumnos del razonamiento matemático constituye, sin duda, un avance respecto de una tradición educativa que solo planteaba como objetivo la enseñanza de los contenidos curriculares. (...) se debe tomar en cuenta aspectos no solo lógicos al interpretar los razonamientos de los alumnos. (p.9)

Así, Poyla y Panizza coinciden en sus apreciaciones respecto al modo en que se razona en matemáticas. Esta última analiza inferencias no deductivas: abducción, analogía, generalizaciones espontáneas, etc. Inclusive, presenta desde su perspectiva fenómenos que interfieren los procesos

de razonamiento, así como la validación de razonamientos (lógicos y no lógicos). Para efectos del presente trabajo, estos últimos autores permitieron ratificar la amplitud de criterio a considerar cuando se habla de procesos matemáticos.

Definición de procesos matemáticos

La definición conceptual de procesos matemáticos para este trabajo reunió las ideas principales de los autores antes mencionados. Cada uno de ellos destaca una arista de lo que consideran procesos específicos al trabajo con entidades matemáticas. Tomando en cuenta lo anterior, se presenta la siguiente definición de *procesos matemáticos*:

Se entenderá por *procesos matemáticos* como el conjunto de representaciones (escritas, icónicas, no icónicas, verbales) en las que se encuentren: procedimientos (algorítmicos, heurísticos), transformaciones (tratamientos y conversiones) o razonamientos (demostrativos, inductivos, plausibles) que involucren entidades matemáticas y sus relaciones.

Esta definición permitió orientar la selección de posibles indicadores para las manifestaciones que se aspiran aprehender sobre el aprendizaje en matemáticas, desde la categoría procesos matemáticos. Es importante recordar que, tal y como se explicó con anterioridad, no todos los aspectos presentados por la teoría fueron tomados en cuenta, ya que su precisión como indicadores no es factible o no facilita su aprehensión.

2.7 Taxonomía de aprendizajes para las matemáticas

Como se ha presentado en la sección anterior, se evidencian procesos de pensamiento específicos a la actividad matemática del estudiante. Ahora bien, estos procesos de pensamiento involucrados en el tratamiento de entidades matemáticas se encuentran soportados dentro de habilidades de pensamiento generales que les sirven de base. Estos últimos son marcos de referencia y fueron consultados (Shardakov 1977, Bloom y otros, 1973). En particular, la revisión bibliográfica buscó precisar, tanto aquellas funciones del intelecto imprescindibles para *dar base*

o soporte general a cualquier actividad de aprendizaje, así como aquellas que se vinculen más directamente al tratamiento de las entidades matemáticas, sin ser parte de los procesos matemáticos ya definidos. Lo anterior se resume en verificar la presencia de una *taxonomía de aprendizajes para la matemática* y así tomarlos en cuenta para la selección de posibles manifestaciones que se conviertan en indicadores para la competencia matemática.

En cuanto a lo que la teoría informa respecto a aquellas funciones del intelecto relacionadas con el tratamiento de entidades matemáticas, se pudo constatar la existencia de modelos elaborados para la educación media norteamericana. En efecto, tomando como referencia fundamental la *taxonomía de los objetivos de la educación de Bloom* (1956) investigadores como Husén (1967), Wood (1968) y Wilson (1970) presentaron modelos de base cognoscitiva para evaluar el rendimiento en matemática en educación media. En particular, James Wilson (p.222) presentó una tabla de especificaciones para la matemática de la escuela secundaria. En ella se identificaron como habilidades de pensamiento (que el autor denomina niveles de conducta) a las siguientes: *computación, comprensión, aplicación y análisis*. Estos niveles de conducta se derivaron de un estudio cuidadoso de la taxonomía de Bloom, adaptándolo al aprendizaje de la matemática. Para cada uno de ellos se establecieron ítems, precisando que están seleccionados y organizados desde aquel que posee menor complejidad cognoscitiva (computación) hasta el que posee mayor complejidad (análisis).

En el nivel de computación aparecen tres (3) ítems: Conocimiento de hechos específicos, conocimiento de la terminología y capacidad para realizar algoritmos. El énfasis en este caso está puesto en “exigir el recuerdo de hechos y terminología básicos” y “en el conocimiento y realización de operaciones y no en decidir cuáles son las operaciones apropiadas” (p.225). La comprensión muestra seis (6) ítems: Conocimiento de conceptos, conocimientos de principios, reglas y generalizaciones, conocimiento de la estructura matemática, capacidad para transformar elementos de problemas de una modalidad a otra, capacidad para seguir una línea de razonamiento y capacidad para interpretar un problema. A diferencia del nivel de computación

(en el que la memoria tiene preeminencia) se enfatiza la demostración de comprensión de los conceptos y sus relaciones y no en el empleo de conceptos para producir una solución.

La aplicación en cambio, tiene los siguientes ítems: Capacidad para resolver problemas de rutina, capacidad para realizar comparaciones, capacidad para analizar datos, capacidad para reconocer modelos, isomorfismos y simetrías. Lo esencial en este caso es “recordar el conocimiento pertinente, seleccionar operaciones apropiadas y llevar a cabo las operaciones” (p.225). Finalmente, en el análisis se encuentran presentes los siguientes ítems: Capacidad para resolver problemas no rutinarios, capacidad para descubrir relaciones, capacidad para construir demostraciones, capacidad para criticar demostraciones, capacidad para formular y validar generalizaciones.

Observando los ítems de cada nivel de conducta, se verifica su organización jerárquica de menor a mayor complejidad cognoscitiva. En efecto, de acuerdo a este modelo, la capacidad para realizar algoritmos se considera de menor complejidad que la capacidad para interpretar un problema. También el conocimiento de conceptos se presenta de mayor complejidad (en cuanto a esfuerzo cognoscitivo) que la capacidad para construir demostraciones. Así, el modelo relaciona las funciones del intelecto con algunas habilidades que se manejan *sobre* las matemáticas, lo que aportó un marco de referencia adicional para consolidar al constructo competencia matemática.

¿Cuáles características comunes se aprecian en los ítems presentados por nivel de conducta? El hilo conductor que las vincula es el manejo de conceptos matemáticos y su relación con el manejo de procedimientos matemáticos, esto es, conceptos y procedimientos como habilidades cognoscitivas fundamentales, vinculadas con las matemáticas. Lo anterior coincide con Carpenter (1986), quien ha establecido algunas reflexiones tendentes a describir las posibles relaciones entre el conocimiento conceptual y el procedimental. Las mismas indican que la comprensión matemática “tiene como base el dominio conceptual. Éste permite la flexibilidad en los procedimientos, y se desarrolla en la medida en que se incorporen a la red conceptual las

relaciones entre los conceptos y procedimientos” (Reverand, p.61). Así, aquellas funciones del intelecto más cercanas al trabajo con entidades matemáticas poseen relación con el manejo de conceptos y procedimientos matemáticos.

En efecto, investigadores como Kaplan, Yamamoto y Ginsburg (1989), así como Hiebert y Lefevre (1986) han diferenciado al conocimiento conceptual del procedimental, estableciéndolos como distintos tipos de conocimiento. Esta diferenciación es apreciada en variadas situaciones de aula en las que se separa el saber del hacer. El saber (conocimiento conceptual) se coloca como memorización de definiciones, mientras que el hacer (conocimiento procedimental) como procedimientos a aplicar. En la matemática escolar de niveles medios, se ha apreciado cierta separación entre ambos tipos de conocimiento, sin relacionarlos.

Es tal la importancia de considerar la relación entre conceptos y procedimientos en las matemáticas, que Reverand (2009) junto con otros autores, han afirmado que el aprendizaje en matemáticas se desarrolla cuando se relaciona el conocimiento conceptual con el procedimental. Mas aún, Hiebert y Lefevbre (1986) indican que “las fallas y los éxitos de los estudiantes cuando resuelven tareas matemáticas se pueden explicar a través del análisis de las conexiones entre el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental que aquellos exhiben en su desempeño” (Reverand, p.53). La relación entre conceptos y procedimientos se encuentra presente en las principales áreas del saber, pero parece observarse con mayor fuerza en las matemáticas. Es posible que esto se deba a que, en matemáticas, el modo en el que se relacionen sus estructuras fundamentales tiene prioridad por sobre el contenido de estas estructuras. Miguel de Guzmán, matemático y docente español, así lo precisa cuando afirma que “las matemáticas es sobretodo un saber hacer, una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido.” (De Guzmán, 1993).

En este orden de ideas, los autores definen al conocimiento conceptual de la siguiente manera

El conocimiento conceptual es modelado como una red donde los conceptos o informaciones están muy interconectados (Putnam, Lampert y Petersen, 1990). La comprensión matemática ocurre cuando una nueva información es conectada apropiadamente al conocimiento matemático previamente estructurado (Ginsburg (1987) y Davis (1986)). El conocimiento conceptual debe ser aprendido significativamente (...) porque únicamente forma parte del conocimiento conceptual si el sujeto reconoce sus relaciones con otras piezas de información. (p.54)

Mientras que el conocimiento procedimental es presentado del siguiente modo

El conocimiento procedimental está conformado por dos (2) componentes: 1. Un sistema de símbolos que constituye el lenguaje matemático y que usan aquellas personas familiarizadas con los símbolos para representar ideas matemáticas y, 2. Las reglas, algoritmos y procedimientos usados para resolver tareas matemáticas (Hiebert y Lefevre, 1986). El conocimiento procedimental se caracteriza por procedimientos paso a paso, ejecutados en una secuencia específica (Carpenter, 1986). Los procedimientos pueden ser aprendidos con o sin significado. Aquellos que son aprendidos con significado son aquellos que están entrelazados al conocimiento conceptual. (p.56)

Así, los ítems presentados por Wilson (1970) reflejan, de manera jerárquica, la estructura y relación entre conceptos, su apropiación, aplicación y manejo, así como los procedimientos usuales a las matemáticas vinculados con los conceptos. En las definiciones antes presentadas se es enfático en informar sobre el *aprendizaje significativo* cuando ambos se entrelazan.

Por otro lado, un conjunto de autores ha abordado el estudio de funciones cognoscitivas de soporte o de base para el aprendizaje, en particular para el aprendizaje de las matemáticas. A ese respecto, autores como Shardakov (1977), Orton (1990) y Skemp (1999) fueron consultados, el primero desde una perspectiva materialista, propio de la escuela psicológica soviética, y los dos últimos desde una perspectiva piagetiana, en la psicología occidental. En el caso de M.N. Shardakov, especialista soviético en psicología cognitiva, se presentó en su libro “Desarrollo del Pensamiento en el Escolar” un conjunto de investigaciones sobre cómo se desarrolla en los alumnos el pensamiento, a partir de la unidad de todos los procesos involucrados y mostrando la relación entre pensamiento y lenguaje. El autor indica que su estudio

Se basa en investigaciones de autores soviéticos y de otros países, así como en los trabajos de los pedagogos especializados en la metodología de la enseñanza. Conviene señalar que el contenido del libro no está vinculado a los programas de enseñanza que rigen en la escuela secundaria soviética; sin embargo, los ejemplos, así como los datos reales y experimentales que el autor ofrece, han sido tomados de la experiencia práctica de la enseñanza escolar. (p.7)

En ese contexto, el autor precisa lo que denomina *formas* del pensamiento, a saber: análisis, síntesis y comparación; abstracción, generalización y especificación; inducción, deducción y analogía; determinación de nexos y relaciones; formación de conceptos y su clasificación y sistematización. Cada una de ellas se estudian, afirmando además que “sin embargo, las formas *básicas* del pensamiento son el **análisis** y la **síntesis**, que actúan en calidad de componentes constructivos de todas las demás formas de actividad mental.” (p.11). Su propósito fundamental es mostrar datos de las investigaciones realizadas para el estudio de lo que considera “leyes” que rigen el desarrollo del pensamiento en el ámbito escolar.

En particular, haciendo referencia a las matemáticas, el autor la coloca junto con las demás asignaturas que estudian los escolares, considerándola como parte constitutiva de las leyes singulares y específicas del pensamiento, propias de cada asignatura, los cuales poseen nexos en común. Afirma además que “la asimilación del contenido de las diferentes ciencias que se estudian en la escuela se lleva a cabo no sólo según leyes específicas de la actividad mental, sino también de acuerdo con las leyes generales del pensamiento, que se perfeccionan y desarrollan continuamente.” (p.23). En consecuencia, desde este enfoque, existe una vinculación e interacción entre las leyes específicas, singulares de una asignatura y las leyes generales del pensamiento. La siguiente cita es elocuente en este sentido

Cabe suponer que, si el conjunto de lo singular en la actividad mental y en el desarrollo del pensamiento está determinado por el estudio de las matemáticas, nos hallaremos en presencia de lo que podríamos llamar mentalidad matemática especial, mientras que si lo determina el estudio de la técnica podremos hablar de una mentalidad técnica especial. Solamente ante semejante enfoque del desarrollo del pensamiento se pueden emplear las expresiones de mentalidad matemática, técnica, geográfica o física en los alumnos. Pero cada uno de estos tipos de mentalidad especial, al representar en sí lo

singular, refleja, al mismo tiempo, algunas de las leyes generales del pensamiento en los escolares. (p.24)

Así, desde una perspectiva materialista, dos (2) aspectos destacan: En primer lugar, las asignaturas entendidas como un conjunto de leyes singulares, propias a cada materia particular, que tributan a leyes generales del pensamiento. En segundo lugar, el análisis y la síntesis se consideran estructuras base o de soporte para la construcción del resto de las operaciones mentales. Autores como S.L. Rubinstein, quien fuera uno de los fundadores de la *teoría de la actividad*, ha desarrollado un marco teórico de interés en la que se fundamenta esta visión del pensamiento. Escapa a los objetivos del presente trabajo ahondar respecto a dicha teoría, pero sí se referencia como marco de estudio psicológico en la era soviética. Al respecto, se puede consultar en Mosquera (2020) una panorámica de la teoría de la actividad en Venezuela.

Del lado de la psicología occidental, Richard Skemp (1999), investigador británico, estableció algunas consideraciones acerca del aprendizaje en matemáticas, usando el autor el término comprensión matemática. Explícitamente se propone, en su primera parte del libro, exponer lo que *es* la comprensión y cómo se puede provocar. Afirma lo siguiente

Pensamos, ciertamente, que sabemos cuándo comprendemos algo o no; y la mayoría de nosotros posee una creencia profundamente arraigada acerca de lo que esto significa. Pero respecto a lo que sucede justamente cuando comprendemos y lo que no sucede cuando no comprendemos, la mayoría de nosotros no tiene ni idea (...) Así, hasta que no poseamos una mejor comprensión de la comprensión misma, nos encontraremos en una posición más humilde, tanto para comprender matemáticas nosotros mismos, como para ayudar a otros a que las comprendan. (p.18)

El autor precisa la siguiente definición de comprensión: “Comprender algo significa asimilarlo dentro de un esquema adecuado” (p.50). Se destacan dos (2) términos: *asimilación* y *esquema*. Ambos son de origen piagetiano, incorporándolas el autor como aspectos esenciales de la comprensión matemática. En particular, los esquemas como *estructuras mentales* que dan soporte a lo que se comprende y cuya mayor o menor flexibilidad aseguran mayor o menor comprensión se erige como relevante. En este sentido Skemp afirma que: “la importancia central

del esquema como instrumento de aprendizaje, significa que si los primeros esquemas son inadecuados, dificultan la asimilación de conceptos posteriores”(p.55) y establece que “un esquema adecuado significa aquel que toma en cuenta la tarea de aprendizaje a largo plazo y no justo la inmediata (...) el profesor debe mirar mucho más allá de la tarea presente del que aprende, y donde sea posible, comunicar nuevas ideas de tal modo que se formen esquemas adecuados a largo plazo”(p. 56). Como consecuencia de lo anterior, las manifestaciones que se presentaron de la competencia matemática incorporaron la interiorización del aprendizaje matemático en esquemas cognoscitivos que les sirven de soporte.

En este orden de ideas, Orton (1990) se pregunta acerca de cuáles podrían ser las exigencias cognitivas necesarias para el aprendizaje de las matemáticas. Refiere que el intento de clasificar las actividades mentales inmersas en el aprendizaje matemático ha sido complejo, denominándolo “problema de la clasificación”. Autores como Bloom y cols. (1956), Gagné (1970), Skemp (1971), Polya (1945), Wickelgren (1974) y Brown (1978) han realizado aportes al respecto, considerando Orton que son cuatro (4) las categorías a su juicio esenciales: retención y memorización, empleo de algoritmos, aprendizaje de conceptos y resolución de problemas. Estas categorías ya aparecen en investigaciones realizadas por otros investigadores, referenciados en este trabajo. Orton muestra las siguientes consideraciones sobre los 4 categorías en cuestión.

Retención y memorización

El autor precisa el concepto de *memoria operativa*, definiéndola como “almacenamiento a largo plazo junto con la disposición inmediata del conocimiento” (p.39), expresando que es de interés el desarrollo de este tipo de memoria en el aprendizaje de las matemáticas. Tres (3) prácticas considera para lograr dicha memoria: *práctica repetitiva*, *mnemotecnia* y *mapa conceptual*.

La práctica usual de repetición para fijar el conocimiento matemático afirma el autor que es de utilidad en cierto contexto y circunstancias, pero que “la retención y memorización son más

fáciles si lo que se ha aprendido es significativo en relación con la estructura de conocimientos ya existente en la mente del que aprende” (p.39). El problema se produce cuando el educando no posee la estructura de conocimientos anteriores, ya sea por el nivel en el que se encuentra (niños pequeños) o por no haber sido expuestos a los conocimientos previos. A pesar de ello, considera el autor que no se debe desdeñar el repetir para fijar conocimientos. Los procedimientos mnemotécnicos han sido utilizados en algunas áreas de las matemáticas y recomienda su utilización cuando resulte apropiado, esto es, sabiendo que su objetivo es contribuir a fijar el conocimiento matemático y ponerlo a disposición, pero bajo ningún concepto se debe restringir el aprendizaje en matemáticas *solo* a la aplicación de tales procedimientos.

Si la práctica repetitiva y la mnemotecnia poseen el riesgo de ser procedimientos técnicos, el mapa conceptual ha surgido como instrumento de evaluación alternativa en matemáticas de importante relevancia. Se considera que la misma, bien aplicada, contribuye a la memorización operativa y también permite aprehender con mayor propiedad las manifestaciones de los conceptos que manejan los estudiantes en matemáticas. El autor advierte que los mapas conceptuales en matemáticas no deben observarse de manera literal pues involucran un proceso activo de reconstrucción. Respecto a esto último, el análisis que se ofrece en Mosquera (2002) aborda aspectos para profundizar sobre los mapas conceptuales en matemática, en el contexto de la educación media.

Empleo de algoritmos

Orton indica que es de mucho interés para el aprendizaje de las matemáticas el manejo de algoritmos. Su uso es ejemplificado en temas tales como la multiplicación y división larga, la suma, resta, multiplicación y división de fracciones y en la multiplicación de matrices. En efecto, se reconoce en el presente trabajo que la utilización de algoritmos forma parte de las prácticas matemáticas usuales, pero se es enfático en afirmar que *no representa todo* lo que se hace en matemáticas. Se plantea lo anterior porque se ha evidenciado que las prácticas de matemáticas en

muchas aulas venezolanas *se reducen* a la aplicación de algoritmos. En consecuencia, no debe sorprender que los escolares asocien a las matemáticas con la aplicación de algoritmos (junto con el cálculo aritmético) pues ha sido lo único a lo que han sido expuestos.

El uso de algoritmos sin relación con los conceptos involucrados parece ser un problema recurrente en las aulas de clase de matemáticas. Esto es, la separación entre conocimiento conceptual y conocimiento procedimental, ya referido anteriormente (Reverand 2009), siendo sus efectos nefastos para el aprendizaje de las matemáticas. ¿Cómo superar esta dificultad? Orton propone tomar en cuenta la distinción entre *comprensión instrumental* y *comprensión relacional* señalada por Skemp (1976) como necesaria, propiciando la última entre los estudiantes, la cual vincula a los algoritmos con sus conceptos.

Aprendizaje de conceptos

El autor precisa que aprender conceptos es “la construcción de un entendimiento de nuevos conceptos, basándose en aspectos previamente comprendidos” (p.46). Siguiendo a Novak (1977) refiere que “los conceptos describen alguna regularidad o relación dentro de un grupo de hechos y son designados por algún signo o símbolo” (p.46) y luego se apoya en Skemp (1971), quien analizó en detalle lo que involucra el *aprendizaje de conceptos matemáticos*. Allí acompaña la afirmación, según la cual: “No se puede esperar que los chicos aprendan a través de definiciones. Necesitamos usar ejemplos y contraejemplos. No aprendemos conceptos a partir de sus definiciones.” (p.12) Así, desde esta perspectiva, para el aprendizaje de conceptos en matemáticas es vital la presentación de ejemplos y contraejemplos que confirmen lo conceptualizado.

Resolución de problemas

Finalmente, la resolución de problemas también ha sido (al igual que el empleo de algoritmos) considerado como un aspecto propio de la actividad matemática de aprendizaje y se

afirma en este trabajo su relevancia, precisando que no representan a toda la actividad matemática. Un aspecto esencial explicado por Orton es no confundir a la resolución de problemas con la resolución de ejercicios. Los ejercicios, comúnmente colocados al finalizar la explicación de un tema *no son problemas*. La resolución de problemas el autor la define como: “generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva. Se admite ahora, por lo general, que las matemáticas son tanto un producto como un proceso; tanto un cuerpo organizado de conocimientos como una actividad creativa en la que participa el que aprende” (p. 51)

Así, la resolución de problemas involucra un espectro más amplio de acción y Gagné (1970, 1977) la considera la forma más elevada de aprendizaje. Poyla (1945, 1962) ha aportado respecto a estos elementos, analizando las características generales en la que se deben preparar a los escolares para resolver los problemas de mejor manera (que comporta elementos heurísticos). Por todo lo anterior, la resolución de problemas en este trabajo no se consideró como una manifestación particular de la competencia matemática, pues su caracterización se encuentra subsumida en toda la configuración de dicha competencia. Es decir, la competencia matemática que se derivó promueve en el estudiante la capacidad de resolver problemas matemáticos, entendidos estos últimos en sentido amplio.

En consecuencia, tomando en consideración lo presentado en los niveles de conducta de Wilson (1970), cuyos ítems enfatizan la relación entre conceptos y procedimientos, aspectos ya encontrados en Carpenter (1986), Kaplan, Yamamoto y Ginsburg (1986) y Hiebert y Lefevre (1986), referenciados por Reverand (2009); así como las formas básicas de pensamiento de Shardakov (1977) (análisis y síntesis), las consideraciones sobre acomodación y esquema de Skemp (1999) y las categorías de Orton (1990) se tuvieron insumos teóricos para configurar un conjunto de funciones del intelecto generales en las que enmarcar a los procesos matemáticos antes referidos. Estas funciones involucran habilidades generales para la elaboración,

consolidación, relación y uso de información y conocimiento, así como habilidades específicas para el tratamiento de conocimiento conceptual y procedimental matemático. Ellas coadyuvan a la interiorización del aprendizaje matemático dentro de esquemas que les sirven de soporte o base e interactúan entre sí y con dichos esquemas.

2.8 Procesos Afectivos

Los factores afectivos hacia las matemáticas han dejado de ser considerados secundarios en el estudio del aprendizaje de las matemáticas, incorporándose como líneas de investigación con grupos de trabajo consolidados (Gómez-Chacón, 2000; Gómez-Chacón, Op' t Eynde, y De Corte 2006, Gómez-Chacón y Figueiral 2007; NCTM 1989, D'Amore, Godino y Fandiño, 2008; D'Amore, Fandiño y Diaz 2008, etc.). La afectividad ha sido manejada desde diversas perspectivas, tratándose de identificar aquellos elementos de la volición que se manifiestan en los estudiantes cuando están en situaciones escolares y extraescolares de matemáticas. Culturalmente existen un conjunto de creencias asociadas a las matemáticas, las cuales han contribuido a expresar sentimientos de aversión, siendo conocida su influencia negativa en el desarrollo de competencias matemáticas. En consecuencia, precisar los indicadores de esta variable y orientarlos a favorecer el aprendizaje de las matemáticas fue de vital importancia.

La revisión bibliográfica indicó que el tema de la afectividad en sus inicios fue trabajado de manera poco rigurosa, en favor de aspectos cognitivos⁹. Camperos (1999) señala que “algunos autores se refieren a este dominio con formulaciones genéricas, ambiguas, vagas y difusas; hay poca precisión al respecto(...) se incluyen múltiples manifestaciones, como: sentimientos, ideales, motivaciones, intereses, emociones, pasiones, actitudes, valores, relaciones sociales, modales, urbanidad, convivencia, empatía, aceptación del otro y de los demás, normas sociales,

⁹ Un antecedente en Venezuela de relevancia consultado fue el trabajo desarrollado por la Dra. Zoila Bayley en 1977 titulado “Los objetivos afectivos y la formación de actitudes hacia la matemática” como parte del Proyecto MATCB-01 del Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC). Dicho trabajo se propuso establecer algunos elementos para desarrollar actitudes hacia el estudio de las matemáticas en los primeros años del para entonces Ciclo Básico Común en educación media.

convicciones, hábitos, cualidades morales, conciencia de justicia, etc.” (p.22). Ante la multiplicidad de términos que están involucrados se debió priorizar a aquellas más cercanas a las experiencias de aprendizaje en matemáticas.

En función a lo último planteado, los términos relacionados con la afectividad en matemáticas han sido presentados usualmente a la sombra de lo que culturalmente ha marcado la experiencia de muchos escolares en las aulas de matemáticas: sentimientos de temor, aversión, miedo, nervios y rechazo. Así, los investigadores indican que la actitud, el interés, gusto, disposición y voluntad hacia las matemáticas está fuertemente relacionada con las *creencias* asociadas a la misma y las experiencias que hayan tenido los escolares. **No es posible separar los factores afectivos de las creencias que los escolares poseen respecto a las matemáticas.** Y lo anterior ha marcado el logro o no de niveles de dominio de aprendizaje deseables en las matemáticas. Esto diferencia a las matemáticas y su aprendizaje de manera sustancial respecto a otras áreas del saber, justificando la incorporación de la variable procesos afectivos como uno de los dominios a considerar en la competencia matemática para el presente trabajo. En consecuencia, los procesos afectivos se presentaron enraizado en un sistema de creencias que los soporta.

Al respecto, Gómez-Chacón y otros (2006) dieron un sustento teórico de relevancia al estudio de la afectividad en las matemáticas, y, entre otras consideraciones, establecieron que estas poseen como base un sistema de creencias interconectadas entre sí. Las creencias son, siguiendo a Thompson (1992) “aquellas que pueden ser sostenidas con distintos grados de convicción, no son consensuales y sus justificaciones no son necesariamente consistentes lógicamente, lo que las hace difícil de desarraigar.” (p.34) Por ende, un sistema de creencias es una forma organizada psicológicamente (que no lógicamente per se) de las creencias de un individuo, en las que el modo en el que se relacionan determina a dicho sistema. Gómez-Chacón lo indica de la siguiente manera: “Dos personas pueden tener las mismas creencias y distintos

sistemas de creencias, y por tanto abordarán y desarrollarán de manera diferente la actividad matemática” (p. 22)

Las expresiones emocionales a favor o en contra de las matemáticas están marcadas, como se ha planteado, por las creencias asociadas a ella. Se considera que el desarrollo de competencias matemáticas será completa si se evidencia disposición, agrado e interés hacia el estudio de la matemática; además, si se evidencia las implicaciones sociales de las matemáticas, su utilidad, la influencia favorable del profesor y la influencia sobre las creencias que poseen los estudiantes para tener éxito en matemáticas. Mantecón y Andrews (2011) refieren cuatro (4) factores sobre las creencias: Profesor como facilitador, autoeficacia, relevancia para el mundo social y necesidad funcional de la vida escolar. Lo interesante de este estudio es que presenta un marco que organiza las creencias del estudiante, permitiendo precisar las manifestaciones asociadas a los procesos afectivos. Es decir, referirse a las manifestaciones de la afectividad en matemáticas pasa necesariamente por identificar las creencias asociadas a ellas.

En ese orden de ideas, Op t’ Eynde y De Corte (2003) elaboraron un cuestionario denominado *Mathematics-Related Beliefs Questionnaire (MRBQ)*, cuya traducción al castellano sería *Cuestionario de creencias asociadas con las matemáticas*. Está compuesto por 44 ítems que contemplan diferentes subescalas o dimensiones. Tanto el marco de categorías como el cuestionario completo o algunos ítems son frecuentemente utilizados en investigaciones sobre creencias de estudiantes (Gómez-Chacón y otros, 2006; Ceballos, 2013; Rojas y Sequeira, 2012; Barrantes, 2008; Physick, 2010) revistiéndolo de especial importancia y dándole validez de contenido. Más aún, dicho cuestionario ha sido referencia obligada para cualquier estudio que se desee hacer sobre creencias de estudiantes acerca de las matemáticas. Los trabajos realizados por el grupo de investigación germano-finlandés MAVI (MAtheMatical Views), liderados por Pehkonen y Torner (MAVI 17 Conference, 2011) y por el grupo de trabajo número 2 de la 5ta Conferencia Europea de Educación Matemática son evidencia de lo antes mencionado. Si las manifestaciones de los procesos afectivos se enraízan en un sistema de creencias, entonces es

preciso identificar las creencias en primer lugar. Así, el cuestionario MRBQ fue consultado para la configuración del dominio de la variable procesos afectivos en este trabajo.

A su vez, varios autores han identificado algunas manifestaciones afectivas. Wilson (1970), citado con anterioridad, aún dentro de una posición que privilegiaba el rendimiento en matemáticas desde lo cognitivo, definió una conducta afectiva con dos (2) manifestaciones: 1.- *Intereses y actitudes* y 2.- *Apreciación*. Para el primero se detallan los siguientes ítems: actitud, interés, motivación, ansiedad y valoración de sí mismo; mientras que para la apreciación se especifican: extrínseca, intrínseca y operacional. Respecto a los intereses y actitudes, el autor indica: “Queremos que los estudiantes desarrollen o mantengan un sentimiento fuertemente positivo hacia la matemática. Pero todos estos resultados afectivos son complejos. Presentan problemas de medición mucho más difíciles que aquellos planteados por los resultados cognoscitivos.” (p.245).

El autor no define lo que entiende por interés, actitud, motivación, ansiedad o valoración de sí mismo, confirmándose lo planteado por Camperos acerca de “definiciones genéricas” para lo afectivo. A pesar de ello, se evidencia que los términos engloban un conjunto de *actitudes hacia la matemática*. Respecto a la apreciación, Wilson establece las siguientes definiciones para los ítems correspondientes: Apreciación extrínseca, Apreciación intrínseca y apreciación operacional.

Apreciación extrínseca: Se ocupa de la utilidad de la matemática. *Apreciación intrínseca*: Es una apreciación que deriva de la propia estructura de la matemática, de su poder y su belleza. *Apreciación operacional*: Proviene de comunicar la matemática a otros, proceso en la que la matemática es el objeto de la comunicación. El tipo más evidente de apreciación operacional es querer enseñar matemática a otros. (Wilson, p.246)

En función a los objetivos del presente trabajo, es importante observar las similitudes entre lo planteado por Wilson y los factores presentados por Op t'Eynde y De Corte (2003) así como por Mantecón y Andrews (2011) precisados en el cuestionario MRBQ. En particular, la

utilidad de la matemática a nivel social y escolar, el gusto estético hacia ella y su posibilidad de comunicarse se asemeja a lo planteado por estos autores. Esto brindó insumos a fin de obtener información acerca de las posibles manifestaciones afectivas de los estudiantes acerca de las matemáticas, lo que contribuyó a la competencia matemática en los términos aquí definidos.

Dentro de la teoría sobre competencias matemáticas, D'Amore, Godino y Fandiño (2008) reconocen al aspecto afectivo como integrante de dicha competencia, identificando tres (3) manifestaciones: *disposición, voluntad y deseo* de responder a una determinada solicitud. A su vez, D'Amore, Fandiño y Diaz (2008) (citado por Quiroga y otros, 2013) afirman que: “la base de una competencia es disciplinar, pero sus contenidos no movilizan totalmente el desarrollo de la misma. El carácter transversal de los contenidos matemáticos desborda la disciplina, integrando factores metacognitivos, afectivos, de motivación y volición.” (p.69). La cita confirmó la necesidad de incorporar los procesos afectivos a la competencia matemática en este trabajo, no como elemento accesorio sino como parte integrante fundamental, que motoriza y hace efectiva a dicha competencia.

Definición de procesos afectivos

La definición para este trabajo de los procesos afectivos se elaboró a partir de aquellos elementos que se observaron como recurrentes y comunes en los autores antes mencionados. Al respecto, se destaca que el conjunto de las manifestaciones de la variable procesos afectivos se relaciona indefectiblemente con un sistema de creencias, habiendo manifestaciones relacionadas con actitudes, otras con manifestaciones respecto a la matemática en sí misma y otras relacionadas con la matemática a nivel social. Así, los procesos matemáticos se definieron de la siguiente manera

Se entenderá por **procesos afectivos** al conjunto de manifestaciones de la volición soportados en un *sistema de creencias hacia las matemáticas* que involucran: actitud y disposición hacia su estudio y aplicación; interés, apreciación y significación personal y

social de las matemáticas; confianza, flexibilidad y utilidad social; y valoración propia de las matemáticas.

2.9. Procesos sociocríticos

El estudio de manifestaciones de aprendizaje vinculadas a consideraciones sociales y críticas se han ido incorporado como parte estructurante de las competencias matemáticas. Tal y como ha sucedido con los factores afectivos, se han conformado líneas de investigación, reconociéndose la influencia que tienen en el logro o no de niveles de dominio deseables en el aprendizaje de las matemáticas. Ahora bien, en función de los objetivos del presente trabajo, en particular para la selección de posibles manifestaciones que evidenciaron estos procesos, llamados sociocríticos, fue necesario observar las revisiones teóricas respecto a lo que se considera “social” y “crítico”, para así definirlos apropiadamente. Esta revisión se presenta a continuación.

Presencia de lo social en la competencia matemática

El centro de estudio de las investigaciones en educación matemática ha incorporado consideraciones acerca de la influencia de lo social en el aprendizaje de las matemáticas. Por ende, fue necesario especificar a qué se hace referencia con el término “social”, pues se corre el riesgo (similar a lo referido con los factores afectivos) de utilizar expresiones genéricas que incorporen cualquier aspecto del contexto como parte de lo social. Lerman (2000), citado por Valero (2012) refiere que “incluso dentro de la corriente principal matemático-psicológica de la investigación en educación matemática había un grado de reconocimiento de algunos factores 'sociales', como la interacción entre sujetos cognitivos -llamada *interacción social* en, por ejemplo, las teorías constructivistas-, o las preocupaciones humanísticas y democráticas -llamadas *preocupaciones sociales*- de los investigadores y de los profesores.” (p.201). Agregando que esta perspectiva asume “el surgimiento en la comunidad de investigación en educación

matemática de teorías que consideran el significado, el pensamiento y el razonamiento [matemáticos] como productos de la actividad social” (Lerman 2000, p. 23).

En consecuencia, desde esta perspectiva, la actividad social *produce* el aprendizaje en matemáticas. Obsérvese que se habla de “producir” el aprendizaje y no de contribuir, agregarse, complementar o reforzar al aprendizaje. Si solo se hablase de contribuir o reforzar al aprendizaje, se estaría considerando al aprendiz exclusivamente como sujeto cognitivo, el cual se inserta en la sociedad y luego absorbe aquellos elementos que le son relevantes. A lo sumo, se entendería a lo social como a la interacción de los aprendices, pero luego de haber construido mentalmente el aprendizaje, cada uno de ellos, de manera individual. No. Lo social, en este aspecto del trabajo, fue entendido como *actividad social*, siguiendo a Restivo (1992, 1998 y 1999), investigador que ha realizado aportes en el campo de la sociología de las matemáticas.

Al respecto, el autor define a la actividad social como aquella que “abarca la gente, sus interacciones, sus actividades en espacios sociales particulares y épocas históricas, las tradiciones y rituales de entrada en esos espacios y las estructuras generales en las que todo esto tiene lugar” (p.202). En particular, para efectos del presente trabajo, fue de importancia referir que Valero, siguiendo a Restivo, recuerda la dificultad de los investigadores en educación matemática de separarse de la sombra de la comunidad de matemáticos profesionales, cuyas prácticas difieren de las que se presentan en las matemáticas escolares, sobre todo en los niveles medios. Esto se indica porque el ámbito de acción de este trabajo fue el *aula de matemáticas en 5to año de educación media general* en la que las interacciones, actividades, tradiciones, rituales y la estructura general de dicha aula presenta características muy particulares, las cuales difieren del aula de castellano, geografía, historia, etc., **aun estando presentes los mismos estudiantes.**

En consecuencia, fue necesario identificar aquellas prácticas, interacciones o actividades comunes o específicas al aula de matemáticas de 5to año, que pudiesen tener influencia en el logro o impedimento de niveles de dominio de aprendizaje aceptables en matemáticas. En

particular, la mirada se centró en el aula de clase de matemáticas de 5to año del sistema escolar venezolano. Existen algunas investigaciones que han utilizado métodos cuantitativos en combinación con metodología cualitativa (etnográfica) para abordar una comprensión holística de las interacciones en las aulas de clase, pero vistas estas aulas en el marco de un nivel (primaria, media general) mas no como aulas de un área de formación específicas (aula de matemáticas, aula de castellano, etc.). A pesar de ello, fueron consultadas, para observar el ambiente en el que se desarrollaron estas prácticas.

Así, en el ámbito venezolano, las investigaciones llevadas adelante por el equipo de trabajo liderado por el educador y filósofo venezolano Arnaldo Esté (Esté 1996, Esté y Almedo 1997, Esté 2007), han mostrado un panorama de algunas prácticas, rituales y creencias de estudiantes en algunas escuelas públicas venezolanas. De acuerdo con Albornoz (2009), el conjunto de registros etnográficos que se encuentra en la base de datos del Centro de Investigaciones Educativas TEBAS de la Universidad Central de Venezuela contiene “más de cincuenta mil registros recolectados en más de sesenta escuelas, durante veinte años de observación, por lo que, sin lugar a dudas, es la de mayor validez y rigurosidad documental con que cuenta el país.” (p.939).

Específicamente, en Esté y Almedo (1997) se presentó una interpretación de una indagación etnográfica llevada a cabo en una muestra de veinte (20) instituciones con educación media, de las cuales once (11) se encontraban en el Distrito Capital y el estado Miranda. ¿Cuáles actividades fueron identificadas? Los autores clasificaron la descripción del aula agrupando las actividades en las siguientes categorías: actividades de control, de participación de los alumnos, de intervención de los alumnos, actividades de exposición docente, actividades de copias y dictados, ejercitaciones y evaluaciones.

Un elemento que destacaron los investigadores producto del análisis que hicieron es la necesidad de que “en el nivel de educación media, hay que poner el acento en el logro de

calidades participativas en el estudiante” (p.8). La cita se destacó pues su descripción de aula evidenció **situaciones de inequidad entre docentes y estudiantes**. La descripción de las prácticas comunes apuntó a mantener esta inequidad y, lo que es peor, a asumirla como “natural” en las relaciones dentro del aula. Esté (2007) concluye, a partir de lo encontrado que “se muestra la continua existencia de formas de relación social en la escuela y en el aula de clases que nos ha inducido a darle el nombre de *El aula punitiva*” (p.21). Así, se tiene un aula de clases donde la actividad se lleva adelante en un clima de inequidad, donde el conocimiento es un valor concebido como un proceso de transmisión por parte del docente al estudiante, de modo unidireccional y, a partir de este valor aparecen en la descripción de aula los siguientes valores asociados, a saber

la disciplina concebida como pasividad convergente, los rituales necesarios para mantener el respeto al proceso de recibir el conocimiento, el control del grupo como demostrativo de la calidad del docente, la sanción a manifestaciones de divergencia, iniciativa, desatención o desconcentración. (p.16)

Esto conllevó a establecer como hipótesis de trabajo que algunos elementos de dicho clima escolar serían factores sociales relevantes que podrían no favorecer el logro de niveles de dominio deseables en el aprendizaje de las matemáticas.

En la clasificación de las actividades observadas en el aula hecha por Esté y Almedo (1997) junto con su interpretación correspondiente, no se evidenció que hubiese diferenciación entre las actividades descritas en el aula de una asignatura respecto a otra. Es decir, estas actividades eran comunes a *todas* las asignaturas dictadas. En función a los objetivos del presente trabajo, lo último permite las siguientes consideraciones. Primero, que las situaciones de inequidad son una *constante* en el ambiente escolar, lo que permitió suponer una influencia preeminente en las condiciones para el aprendizaje. Segundo, fue pertinente preguntarse si en las aulas de algunas asignaturas habría mayores situaciones de inequidad, producto de la asignatura abordada, en este caso las matemáticas.

Al respecto, se afirma que la presencia de las matemáticas en el aula condiciona fuertemente el modo en el que el estudiante se acerca a ella, así como las actividades, prácticas e interacciones que se puedan presentar en el aula. Obando, Arboleda y Vasco (2014) se refieren a esto como “sistemas de práctica matemática en condiciones institucionales específicas” (p.72). Más aún, los autores profundizan sobre las condiciones propias en la que se presenta el proceso de apropiación del conocimiento matemático, dentro de varias prácticas, definidas de la siguiente manera

Una práctica-o mejor, un sistema de prácticas- es un conjunto de estructuras dinámicas objetivas y de condiciones objetivadas socialmente que orientan y limitan las formas de hacer -y de pensar- de los individuos adscritos a una institucionalidad específica, pero a la vez, en tanto que la adscripción institucional de la acción del individuo no es una imitación ciega ni una repetición mecánica, es también el conjunto de posiciones subjetivas que condicionan la manera como el individuo actualiza su acción en un aquí y un ahora. (p.74)

Así, de la cita se infiere la existencia de un conjunto de prácticas específicas, propias al aula de matemáticas. Esto Eppe (2004) lo denomina *configuración epistémica*, definiéndose como “la episteme que hace posible la existencia de prácticas matemáticas determinadas” (p.82) Godino y Font (2007) también abordan dicha configuración, aplicándola a la construcción de conocimiento matemático en contextos escolares. Lo anterior interesó para los objetivos previstos en este trabajo pues confirman la existencia de un conjunto de prácticas propias a las matemáticas, las cuales pueden condicionar el aprendizaje.

En consecuencia, se tiene un soporte teórico que ratifica la presencia de prácticas propias en las matemáticas escolares, esto es: conceptos tales como la actividad social (Restivo 1998), la configuración epistémica (Eppe 2004, Godino y Font 2007) y la práctica matemática (Kitcher 1984, Ferreirós 2010). El aprendizaje desde esta perspectiva se maneja según Radford (2008, 2010) como la apropiación del legado cultural institucionalizado, así como “una objetivación de ciertos saberes, un proceso reflexivo de transformación de las prácticas matemáticas que lo lleva a hacerse críticamente consciente de una forma codificada de pensar y hacer” (Radford, 2013).

En el ámbito venezolano la investigación de Alzate (2016) mostró algunas particularidades del aula de matemáticas. Allí se trabajó con estudiantes de 3er año de una institución pública en el estado miranda, con condiciones similares al grupo de estudiantes del presente trabajo (estudiantes de escuela pública, del estado miranda, de institución cercana a la institución donde se encuentran los estudiantes del presente trabajo, y viven en lugares similares). El estudio mostró cómo el aula de matemáticas se diferencia respecto a las aulas de otras asignaturas. Las siguientes afirmaciones fueron dadas por un grupo de estudiantes en dicha investigación, durante entrevista realizada, permitiendo corroborar lo afirmado

Estudiante 3: Por ejemplo, ¡hicimos exámenes, trabajos, exposiciones en otras materias...pero luego decimos “ay! Viene matemática”....somos....somos así que no somos positivos en matemática, somos negativos y por eso es que también nos pasan las cosas” (p.160)

Estudiante 7: (...) entonces con las otras materias no es lo mismo, me siento como más segura que en matemática...matemática es algo que todo el mundo tiene miedo...porque es como que si matemática fuera la mala de la película y uno siente que no puede con ella y que no la va a pasar y que esa es la que le va a quedar. (p.161)

Obsérvese que ambos estudiantes diferencian explícitamente entre el aula en el que ven matemáticas con el aula en el que ven otras materias. Las matemáticas condicionan su modo de interacción en el aula. La siguiente parte de la entrevista realizada con los estudiantes es elocuente al respecto

Estudiante 3: No, no es eso profe...sino que es como puros problemas...

Entrevistador: ¿Y en las demás materias no hay problemas?

Estudiante 1: Sí, pero es diferente...

Estudiante 2: Pero es que los problemas se enfrascan en esta materia...

Estudiante 3: Es que en las otras materias es como leer...letras y letras...

Estudiante 7: Uno no sabe cómo decirlo, pero es algo muy distinto estar en otra clase que cuando entras a matemática (p.166)

Lo destacado en negrillas ratifica lo que se ha venido planteando, a saber, que las matemáticas como área de formación o asignatura parece establecer un modo de interacción y rituales en el aula asociados. Esto es, una actividad social (Restivo,1999) con características propias, influenciados por la matemática y las creencias asociadas a ella.

En particular, se desprendió como categoría de análisis el *poder simbólico* asociado a las matemáticas como posible manifestación que tiene influencia en el logro de niveles de dominio deseables en el aprendizaje de las matemáticas. Así, en la descripción del aula de matemáticas venezolano que se aspiró establecer, dos (2) manifestaciones emergieron, la primera, denominada *situaciones de desigualdad social y escolar*, producto del ambiente de inequidad en el que se desenvuelven los estudiantes y la segunda denominada **poder simbólico**, derivada de las matemáticas y las creencias asociadas a ella. Se consideró que ambas manifestaciones determinan parte importante de la actividad social que se genera en el aula de matemáticas.

Un aspecto que se debe destacar en función a los objetivos de este trabajo, es que una descripción de las interacciones, ritos y actividades de las aulas de estudiantes de educación media requiere de trabajos de corte etnográfico, sostenidos en el tiempo y con la utilización de variadas técnicas e instrumentos de investigación, de corte cualitativo en su mayor parte. Ahora bien, no fue el propósito de este trabajo el describir el aula de matemáticas venezolano, sino seleccionar de los elementos más comunes a dicha descripción a aquellas manifestaciones relacionadas con el aprendizaje en matemáticas, en función a la derivación del constructo competencia matemática. Así, las dos (2) categorías fueron derivadas en esa dirección y se es prudente en afirmar que se requieren de investigaciones posteriores etnográficas para corroborar a dichas manifestaciones como constituyentes del ambiente de aula de matemáticas. En este sentido, se afirma el carácter exploratorio del presente trabajo y su propósito evaluativo, por lo

que el aula de matemáticas de los estudiantes sujetos de estudio en este trabajo no pretende reflejar la realidad de todas las aulas de matemáticas.

En este orden de ideas, la selección específica de estudiantes del 5to año se hizo debido a dos (2) razones: la primera, el hecho de que en 5to año los estudiantes poseen edades comprendidas entre los quince (15) y los diecisiete (17) años, con suficiente madurez cognitiva para identificar y tomar conciencia de situaciones de desigualdad social y escolar a las que hayan sido expuestos, así como de la influencia del poder simbólico de las matemáticas en sus aprendizajes, ya sea de manera directa o indirecta. La segunda razón estriba en que, al encontrarse en el 5to año, los estudiantes finalizan su recorrido en el subsistema de educación básica venezolano, lo que permite reflexionar sobre los aprendizajes alcanzados en el área de matemática y sus implicaciones para el logro de los fines del nivel de educación media general, acorde esto con la perspectiva de competencia matemática de este trabajo. Así, estas categorías fueron descritos como indicadores dentro de los procesos sociocríticos de dicha competencia.

Presencia de lo crítico en la competencia matemática

Siguiendo el hilo argumentativo que se ha estado desarrollando, los aspectos sociales se incorporan en la competencia matemática. Ahora bien, ¿cómo se dio el paso hacia lo “crítico”? La interrogante se planteó puesto que, según lo presentado hasta los momentos, las manifestaciones previas parecerían suficientes para ser consideradas en el constructo derivado para este trabajo, con la presencia en el mismo de las manifestaciones referidas a la actividad social en el aula de matemáticas. Ahora bien, ¿Por qué fue necesario indicar que los procesos considerados no son solo sociales sino también críticos?

Para responder lo anterior, se debe considerar que, tal y como refiere Guerrero (2008), conceptos tales como: educación dialógica y problematizadora, reflexión y acción, emancipación, competencia democrática, conocimiento reflexivo matemático, la relación cultura y matemática, la matemática como construcción humana y social y, el docente-alumna(o) como sujetos políticos

y no sólo cognitivos son parte de una vertiente dentro de la educación matemática, los cuales ponen el énfasis en el aprendizaje en matemáticas como aquel que produce la toma de conciencia del papel político e ideológico que juegan las matemáticas en la sociedad, así como la identificación, crítica e intento de superación de situaciones de desigualdad presentes en el aula, y la mejora sustancial del entorno a través del uso de las matemáticas. Esta vertiente o corriente es denominada *crítica*, sustentada en la denominada *teoría crítica* (Adorno y Horkheimer 1947, Adorno 1969, Habermas 1982, Horkheimer 1990), teoría de la sociedad la cual, como refiere Becerra (2005) “auspicia y fomenta la capacidad de los individuos de percibir crítica y autocríticamente su existencia, la sociedad en donde está inmerso y su poder de transformación” (p.169).

Es importante indicar que la posición sociocrítica posee elementos cercanos a la posición sociocultural en matemáticas (Bishop, 2005; D’Ambrosio, 1985) en el sentido de reconocer a las matemáticas (la escolar al menos) como producto sociohistórico, cultural, contextualizado e involucrado con la sociedad que lo genera, pero se diferencia sustancialmente en el hecho de que no solo reconoce este aspecto social de las matemáticas, sino que se propone la **transformación de su contexto inmediato, a través del intento de superación de aquellas situaciones de desigualdad social y escolar que pudiesen estar presentes, y en la que las matemáticas podrían contribuir a mantener o transformar**. La identificación, crítica e intento de superación de las situaciones de desigualdad fue un elemento clave que permitió establecer el puente entre lo social y lo crítico. Las manifestaciones sociales consideradas en la descripción del ambiente escolar de los sujetos del presente trabajo (situaciones de desigualdad y poder simbólico) son consideradas críticas también, ya que buscan a hacer explícitas situaciones de inequidad y de poder que, muchas veces, no son tomadas en cuenta.

Quien escribe, durante su experiencia de aula en el nivel de educación media general, ha podido corroborar en numerosas oportunidades diversas situaciones que restringen la igualdad de condiciones y oportunidades para acceder al conocimiento matemático, las cuales parecieran

asumirse como naturales, al no ser explicitadas. Más aún, la matemática escolar en varios casos parece erigirse en educación media como filtro de poder para acceder a reconocimiento escolar y reconocimiento social, estando permeado por un conjunto de valores que pudiesen determinar el uso futuro de las matemáticas en la vida de los escolares. Es importante recordar que las matemáticas, al formar parte del currículo oficial vigente, deben contribuir a la formación de ciudadanía, así como la participación democrática de los estudiantes en los principales desarrollos de la vida pública. En consecuencia, las matemáticas en la educación media son *medio* para la ciudadanía (así como las otras áreas de formación) y sin el logro de esto (aun cumpliendo los objetivos de aprendizaje propios a los contenidos matemáticos) se considera *insuficiente* el alcance de los aprendizajes, desde la perspectiva de competencias matemáticas.

Al respecto, se podría argumentar que el desarrollo de competencias matemáticas bien puede darse sin necesidad de referirse a todas estas consideraciones críticas. En respuesta a ello, es interesante observar las posibles consecuencias de promover la competencia matemática en escolares sin atender a estos aspectos. Una de ellas podría ser encontrar estudiantes con excelentes calificaciones, apropiado manejo de procesos matemáticos, bajo un soporte cognoscitivo sólido e incluso con aprecio hacia las matemáticas, pero con poco o nulo interés acerca de las posibles situaciones de desigualdad presentes en su aula de clases, bajo las cuales se sentiría poco afectado ya que, al tener buenas calificaciones, podría no observar a aquellos con mayor dificultad o en situaciones de desventaja, o a lo sumo podría suponer como natural que haya estudiantes que poseen habilidades hacia las matemáticas y otros que no. Todo lo anterior no le permitiría tomar *conciencia* de dicha situación, ni asumir una *posición crítica* e intentar *transformarla*. Estas tres categorías (**concienciación, criticidad y transformación**) representan desde la teoría crítica y el enfoque de competencia asumida en este trabajo categorías de comprensión y acción fundamentales hacia donde apuntó el aprendizaje en matemáticas con el constructo competencias matemáticas en este trabajo.

Para reforzar el argumento anterior, Grundy (1998), haciendo referencia a Habermas (1972), ha indicado que los seres humanos al construir conocimiento se guían por alguno de estos tres (3) denominados *intereses constitutivos fundamentales*: interés técnico, interés práctico e interés emancipador. Obsérvese que, de acuerdo con esto, el interés emancipador no es accesorio ni complementario, sino que es un interés legítimo que produce un tipo de saber, el cual denomina *crítico* y coloca como aspectos que muestran la criticidad a la *reflexión sobre sí mismo* y la *reflexión sobre la sociedad*. Se destaca que la reflexión sobre sí mismo es un aspecto relevante pero no se considera suficiente para lograr la criticidad, ya que el contexto y la sociedad deben ser puesto en análisis también por el sujeto. Grundy (1998) indica que “Habermas identifica la emancipación con la autonomía y la responsabilidad. La emancipación sólo es posible en el acto de autorreflexión” (p.35).

A efectos de los objetivos del presente trabajo, lo anterior justificó la consideración de la variable procesos sociocríticos como parte de la competencia matemática, pues tal y como se apuntó en párrafos anteriores, el logro de niveles de dominio de aprendizaje deseables a través del constructo derivado aspira la consideración, como parte de los aprendizajes, de aspectos sociales que promuevan una posición crítica acerca de las posibles situaciones de desigualdad escolar y social que las prácticas de aula de matemáticas podrían evidenciar, así como el intento de transformación de esta realidad con algunas iniciativas que la aborden.

Teoría crítica en la educación matemática venezolana

El enfoque teórico dentro de la educación matemática denominado *Educación Matemática Crítica (EMC)*, es una propuesta desarrollada por el profesor danés Ole Skovsmose, que ha tenido influencia en algunas regiones latinoamericanas (Skovsmose,1999). En particular, algunos elementos de este enfoque teórico sustentan el área de formación de matemáticas del currículo de educación media vigente (MPPE, 2016). Para la derivación del referente fue de importancia revisar cómo desde los documentos oficiales se entiende el aprendizaje en

matemáticas, cuáles son los aprendizajes esperados por año y desde cuáles perspectivas son promovidos. Esto permitió conocer cuáles son los propósitos de formación del área (matemáticas) y su vinculación con los propósitos del nivel (educación media general). Lo anterior permitió nutrir al constructo competencia matemática de este trabajo y verificar su correspondencia con los aprendizajes esperados.

Al respecto es oportuno indicar que no se pretende que las matemáticas se erijan como rectores de los procesos sociales y críticos, pero, al estar en el currículo, **deben contribuir** a los fines que la educación se propone en el nivel correspondiente, de acuerdo al currículum vigente. Esto es válido para todas y cada una de las materias del currículo y las matemáticas no pueden ser la excepción. La historia debe fomentar la comprensión histórica, así como el castellano debe fomentar la comprensión lectora, pero a su vez cada una de ellas debe contribuir a los fines generales que la sociedad en las que se enmarcan haya establecido y que se encuentran en los documentos oficiales.

Ralph Tyler, considerado el padre de la evaluación educativa, lo expresó de manera magistral cuando, en una discusión sobre lo que los especialistas de las asignaturas debían sugerir como objetivos a alcanzar, expresará que la pregunta que debe formularse a ellos sería la siguiente: “¿cómo puede contribuir su asignatura a la educación de la juventud que no se especializará en su campo? O ¿con qué puede contribuir su asignatura para la formación del lego, representante típico de la ciudadanía?” (Tyler, 1973, p.31). En consecuencia, fue válido conocer el modo en el que desde la documentación oficial venezolana se aspira que las matemáticas alcancen los fines de la educación deseados.

En Venezuela, un conjunto de investigadores, organizados en el Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática (GIDEM) han asumido, con sus matices particulares y para el contexto venezolano, la perspectiva que propone la educación matemática crítica. En particular, los trabajos de Mora (2009), Serrano (2009), Reaño (2011), Duarte (2013) y Díaz (2016) han

propiciado reflexiones en la línea antes señalada, esto es, una perspectiva sociopolítica para el aprendizaje de las matemáticas. En ellas aparecen términos tales como: educación matemática dialógica, competencia democrática, reflexión crítica, conciencia crítica y acción transformadora. Estos términos se relacionan con el enfoque del diseño curricular vigente para el nivel de educación media general venezolano.

En efecto, en la revisión del enfoque del área de formación de matemáticas que se presentó en el documento oficial denominado “Proceso de transformación curricular en educación media” (MPPE, 2016) se lee lo siguiente

Dada la importancia de la matemática para la sociedad y por ende para la formación integral de nuestras y nuestros estudiantes del nivel de Educación Media, se hace necesario cambiar la perspectiva negativa que se tiene sobre esta ciencia, por una perspectiva que la muestre como parte de la naturaleza, de la vida y del ambiente, necesaria e interesante, útil para comprender nuestros contextos y transformarlos. (p.121)

Es decir, se comienza a advertir la necesidad de hacer esfuerzos para superar la visión negativa que han tenido (y siguen teniendo) las matemáticas, la cual, según el extracto citado, parece tener relación con su alejamiento de la realidad que nos rodea y de sus aplicaciones. Esto es, el poder simbólico de las matemáticas antes mencionado. La perspectiva que se propone para superar lo anterior es explícito en lo siguiente

Las tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas, plantean que esta área de formación, debe presentarse a los y las estudiantes, relacionando cada contenido con los contextos más inmediatos y pertinentes a la realidad, proporcionando múltiples ejemplos en los que puedan reconocer las aplicaciones de las matemáticas, su utilidad en la cotidianidad, y a su vez comprender como esta área de conocimiento puede ser una poderosísima herramienta para intervenir y cambiar la realidad que les adversa. Es decir, los enfoques contemporáneos se sustentan en una matemática realista, subsumida en la cultura misma, crítica y emancipadora, en donde los y las estudiantes son los protagonistas de la construcción de su propio aprendizaje. (p.122)

Se puede apreciar en el extracto el enfoque *crítico* que se propone para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, lo que está en consonancia con la presencia de manifestaciones sociocríticas dentro del constructo competencia matemática de este trabajo. En consecuencia, la promoción del interés emancipador (Habermas 1972, Grundy 1998), la concienciación, criticidad y poder de transformación del entorno a través y con las matemáticas, así como la competencia entendida para la educación integral y la formación de sujetos críticos (García, Acevedo y Jurado 2003) son elementos transversales a este trabajo y que justifican la identificación de la variable procesos sociocríticos en el constructo competencia matemática.

Mas aún, en la *fundamentación* del área de matemáticas que se presenta en el diseño curricular vigente, se muestra el contraste entre una posición *estructuralista* y una posición *histórico-crítica* para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. La primera se ha considerado dominante en el país, en correspondencia al modelo por objetivos (Tyler, 1973), el cual fue la referencia para la elaboración de los programas de estudio de matemáticas, aún vigentes. Mora (2005) afirma que la intención del estructuralismo es “estructurar y presentar los contenidos específicos, formalmente hablando, de manera ordenada, sistemática y, sobre todo, obediente a un conjunto de secuencias lógicas con un alto grado de coherencia interna” (p.120) Parece observarse este modo de trabajar los contenidos matemáticos en el aula en buena parte del sistema escolar venezolano.

En cambio, en la posición histórico-crítica promovida por el currículum vigente, se muestra a autores como el danés Skovsmose (1999), que plantea “una educación matemática que permita a los ciudadanos y las ciudadanas a ser parte activa de una sociedad democrática” (p.121) y a Freudenthal (1991), el cual desde su propuesta de matemática realista intenta vincular a la matemática con el entorno, es decir, “se parte de la realidad, profundizándose y sistematizándose los aprendizajes acentuando la construcción de modelos, esquemas, entre otros.” (p.123). La fundamentación del área concluye afirmándose que

Para que haya realmente altos niveles de participación crítica y liberadora, se requiere una formación social, política, económica, técnica y científica de las mujeres y los hombres que conforman cada pueblo y nación. Por otra parte, se hace indispensable, hoy más que nunca, el fortalecimiento de los procesos de formación lingüística, científica, tecnológica y Matemáticas necesarios.

Presentándose a continuación algunos temas generadores propuestos por año, y orientaciones metodológicas para trabajar con ellos, según los organizadores establecidos por Steen (1999), trabajados por Bishop (1999) y considerados por el GIDEM. La propuesta de temas generadores está en correspondencia al modelo de procesos (Stenhouse, 1981, 1984, 1987), modelo que sustenta al diseño curricular vigente en el país para media general. Así, se pudo apreciar cómo el enfoque y fundamentación del área de matemáticas para media general es coincidente con las consideraciones que se han presentado respecto a los procesos sociocríticos aquí analizados.

Definición de procesos sociocríticos

Tomando las consideraciones sociales presentadas por Restivo (1992, 1998, 1999), Valero (2012) y Lerman (2000), la descripción etnográfica del aula hecha por Esté y Almedo (1997) y Esté (2007), así como la perspectiva crítica evidenciada en el diseño curricular vigente (MPPE 2016), y en las propuestas de Freudenthal (1991), Grundy (1999) y Skovsmose (1999), se definen los procesos sociocríticos para este trabajo de la siguiente manera

Se entenderá por procesos sociocríticos al conjunto de manifestaciones en la que se evidencien interacciones, actividades, tradiciones, rituales y prácticas sobre las matemáticas escolares llevadas a cabo por estudiantes y el docente de matemáticas, prácticas sobre el poder simbólico asociado a las matemáticas, prácticas que evidencien situaciones de desigualdad social y escolar asociadas a las matemáticas, y evidencias de emancipación de los escolares reflejado en aspectos tales como: la toma de conciencia del papel social de las matemáticas, la crítica producto de la reflexión acerca de dicho papel y la acción subsecuente de transformación.

2.10- Contexto del estudio: La institución educativa y sus características.

La UEE “Almirante Luis Brión” es una institución educativa pública de adscripción estatal con cincuenta y dos (52) años de existencia. Se encuentra ubicada en la carretera Petare-Santa Lucía, kilómetro 18, sector Vuelta del Águila, en la parroquia Filas de Mariche, municipio Sucre del estado Miranda. Se atiende los niveles de primaria y media general, con una matrícula de ochocientos veinte (820) estudiantes. De acuerdo a la nómina oficial, treinta y siete (37) de estos estudiantes cursaron el 5to año de educación media general para el año escolar 2020-2021, los cuales fueron los sujetos de estudio de la presente investigación.

Es importante destacar que los referidos escolares no tuvieron profesor de matemáticas durante buena parte de sus estudios de media general, inclusive en varias materias no tuvieron profesor. La ausencia de profesores en dicha institución es notable y ha afectado la regularidad de los estudios en estos escolares. Además, la pandemia producto de la COVID-19 mantuvo a los estudiantes alejado de las aulas un buen tiempo. Actualmente asisten a las llamadas “asesorías pedagógicas” durante las semanas flexibles. En el caso de matemáticas, quien escribe los atiende presencialmente todos los miércoles de las semanas flexibles desde octubre de 2020, lo que ha permitido consolidar cierta regularidad de atención. Esta posibilidad hace factible la aplicación de los instrumentos que se diseñen a los estudiantes.

Capítulo III

MARCO METODOLÓGICO

3.1 Tipo de Investigación

La aproximación llevada adelante para precisar las manifestaciones principales involucradas en el aprendizaje en matemáticas, así como la derivación del referente para el constructo competencia matemática de este trabajo, requirió, en primer lugar, de una exhaustiva revisión teórica, la cual evidenció gran complejidad en su análisis, con diversas perspectivas a ser consideradas. Como se mostró en el capítulo anterior, a partir del análisis teórico realizado y los objetivos propuestos, fueron identificadas tres (3) categorías fundamentales, a saber: procesos matemáticos, procesos afectivos y procesos sociocríticos.

Ahora bien, en el recorrido argumentativo presentado se fue reiterativo en indicar que el *propósito evaluativo* de la investigación guio la consideración y selección de manifestaciones de aprendizaje en matemáticas. Es decir, la necesidad de derivar, hacer aprehensible y promovible las manifestaciones de aprendizaje, con variables precisas, indicadores claros e instrumentos que permitiesen recopilar dichas manifestaciones para luego compararlas con un estándar establecido fue el norte fundamental. Esto se corresponde con lo que procede en una **investigación evaluativa** (Weiss 2008, Villarroel 2009, Camperos 2012), siendo el tipo de investigación del presente trabajo. Mas aún, se declara que el presente trabajo fue una investigación de tipo *evaluativa*, de enfoque *mixto* y de alcance *exploratorio*.

La especificación metodológica se debe a la complejidad del tratamiento de la competencia matemática como constructo, ya que la obtención de sus manifestaciones para hacerla verificable y aprehensible requirió precisión en los modos de aproximarnos a ella. En atención a esto, se presenta a continuación la descripción metodológica esencial antes señalada.

3.1.1. Investigación evaluativa

La investigación fue *evaluativa* en cuanto se realizó la derivación de un referente como patrón de comparación respecto a lo que debe ser la competencia matemática y sus atributos, contrastándolo con lo evidenciado por un grupo de estudiantes de 5to Año de Educación Media General en una institución educativa del estado Miranda. Esta actividad comparativa entre un ideal y una situación real, se llevó adelante en función de propiciar la mejora de lo evaluado, siendo esta una diferencia fundamental entre una investigación evaluativa y otros tipos de investigación.

En efecto, lo que guio la revisión teórica de todas aquellas manifestaciones, categorías, elementos y aspectos involucrados en el aprendizaje de las matemáticas fue incorporar a aquellos que configurasen apropiadamente al constructo competencia matemática de este trabajo, así como los que sirviesen a propósitos evaluativos, esto es, que sus manifestaciones puedan manejarse con precisión como variables, definiéndose indicadores que aprehendan a dichas manifestaciones de manera clara, siendo verificadas en instrumentos elaborados para tal fin y comparados con un estándar previamente elaborado. Así, en este trabajo se revisaron investigaciones *educativas*, las cuales tenían como propósitos la generación de conocimiento o profundización de tópicos específicos del aprendizaje en matemáticas, para luego, de ellas entresacar las consideradas apropiadas para el referente de la competencia matemática y utilizarlo como patrón de comparación, siendo lo propio de una investigación *evaluativa*.

Nada limita el estudio de la competencia matemática siguiendo los procesos propios a una investigación educativa, lo que permitiría describir el estado del arte de las investigaciones existentes del aprendizaje matemático, enfatizando algún aspecto particular. Esto sería loable, pero no tendría como objeto hacer concreto, aprehensible y escolarizable a la competencia matemática, precisando sus manifestaciones y llevándolo al aula de matemáticas. Lo anterior lo promueve una investigación con propósitos evaluativos, pues el constructo se define conceptual y operacionalmente, dando insumos que podrían facilitar el trabajo didáctico de los docentes de matemáticas, en tanto se lleva al aula las manifestaciones de aprendizaje y se busca la mejora de

lo evaluado. Así entendido, se confirma a la investigación evaluativa como aquella que parece incluir un plus adicional respecto a las investigaciones educativas, esto es, la elaboración del referente (de allí la afirmación común entre algunos evaluadores respecto a “hacer un trabajo de evaluación es hacer 2 trabajos, el educativo y el evaluativo”).

Esta diferenciación entre la investigación evaluativa y otros tipos de investigación lo indica Weiss (2008), precisando que la evaluación aplica los métodos de la investigación social ya conocidos, con la particularidad de que “lo que distingue a la investigación evaluativa no es el método o la materia de estudio, sino la intención, el objetivo o la finalidad con que se lleva a cabo” (p.18). En efecto,

Mientras la investigación fundamental hace hincapié en la producción de conocimientos y confía su uso a los procesos naturales de la diseminación y aplicación, la evaluación parte del *uso*. En su forma ideal, la evaluación se realiza para un cliente que tiene que tomar decisiones y que recurre a ella para encontrar respuestas en las cuales basar sus decisiones. (p.19)

Las citas anteriores permitieron ratificar el propósito evaluativo de este trabajo, pues los objetivos del mismo evidenciaron la necesidad de *tomar decisiones* a partir de los resultados obtenidos producto de la comparación hecha entre el ideal de competencia matemática y los niveles de dominio alcanzados por un grupo de estudiantes de 5to año. Es decir, *hacer uso* de los resultados para tomar las decisiones más pertinentes en función de mejorar lo evaluado, específicamente, propiciar la consolidación de fortalezas, así como la superación de deficiencias o debilidades detectadas. Sin la derivación de un referente que permita establecer el patrón de comparación de lo deseable en competencia matemática, ni un estándar de valoración, no se tendría una *base racional* para tomar las decisiones más adecuadas, ya que no se sabría que tanto se ha alejado el desempeño de los estudiantes de lo que se considerase como aceptable, según revisión hecha por expertos del referente derivado.

En este orden de ideas, Villarroel (2009) destaca el propósito de uso de los resultados para la mejora de lo evaluado, indicando que la principal diferencia entre la evaluación y otras investigaciones es el hecho de que “ayuda a los clientes e interesados a enjuiciar la situación

evaluada y tomar las mejores decisiones que beneficien a los destinatarios y a los propulsores del programa” (p.45). Weiss (2008) destaca al juicio como inherente a una investigación con propósitos evaluativos, afirmando que “Este elemento del juicio por comparación con criterios es fundamental para la evaluación y la distingue de otras clases de investigación.” (p.19). Así, se mantienen dos (2) aspectos claves en toda investigación evaluativa: la derivación de un referente como patrón de comparación y el uso que se le da a los resultados de la comparación para la mejora de lo evaluado. Ambos elementos se cumplieron en este trabajo, tanto en la derivación del referente para el constructo competencia matemática como en el uso de los resultados para propuestas de mejora del desempeño exhibido por los estudiantes de 5to año.

Otro elemento, característico de variados métodos de investigación social, pero que se debe resaltar en una investigación evaluativa, es que los resultados de la evaluación no son generalizables, esto es, se consideran válidos solo para el contexto en el que se obtienen. Es por ello que fue importante en la descripción de la situación a evaluar, la precisión del objeto de estudio, su origen, así como la delimitación del ámbito en el que se desarrolló. En este caso, la descripción apuntó a analizar las posibles causas del fracaso en niveles de dominio aceptables de aprendizaje en matemáticas, derivando un referente para el constructo competencia matemática con un estándar de valoración establecido y puesto a prueba en un grupo de estudiantes del 5to año de educación media general, en una institución educativa del estado Miranda, durante el año escolar 2020-2021. Los resultados obtenidos, en consecuencia, fueron válidos solo para ese grupo de estudiantes, y así, no se pretendió indicar que la competencia matemática derivada aplique en todos los contextos y circunstancias.

En este sentido, House (1980), evaluador norteamericano, ha llevado a cabo un sucinto análisis de las investigaciones con propósitos evaluativos, así como de la evaluación de diversos programas educativos y sociales. Su propósito ha sido, como él mismo lo ha indicado, el de “lograr que la práctica evaluativa sea más reflexiva” (p.13). Así, el autor ha planteado la necesidad de comprender a la evaluación como una *actividad de persuasión* en el que se presentan una serie de argumentos a los destinatarios de la evaluación y decisores para indicarles

la *conveniencia* de tomar ciertos cursos de acción. Se acompaña la afirmación de House y así, en este trabajo no se entendió a la evaluación como la presentación de evidencias definitivas a favor o en contra del desempeño exhibido por los estudiantes respecto al nivel de dominio de aprendizaje en matemáticas, sino, a partir de tales desempeños, plantear posibles estrategias de abordaje que *persuadan* sobre la conveniencia de asumirlos.

Así, el presente trabajo fue una investigación con propósitos evaluativos, con un referente derivado para la competencia matemática, el cual permitió dar base racional para usar los resultados obtenidos como insumo de persuasión, sobre la conveniencia de adoptar estrategias que permitan atender debilidades y consolidar fortalezas.

3.1.2. Enfoque mixto

La perspectiva conjunta de enfoque mixto de investigación asumido en el presente trabajo permitió, a través de los procedimientos e instrumentos idóneos a la naturaleza compleja del constructo competencia matemática, así como de las fuentes de información apropiadas, recopilar la suficiente información que permitiese triangular las manifestaciones obtenidas y reforzar la credibilidad general, tanto de procedimientos como de resultados, lo cual consolidó las argumentaciones de mejora de lo evaluado a través de lo provisto por ambos métodos.

Hernández, Sampieri y Mendoza (2008) lo expresan del siguiente modo

Los métodos mixtos representan un conjunto de procesos sistemáticos, empíricos y críticos de investigación e implican la recolección y el análisis de datos cuantitativos y cualitativos, así como su integración y discusión conjunta, para realizar inferencias producto de toda la información recabada (metainferencias) y lograr un mayor entendimiento del fenómeno bajo estudio (p. 546)

Así, en este trabajo se utilizaron de manera mixta combinación de metodologías cuantitativas y cualitativas. Lo anterior concuerda con discusiones teóricas acerca de las metodologías utilizadas en la investigación evaluativa. En efecto, Álvarez Méndez, en su introducción a la edición española del libro de Cook y Reichardt (1986), presenta un panorama acerca del debate ya histórico sobre las metodologías cualitativas y cuantitativas, en especial para

la investigación evaluativa. El investigador coincide con Cook y Reichardt, al afirmar que “la flexibilidad y adaptabilidad de los métodos es lo más adecuado, si lo que se desea tener es una base amplia de datos con la cual poder trabajar” (p.13).

Es decir, la preeminencia para la selección de métodos no está en el paradigma considerado dominante sino en lo que sea útil para tener a la disposición la mayor cantidad de datos posibles. En esto también coinciden autores tales como Mc Cormick y James (1983) y Cronbach (1980). En ese sentido, se justifica y ratifica la selección de enfoque mixto para este trabajo, pues el constructo competencia matemática es de una complejidad tal que requirió la utilización de procedimientos e instrumentos de ambas metodologías.

Por otro lado, los diseños de investigación mixtos precisan establecer dos (2) aspectos: 1.- El peso que lo cuantitativo y lo cualitativo tienen en la investigación y 2.- La ejecución o modo en el que los métodos se aplicaron. Al respecto, el presente trabajo dio un peso mayor a la metodología cualitativa, en el entendido de que los resultados obtenidos por los procedimientos e instrumentos de la metodología cuantitativa fueron posteriormente interpretados, dando una visión holística a las características de las variables de la competencia matemática en estudio.

Se apunta al hecho de que, tal y como plantean Hernández, Fernández y Baptista (2010), la metodología cualitativa “se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados ni completamente predeterminados (...), la recolección consiste en obtener perspectivas y puntos de vista de los participantes” (p.7). En este sentido, algunas manifestaciones o atributos de la competencia matemática fueron profundizados a través de fuentes (documentales y personas) que permitieron dar una *interpretación* a los atributos. Así, el proceso de indagación fue *holístico* y se ajusta al *alcance exploratorio* del presente trabajo, ya que, de acuerdo a la revisión bibliográfica realizada, la competencia matemática en el ámbito venezolano como problema de investigación no posee consolidación investigativa importante y aún menos en el ámbito evaluativo.

En cuanto a la ejecución de los métodos se aplicó una *ejecución secuencial de métodos en 2 etapas*. Primero se aplicó la metodología cuantitativa y posteriormente la cualitativa. Luego de

ello se integró la información obtenida por ambas metodologías. En consecuencia, este modo de aproximación metodológica a las manifestaciones de la competencia matemática permitió garantizar mayor credibilidad en la información obtenida.

3.1.3. Alcance exploratorio

El alcance exploratorio del presente trabajo fue importante declararlo, motivado a que, en el ámbito venezolano, de acuerdo con la revisión bibliográfica realizada, no se encontraron evidencias que permitiesen informar respecto a las competencias matemáticas como enfoque de aprendizaje en el sistema escolar venezolano. Aspecto entendible pues, tal y como se mostrase en la revisión teórica, los programas oficiales vigentes de matemáticas, en especial para 4to y 5to año, son los de 1991, los cuales respondían al modelo por objetivos. Además, el diseño curricular vigente (MPPE, 2016) no se encuentra sustentado en un enfoque por competencias (lo sustenta un modelo de procesos).

Así, el aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva de competencias, y dentro de una investigación evaluativa, fue una orientación no considerada con anterioridad en investigaciones venezolanas sobre el tema; más aún, solo en recientes años se ha estado consolidando en Latinoamérica (en Chile con Solar (2009) y en Colombia con Quiroga y otros (2013) por ejemplo). En consecuencia, se es explícito en precisar que los resultados obtenidos en el presente trabajo, así como las reflexiones posteriores no pretendieron ser conclusiones definitivas, sino que deben entenderse como propuestas o acercamientos para investigaciones de mayor profundidad sobre las competencias matemáticas en el ámbito venezolano, sostenidas en el tiempo y con trabajo interdisciplinario entre educadores, matemáticos, psicólogos, etc.

Esto se corresponde con lo definido por Hernández, Sampieri y Baptista (2014) respecto al alcance de una investigación, indicando que “los estudios exploratorios se realizan cuando el objetivo a examinar es un tema o problema de investigación poco estudiado (...) o si deseamos indagar sobre temas y áreas desde nuevas perspectivas” (p.92). En este caso, la competencia matemática en el ámbito escolar venezolano fue la nueva perspectiva considerada.

3.2 Fuentes de información. Sus características.

Las fuentes de información son definidas como “el material, ente, sujetos o dependencias que disponen o tienen la información requerida para la evaluación de la o las variables que se delimitaron (...) esas fuentes nos proporcionan la información válida requerida para valorar las variables o de sus dimensiones e indicadores” (Camperos, 2012, p.101). En este caso, la identificación de las fuentes pasó por precisar en primera instancia cuál es la información específica que se necesita. Al respecto, las manifestaciones de competencia matemática son la información que se aspiraba obtener.

Ahora bien, ¿dónde encontrar dichas manifestaciones? Es decir, ¿cuáles fuentes la poseen? Se logró determinar como una fuente de la información buscada a personas conocedoras de la competencia matemática, ya sea porque la investiguen como objeto de estudio (expertos) o porque se espere encontrar en ellos manifestaciones de la competencia (estudiantes). También en documentos confiables que refieran sobre la misma se encontró parte dicha información. Por ende, se identificaron **dos (2) fuentes: documentales y personas.**

Las fuentes de información *documentales* correspondieron tanto al conjunto de investigaciones teóricas que se consultaron en el presente trabajo para definir conceptualmente a cada una de las tres (3) categorías involucradas en la competencia matemática, así como la documentación oficial venezolana existente en educación media general respecto a los aprendizajes esperados para 4to y 5to año (programas), junto con el diseño curricular vigente.

En cuanto a las fuentes de información proveniente de las *personas*, se abordaron dos (2) grupos: el primero corresponde a los expertos que validaron tanto el referente propuesto como los instrumentos que se diseñaron para ser aplicados a los estudiantes. Los expertos tienen el perfil de investigadores y profesores en educación matemática e investigadores y profesores en evaluación. El segundo grupo corresponde a los actores participantes de este trabajo, los cuales fueron los estudiantes de 5to año, sección “U” de una institución educativa del estado Miranda, durante el año escolar 2020-2021.

Tanto las fuentes documentales (investigaciones teóricas y documentos oficiales) así como las fuentes que son personas (expertos y estudiantes de 5to U) cumplieron con los requisitos de *confiabilidad*, *credibilidad* y *factibilidad de consulta*. En efecto, respecto a la confiabilidad y credibilidad de las fuentes documentales, se tiene que la revisión bibliográfica realizada fue lo suficientemente exhaustiva para garantizar la presencia de la información requerida sobre competencia matemática y sus manifestaciones, tanto en los documentos oficiales, como en documentos de investigación. Además, fueron de fácil consulta, estando disponibles en la web. Estas fuentes documentales permitieron brindar información teórica que soportó la derivación del constructo competencia matemática, definiendo las dos (2) variables ya referidas, con los indicadores correspondientes.

Respecto a las personas, los expertos consultados poseen conocimientos sobre competencia matemática e investigación evaluativa por lo que manejaban efectivamente la información requerida, los mismos fueron de fácil consulta vía correo electrónico. Mientras que los estudiantes de 5to año, a pesar de las restricciones de presencialidad en aula derivadas del estado de alarma decretado por la COVID-19, pudieron ser consultados y aplicarles los instrumentos requeridos para obtener la información buscada. Estos estudiantes fueron vistos de manera presencial por el autor del presente trabajo a lo largo del año escolar 2020-2021, durante trece (13) sesiones de clase en las denominadas semanas flexibles, con medidas de bioseguridad, lo que garantizó las mejores condiciones posibles para la aplicación de los instrumentos, ya que fueron informados previamente sobre la fecha de aplicación, características, y se aclararon dudas respecto a las mismas y cómo proceder. Todo lo anterior hizo más factible la obtención de la información de los estudiantes, a pesar de las restricciones sanitarias.

En consecuencia, las fuentes de información establecidas son *confiables*, pues no es posible encontrar en otras fuentes distintas a las aquí definidas información sobre las manifestaciones de competencia matemática (y si las hubiere es mínima). Lo anterior otorga a las fuentes *credibilidad*, ya que permite aceptar como verdadera la información recopilada, y, cómo

fue mostrado en los párrafos anteriores fueron factibles de consultar, inclusive a los estudiantes de 5to año, a pesar de las limitaciones producto de la COVID-19.

Importante es referir finalmente que las fuentes de información documentales proporcionaron el soporte teórico para la derivación del referente, pero fue la fuente de información identificada en los estudiantes de 5to año la considerada para hacer la actividad de comparación, es decir, de evaluación, comparando el desempeño obtenido en instrumentos aplicados con el ideal derivado. El establecimiento de estos instrumentos, para estas fuentes en particular, es lo que se presenta a continuación y la que forma parte del referente derivado.

3.3. Procedimientos e instrumentos

Establecidas las fuentes de información válidas se determinaron a continuación los procedimientos correspondientes para registrarla. Camperos (2012) refiere que “se selecciona el procedimiento más recomendable en función de los indicadores, dimensiones o la variable, si es que esta no aceptó definición operacional” (p.106). Es decir, para este caso, se tienen definidas dos (2) variables involucradas en la competencia matemática de este trabajo. Para la variable dominio cognitivo de los procesos matemáticos se seleccionó a la *prueba* como procedimiento, siendo el instrumento correspondiente una *prueba escrita mixta*, la cual, tal y como indica Camperos (1997) es “aquella constituida por pruebas y preguntas de varios tipos” (p.20), siguiendo la clasificación que la autora hace de pruebas escritas tipo suministro, tipo selección y mixtas. La selección de la prueba como procedimiento se justifica pues se considera el más idóneo a la naturaleza de esta variable, definida como un *conjunto de representaciones*, las cuales se manifiestan en las respuestas dadas por los estudiantes en forma escrita, siendo esto lo usual en el hacer matemático de los estudiantes en gran parte de la escolaridad, y más aún en el nivel de educación media.

Luego de aplicar la prueba escrita mixta, se procedió a aplicar el procedimiento de la **encuesta**, correspondiente a la variable denominada disposición afectiva y crítica hacia la matemática y su aprendizaje, utilizando un *cuestionario* como instrumento, el cual permitió

aprehender las manifestaciones relacionadas con la afectividad hacia las matemáticas, así como manifestaciones vinculadas con situaciones de desigualdad y poder simbólico asociado a las matemáticas. Se consideró apropiado la utilización de la encuesta motivado a que la misma permitió obtener la información requerida de manera factible y rápida, en consideración al número de estudiantes del 5to año en estudio.

3.4. El camino recorrido

Con la intención de apreciar mejor la aplicación de la ruta metodológica seguida en la investigación evaluativa del presente trabajo, se presentan a continuación los procesos y acciones desarrolladas para lograr el cumplimiento de cada objetivo específico.

Objetivo 1: Derivar y concretar conceptual y operacionalmente, lo que es la competencia matemática deseable y requerida en estudiantes de 5to Año de Educación Media General y los posibles niveles en que puede ser valorada, a fin de que sirva de referente o patrón en su evaluación.

En función de lograr la derivación del referente que mostrase el modelo deseable de lo que se entiende como competencia matemática, se recurrió al análisis de la documentación existente. En primer lugar, se revisaron estudios teóricos sobre el aprendizaje de las matemáticas, organizándolos de acuerdo a las perspectivas consideradas en los mismos. Se observaron tres (3) perspectivas preeminentes: la cognitivo-matemática, la afectiva-emocional y la sociocultural-sociocrítica. Cada una de ellas fueron revisadas, tal y como se mostró en el marco teórico, lo que brindó insumos para la identificación de las variables apropiadas en la configuración del constructo competencia matemática, así como sus dimensiones e indicadores.

En segundo lugar, se revisaron aquellas investigaciones en las que la competencia matemática aparecía como categoría o concepto central, en particular en investigaciones realizadas en Latinoamérica. Así, tanto el aprendizaje de las matemáticas como las competencias matemáticas fueron objeto de revisión detallada. Finalmente, fue consultada la documentación oficial existente en el país sobre el área de formación en matemáticas para el nivel de educación

media. En específico, se revisaron los programas vigentes para 4to y 5to año (programas de articulación de 1991), los cuales permitieron identificar los aprendizajes que se espera obtengan los estudiantes para dichos años (expresado en objetivos generales y específicos), así como el diseño curricular vigente (diseño de 2016) y el enfoque de aprendizaje de las matemáticas que se promueve en él.

Por ende, considerando como fuentes para este objetivo a los documentos consultados en los tres (3) ámbitos indicados (documentos sobre aprendizaje en matemáticas, documentos sobre competencias matemáticas y documentos oficiales en matemáticas para media general) se definieron conceptual y operacionalmente las variables, con sus dimensiones e indicadores correspondientes. Con base en las conceptualizaciones y en los aportes recogidos, se construyó una primera versión del modelo deseable, con sus respectivos estándares. Es importante indicar que esta versión 1 reunió a las tres perspectivas o categorías fundamentales en variables, cada una con dimensiones definidas de acuerdo a la naturaleza de las mismas, siendo sus indicadores seleccionados con la premisa fundamental de que permitiesen la aprehensión de la información que se aspiró recabar. En consecuencia, como se explicó en capítulo anterior, no todas las manifestaciones informadas por la teoría aparecieron como indicadores, ya que no fue posible describirlas como tales para la selección de la información, o requerían de instrumentos de mayor sensibilidad para poder aprehender dichas manifestaciones.

Objetivo 2: Validar el referente derivado y definido conceptual y operacionalmente para valorar los niveles de dominio de las competencias matemáticas deseables en estudiantes de 5to Año de Educación Media General, a fin de diseñar los instrumentos de evaluación que permitan, una vez validados, verificar los niveles de dominio alcanzados por los estudiantes.

De la validación del referente

Para cumplir con el objetivo 2 se procedió a validar la primera versión del modelo deseable para la competencia matemática, tanto con especialistas y conocedores en educación matemática como en investigación evaluativa, quienes revisaron la conceptualización y operacionalización de las variables, así como sus dimensiones, indicadores y estándares. La validación generó un conjunto de recomendaciones para la primera versión del modelo, lo que conllevó a hacer los ajustes correspondientes.

La revisión de la primera versión pasó por cinco (5) versiones posteriores, los cuales fueron simplificando el número de variables a considerar (de tres a dos), el número de dimensiones (de nueve a cinco) y el número de indicadores (de veintitrés a diez), así como la incorporación de un estándar integral al estándar por variable existente y el mejoramiento de las definiciones para cada indicador. Lo anterior permitió estructurar el referente evaluativo en su versión final, sirviendo este de patrón para determinar y valorar el nivel de dominio de competencia matemática alcanzado por los estudiantes de 5to año de educación media general. En el anexo 1 puede verificarse la versión final del mismo, para así apreciar las modificaciones que fueron generándose, a partir de las recomendaciones de los expertos. Además, en dicho anexo aparecen especificadas la descripción de cada indicador por variable y el estándar en cada caso.

Del diseño y validación de la prueba

El diseño de la prueba tipo mixta para recolectar información sobre los niveles de dominio cognitivo de los procesos matemáticos, pasó por varias etapas, descritas a continuación:

1.- Selección de los aprendizajes a evaluar

En esta etapa fueron seleccionados los dominios de aprendizaje a promover en los estudiantes a los que se les aplicó la prueba. Para ello, se revisaron de manera exhaustiva los programas vigentes para 4to y 5to año (los denominados programas de articulación, resolución 898, Gaceta oficial 34.547 del 06 de septiembre de 1990). Dichos programas muestran los aprendizajes esperados en forma de objetivos específicos, vinculados a los contenidos, en concordancia con el modelo por objetivos que los sustenta. Se revisaron los objetivos de 4to año para verificar cuáles son los aprendizajes que deberían poseer los estudiantes, así como los objetivos de 5to año, pues son los que en teoría verían a lo largo del año escolar 2020-2021.

Importante fue determinar las características de los aprendizajes presentes en los programas y relacionarlos con la propuesta de competencia matemática de este trabajo. Los aprendizajes allí indicados están soportados en los contenidos, mas no aparecen de manera explícitas cuáles son las manifestaciones y procesos de aprendizaje promovidos por esos contenidos. La perspectiva de competencias matemáticas no se corresponde con el modelo por objetivos, por lo que fue necesario verificar cuáles procesos promovían estos aprendizajes. Tal y como se indicó en el marco teórico y que refiere Quiroga y otros (2013), no se deben confundir los contenidos matemáticos con los aprendizajes promovidos por ellos. Es elocuente la siguiente cita al respecto

Destacamos una implicación curricular de este componente: en la concepción tradicional y hegemónica aún, se organiza el currículo de matemáticas a partir de los contenidos y se subordinan a ellos los procesos matemáticos. En un enfoque por competencias, son los procesos matemáticos los organizadores del currículo; los contenidos matemáticos, como elementos del dominio matemático, se deben “poner al servicio” del desarrollo de los procesos matemáticos del sujeto que aprende matemáticas. Esta es otra de las complejidades de una enseñanza para el desarrollo de competencias matemáticas. (p.33)

Así, se observó que los programas de 4to y 5to año vigentes se encuentran organizados bajo la concepción tradicional, en la que los procesos matemáticos se encuentran subordinados a los contenidos matemáticos. Pero siendo el enfoque por competencias el asumido en este trabajo, se verificaron los procesos matemáticos promovidos por los aprendizajes descritos,

seleccionándose los más relevantes, pertinentes y factibles de evaluar según los indicadores elaborados. El siguiente cuadro muestra la totalidad de los contenidos previstos en los programas de 4to y 5to año.

Tabla 1. Unidades de contenido de 4to y 5to año del nivel de educación media

Unidades de Contenido 4to año	Unidades de Contenido 5to año
I. Funciones (exponencial y logarítmica)	I. El espacio vectorial \mathbb{R}^3
II. Trigonometría	II. Polinomios
III. Vectores en el plano	III. Inecuaciones
IV. Números complejos	IV. Geometría
V. Progresiones	V. Probabilidad

Fuente: Elaboración propia a partir de lo revisado en los programas vigentes para 4to y 5to año de educación media.

Identificados los contenidos, fueron agrupados por temas similares o áreas comunes. Luego, se organizaron los objetivos generales por año, en el que se pudieron identificar objetivos comunes a ambos años, objetivos que pueden agruparse por áreas comunes y objetivos propios al año. Se procedió a analizar esta información junto con los objetivos específicos para identificar aspectos comunes y elementos diferenciadores. Posteriormente se realizó un cruce entre las unidades de contenido con los objetivos (generales y específicos), seleccionando sólo aquellos considerados imprescindibles y que permitiesen aprehender las manifestaciones de competencia matemática definidas en las variables. En particular, se identificó que los aprendizajes establecidos en los objetivos generales 1 al 5 (en 4to y 5to año) y 11 a 13 (5to año) promueven *procesos matemáticos*, exceptuando los aprendizajes establecidos en los objetivos generales 6 al 10 (tanto en 4to como en 5to año) que promueven *procesos afectivos*. Véase a continuación:

Tabla 2. Objetivos generales para 4to y 5to año del nivel de educación media

Objetivos Generales 4to año	Objetivos Generales 5to año
1.- Adquirir las destrezas necesarias para resolver problemas donde se aplique los conocimientos adquiridos sobre funciones exponenciales, funciones logarítmicas, trigonometría y funciones trigonométricas.	1.-Adquirir las destrezas necesarias para resolver problemas donde aplique los conocimientos adquiridos sobre vectores en el espacio, matrices, transformaciones lineales y determinantes y reconozca la relación que existe entre todos estos conceptos.
2.- Manejar con habilidad los vectores en el plano y aplicarlos en la resolución de problemas tanto en matemática como en física.	2.-Manejar con habilidad los conocimientos anteriores para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y sus aplicaciones a geometría del espacio.
3.Resolver ecuaciones que no tienen solución en \mathbb{R} , pero sí en el conjunto \mathbb{C} de los números complejos.	3.-Manipular algebraicamente los polinomios y aplicar todos los teoremas relacionados con la divisibilidad.
4.- Operar en el conjunto de los números complejos y representarlos gráficamente.	4.- Manipular con destreza las inecuaciones de primero y segundo grado, con o sin valor absoluto.
5.- Adquirir las destrezas necesarias para resolver problemas sobre progresiones aritméticas y geométricas.	5.- Reconocer las cónicas y obtener sus ecuaciones canónicas para desarrollar problemas de aplicación.
6.-Desarrollar una estrategia metodológica centrada en la resolución de problemas.	6- Desarrollar una estrategia metodológica centrada en la resolución de problemas.
7.- Comprender la secuencia lógica y el desarrollo del conocimiento abstracto que le proporciona la matemática.	7.- Comprender la secuencia lógica y el desarrollo del conocimiento abstracto que le proporciona la matemática.
8.- Motivar y consolidar su formación científica.	8.- Motivar y consolidar su formación científica.
9.-Lograr una actitud favorable hacia la matemática.	9.-Lograr una actitud favorable hacia la matemática.
10.- Valorar la importancia del aprendizaje de la matemática en todas las áreas del conocimiento humano.	10.-Valorar la importancia del aprendizaje de la matemática en todas las áreas del conocimiento humano.
	11.- Conocer algunos teoremas elementales de la geometría del espacio para llegar a resolver problemas sobre puntos, rectas y planos. 12.- Adquirir las ideas fundamentales de teoría de probabilidades. 13.-Realizar operaciones de tipo $(a + b)^n$ para $a, b \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{N}$.

Hecha la revisión y con las consideraciones anteriores, se armó el cuadro que a continuación se presenta con los contenidos seleccionados y procesos promovidos por contenido:

Tabla 3. Unidades de contenido, objetivos específicos y procesos matemáticos (4to y 5to año)

Unidad de Contenido	Objetivos específicos	Procesos matemáticos
Funciones (exponencial y logarítmica)	<p>El estudiante deberá haber adquirido el <i>concepto</i> de función y los conceptos que se relacionan tales como: dominio, codominio, rango o recorrido. Podrá reconocer si una función es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva. Hará <i>representación gráfica</i> de funciones de variable real y determinará si una función tiene inversa y la <i>definirá</i>.</p> <p>El estudiante iniciará el estudio de las funciones tipo $f(x)= a^x$ para conocer y utilizar las propiedades fundamentales de las funciones exponenciales y logarítmicas, adquiriendo destreza en los <i>cálculos algebraicos</i> con estas funciones.</p>	<p>Aprendizaje de conceptos</p> <p>Memoria Operativa</p> <p>Tratamientos</p> <p>Conversiones</p>
Trigonometría	<p>Que el estudiante, a partir de un triángulo rectángulo, <i>defina</i> las razones trigonométricas seno, coseno y tangente y establezca sus valores con sus relaciones fundamentales.</p> <p>Que el estudiante, a partir de la circunferencia, <i>defina</i> las razones trigonométricas para cualquier ángulo, estableciendo sus propiedades y relaciones fundamentales.</p> <p>Que el estudiante amplíe el concepto de razones trigonométricas <i>definiéndolas</i> como funciones reales, las <i>represente gráficamente</i>, estudie sus características y conozca sus inversas.</p>	<p>Aprendizaje de conceptos</p> <p>Memoria Operativa</p> <p>Tratamientos</p> <p>Conversiones</p>
Vectores en el plano	<p>Que el estudiante, después de finalizado el repaso de vectores fijos, sea capaz de <i>definir</i> vectores libres, <i>operar</i> con ellos y determinar su dependencia o independencia lineal teniendo presente su <i>interpretación geométrica</i>.</p>	<p>Aprendizaje de conceptos</p> <p>Tratamientos /Conversiones</p>

<p>El espacio vectorial \mathbb{R}^3</p>	<p>El estudiante <i>adquirirá</i> conocimientos relativos a vectores en \mathbb{R}^3 de tal forma que pueda <i>operar</i> con ellos, <i>interpretar geoméricamente</i> estas operaciones y conocer sus propiedades fundamentales.</p> <p>El estudiante será capaz de <i>construir</i> matrices y <i>operará</i> con ellas conociendo sus propiedades fundamentales. Podrá reconocer cuándo dos matrices son equivalentes y <i>practicará</i> reducción por filas.</p> <p>El estudiante <i>asimilará el concepto</i> de determinante, conocerá sus propiedades y podrá <i>calcular</i> el valor de determinantes de 2do y 3er orden. <i>Aplicará</i> estos conocimientos para el <i>cálculo</i> de determinantes de orden mayor o igual que cuatro y para el <i>cálculo</i> del producto vectorial.</p> <p>El estudiante <i>conocerá</i> los diferentes tipos de sistemas de ecuaciones y estudiará <i>problemas de aplicación</i> donde deba demostrar su habilidad y destreza en <i>resolver sistemas</i> de ecuaciones lineales homogéneas.</p>	<p>Aprendizaje de conceptos</p> <p>Memoria operativa</p> <p>Empleo de algoritmos</p> <p>Tratamientos</p> <p>Conversiones</p>
<p>Geometría</p>	<p>El estudiante <i>definirá</i> las secciones cónicas a partir de la intersección de un cono con un plano. Las reconocerá como lugar geométrico, deducirá su ecuación canónica y <i>resolverá problemas</i> de aplicación.</p> <p>El estudiante se familiarizará con teoremas sencillos sobre puntos, rectas y planos, obtendrá sus ecuaciones y <i>resolverá problemas</i> de aplicación. <i>Definirá</i> los cuerpos geométricos más usados y <i>calculará</i> el área lateral y el volumen de cada uno de ellos.</p>	<p>Aprendizaje de conceptos</p> <p>Empleo de algoritmos</p> <p>Tratamientos</p> <p>Conversiones</p>
<p>Inecuaciones</p>	<p>El estudiante <i>definirá</i> desigualdad e inecuación y <i>resolverá problemas</i> de inecuaciones de 2do grado y de sistemas de inecuaciones de 2do grado.</p>	<p>Aprendizaje de conceptos</p> <p>Tratamientos</p> <p>Conversiones</p>

Fuente: Elaboración propia a partir de lo revisado en los programas vigentes de 4to y 5to año en educación media

El cuadro anterior reviste de gran importancia pues permitió evidenciar la relación existente entre los aprendizajes esperados (expresados en objetivos específicos) y los procesos

matemáticos informados por la teoría. Ambos aspectos usualmente se presentan por separado, constituyendo un aporte del presente trabajo. El cuadro permitió ratificar la afirmación de Duval y Ludlow (2016) cuando indicaron que “en la medida en que la actividad matemática consiste intrínsecamente en la transformación de representaciones, se hace evidente que hay dos tipos de transformaciones de representaciones: tratamientos y conversiones” (p.72).

En efecto, lo destacado en cursiva en los objetivos específicos (*representación gráfica, cálculos algebraicos, interpretación geométrica, operar, resolver sistemas*) se corresponden a los tratamientos y conversiones definidos por los investigadores; mientras que los procesos memoria operativa y aprendizaje de conceptos están presentes en las expresiones siguientes: *adquirir el concepto de, reconocer, definir, asimilar el concepto de*. Finalmente, el empleo de algoritmos se evidencia en la construcción de matrices, en la resolución de sistemas de ecuaciones e inecuaciones y en operaciones aritméticas con vectores pues requieren de un conjunto de pasos finitos para su resolución.

Es importante referir que, en el caso de 4to año, no fueron incorporadas las unidades de contenido progresiones ni números complejos por dos (2) razones: la primera refiere a que en el trabajo docente en el aula son mayormente obviados, por encontrarse en el programa al final del año escolar, y, en caso de ser trabajados, se les da poco tiempo de abordaje. Así, puede suceder que no sean temas vistos por los estudiantes. La segunda razón apunta al hecho de que los temas anteriores permitieron mostrar los procesos matemáticos que interesaron al constructo competencia matemática de este trabajo. Para el caso de los contenidos de 5to año no considerados (polinomios y probabilidad) la justificación es similar, pues el tema de probabilidades en muchas ocasiones no parece ser visto por los estudiantes, siendo trabajado de manera puntual a final del año escolar, mientras que polinomios, aun siendo en algunos casos prioritario, es dejado de lado por el tema de inecuaciones.

Los dominios de aprendizaje seleccionados fueron sometidos a revisión y validación por parte de expertos en educación matemática, en particular aquellos involucrados con investigación y docencia en media general, para 4to y 5to año. Los expertos consideraron que la selección

presentada permite la recopilación de información suficiente acerca del nivel de dominio cognitivo de los procesos matemáticos que poseen los estudiantes, acorde con los aprendizajes que se espera de ellos, según los programas vigentes.

2.- Clasificación de los aprendizajes por los niveles de exigencia que plantean:

Hecha la selección de los aprendizajes, se procedió a clasificarlos según los niveles de exigencia que poseen. Para ello se consideró la taxonomía de aprendizajes propuesta para la clasificación de objetivos instruccionales de Camperos (2012), la cual, tal y como plantea la autora “está basada, de una parte, en el modelo tridimensional de Guilford, el cual se refiere a una teoría de la inteligencia (propone "una estructura completa del intelecto"); de otra parte, toma como referencia las adaptaciones de este modelo realizadas por De Corte para el ámbito didáctico.” (p.1). La investigadora propone dos (2) categorías: aprendizajes reproductivos y productivos. Los niveles de aprendizaje fueron tres (3): bajo, medio y alto, siendo organizados en la prueba manteniendo una proporcionalidad adecuada según el propósito de la prueba, como se especifica a continuación.

3.- Propósito bajo el cual se emplea la prueba

La prueba fue realizada con propósitos formativos, esto en atención a propiciar la mejora de lo evaluado, identificando fortalezas, debilidades y carencias; para así propiciar la superación de las debilidades, la atención de las carencias y el mantenimiento de las fortalezas. Todo lo anterior en correspondencia a una investigación evaluativa. Así, el nivel de exigencia de las preguntas se mantuvo equilibrado entre bajo, medio y alto, pues, siendo el propósito formativo, las interrogantes debieron lograr detectar los aprendizajes básicos, medios y altos que los estudiantes manejaron.

4.- Elaboración de tabla de especificaciones e ítems de la prueba

La tabla de especificaciones de la prueba escrita tipo mixta y los ítems fueron elaborados a partir de las consideraciones de los numerales anteriores, siendo sometidos a validación por

parte de expertos en educación matemática y evaluación. La primera versión de ambos (tabla de especificaciones y prueba) tuvo observaciones referentes a: distribución de nivel de complejidad de los ítems para mantener la homogeneidad entre niveles de dominio de aprendizaje, asignación de puntuación a las preguntas, correspondencia entre los aprendizajes esperados presentados en la tabla de especificaciones y los ítems de la prueba, así como la redacción de algunos ítems. La versión definitiva de tabla de especificaciones puede verificarse en el Anexo 2, mientras que la prueba se puede apreciar en el Anexo 3.

Del diseño y validación del cuestionario

El diseño del cuestionario se llevó adelante en función de aprehender las manifestaciones referentes a la variable denominada “disposición afectiva y crítica hacia la matemática y su aprendizaje” a través de sus indicadores. Este diseño cumplió las fases y pasos a seguir para elaborar instrumentos según lo establecido por Camperos, Nieves y Gil (2014), las cuales indican el recorrido seguido para diseñar, validar y posteriormente aplicar un cuestionario. Estas fases se describen a continuación

Fase 1, Definición del tipo de instrumento a emplear

En esta fase, se ratificó la necesidad de diseñar un cuestionario, pues se consideró pertinente y factible para recolectar información de las manifestaciones afectivas y críticas que poseen los estudiantes de 5to año. En efecto, habiéndose establecido dentro del constructo competencia matemática a la variable correspondiente para las manifestaciones afectivas y críticas, y definidos ya sus indicadores válidos, representantes de las dimensiones en las que se derivó la variable definida, se identificaron las fuentes apropiadas que poseen la información requerida. En este caso, fue la sección “U” de estudiantes de 5to año, de cuarenta y nueve (49) estudiantes, según nómina oficial entregada al autor del presente trabajo, pero con una asistencia real a clases de treinta y nueve (39) estudiantes. Así, se determinó la factibilidad de trabajar con toda la población real de estudiantes asistentes, es decir, treinta y nueve (39) estudiantes.

Esta factibilidad se corrobora al considerar los siguientes elementos:

a) Los estudiantes asistieron de manera regular a las sesiones de clase con el autor del presente trabajo. En total se llevaron a cabo trece (13) sesiones durante el año escolar 2020-2021, los días miércoles de las semanas flexibles, cumpliendo las medidas de bioseguridad, en atención al estado de alarma decretado por el ejecutivo nacional debido a la COVID-19.

b) El autor del presente trabajo informó desde el inicio del año escolar a las autoridades de la institución educativa la intención de aplicar los instrumentos, aspecto que fue informado a los estudiantes.

c) En el transcurso del año escolar se consolidó un clima de confianza entre los estudiantes y el autor del presente trabajo, lo cual permitió generar las mejores condiciones para que las respuestas otorgadas por los estudiantes fueran las más sinceras posibles.

d) A los estudiantes se les informó oportunamente sobre las características de un cuestionario, en qué consiste, y cómo debían proceder para responder. (Lo anterior también fue informado para la prueba también).

e) La aplicación del cuestionario (al igual que la prueba) se realizó el viernes 02 de Julio de 2021, último día de asesoría pedagógica, con una preparación para la misma realizada el día miércoles 30 de Junio.

Todo lo anterior permitió ratificar la necesidad de diseñar, validar y aplicar un cuestionario para obtener la información requerida acerca de las manifestaciones afectivas y críticas.

Fase 2, Diseño de la versión preliminar

La versión preliminar del instrumento se elaboró tomando en consideración que fueron dos (2) las dimensiones a abordar, la dimensión “manifestaciones afectivas hacia el aprendizaje de la matemática” y la dimensión “manifestaciones de pensamiento sociocrítico hacia la

matemática”. Así, las preguntas se organizaron para cada ámbito. En el caso de la dimensión afectiva, fue de utilidad la revisión teórica que sustentó la propuesta del cuestionario MRBQ -Op T Eynde y De Corte (2003), Gómez-Chacón y otros (2006), Mantecón y Andrews (2011), Alzate (2016), Diego-Mantecón, J. y Córdoba-Gómez, F. (2019). - instrumento que presenta un conjunto de ítems para el abordaje de la afectividad en matemáticas, a partir de un sistema de creencias. En este sentido, algunos de ellos fueron seleccionados para el cuestionario del presente trabajo, en particular aquellos vinculados con los indicadores de confianza, reflexión y apreciación, los cuales también se evidenciaron en Wilson (1970) y D’Amore, Godino y Fandiño (2008).

Para la dimensión sociocrítica, la revisión teórica mostró cómo su abordaje se ha llevado adelante a partir del uso de la metodología etnográfica, describiéndose las interacciones en el aula, aunque no directamente con el aula de matemáticas y sus procesos de aprendizaje. A partir de allí y junto con los aportes teóricos, se derivaron dos (2) indicadores que se observaron recurrentes. Esto constituye un aporte del presente trabajo, pues no se ha encontrado hasta ahora una propuesta de abordaje del aprendizaje de las matemáticas a nivel evaluativo desde esta perspectiva, con indicadores precisos. Aun así, es importante declarar que los resultados obtenidos son de carácter exploratorio, requiriéndose posteriores investigaciones de tipo etnográfico.

Cada pregunta fue redactada cuidándose la coherencia con los objetivos establecidos, así como su ubicación en la dimensión e indicador apropiado, sin que haya solapamiento entre las dimensiones e indicadores considerados. A su vez, fue elaborada la carta de presentación del cuestionario, explicando los motivos del instrumento, el uso que se hará de los resultados y el agradecimiento por responderlo en forma sincera. También se precisó el modo de aplicarlo, así como el modo de tabular y procesar las respuestas, identificando la necesidad de numerar cada cuestionario junto con la numeración de la prueba, lo que permitió equiparar las respuestas de cada estudiante tanto en la prueba como en el cuestionario. Todo lo anterior quedó vertido en la primera versión del cuestionario, sometido a revisión y validación por parte de expertos. Obsérvese a continuación la distribución de las preguntas por indicador:

Tabla 4. Preguntas del cuestionario organizadas por dimensión e indicador

Variable	Dimensión	Indicadores	Preguntas
Disposición afectiva y crítica hacia la matemática y su aprendizaje	Manifestaciones afectivas hacia el aprendizaje de la matemática	Confianza	2, 6, 8, 10, 11, 16
		Reflexión	1, 3, 17, 18, 19
		Apreciación	4, 5, 7, 9, 12, 13, 14, 15
	Manifestaciones de pensamiento sociocrítico hacia la matemática	Poder simbólico	20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27
		Situaciones de desigualdad social y escolar	28, 29, 30, 31, 32, 33, 34

Fase 3, Revisión del instrumento por expertos para su validación

La versión preliminar del cuestionario fue presentada a expertos en evaluación y en educación matemática para su validación. Los expertos en educación matemática validaron que las preguntas efectivamente permitiesen recopilar información sobre manifestaciones afectivas y sociocríticas vinculadas a las matemáticas, ya que son conocedores del contexto en el que se desenvuelven los destinatarios del cuestionario. Mientras que los expertos en evaluación verificaron la calidad técnica de las preguntas, así como su validez lógica.

Ambas revisiones ratificaron la adecuada elaboración de la versión preliminar, refiriendo una (1) sola observación sobre el nombre del cuestionario. Se recomendó cambiar “Cuestionario de creencias sobre la matemática” a “Cuestionario de percepción sobre la matemática” en el entendido que el cuestionario aspiraba reunir la percepción que poseen los estudiantes sobre

aspectos afectivos y críticos acerca de la matemática y su aprendizaje. Así, la versión preliminar fue modificada en atención a las observaciones de los expertos, quedando la versión definitiva del cuestionario, como se puede apreciar en el Anexo 4.

Fase 4, Prueba previa del instrumento

Para la prueba previa del instrumento fue seleccionado un grupo de tres (3) estudiantes con características similares a quienes se destinó el cuestionario, esto para comprobar que comprenden efectivamente las preguntas y atender fallas de comprensión que hayan podido surgir. En efecto, a los tres (3) estudiantes (de 5to año, de una institución educativa cercana a aquella en la que se realiza el estudio, del mismo sector en el que viven los estudiantes sujeto del estudio y de edad similar) se les aplicó el cuestionario, no observándose dificultades de comprensión alguna.

Esto permitió ratificar la adecuada redacción de cada pregunta, pues en el diseño de las mismas se tuvo el cuidado de colocar palabras acordes a las características del vocabulario utilizado por los estudiantes, para que pudiesen ser comprendidas, como en efecto ocurrió. Así, con el cuestionario validado por los expertos y aplicado previamente en tres (3) estudiantes se encontró todo a punto para el ensayo piloto del instrumento.

Fase 5, Ensayo Piloto del instrumento

El cuestionario fue aplicado a la población sujeto del estudio el día **viernes 02 de julio de 2021**. Los estudiantes fueron convocados a las 08:00am. El investigador del presente trabajo llegó a la institución educativa a las 07:00am, organizando el espacio de aplicación de los instrumentos para garantizar las mejores condiciones posibles. En ese sentido, se había apartado con el personal directivo previamente un salón amplio, con condiciones adecuadas de iluminación y pupitres disponibles. A la llegada de los estudiantes se fueron organizando en los pupitres asignados. De los treinta y siete (37) estudiantes convocados asistieron treinta y cuatro (34), lo que representó un 91,89% del total.

A las 08:05am se dieron las instrucciones a seguir para la resolución del cuestionario, leyéndose en voz alta la carta de presentación, instrucciones y cada enunciado, verificando si se había comprendido cada una de las preguntas. A las 08:30am comenzó la aplicación del cuestionario, otorgando media hora para su llenado. Todos los estudiantes lo respondieron sin inconvenientes, entregándolos al autor del presente trabajo. Posterior a esto, se leyeron en voz alta las instrucciones para la realización de la prueba escrita y se otorgaron dos (2) horas para su resolución (09:15 am a 11:15am). Finalizada la entrega de las pruebas se agradeció a los estudiantes el haber participado, así como al profesor orientador (profesor guía) del grupo, quien asistió a media mañana, siendo testigo del desarrollo de la resolución de la prueba.

Es importante destacar que se cumplieron medidas de bioseguridad: cada estudiante usó tapabocas y mantenían el mayor distanciamiento posible. Vale decir, que esta fue la primera vez que todos los estudiantes de 5to U se reunían en un mismo espacio a la vez con el autor del presente trabajo, pues en las sesiones anteriores eran atendidos en otro salón (más pequeño) y en tres grupos (3), el mismo día, pero en horarios distintos. El salón utilizado fue lo suficientemente amplio para garantizar la presencia de los estudiantes de manera cómoda y biosegura.

Se debe referir que, en atención al tiempo disponible (finalizaba el año escolar, los estudiantes se reunían por última vez de manera presencial en la institución: los días posteriores al 02 de Julio solo realizaron trámites administrativos para su graduación, acto realizado el 06 de agosto de ese año), estando además en el único año escolar desarrollado oficialmente bajo la modalidad a distancia (restringiéndose reuniones posibles a realizarse o reunir otros grupos de estudiantes) no se consideró posible pasar a la fase 6 (aplicación principal del instrumento), además que dado el alcance del trabajo (exploratorio) se cumplían los propósitos del trabajo con la aplicación piloto. Estas apreciaciones son válidas tanto para el cuestionario como para la prueba escrita aplicada.

Así, con todas las consideraciones y pasos anteriores cumplidos, se alcanzó el objetivo específico 2, como lo es la validación del referente y de los instrumentos para su aplicación a los estudiantes de 5to U.

Objetivo específico 3: Determinar el nivel de dominio de la competencia matemática que poseen los estudiantes de 5to Año de Educación Media General del año escolar 2020-2021 de una unidad educativa del estado Miranda, así como verificar la validez del referente definido para aprehender el nivel de dominio de la competencia matemática.

Para el logro de este objetivo específico se contrastó la información recabada por los instrumentos (prueba y cuestionario) con el modelo deseable, derivado y ya validado como patrón de comparación para valorar las dos (2) variables del constructo competencia matemática en estudio. Se aplicaron los estándares para cada variable, con sus dimensiones e indicadores, y luego se aplicó el estándar integral que permitió determinar el nivel de dominio de competencia matemática obtenido por los estudiantes de 5to año. Es importante observar que el estándar por variable atiende el nivel de dominio en el aspecto considerado (cognición matemática para los procesos matemáticos y disposición para lo afectivo y crítico) y luego ambas se unificaron para determinar los niveles de dominio sobre competencia matemática de los estudiantes. Las valoraciones obtenidas en cada caso son presentadas en el próximo capítulo.

Objetivo específico 4: Caracterizar algunos factores explicativos de los niveles de dominio de las competencias matemáticas obtenidos.

La caracterización de algunos factores que explicasen de manera apropiada los niveles de dominio alcanzados por los estudiantes tomó en cuenta varios elementos, a saber: el estándar establecido para las variables en estudio, una descripción del contexto que rodeó a los estudiantes durante el año escolar 2020-2021, precisando información sobre su vida académica y socioafectiva vinculada con las matemáticas, así como el recorrido hecho por ellos durante su educación media. Estos factores explicativos involucraron aspectos pedagógicos vinculados a las matemáticas y su aprendizaje por parte de los estudiantes, aspectos didácticos y contextuales.

Objetivo específico 5: Proponer algunos lineamientos pedagógicos que orienten, tanto la consolidación de logros como la superación de carencias, debilidades y deficiencias de los niveles de dominio de las competencias matemáticas verificados y valorados.

La atención a las carencias y la superación de debilidades en los niveles de dominio observados, así como la consolidación de fortalezas, pasó por la propuesta de un abordaje integral que buscase atender los siguientes aspectos específicos: promoción de los procesos matemáticos fundamentales y sus contenidos asociados, no solo los de 4to y 5to año sino de años anteriores; organización del aula para el trabajo con procesos afectivos vinculados a la matemática y propuesta de discusión grupal para la puesta en debate aspectos relacionados con los procesos sociocríticos.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

La presentación de los resultados mostrará, en primer lugar, lo obtenido para cada variable del constructo competencia matemática, según lo recopilado en los instrumentos aplicados para tal fin. Posteriormente se presentan los resultados para las dimensiones que lo conforman. Finalmente, se contrasta lo obtenido con el estándar elaborado, para así evidenciar el nivel de competencia obtenido por los escolares.

4.1. Lo encontrado en la variable Dominio cognitivo de los procesos matemáticos

Recuérdese que la aprehensión de las manifestaciones en esta variable se obtuvo a través de la aplicación de una prueba escrita tipo mixta. Dicha prueba se propuso recopilar información sobre las siguientes dimensiones: manejo de transformaciones matemáticas, aplicación de procedimientos matemáticos y manejo de habilidades generales. La aplicación de la prueba arrojó el siguiente resultado para la totalidad de ellas: **las respuestas suministradas evidencian ausencia de cognición matemática**. Esto se debe a que, tal y como está definido en el estándar correspondiente, en las respuestas de los estudiantes no se encuentra presente ninguno de los siguientes indicadores: memoria operativa, aprendizaje de conceptos, tratamientos, conversiones y empleo de algoritmos.

En efecto, las respuestas que colocaron los estudiantes fueron variaciones de las siguientes expresiones: “No sé responder”, “No lo entiendo”, “No sé resolverlo”, “No sé cómo hacerlo” y “No puedo hacerlo”. Veinte y dos (22) estudiantes colocaron la siguiente expresión: “Esto no me lo han dado”. En conversaciones que el autor del presente trabajo sostuvo con los estudiantes posterior a la prueba, se evidenció el desconocimiento por parte de los estudiantes de la mayoría de los contenidos abordados en la prueba, a pesar de formar parte de **lo previsto** en los programas vigentes de 4to y 5to año de educación media general. Esto es explicable, ya que los estudiantes solo tuvieron (durante un pequeño tiempo) profesor de matemáticas en 2do año. Es importante referir que quien escribe pudo conocer de primera mano la ausencia de manejo de niveles de

dominio de aprendizaje aceptables para los aprendizajes previstos en años anteriores al 5to año, producto de evaluación diagnóstica y conversación sostenida tanto con los estudiantes a inicios del año escolar (octubre 2021), como con el profesor orientador del grupo. En función a ello, se tomó la decisión de desarrollar las clases (denominadas asesorías pedagógicas) priorizando la promoción de un conjunto aprendizajes matemáticos básicos, aunque no fuesen de 5to año. Aun así, la aplicación de la prueba sí contempló los aprendizajes oficialmente previstos en los programas para 4to y 5to año, pues una investigación evaluativa como la del presente trabajo compara el deber ser de los aprendizajes previstos con el desempeño real de los estudiantes.

En consecuencia, aplicando el estándar para esta variable se tiene como resultado que el **100% de los estudiantes** a los que se les aplicó la prueba evidenciaron **ausencia de cognición matemática**, ya que no se encontró presente en el desempeño de los estudiantes ninguno de los siguientes indicadores: memoria operativa, aprendizaje de conceptos, tratamientos, conversiones y empleo de algoritmos.

4.2. Lo encontrado en la variable Disposición afectiva y crítica hacia la matemática y su aprendizaje

Para identificar las manifestaciones que se corresponden con la variable en estudio fue aplicado un cuestionario, el cual buscó precisar información para las siguientes dimensiones: 1) Manifestaciones afectivas hacia el aprendizaje de la matemática y 2) Manifestaciones de pensamiento sociocrítico hacia la matemática. A diferencia de la variable anterior (dominio cognitivo de los procesos matemáticos) las respuestas de los estudiantes al cuestionario brindaron información que permitió precisar niveles de disposición afectiva y crítica hacia la matemática y su aprendizaje. En primer lugar, se mostrarán los resultados obtenidos para cada indicador de las dos (2) dimensiones que componen esta variable, los cuales poseen estándares por indicador, para posteriormente verificar el estándar elaborado en cada dimensión, y así dar cuenta finalmente de la valoración de la variable en estudio. Además, los resultados se presentarán, primero, agrupando las respuestas de los estudiantes alrededor del indicador y aplicando el estándar. Para luego presentar los resultados de manera individual, es decir, para cada estudiante.

4.2.1. Lo observado en la dimensión manifestaciones afectivas hacia el aprendizaje de la matemática

Para abordar lo observado en las manifestaciones afectivas hacia el aprendizaje de la matemática se precisaron los resultados obtenidos para los indicadores que lo conforman, estos son: confianza, reflexión y apreciación. Las respuestas suministradas por cada uno de los treinta y cuatro (34) estudiantes fueron tabuladas, agrupadas alrededor del indicador que les correspondía y se les aplicó el estándar, recordando que para el caso de la dimensión en estudio se definieron estándares para cada indicador. Tenemos en consecuencia los siguientes resultados por indicador:

Tabla 5. Resultados para el indicador confianza

Nivel de confianza	Cantidad de estudiantes	Porcentaje
Confianza muy alta	2	5,88%
Confianza Alta	18	52,94%
Confianza básica	4	11,76%
Confianza baja	5	14,70%
Muy baja confianza	0	0 %
Ausencia de confianza	0	0 %
Resultados fuera del estándar	5	14,70 %

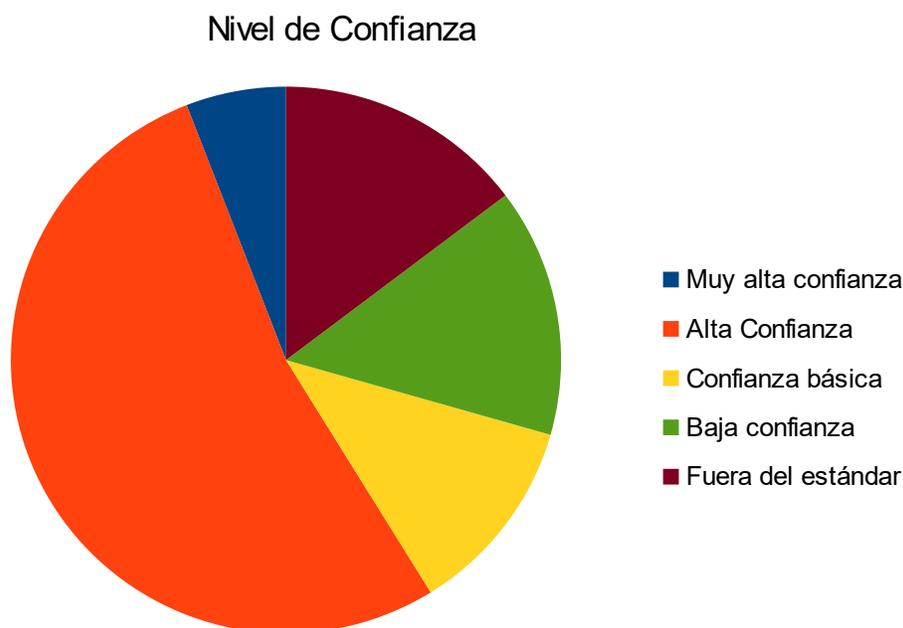


Figura 1. Porcentajes del nivel de confianza obtenido

Se puede observar que **el 52,94% de los estudiantes es valorado, de acuerdo al estándar, con un nivel de confianza alto**, esto es, los resultados de la aplicación del cuestionario muestran que un poco más de la mitad de los estudiantes confían en sus propias habilidades para tener éxito en las tareas matemáticas, así como en la capacidad de las matemáticas de proporcionarles herramientas adecuadas que le aseguren éxito. Del 47,06% de los estudiantes restantes la aplicación del estándar muestra la siguiente distribución: 14,70 % poseen un nivel de confianza bajo, otro 14,70 % son valorados fuera del estándar, 11,76% poseen un nivel de confianza básico y 5,88% muestran un nivel de confianza muy alto. Ningún estudiante posee un nivel de confianza muy bajo o evidencia ausencia de confianza.

El análisis de los resultados permite observar dos elementos: El primero: Un poco más de la mitad de los estudiantes expresa una confianza alta tanto en sus habilidades como en las matemáticas. El segundo: a pesar de lo anterior, los resultados en la variable dominio cognitivo de los procesos matemáticos evidenciaron ausencia de cognición matemática. Es decir, aun

cuando mostrasen confianza en sí mismos y en las matemáticas, no se tradujo esto en la apropiación de procesos matemáticos.

Respecto a los resultados que se presentaron fuera del estándar, se hizo una revisión de los cinco (5) estudiantes que no poseen un nivel de confianza definido, de acuerdo al estándar. Uno de ellos (estudiante # 21) no respondió a las preguntas del indicador confianza, mientras que los otros cuatro (4) estudiantes tenían en sus respuestas variaciones entre las opciones “totalmente de acuerdo”, “de acuerdo” y “más o menos de acuerdo”. Estas variaciones permiten suponer que, en estos casos, la confianza que pudiesen tener los estudiantes en sus habilidades para las matemáticas se encuentra en proceso de consolidación.

Tabla 6. Resultados para el indicador reflexión

Nivel de reflexión	Cantidad de estudiantes	Porcentaje
Muy alta reflexión	0	0 %
Alta reflexión	24	70, 58 %
Reflexión básica	3	8, 82 %
Baja reflexión	4	11,76 %
Muy baja reflexión	0	0 %
Ausencia de reflexión	0	0 %
Resultados fuera del estándar	2	5, 88 %

Gráficamente los resultados obtenidos del nivel de reflexión se presentan de la siguiente manera:



Figura 2. Porcentajes del nivel de reflexión obtenido

En este caso los resultados mostraron, aplicando el estándar, una alta propensión de los estudiantes a hacer un examen propio de las actividades matemáticas realizadas, identificando aspectos provechosos y difíciles, enfatizando un estado de ánimo favorable para superar los escollos encontrados. Esto es, **alta reflexión en el 70,58 % de los estudiantes**. El 29,42% restante presentó la siguiente distribución: 11,76% de los estudiantes evidenciaron baja reflexión, 8,82% reflexión básica y 5,88% se ubican fuera del estándar. Ningún estudiante fue valorado en los niveles muy alta reflexión, muy baja reflexión o ausencia de reflexión.

De manera similar que lo referido para el indicador confianza, se observa con atención el hecho de que la gran mayoría de los estudiantes evidenciaran un nivel de alta reflexión, pero a la vez evidenciaran ausencia de cognición matemática. Si, tal y como indica la descripción del indicador reflexión, los estudiantes están animados para superar los escollos encontrados, no

pareciese corresponderse a los resultados obtenidos en cognición matemática. Esto es explicable atendiendo al hecho de que los contenidos abordados en la prueba escrita no fueron abordados por los estudiantes durante su escolaridad en el nivel de media. En el apartado hallazgos se profundizará este aspecto.

Analizando los dos (2) resultados fuera del estándar, se puede apreciar en ambos una combinación entre las opciones “totalmente de acuerdo” y “más o menos de acuerdo”, lo que permite suponer que estos estudiantes se encuentran consolidando procesos de reflexión acerca de las matemáticas.

Tabla 7. Resultados para el indicador apreciación

Nivel de apreciación	Cantidad de estudiantes	Porcentaje
Muy alta apreciación	0	0 %
Alta apreciación	10	29,41 %
Apreciación básica	14	41, 17 %
Baja apreciación	4	11,76 %
Muy baja apreciación	0	0 %
Ausencia de apreciación	0	0 %
Resultados fuera del estándar	6	17,64 %

Gráficamente los resultados obtenidos del nivel de apreciación se presentan de la siguiente manera:

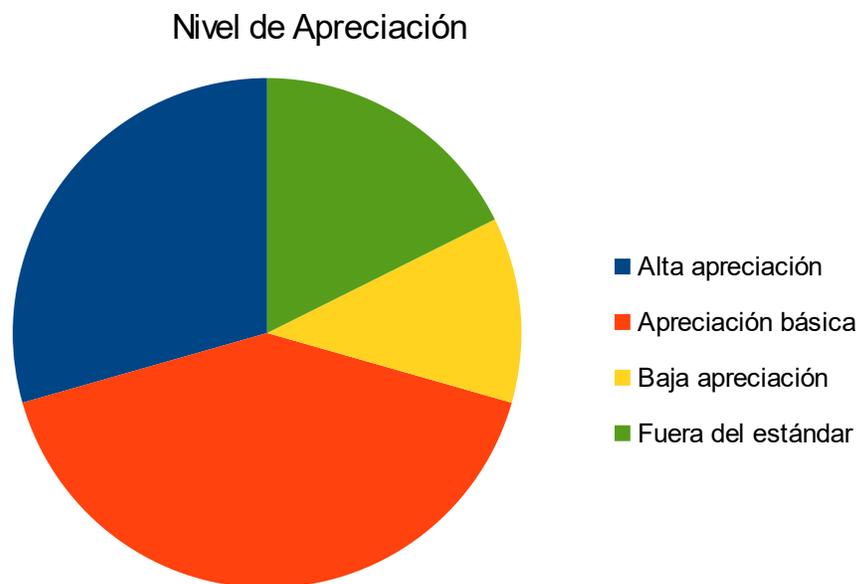


Figura 3. Porcentajes del nivel de apreciación obtenido

Podemos verificar en este caso que **el 41,17% de los estudiantes es valorado con apreciación básica**, es decir, capacidad básica para estimar el valor de las matemáticas en función de su utilidad social, características propias (estructura interna, presentación formal de sus resultados, descripción del mundo real, poder explicativo y predictivo, belleza matemática) o posibilidad de comunicación dentro de una comunidad de aprendizaje. El 58,83% restante posee la siguiente distribución: 29,41% es valorado con apreciación alta, 17,64% se ubica fuera del estándar y 11,76% es valorado con baja apreciación. Ningún estudiante fue valorado con apreciación muy alta, muy baja o con ausencia de ella.

A diferencia de los dos indicadores anteriores, con valoraciones altas en la mayoría de los estudiantes (Confianza alta en el 52% y reflexión alta en el 70% de los estudiantes), la mayor cantidad de respuestas se ubican en el nivel de apreciación básico, pero sin alcanzar a obtenerse en la mitad de los estudiantes (41%). Así, la estimación de las matemáticas en función de su

utilidad social, características propias o posibilidad de comunicación no es observada en la mayoría de los estudiantes. Este resultado contrasta con lo obtenido en los indicadores confianza y valoración, pues aunque se puede afirmar que poco más de la mayoría posee una confianza alta en sí mismos y en las matemáticas, y un 70% revisa sus actividades matemáticas para superar dificultades, **en lo básico la mayoría no estima** a las matemáticas como parte integrante de su vida académica, personal o social, ya sea por lo útil que les pudiese ser, por los valores propios a las matemáticas o por la posibilidad de comunicarlas. En consecuencia, parecería que las matemáticas forman parte de la vida del estudiante en lo escolar **pero no en lo social**.

Observando el número de resultados valorados fuera del estándar (6), se puede apreciar que en ese caso las selecciones variaban entre las opciones “totalmente de acuerdo”, “de acuerdo” y “más o menos de acuerdo”, lo que permite suponer que la capacidad de apreciar las matemáticas, según lo especificado en el indicador, se encuentra en proceso de consolidación.

4) Resultados para la dimensión manifestaciones afectivas hacia el aprendizaje de la matemática

La presentación de los resultados en los numerales anteriores se dio por indicador, agrupando las respuestas de los estudiantes y aplicando el estándar, lo que mostró el comportamiento grupal de los estudiantes alrededor del indicador respectivo. Ahora bien, los tres indicadores son constitutivos de la dimensión denominada “manifestaciones afectivas hacia el aprendizaje de la matemática”, siendo de importancia mostrar **por estudiante y de manera grupal**, los niveles de disposición afectiva que se observaron.

La afectividad, tal y como lo refleja el soporte teórico respectivo, configura un sistema de creencias sobre las matemáticas y su aprendizaje, así como su utilidad social. En consecuencia, las manifestaciones afectivas como dimensión involucran la unión de los indicadores confianza, reflexión y apreciación. Lo anterior fue guía para la elaboración del estándar para la dimensión. No se puede hablar de manifestación afectiva, en este trabajo, si cada indicador es visto por separado. Obsérvese, en consecuencia, los niveles de disposición afectiva por cada estudiante:

Tabla 8. Niveles de disposición afectiva por estudiante

Estudiante	Confianza	Reflexión	Apreciación	Nivel de disposición afectiva
1	Alta	Alta	Alta	Alta
2	Alta	Alta	Alta	Alta
3	Baja	Alta	Básica	Fuera del estándar
4	Alta	Alta	Básica	Alta
5	Alta	Alta	Alta	Alta
6	Baja	Alta	Fuera del estándar	Fuera del estándar
7	Muy alta	Alta	Básica	Muy Alta
8	Básica	Alta	Básica	Básica
9	Básica	Alta	Fuera del estándar	Fuera de estándar
10	Alta	Básica	Básica	Básica
11	Fuera del estándar	Baja	Básica	Fuera del estándar
12	Alta	Alta	Fuera del estándar	Alta
13	Alta	Alta	Fuera del estándar	Alta
14	Baja	Alta	Fuera del estándar	Fuera del estándar
15	Fuera del estándar	Alta	Baja	Fuera del estándar
16	Muy alta	Alta	Alta	Alta

Niveles de competencia matemática

139

17	Alta	Baja	Básica	Fuera del estándar
18	Alta	Baja	Básica	Fuera del estándar
19	Alta	Alta	Alta	Alta
20	Alta	Baja	Baja	Baja
21	Fuera del estándar	Muy alta	Alta	Muy Alta
22	Baja	Básica	Alta	Fuera del estándar
23	Básica	Básica	Básica	Básica
24	Fuera del estándar	Alta	Básica	Fuera del estándar
25	Baja	Alta	Básica	Fuera del estándar
26	Alta	Alta	Alta	Alta
27	Alta	Alta	Fuera del estándar	Alta
28	Alta	Alta	Alta	Alta
29	Alta	Fuera del estándar	Fuera del estándar	Fuera del estándar
30	Alta	Alta	Alta	Alta
31	Alta	Alta	Baja	Alta
32	Alta	Alta	Baja	Alta
33	Básica	Alta	Básica	Básica
34	Fuera del estándar	Fuera del estándar	Básica	Fuera del estándar

De acuerdo al cuadro podemos observar que catorce (14) estudiantes poseen una disposición afectiva alta (41,17%), trece (13) se encuentran fuera del estándar (38,23%), cuatro (4) son valorados con una disposición afectiva básica (11,76%), Dos (2) con una disposición afectiva muy alta (5,88%) y un (1) estudiante es valorado con una disposición afectiva baja (2,94%). No hay estudiantes valorados con ausencia de disposición afectiva.

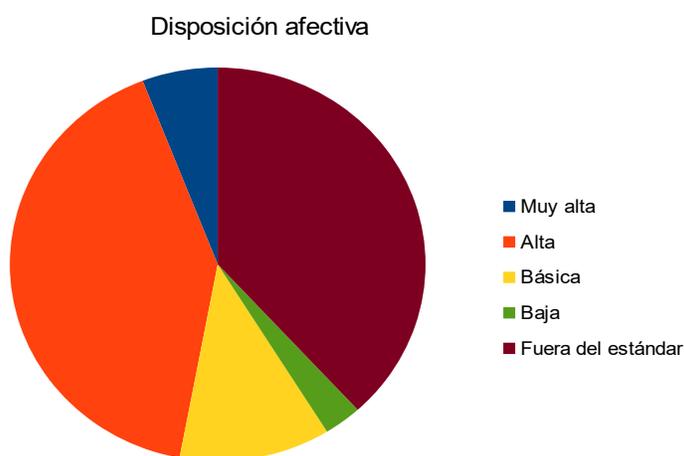


Figura 4. Porcentajes del nivel de disposición afectiva obtenida

Salta a la vista el número de resultados que son valorados fuera del estándar. Analizando estos casos se puede apreciar lo siguiente: En ocho (8) de ellos (estudiantes número 6, 9, 11, 14, 15, 24, 29 y 34) se tiene que uno o dos de sus indicadores fueron valorados fuera del estándar, lo que genera que el nivel de disposición afectiva sea valorado fuera del estándar, mientras que los cinco (5) estudiantes restantes (números 3, 17, 18, 22 y 25) poseen combinaciones de niveles de valoración entre alto, bajo y básico. Este porcentaje relevante de resultados fuera del estándar se explica tomando en consideración, que, tal y como está configurada la dimensión manifestaciones afectivas y el modo en el que se definió el estándar, se requiere que el estudiante haya sido valorado en cada indicador en un nivel similar (sea alto, muy alto, básico, bajo, muy bajo, ausencia o combinaciones similares de las anteriores) para poder tener una valoración en la dimensión dentro del estándar.

Lo anterior es de importancia porque se es reiterativo en enfatizar el hecho de que tanto en la derivación del constructo competencia matemática, así como en cada una de sus dimensiones es requerido que se hagan explícitas las manifestaciones en conjunto, esto es, consideradas de manera integrada. En consecuencia, un solo indicador, por sí solo, no es representativo de la dimensión considerada. Finalmente, de los resultados obtenidos se puede observar que la disposición afectiva hacia la matemática y su aprendizaje como dimensión del constructo competencia matemática se encuentra consolidada en el 41% de los estudiantes, pero en el 38 % restante no puede ser valorada dentro del estándar, lo que requiere un abordaje propio para este grupo específico.

4.2.2. Lo observado en la dimensión manifestaciones de pensamiento sociocrítico hacia la matemática

Tal y como se hiciese para la dimensión del apartado anterior, se procede, en primer lugar, a presentar los resultados obtenidos para los indicadores que conforman la dimensión en estudio, a saber: Poder simbólico y Situaciones de desigualdad social y escolar; siendo tabuladas y agrupadas las respuestas suministradas por los treinta y cuatro (34) estudiantes. Importante es advertir que el abordaje de manifestaciones vinculadas con lo sociocrítico en educación matemática constituye en un aporte del presente trabajo al estudio del aprendizaje en matemática, ya que, de acuerdo a la revisión bibliográfica realizada, no se encontraron estudios que abordasen este aspecto.

Lo anterior toma mayor relevancia considerando que en el ámbito venezolano, para la educación media, los enfoques socioculturales y sociocríticos en la enseñanza y aprendizaje de la matemática son preeminentes en los documentos oficiales y, además, orientan parte del trabajo en el aula del docente de matemáticas, con el agregado que son referencia para los planes de formación y actualización en educación matemática para docentes en servicio actualmente en desarrollo en el estado Miranda, por lo que su estudio y análisis es altamente pertinente. Se comienza con los resultados por cada indicador, como se muestra a continuación.

Tabla 9. Resultados para el indicador Poder simbólico

Nivel de Poder simbólico	Cantidad de estudiantes	Porcentaje
Muy alto poder simbólico	0	0%
Alto poder simbólico	13	38,23%
Poder simbólico básico	5	14,70 %
Bajo poder simbólico	9	26,47%
Muy bajo poder simbólico	0	0 %
Ausencia de Poder simbólico	0	0 %
Resultados fuera del estándar	7	20,58 %

De acuerdo al cuadro se puede observar que trece (13) estudiantes evidencian un alto poder simbólico (38,23%), además que nueve (9) evidencian bajo poder simbólico (26,47%), siete (7) se encuentran fuera del estándar (20,58%) y cinco (5) evidencian un poder simbólico básico (14,70%). No hay estudiantes valorados con muy alto poder simbólico, muy bajo o ausencia de él.

Es decir, se tiene que **el 52,93% de los estudiantes, de acuerdo a los resultados, identifica en un nivel básico a alto**, la influencia de las matemáticas en la configuración de las estructuras de poder dentro y fuera del aula en los siguientes aspectos: matemáticas como saber difícil de obtener; uso de las matemáticas como marcador de capacidad intelectual general,

presentación de las matemáticas como conocimiento alejado de la realidad y la vida diaria; matemáticas como saber sin aplicación en la vida escolar y social y matemáticas como saber neutral, descontextualizado y ahistórico. Gráficamente se puede observar la distribución de la siguiente manera:



Figura 5. Porcentajes del nivel de poder simbólico obtenido

Es importante atender al hecho de que, tomando en consideración lo informado por la teoría, el aprendizaje en el aula de matemáticas en educación media, se encuentra impregnado de un conjunto de valores, percepciones y creencias asociadas a las matemáticas, las cuales, al parecer, usualmente no son explicitadas (y menos las consideradas para esta dimensión en estudio), pero que, con la aplicación del instrumento en este caso, se pudo verificar la identificación de algunos de sus elementos constituyentes, por parte de un poco más de la mitad de los estudiantes, confirmándose la influencia de las matemáticas, su simbolismo y poder asociados con el modo en el que se desarrollan las clases en el aula de matemáticas. Aun cuando huelga decir que esta apreciación no se encuentra consolidada con mayor fuerza, pues, por un lado, solo un 26% lo identifica en un nivel básico y un 38% en un nivel alto, y, por el otro, el 47,05% de los estudiantes o posee una identificación de poder simbólico bajo o sus resultados no se encuentran valorados dentro del estándar.

Respecto a esto último, debe referirse que los siete (7) casos que no caen en el estándar poseen diversas variaciones entre las opciones “totalmente de acuerdo”, “de acuerdo”, “más o menos de acuerdo”, “más o menos en desacuerdo”, y “en desacuerdo”. Esta variabilidad plantea como hipótesis la dificultad que pudiese existir entre algunos estudiantes para identificar con claridad la influencia de las matemáticas como poder en su entorno, entendible este aspecto pues, de acuerdo al alcance exploratorio definido para el presente trabajo, no se hace sencillo aprehender esta manifestación, requiriendo investigaciones posteriores.

Tabla 10. Resultados del indicador Situaciones de desigualdad social y escolar

Nivel de Criticidad	Cantidad de estudiantes	Porcentaje
Muy alta criticidad	1	2,94%
Alta criticidad	4	11,76 %
Criticidad básica	6	17,64%
Baja criticidad	11	32,35 %
Muy baja criticidad	0	0 %
Ausencia de criticidad	4	11,76 %
Resultados fuera del estándar	8	23,52 %

Gráficamente, se puede observar la distribución de los resultados de la siguiente manera



Figura 6. Porcentajes del nivel de criticidad obtenida

Es importante observar que, a diferencia del indicador anterior para esta dimensión (y a diferencia también de los demás indicadores de la dimensión manifestaciones afectivas), la mayoría de los estudiantes (11), evidenciaron un nivel de criticidad **por debajo del nivel básico**, esto es, un 32,35% evidenciaron un nivel de criticidad bajo. Ocho (8) estudiantes fueron valorados fuera del estándar (23, 52%), seis (6) de ellos evidenciaron criticidad básica, cuatro (4) estudiantes evidenciaron alta criticidad y otros (4) evidenciaron ausencia de criticidad. Un (1) estudiante evidenció muy alta criticidad, mientras que no hubo estudiantes que evidenciaran muy baja criticidad.

En consecuencia, tal y como lo indica la descripción del indicador, el 32,35 % de los estudiantes posee baja capacidad para identificar actividades desarrolladas en el aula que involucren elementos tales como el acceso no equitativo al conocimiento matemático, la restricción a la igualdad de oportunidades para el desarrollo de tareas matemáticas, la discriminación por género y condición social, económica u otras, la restricción de libertad en el uso de procedimientos para resolver tareas matemáticas, el uso de las matemáticas como condicionante en otras áreas de formación y el autoritarismo del docente asociado a las matemáticas. Más aún, cuatro (4) de ellos no evidencia capacidad alguna de identificar los

referidos elementos. Es decir, un 44,11 % de los escolares se encuentra por debajo de la capacidad básica para identificar situaciones de desigualdad social y escolar en el aula de matemáticas.

En atención a los resultados, resalta el hecho de que los estudiantes pareciesen tener dificultad en identificar situaciones de inequidad presentes en su aula asociadas a las matemáticas, lo que permite establecer la hipótesis de que, aun estando presentes para ellos, no son asumidas como desigualdades sino como situaciones “naturales”, es decir, como parte del quehacer diario del aula de clases de matemáticas o inherente a ella. Esta hipótesis de trabajo requiere investigaciones posteriores para su confirmación o descarte. Por otro lado, que el segundo grupo de estudiantes más numeroso estuviese agrupado fuera del estándar nos muestra la necesidad de investigaciones con mayor detenimiento para verificar la aprehensión adecuada por parte del indicador de la manifestación en estudio.

3) Resultados para la dimensión manifestaciones de pensamiento sociocrítico hacia la matemática

De la misma manera como fue presentado para la dimensión referida a las manifestaciones afectivas, se hará lo propio para la manifestación de este apartado. En consecuencia, habiéndose presentados los resultados en los numerales anteriores por indicador, mostrando el comportamiento grupal de los estudiantes alrededor del indicador respectivo, se procederá ahora a mostrar **por estudiante y de manera grupal**, los niveles de disposición crítica que se observaron.

Las manifestaciones de pensamiento sociocrítico se consideran a partir de la conjunción de los dos (2) indicadores que lo conforman. Así, la evidencia en algún estudiante de un nivel de poder simbólico no puede considerarse como una manifestación de pensamiento sociocrítico si no lo acompaña la identificación en algún nivel de situaciones de inequidad (y viceversa). Lo anterior fue guía para la elaboración del estándar para la dimensión. Obsérvese, en consecuencia, los niveles de disposición crítica en cada estudiante:

Tabla 11. Niveles de disposición crítica por estudiante

Estudiante	Poder simbólico	Criticidad	Nivel de disposición crítica
1	Alto	Muy Alto	Alto
2	Fuera del estándar	Fuera del estándar	Fuera del estándar
3	Básico	Bajo	Bajo
4	Fuera del estándar	Bajo	Fuera del estándar
5	Bajo	Alto	Bajo
6	Fuera del estándar	Fuera del estándar	Fuera del estándar
7	Alto	Alto	Alto
8	Alto	Fuera del estándar	Fuera del estándar
9	Bajo	Ausencia	Ausencia
10	Básico	Básico	Básico
11	Fuera del estándar	Básico	Fuera del estándar
12	Alto	Ausencia	Ausencia
13	Fuera del estándar	Bajo	Fuera del estándar
14	Bajo	Ausencia	Ausencia
15	Alto	Básico	Alto
16	Bajo	Bajo	Bajo

Niveles de competencia matemática

148

17	Bajo	Bajo	Bajo
18	Alto	Básico	Alto
19	Alto	Alto	Alto
20	Alto	Bajo	Alto
21	Alto	Alto	Alto
22	Alto	Básico	Alto
23	Fuera del estándar	Fuera del estándar	Fuera del estándar
24	Básico	Básico	Básico
25	Alto	Fuera del estándar	Fuera del estándar
26	Fuera del estándar	Fuera del estándar	Fuera del estándar
27	Bajo	Bajo	Bajo
28	Alto	Bajo	Bajo
29	Básico	Bajo	Bajo
30	Alto	Fuera del estándar	Fuera del estándar
31	Fuera del estándar	Fuera del estándar	Fuera del estándar
32	Bajo	Bajo	Bajo
33	Bajo	Ausencia	Ausencia
34	Bajo	Bajo	Bajo

De acuerdo al cuadro se tiene a once (11) estudiantes ubicados fuera del estándar (32,35%), mientras que nueve (9) de ellos poseen un nivel de manifestaciones de pensamiento sociocrítico bajo hacia la matemática (26,47%), ocho (8) poseen un nivel de manifestaciones de pensamiento sociocrítico alto (23,52%), cuatro (4) de ellos evidencian ausencia de manifestaciones de pensamiento sociocrítico (11,76%) y dos (2) con manifestaciones de pensamiento sociocrítico básico (5,88%). Gráficamente se puede observar la distribución de esta manera:

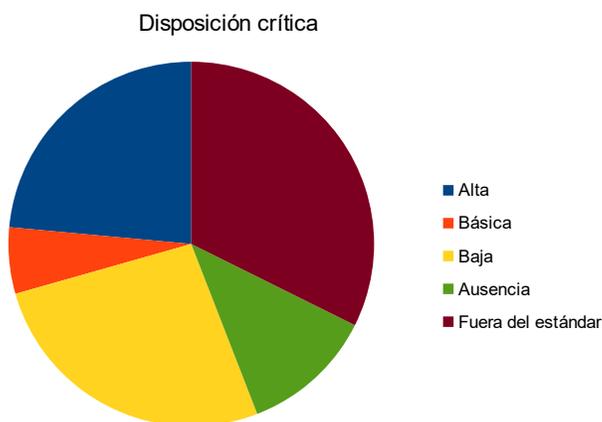


Figura 7. Porcentajes del nivel de disposición crítica obtenido

Dos aspectos relevantes se pueden observar. El primero de ellos tiene que ver con el hecho de que el porcentaje mayor de los estudiantes se agrupó fuera del estándar (32,35%), aspecto explicable, pues en al menos uno de los dos indicadores de la dimensión en estudio están ubicados fuera del estándar establecido para cada indicador. Esto muestra cómo las manifestaciones de pensamiento sociocrítico no tuvieron una consolidación importante en los niveles establecidos, más aún observando que solo dos (2) estudiantes evidencian niveles de manifestación de pensamiento sociocrítico básico. El segundo aspecto a resaltar es el hecho de que el 38,23% de los estudiantes se encuentran en los niveles entre bajo y ausente de pensamiento sociocrítico, lo que sumado al 32,35% fuera del estándar da un 70,58% de los estudiantes con

manifestaciones de pensamiento sociocrítico con niveles entre ausente, bajo o fuera del estándar lo que permite considerar como viable el hecho de que, para el grupo al que se le aplicó el instrumento, no exista identificación clara de manifestaciones de pensamiento sociocrítico hacia la matemática, ya sea por la baja identificación del poder simbólico asociado a ella o por la baja identificación de situaciones de desigualdad asociadas a las matemáticas.

Un elemento a destacar es que, de acuerdo a los resultados obtenidos, se hacen necesarias mayores investigaciones para ver la posible relación que pudiese existir (o no) entre la capacidad de identificar a las matemáticas como un poder (poder simbólico) y la capacidad de identificar situaciones de inequidad social y escolar. Esto motivado porque al parecer, los resultados no muestran sólida vinculación entre ellos.

Finalmente, presentados los resultados para cada indicador de las dimensiones en estudio, así como las de cada dimensión y de las variables que lo conforman, se procede a presentar en el siguiente apartado la valoración del constructo que las engloba esto es, la competencia matemática.

4.3 Lo encontrado en el constructo competencia matemática

Es importante recordar que todo lo expuesto en los apartados anteriores y lo que se presentará en este permite dar cumplimiento al objetivo específico # 3, esto es, determinar el nivel de dominio de la competencia matemática que poseen los estudiantes de 5to Año del año escolar 2020-2021, sujetos de estudio en este trabajo, lo que brindó insumos para verificar la validez del referente definido para aprehender el nivel de dominio de la competencia matemática. Para ello se tienen las valoraciones obtenidas producto de la aplicación del estándar en cada una de las dimensiones que componen al constructo. La conjunción de las valoraciones forma parte del estándar integral definido para la competencia matemática. Estos resultados son presentados en un cuadro que integra a la variable “dominio cognitivo de los procesos matemáticos” junto con las dimensiones de la variable “disposición afectiva y crítica hacia la matemática”:

Tabla 12. Niveles de competencia matemática por estudiante

Estudiante	Dominio cognitivo	Manifestaciones afectivas	Pensamiento sociocrítico	Nivel de competencia matemática
1	Ausencia	Alta	Alta	Ausencia
2	Ausencia	Alta	Fuera del estándar	Ausencia
3	Ausencia	Fuera del estándar	Baja	Ausencia
4	Ausencia	Alta	Fuera del estándar	Ausencia
5	Ausencia	Alta	Baja	Ausencia
6	Ausencia	Fuera del estándar	Fuera del estándar	Ausencia
7	Ausencia	Muy Alta	Alta	Ausencia
8	Ausencia	Básica	Fuera del estándar	Ausencia
9	Ausencia	Fuera de estándar	Ausencia	Ausencia
10	Ausencia	Básica	Básica	Ausencia
11	Ausencia	Fuera del estándar	Fuera del estándar	Ausencia
12	Ausencia	Alta	Ausencia	Ausencia
13	Ausencia	Alta	Fuera del estándar	Ausencia
14	Ausencia	Fuera del estándar	Ausencia	Ausencia
15	Ausencia	Fuera del estándar	Alta	Ausencia
16	Ausencia	Alta	Baja	Ausencia

Niveles de competencia matemática

152

17	Ausencia	Fuera del estándar	Baja	Ausencia
18	Ausencia	Fuera del estándar	Alta	Ausencia
19	Ausencia	Alta	Alta	Ausencia
20	Ausencia	Baja	Alta	Ausencia
21	Ausencia	Muy Alta	Alta	Ausencia
22	Ausencia	Fuera del estándar	Alta	Ausencia
23	Ausencia	Básica	Fuera del estándar	Ausencia
24	Ausencia	Fuera del estándar	Básica	Ausencia
25	Ausencia	Fuera del estándar	Fuera del estándar	Ausencia
26	Ausencia	Alta	Fuera del estándar	Ausencia
27	Ausencia	Alta	Baja	Ausencia
28	Ausencia	Alta	Baja	Ausencia
29	Ausencia	Fuera del estándar	Baja	Ausencia
30	Ausencia	Alta	Fuera del estándar	Ausencia
31	Ausencia	Alta	Fuera del estándar	Ausencia
32	Ausencia	Alta	Baja	Ausencia
33	Ausencia	Básica	Ausencia	Ausencia
34	Ausencia	Fuera del estándar	Baja	Ausencia

Obsérvese que en la totalidad de los treinta y cuatro (34) estudiantes se evidencia **ausencia de competencia matemática**. Esto se debe a que, tal y como se encuentra definido el estándar para la competencia matemática de este trabajo, solo se puede hablar de niveles de competencia matemática en la medida en que **cada una de las dimensiones que conforma el constructo evidencie algún nivel para ser valorado**. Con la ausencia de alguno de ellos, no se puede hablar de competencia matemática.

Por ejemplo, en el cuadro se observa que el estudiante 19 posee una disposición afectiva alta hacia la matemática, así como una alta disposición crítica, lo que le permite tener una valoración alta en la variable “disposición afectiva y crítica hacia la matemática y su aprendizaje”, pero, al evidenciar ausencia de cognición matemática no se puede valorar su desempeño con algún nivel de competencia matemática. Si algún estudiante hubiese podido ser valorado con algún nivel de cognición matemática (bajo al menos) se habría podido determinar el nivel de dominio de competencia matemática obtenido, siempre y cuando en las otras dos (2) dimensiones hubiese obtenido algún nivel de dominio. Esto muestra que la competencia matemática de este trabajo es valorada con un **estándar integral** que involucra la totalidad de las dimensiones en estudio, siendo esto cónsono con la definición del constructo y lo informado por la teoría, en la que se involucran procesos matemáticos, afectivos y sociocríticos en un conjunto.

Es importante referir que los resultados obtenidos para la competencia matemática con el estándar integral aplicado representan el desempeño **real** de los estudiantes comparado con el **deber ser o ideal** de la competencia matemática definida y prevista que obtengan los escolares para los aprendizajes establecidos. La complejidad del constructo competencia matemática se ha evidenciado, no solo en lo ya informado por la teoría y expresado en capítulos anteriores sino en el proceso de aprehender sus manifestaciones a través de los instrumentos, el procesamiento de sus resultados, así como en la elaboración y aplicación del estándar que valore lo obtenido. Las reflexiones producto de todo esto se presenta a continuación.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las conclusiones que se derivan del trabajo realizado pasan en primer lugar por **ratificar la elevada complejidad que representó cada uno de sus pasos constituyentes**, como lo fue la identificación de la situación a evaluar, la necesidad en consecuencia de derivar un referente para valorar los aprendizajes obtenidos por un grupo de estudiantes en el aula de matemáticas, la posterior identificación y derivación del constructo competencia matemática, previa revisión teórica en profundidad de tres procesos considerados fundamentales (matemáticos, afectivos y sociocríticos) tal y como lo refiere la abundante bibliografía; la identificación, selección y valoración de las dimensiones e indicadores apropiados para poder aprehender las manifestaciones del referido constructo, así como la elaboración y validación de los instrumentos (prueba y cuestionario) en correspondencia con los indicadores seleccionados, la posterior aplicación de los mismos y el procesamiento de resultados, comparándolo con el estándar previamente elaborado y validado, el cual como se pudo apreciar se encontraba constituido de varios estándares por indicador. Todo lo anterior se indica para referir que las apreciaciones de este capítulo no aspiran ser conclusiones definitivas, sino aproximaciones, abiertas a mayores investigaciones y mejoras.

En consecuencia, los resultados obtenidos deben favorecer, luego de su estudio, un conjunto de acciones para **la mejora de lo evaluado**, siendo esto lo propio de toda investigación evaluativa, como la del presente trabajo. Para lograr esto, es necesario caracterizar algunos factores explicativos de los niveles de dominio de competencia matemática obtenidos, tal y como lo refleja el objetivo específico 4. Para ello, se procederán a precisar algunos factores explicativos abordando a las variables, dimensiones e indicadores que conforman al constructo, como se presenta a continuación.

5.1.- Algunos factores explicativos del nivel de cognición matemática obtenido

La ausencia de cognición matemática obtenida para la totalidad de los estudiantes es consecuencia de la ausencia de indicadores que mostrasen manejo de procesos matemáticos, es decir, en el desempeño exhibido por los estudiantes no se evidenció manejo de transformaciones matemáticas, ni aplicación de procedimientos, así como tampoco se evidenció el manejo de habilidades generales por parte de alguno de los escolares. El aprendizaje de la matemática pasa por la promoción de la apropiación de procesos específicos a la matemática (esto es, procesos matemáticos) y sus contenidos asociados (especificados en los programas oficiales) lo que se considera **insustituible para la competencia matemática** (y para cualquier constructo que promueva los aprendizajes matemáticos).

Es importante referir en este apartado la diferencia existente entre la cognición matemática y la competencia matemática. La cognición matemática, tal y como se ha definido para el presente trabajo, centra su conceptualización en los procesos matemáticos, es decir, en todas aquellas representaciones (escritas, icónicas, no icónicas, verbales) en las que se encuentren: procedimientos (algorítmicos, heurísticos), transformaciones (tratamientos y conversiones) o razonamientos (demostrativos, inductivos, plausibles) que involucren entidades matemáticas y sus relaciones. Esto no es otra cosa sino la descripción del quehacer matemático, o de lo que se hace en el aula cuando el docente enseña matemáticas a sus estudiantes, y lo que éstos emulan del docente.

Por supuesto, aquel estudiante que maneje estos elementos es valorado favorablemente tanto por el docente como por la comunidad como alguien “bueno en matemáticas”. Más aún, como ya se indicase en el capítulo II, el modo de organización tradicional del currículum y de la actividad en el aula de matemáticas se hace a partir de los contenidos matemáticos (que no procesos matemáticos explícitamente). Por lo que buena parte del accionar del aula está intencionalmente organizada para promover lo que aquí se conceptualiza como cognición matemática, siendo también esa intencionalidad observada en el ambiente de aula en el que se encontraban los estudiantes participantes del presente trabajo, a pesar de no haber contado ellos

con profesores de matemática durante la mayor parte de sus estudios en el nivel de educación media. Esto pudo ser ratificado personalmente por quien escribe, ya que, en conversaciones con los estudiantes a lo largo del año escolar, le refirieron que aprender matemáticas es “saber hacer cuentas”, “hacer matemáticas, y solo eso”

A pesar de todo lo anterior, en este trabajo se consideró a la cognición matemática como **una parte, una variable**, del constructo principal, como lo es, la competencia matemática. El marco teórico justificó esta decisión, ya que, el aprendizaje en matemática involucra aspectos **no solo** de los procesos matemáticos (importantes e insustituibles como se ha dicho antes), sino también de procesos afectivos y sociocríticos, siendo los tres (procesos matemáticos, afectivos y sociocríticos) constituyentes de manera integral de la competencia matemática. Así, según como está configurado el constructo, un estudiante pudiese tener un nivel de cognición matemática básico o alto incluso y **no ser competente matemáticamente**.

Esto se debe a que la competencia es entendida aquí como competencia asociada con la educación integral y la formación de sujetos críticos, en donde el saber-hacer que se invoca ha de vincularse con los contextos socio-culturales, y en particular, la competencia matemática es vista como un conjunto de **actuaciones integrales del estudiante en su actividad matemática de aprendizaje** en la que se conjugan habilidades matemáticas, sistema de creencias y procesos de reflexión acerca del rol sociopolítico de las matemáticas y su contribución a la conformación de ciudadanía. Como consecuencia de esto, se tiene que una sola manifestación (sea matemática, afectiva o sociocrítica) no es evidencia de competencia matemática. Solo la conjunción de las tres, valorados en un nivel de acuerdo al estándar establecido, determinará el nivel de dominio de competencia matemática alcanzado.

Establecidas las consideraciones anteriores y, tomando en cuenta que la promoción de la cognición matemática tiene un papel preponderante en las aulas (y en aula sujeto de estudio también pareció preponderante) ¿Por qué no se evidenció en alguno de los estudiantes manifestaciones de cognición matemática? Esto se explica considerando el hecho de que los estudiantes no tuvieron oportunidad de estar en contacto durante casi la totalidad de su

escolaridad con **lo previsto** en los programas oficiales para matemática de 1ero a 4to año, al **no tener profesor** (solo en 2do año, durante el I momento pedagógico). Se observa entonces, como la ausencia de profesor trajo como consecuencia la ausencia de manejo de los procesos matemáticos definidos para la cognición matemática, lo que explica los resultados obtenidos.

5.2.- Algunos factores explicativos de los niveles de disposición afectiva y crítica obtenidos

Para considerar los factores que pudiesen explicar los niveles de disposición afectiva y crítica obtenidos, se abordará por separado cada dimensión que compone a esta variable. Es decir, por un lado, los resultados correspondientes a las manifestaciones afectivas hacia la matemática y su aprendizaje y luego las manifestaciones de pensamiento sociocrítico hacia la matemática. A diferencia de la variable anterior (dominio cognitivo de los procesos matemáticos), en esta los resultados dan pie a varias interpretaciones, las cuales se muestran a continuación.

5.2.1 Respecto a las manifestaciones afectivas hacia la matemática y su aprendizaje

Los niveles de disposición afectiva hacia el aprendizaje de la matemática se concentraron fundamentalmente en dos (2) grupos: los catorce (14) estudiantes que poseen una disposición afectiva alta y los trece (13) que se encuentran fuera del estándar establecido para dicha dimensión. En el primer caso, se explica la disposición afectiva obtenida en el entendido que dichos estudiantes evidenciaron confianza, reflexión y apreciación favorables en al menos dos (2) de estos tres (3) indicadores, lo que muestra su propensión a **estimar favorablemente de manera sostenida** a las matemáticas tanto a nivel personal como por su utilidad social.

Una pregunta que se podría plantear en este momento es la siguiente: ¿Por qué este grupo de estudiantes no evidenció, producto de una disposición afectiva alta, niveles de dominio de cognición matemática al menos en el nivel básico? La pregunta surge en el entendido de que podría ser razonable suponer que, si se tiene una estima favorable y sostenida hacia las matemáticas, las condiciones son más propicias para el aprendizaje de la matemática, lo que se puede traducir en un mejor desempeño y apropiación de los procesos matemáticos. Esto no sucedió en este caso pues los estudiantes, como refiriéramos antes, desconocían los procesos

matemáticos y contenidos previstos en los años anteriores. Así que, aún con la mejor disposición afectiva, sin el manejo de estos procesos matemáticos no se puede obtener algún nivel de dominio en ellos.

Siendo esto así, ¿por qué estos estudiantes poseían una estima alta, favorable y sostenida hacia la matemática aún sin haberla cursado totalmente en su escolaridad? Se pueden establecer varias hipótesis de trabajo que requieren investigaciones posteriores, pero dos (2) parecerían tener mayor fuerza: La primera es que sus respuestas pudieron estar sesgadas por la presencia de quien escribe como docente de matemáticas en el año escolar 2020-2021. Es decir, el trabajar con ellos durante todo el año escolar, en trece (13) sesiones de clases, generó un clima de confianza y disposición hacia las matemáticas lo que, para el momento de aplicarse el instrumento (02-Julio 2021, último día de actividades académicas en el año escolar) pudiese hacer influido, ya que la única experiencia que tenían a su alcance eran precisamente las clases con quien escribe, y sus respuestas serían de lo visto y vivido en esas clases.

Esta hipótesis cobra fuerza considerando el hecho de que los estudiantes indicasen reiteradamente que “usted es el profesor con quien más hemos tenido clases” y al parecer esto no solo fue durante el año escolar 2020-2021 sino en años escolares anteriores. Este grupo de estudiantes al parecer, (según refieren ellos), aún antes de la pandemia, no tenían clases con regularidad, limitándose las mismas a envíos de trabajos para el hogar y entrega en el aula. Un estudiante fue bastante explícito al afirmar a quien escribe durante una de las sesiones de clase lo siguiente: “lo más cercano a una clase que hemos tenido en Bachillerato es con usted”. El panorama anterior se muestra para colocar en contexto las manifestaciones afectivas presentadas por los estudiantes.

La segunda hipótesis de trabajo se refiere al hecho de que las respuestas de estima alta y favorable de los estudiantes se deban a la historia de vida de cada estudiante y su entorno familiar, ya que varios de ellos mostraron interés por el estudio, por las matemáticas, con disciplina y propensos a aprender, aun cuando mostrasen el no haber nunca visto matemáticas ni manejar lo que corresponde a años anteriores. El hecho de que trece (13) estudiantes fueran

valorados fuera del estándar, muestra que la estima favorable por las matemáticas no es sostenida con fuerza en la mayoría de los estudiantes y que se encuentra en proceso de consolidación, siempre y cuando sean abordados oportunamente. Las dos (2) hipótesis de trabajo requieren investigaciones de mayor profundidad para verificar su validez. En todo caso, la aplicación del estándar para la dimensión en estudio nos muestra aspectos a tomar en cuenta para propiciar la mejora de lo evaluado.

5.2.2.- Respecto a las manifestaciones de pensamiento sociocrítico

Los niveles de disposición crítica obtenidos se agruparon fundamentalmente en tres (3) bloques: Un bloque conformado por nueve (9) estudiantes con manifestaciones de pensamiento sociocrítico bajo hacia la matemática, otro bloque conformado por ocho (8) estudiantes con manifestaciones de pensamiento sociocrítico alto, y un tercer bloque con once (11) estudiantes valorados fuera del estándar. Comenzando por este último bloque, el cual agrupó a la mayoría de las respuestas, y con un segundo bloque de respuestas valorados por debajo del nivel básico, se tiene entonces que las manifestaciones de pensamiento sociocrítico mostraron **propensión a presentar variabilidad y a no consolidarse en lo básico como una manifestación sólida** en el grupo de estudiantes considerado.

Esto podría explicarse analizando lo observado en los indicadores de esta dimensión: el poder simbólico asociado a las matemáticas y la identificación de situaciones de desigualdad social y escolar en el aula de matemáticas. En estos indicadores, los resultados en un mismo estudiante variaban entre uno y otro indicador, ubicándose en valores por debajo de lo básico o fuera del estándar. Dos (2) líneas o hipótesis de trabajo aparecen como posibles explicaciones. La primera tiene que ver con las características de estos indicadores y verificar su capacidad de aprehender o no a la manifestación en estudio. Los procesos sociocríticos parecen ser procesos que requieren tiempo para apreciarlos en los estudiantes, siendo usualmente abordados con metodología etnográfica. Así, un estudio sostenido en el tiempo, trabajando con grupos focales y entrevistando a los estudiantes pudiese ser necesario para ratificar o modificar los resultados obtenidos.

Una segunda hipótesis de trabajo refiere a que los resultados son consecuencia de que los estudiantes, si bien pudiesen identificar el poder simbólico asociado a las matemáticas (como en efecto se presenta en un grupo de estudiantes) no identifican situaciones de inequidad en el aula asociada a las matemáticas, por considerar estas situaciones como algo “natural”. El acceso restringido al conocimiento matemático, el uso de la matemática como marcador de capacidad intelectual, la discriminación por sexo u otra condición y demás aspectos referidos en el indicado pudiesen ser identificados por los estudiantes, pero no ser considerados como elemento que generase inequidad. Se requiere en consecuencia mayores investigaciones que ahonden la influencia de las manifestaciones de pensamiento sociocrítico con el aprendizaje de la matemática.

5.3.- Algunos factores explicativos de los niveles de competencia matemática obtenidos

La ausencia de competencia matemática para la totalidad de los resultados obtenidos por los estudiantes es consecuencia de lo ya explicado en los apartados anteriores, en particular, recordando que este constructo, tal y como está definido, propone la integración de procesos matemáticos, afectivos y sociocríticos, obteniéndose sus niveles de valoración a partir de la conjunción de los niveles de valoración de sus dimensiones constituyentes. En consecuencia, la ausencia de nivel de dominio en alguna de las variables, determina la ausencia de competencia matemática. En este caso, la ausencia de cognición matemática explica la ausencia de competencia matemática en la totalidad de los estudiantes sujeto de estudio en el presente trabajo.

5.4. Recomendaciones y propuesta de algunos lineamientos pedagógicos

Presentados algunos factores que pudiesen explicar los resultados obtenidos tras la aplicación de los estándares, es necesario hacer algunas **recomendaciones** que pudiesen orientar la atención de carencias, la superación de debilidades y deficiencias, así como el mantenimiento de fortalezas detectadas en los niveles de dominio de competencia matemática obtenidos. El análisis de los resultados obtenidos, en conjunto con el abordaje de posibles factores explicativos, tal y como se hizo en el apartado anterior, permitió identificar una notable **carencia cognitiva**,

una **debilidad de disposición afectiva** y una **deficiencia de disposición crítica** en el desempeño de los estudiantes. El uso preciso de los tres términos (carencia, debilidad y deficiencia) para cada una de las dimensiones constitutivas de la competencia matemática se detallan a continuación.

En primer lugar, se evidencia una **notable carencia de promoción de procesos matemáticos y sus contenidos asociados** en los estudiantes sujetos de la presente investigación, ya que no los poseen, ni han sido expuestos a clases en las que puedan aprehenderlos. En consecuencia, se recomienda la selección de un conjunto de contenidos básicos fundamentales que promuevan los procesos matemáticos aquí definidos (bloques de contenido por cada año del nivel de educación media general) así como su organización y planificación didáctica para ser enseñada de manera sostenida en el tiempo **con acompañamiento y evaluación formativa**, esto último de importancia para verificar la efectiva apropiación progresiva de los procesos matemáticos.

Al ellos ser estudiantes que egresaron del subsistema de educación básica, no harán presencia física en la institución y, posiblemente, varios de ellos comenzaron la vida universitaria (efectivamente así ha sucedido, pues quien escribe ha mantenido el contacto en la actualidad con varios de ellos), lo que conlleva la recomendación de elaborar una guía de acompañamiento por escrito, que les permita revisar aquellos contenidos y procesos matemáticos fundamentales que permitan aparecer manifestaciones de algunos niveles de dominio.

En segundo lugar, se observa **debilidad en la disposición afectiva**, ya que solo se presenta en un nivel alto en un grupo reducido de estudiantes, pero **con el riesgo de no sostenerse en el tiempo si no hay acompañamiento o actividades que fortalezcan esta disposición afectiva**. En consecuencia, se recomienda ofrecer a los estudiantes la posibilidad de participar en actividades que fortalezcan la confianza en las matemáticas (actividades colaborativas y cooperativas en las que se trabaje de manera conjunta el análisis de errores, por ejemplo), actividades de reflexión (escritos, ensayos, carteleros sobre las matemáticas y sus creencias asociadas) y debates grupales sobre la utilidad de las matemáticas a nivel personal y social. Considerando el hecho de que quien escribe mantiene contacto con varios de ellos y que,

actualmente es posible hacer reuniones presenciales con mayor libertad (respetando las medidas de bioseguridad) es recomendable planificar encuentros presenciales en la institución que permitan conversar estos elementos.

Respecto a la **deficiencia en la disposición crítica** se identifica como tal debido a que no parece, **de manera mayoritaria y sólida**, haber propensión por parte de los estudiantes a tomar conciencia del uso de las matemáticas como estructura de poder, ni atender a la identificación de situaciones de inequidad asociadas a la matemática en el aula de clase. Esto podría traer como consecuencia el mantenimiento del statu quo del aula, lo que no generaría iniciativas por parte del colectivo de estudiantes para abordar y superar la situación de inequidad que podría existir. Así, se recomienda realizar actividades de planificación didáctica que permitan poner de relieve estas situaciones. Una perspectiva que pudiese considerarse es la que promueve el conjunto de investigaciones llevadas adelante en Venezuela alrededor de la educación matemática crítica, así como la propuesta de trabajo interdisciplinario con temas generadores que se propone en el diseño curricular vigente para educación media.

Finalmente, con lo abordado en el desarrollo de todo el presente trabajo y, con el agregado de la descripción de algunos factores explicativos de los resultados obtenidos, junto con las recomendaciones a tomar en cuenta, se ha alcanzado la validación del constructo competencia matemática de este trabajo, en específico se dio cumplimiento a los objetivos específico número 4 y número 5 establecidos para este trabajo.

Cumplido lo anterior, se han dado los pasos necesarios para **dar por efectivo el logro del objetivo general de este trabajo**, el cual fue la definición conceptual y operacional de lo que es la competencia matemática, así como sus formas posibles de verificación en procesos de aprendizaje cumplidos por estudiantes de 5to Año de Educación Media General, a fin de validarla y aplicarla como referente evaluativo al verificar los niveles de dominio de esa competencia matemática logrados por estudiantes que están culminando el referido nivel escolar, de modo de poder ofrecer lineamientos pedagógicos, tanto para promover su aprendizaje como su evaluación. En efecto, cada uno de los aspectos descritos en el objetivo general se han alcanzado.

En particular, se puede **concluir**, a partir del recorrido hecho a lo largo del presente trabajo, que el referente derivado para valorar el nivel de dominio de competencia matemática obtenido por un grupo de estudiantes de 5to año en una unidad educativa del estado miranda, durante el año escolar 2020-2021, evidenció ausencia de competencia matemática para la totalidad de los estudiantes, debido esto a la ausencia de algún nivel de dominio cognitivo de procesos matemáticos exhibidos por ellos, así como la evidencia de una disposición afectiva alta para un grupo (40%) y una disposición crítica variable y no consolidada entre los estudiantes sujetos del estudio. Se concluye que el constructo competencia matemática de este trabajo y el referente derivado requiere de un estudio sucinto en sus variables, dimensiones e indicadores constituyentes, en particular en las manifestaciones de pensamiento sociocrítico. Aun así, se observa que el referente mantiene su coherencia interna y permite aprehender las manifestaciones de aprendizaje de la matemática en los estudiantes.

5.5.-Prospectiva de la competencia matemática y la investigación evaluativa en Venezuela

Como cierre global del trabajo realizado es importante referirse a dos aspectos. En primer lugar, desde el punto de vista de la investigación evaluativa, eje central del presente trabajo, se ratifica la importancia de la derivación de un referente para valorar el nivel de dominio de los aprendizajes establecidos como necesarios en matemática para la educación media, en particular para el ámbito venezolano. Mucho se ha debatido acerca de estrategias didácticas en matemática, pero quizás poco se ha comentado respecto a los aprendizajes requeridos y sus características (ya sea expresados como objetivos, potencialidades, intencionalidades, etc.), así como de la necesidad de valorar el estado de estos aprendizajes en los estudiantes. En este sentido, el presente trabajo se erige como un aporte para dar el debate en esa dirección y realza la importancia de la investigación evaluativa.

En segundo lugar, el estudio del constructo competencia matemática del presente trabajo requiere del concurso y aporte de investigadores en variadas disciplinas (psicólogos, educadores, etc.) para precisar sus alcances, verificar su pertinencia y también aparece como un aporte para intentar dar respuesta lo más clara posible respecto a cuáles son específicamente los

aprendizajes matemáticos que se deben promover en el estudiante, para así intentar superar el ya consabido fracaso escolar generalizado en matemática, origen y sustento de las reflexiones a lo largo de todo este trabajo.

Fracasar en matemática en muchos escenarios se da por sentado, y, muchas razones se han esgrimido para explicarlo. Además, variados planes de acción y abordaje se han presentado para intentar superarlo. Todas son iniciativas loables y respetables, pero la mirada posiblemente no se ha puesto en un aspecto que acompañó a todo este trabajo: ¿Cómo se aprende en matemática? ¿Cuáles elementos participan de este aprendizaje? Aprender matemática es, hoy día, considerado como un proceso integral, holístico, que incorporan aspectos psicológicos y matemáticos, pero también afectivos, culturales y críticos. Quizás la competencia matemática, como constructo que los reúne, pueda brindar elementos que permita poner en perspectiva el aprendizaje de la matemática para este siglo XXI.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alfaro, M. (2000). *Evaluación del Aprendizaje*. Serie Azul. Caracas. FEDUPEL.

Alvarado, L. y Hoyos, N. (2011). *Concepciones de los profesores de matemáticas sobre la evaluación en clase de geometría-grado noveno de educación básica*. Tesis de Licenciatura [No publicada]. Santiago de Cali: Instituto de Educación y Pedagogía.

Alzate, L. (2011). *Concepciones del docente de matemática acerca de la evaluación de los aprendizajes y su influencia para la implementación de la evaluación cualitativa*. Tesis de Maestría [No publicado]. Caracas: Instituto Pedagógico de Caracas.

Alzate, R. (2016). *Aproximación a concepciones y creencias de estudiantes de educación media general sobre evaluación en matemática*. Trabajo de Licenciatura [No publicado]. Caracas: Universidad Central de Venezuela.

Barrantes, H. (2008). “Creencias sobre las matemáticas en estudiantes de enseñanza media costarricense.” En: *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, Nro 4.

Becerra, R. (2005) “La educación matemática crítica. Orígenes y perspectivas” En: *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina*. Bolivia: Campo Iris.

Beyer, W. (2013). “Dienes, Brousseau y Alson: Contraste de tres visiones acerca del aprendizaje de las matemáticas” En: *Revista informe de investigaciones educativas*, Vol.XXVII, 2, pp. 25-57.

Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática. La educación Matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.

Bishop (2005). *Aproximación socio cultural a la educación matemática*. Cali: Universidad del Valle.

Bloom, B. S., Hastings, J. T. y Madaus, G. F. (1973). *Taxonomía de los objetivos de la educación*, Tomos I (conocimientos) y II (dominio afectivo). Alcoy: Marfil, 234pp. (cada tomo).

Bloom, B., Hastings, T. y Madaus, G. (1975). *Evaluación del Aprendizaje*. Vol. 3. Buenos Aires: Troquel.

Bronfenbrenner, U. (1987). *La ecología del desarrollo humano*. Barcelona: Paidós.

Brown, J. S., Collins, A., Duguid, P. (1989). "Situated cognition and the culture of learning." *Educational research*, 32-41.

Camperos, M. (1995). *Evaluación de los aprendizajes en las instituciones formadoras de docentes*. Material mimeografiado. Escuela de Educación, UCV.

Camperos, M. (1997). *Instrumentos de evaluación de los aprendizajes: Las Pruebas escritas*. Material mimeografiado. Escuela de Educación, UCV.

Camperos, M. (1999). *La formación afectiva del hombre. Un enfoque para la atención de los aprendizajes afectivos en los escolares venezolanos*. Caracas: Biosfera.

Camperos, M. (2012). *El proyecto de investigación evaluativa: sus componentes básicos*. Caracas: Lugar Común.

Camperos, M. (2014). *Técnicas e instrumentos de obtención de información en la investigación y evaluación educativa*. Caracas: Inédito.

Carpenter, T. (1986). "Conceptual knowledge as a foundation for procedural knowledge: Implications from research on initial learning of arithmetic." En: J. Hiebert (Ed.) *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. (pp. 113-131). Hillsdale: Erlbaum.

Castro, E., Rico, L., Fernández, F., Segovia, I. (1997). Cuestiones abiertas en evaluación sobre Matemáticas. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas* (11), 7 – 24.

Ceballos, J. (2013). *Relación entre las creencias de los estudiantes y su rendimiento en Matemáticas*. Trabajo Fin de Máster de Formación del Profesorado de Secundaria. Universidad de Cantabria.

Clarke, D. (1989) “Changes in Mathematics Teaching: Call for Assessment Alternatives” pp.118-129

Clarke, D. (1997) *Constructive Assessment in Mathematics: practical steps for classroom teachers*. California: Key Curriculum Press.

Cockcroft (1985). *Las Matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC. Original de 1982.

Cole, M. (1977). “An ethnographic psychology of cognition”. En: P.N. Johnson Laird y P.C. Wason (Eds), *Thinking: Readings in cognitive science*. (468-482). Cambridge: Cambridge University Press.

Cole, M. y Scribner, S. (1974). *Cultura y pensamiento*. México: Limusa.

Cook, T. D. y Reichardt, Ch. S. (1986). *Métodos Cualitativos y Cuantitativos en investigación Evaluativa*. España: Ediciones Morata.

D’Ambrosio, U. (1985) *Socio-cultural Bases for Mathematics Education*, Unicamp, Campinas, Brasil.

D’Amore, B., Godino, J. & Fandiño, M. (2008). *Competencias y Matemáticas*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Davis, R.B. (1986). “Conceptual and procedural knowledge in mathematics: A summary analysis”. En: J. Hiebert (Ed). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp- 265-298). Hillsdale: Erlbaum.

De Abreu, G. (2000). “Currículum alcanzado y contextos de aprendizajes”. En: N. Gorgorio, J. Defoleu, y A. Bishop (comp.) *Matemática y Educación*. (135-147). Barcelona: Grao.

Díaz Barriga, Á. (2003). Currículum. Tensiones conceptuales y prácticas. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 5 (2). Disponible en: <http://redie.uabc.mx/vol5no2/contenido-diazbarriga.html>

Díaz, L. (2016). *Una mirada a la evaluación en matemática desde los instrumentos utilizados, la observación y las concepciones de las y los docentes del primer año de la U.E.N. "Venezuela"*. Trabajo de Grado de Maestría [no publicado]. UPEL: Instituto Pedagógico de Miranda.

Diego-Mantecón, J. y Córdoba-Gómez, F. (2019). Adaptación y validación del MRBQ (Mathematics-Related Beliefs Questionnaire) al contexto colombiano con estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*, vol.31, Nro. 1.

Dienes, Z. (1971). *El aprendizaje de la matemática. Un estudio experimental*. Buenos Aires: Editorial Estrada.

Dienes, Z. (1975). *Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la escuela primaria*. Buenos Aires: Paidós.

Duarte, A. (2013). *Evaluación de los Aprendizajes en Matemática: Una propuesta desde la educación matemática crítica*. Tesis de maestría [No publicada]: Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas. Caracas.

Duarte, A. (2014). "Evaluación de los aprendizajes en Matemática." En: Lestón, Patricia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 73-81). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Duval, R. Y Ludlow, A. (2016) *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: Perspectivas semióticas seleccionadas*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Elliot (1990). *La investigación-acción en educación*. Madrid: Morata.

Espinoza, L; Barbé, Q.; Mitrovich, D.; Solar, H.; Rojas, D., y Matus, C. (2008). *Análisis de las competencias matemáticas en primer ciclo. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas*. Proyecto FONIDE N°: DED0760. Santiago: Mineduc.

Esté, A. y Almedo, G. (1997). *La media perdida. Las prácticas pedagógicas en institutos de educación media y en institutos de formación de docentes*. Caracas: Fondo editorial IPASME.

Esté, A. (2007). *El Aula punitiva*. Caracas: Editorial Santillana S.A.

Flores, O. (2003). *Evaluación pedagógica y cognición*. México: Mc Graw Hill.

Gagné, R.M. (1970) *The conditions of Learning and Theory of Instruction*. Nueva York, Holt, Rinehart y Winston.

Gagné, R.M. (1977). *Essentials of Learning for Instruction*. Hinsdale, IL, Dryden Press.

García, G. (2003). *Modelos y Prácticas Evaluativas de las Matemáticas en la Educación Básica. El Caso del Campo Multiplicativo*. Proyecto de investigación aprobado por COLCIENCIAS 2002-2004 con el auspicio de la Universidad Pedagógica Nacional.

García, S. (2003). *Hacia una nueva generación de evaluación en matemática*. Caracas: Editorial UBV.

Gil, F. Fernández, A y Rico, L. (2002). “Concepciones y Creencias del profesorado de secundaria sobre evaluación en Matemáticas” En *Revista de Investigación Educativa*, Vol. 20. Nro. 1, pp 47-75.

Giménez, J. (1997). *Evaluación en matemáticas. Una integración de perspectivas*. Madrid: Síntesis.

Ginsburg, H. (1987). *Children's arithmetic: Learning process*. New York: Van Nostrand.

Greeno, J.G. (1991). “Number sense as situated knowing in a conceptual domain.” En: *Journal of research in mathematics education*. 22, 3,170-218.

Gómez-Chacón, I.M. (2000). *Matemática Emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.

Gómez-Chacón, I. Op' T Eynde, P. y De Corte, E. (2006). "Creencias de los estudiantes de matemáticas. La influencia del contexto de clase." En: *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, Vol. 24. Nro. 3, pp 309-324.

Gómez-Chacón, I. y Figueiral, L. (2007). Identidad y factores afectivos en el aprendizaje de la matemática. *Revista Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. 12, 117 – 146. Irem de Strasbourg.

Guerrero, O. (2008). *Educación matemática crítica: influencias teóricas y aportes*. Evaluación e Investigación. Núm. 1. Año 3. Enero-Junio 2008.

Grundy, S. (1998). *Producto o praxis del Curriculum*. Madrid: Ediciones Morata.

Habermas, J. (1972). *Knowledge and Human Interests*, 2da. ed. Londres, Heinemann.

Hadamard, J. (1954). *The psychology of invention in the mathematical field*. 2da Ed., Princeton University Press.

Hernández-Sampieri, R. y Mendoza, C. (2008). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. México: Mc Graw-Hill.

Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. (5ta edición). México: McGraw Hill.

Hiebert, J. y Lefebvre, P. (1986). "Conceptual and procedural knowledge. An introductory analysis." En: J. Hiebert (Ed.) *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. (pp. 1-27). Hillsdale: Erlbaum.

House, E. (1980). *Evaluación, Ética y Poder*. Madrid: Morata.

Howson, G.; Keitel, C. y Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum Development in Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Husén, T. (1967). *International study of achievement in mathematics: A comparison of twelve countries*, Wiley, 2 vols, New York.

Kaplan, R., Yamamoto, T. y Ginsburg, H. (1989). "Teaching mathematics concepts." En: L. Resnick y L. Klopfer (Eds.) *Toward the thinking Curriculum: Current cognitive research* (pp. 60-81). Hillsdale: Erlbaum.

Kilpatrick, J. (1991). "The Chain and the arrow: From the History of Mathematics Assessment" En: ICMI. *Assessment in Mathematics Education and its effects*. Calonge: ICMI Study.

Lave, J. (1991). *La cognición en la práctica*. Madrid: Paidós.

Lave, J. y Wenger, E. (1991). *Situated learning*. Cambridge: Cambridge University Press.

Lerman, S. (2000) "The social turn in mathematics education research." En: J. Boaler (Ed.) *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 19-44). Wesport, USA: Ablex.

Ley Orgánica de Educación (2009). Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela Número 5959. Extraordinaria.

Lovell, K. (1999). *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Madrid: Morata.

Mantecón, J.M. y Andrews, P. (2011). *Construct consistency in the assessment of students' mathematics-related beliefs: A four-way cross-section pilot study*, Universidad de Cambridge.

Melli-Olsen, S. (1987). *The politics on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.

Ministerio del Poder Popular para la Educación (2007). *La evaluación en el Sistema Educativo Bolivariano*. Caracas: Autor.

Ministerio del Poder Popular para la Educación (2015). Adecuación curricular en el nivel de educación media general: Orientaciones generales para el proceso de presentación de propuestas pedagógicas y curriculares (papel de trabajo). Caracas: Autor.

Ministerio del Poder Popular para la Educación (2016). Proceso de transformación curricular en Educación Media. Caracas: Autor.

Ministerio del Poder Popular para la Educación (2017). Proceso de transformación curricular en educación media. Áreas de formación: Orientaciones generales para el trabajo por Unidades de Aprendizaje.

Mora, C. D. (2005). “*Didáctica crítica y educación crítica de las matemáticas.*” En: D. Mora (Coord.). *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática*. La Paz: Editorial “Campo Iris”. (pp. 17-164).

Mora, C.D. (2009). *Didáctica de las matemáticas desde una perspectiva crítica, investigativa, colaborativa y transformadora*. Caracas: Fondo Editorial IPASME.

Mosquera, J. y Quintero, I. (1996). *Evaluación de los aprendizajes. Selección de Lecturas*. Caracas: Universidad Nacional Abierta.

Mosquera, J. (2002). Los mapas conceptuales como instrumento de evaluación en matemáticas. Caracas: Universidad Nacional Abierta, Fundación CENAMEC.

Mosquera, J. (2005). *Evaluación de los Aprendizajes en Matemáticas*. Caracas: UNA.

Mosquera, J. (2020). *La teoría de la actividad en Venezuela*. Caracas: UNA.

Moya, A. (2008). *Elementos para la construcción de un modelo de evaluación en matemática para el nivel de educación superior*. Tesis doctoral no publicada: Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Miranda José Manuel Siso Martínez. Caracas.

Moya, A. (2011). *La Educación Matemática Crítica: Una perspectiva desde sus protagonistas en Venezuela*. La Paz: Instituto Internacional de Integración.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Estándares Curriculares y de evaluación para la Educación Matemática* (J. Álvarez y J. Casado, Trads.). Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. (Trabajo original publicado en 1989).

Navarro, J. (1998) *Propuesta de un modelo de evaluación para matemática en educación media*. Caracas: Universidad Nacional Abierta.

Niss, M. (1993). *Investigations into Assessment in Mathematics Education. An ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer.

Novak, J.D. (1977). *A Theory of Education*. Ithaca, Cornell University Press.

Op't Eynde, P. y De Corte, E. (2003). Students' mathematics-related belief systems: Design and analysis of a questionnaire. Paper presented to the symposium, the relationship between students' epistemological beliefs, cognition and learning, at the annual meeting of the American Educational Research Association. Chicago.

Orton, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Morata.

Panizza, M. (2005). *Razonar y Conocer. Aportes a la comprensión de la racionalidad matemática de los alumnos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Physick, M. (2010). *Exploring Mathematics-Related Beliefs Systems*. Trabajo de Maestría. Simon Fraser University.

Poyla, G. (1962). *Mathematical Discovery*. Nueva York: Wiley.

Poyla, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento plausible*. México: Editorial Trillas.

Poyla, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas. [Versión original 1945].

Posner, G.J. (1998) *Análisis de currículo*. Segunda Edición. Editorial McGraw-Hill. Colombia.

Putnam, R. T., Lampert, M., y Petersen, P.L. (1990). “Alternatives perspective on knowing mathematics in elementary schools.” En: C. Cazden (Ed), *Review of research in Education*, 16, 57-150.

Quiroga, B., Coronado, A., Quintana, L., Ospina, A., Piza, B., Parra, S., y Jóven, D. (2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*. Florencia: Universidad de la Amazonía.

Reaño, N. (2011). *Los organizadores del contexto evaluativo en Matemática: Una visión desde la Educación Matemática Crítica*. Tesis de Maestría no publicada. Caracas: Instituto Pedagógico de Caracas.

Resnick, L. (1987). *Learning in school and out*. Educational research, 16,9, 13-20.

Resnick, L. y Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Madrid: Paidós.

Resnick, L. (1991). “Shared cognition: Thinking as social practice.” En: L. Resnick, L. Levine, y S. Teasley. *Perspectives on socially shared cognition*. (1-20). Washington, DC: American Psychological Association.

Resnick, L. (2002). “El racionalismo situado: la preparación biológica y social del aprendizaje.” En: L. Hirschfeld, y S. Geman (Comps), *Cartografía de la mente*. (300-327, Vol 2.). Barcelona: Gedisa.

Restivo, S. (1992) *Mathematics in society and history*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Restivo, S. (1998) *What does mathematics represent? A sociological perspective*. Unpublished document.

Restivo, S. (1999) "Mathematics, mind and society" En: L. Burton (Ed.) *Learning mathematics. From hierarchies to networks* (pp.119-134). London: Falmer.

Reverand, E. (2009). *Niveles de comprensión matemática en Educación Básica*. Caracas: Fondo Editorial Ipasme.

Rico, L., Castro, E., Fernández, F., Gil, F., Olmo, A., y Segovia, I. (1993). *Bibliografía de Investigación sobre Evaluación en Matemáticas. Base de Datos BIEM*. Granada: Universidad de Granada.

Rico, L. y Lupiáñez, J.L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.

Rodríguez, N. (1988). *Criterios para el análisis del diseño curricular*. Cooperativa Laboratorio Educativo.

Rojas, E. y Sequeira, R. (2012). "Creencias sobre la matemática en estudiantes de educación media en Costa Rica". En: Revista *Posgrado y Sociedad*, vol. 12, Nro. 2.

Romagnano, L. (2001). "The myth of objectivity in Mathematics Assessment." En: *The Mathematics Teacher*. 94, 1: 313-321.

Romberg, T. (1989). "Evaluation: a coat of many colours." En D. Robitaille (Edt.) *Evaluation and Assessment in Mathematics Education*. Paris: UNESCO.

Romberg, T. (1992). *Mathematics Assessment and Evaluation Imperatives for Mathematics Educators*. Library of Congress.

Sánchez, S. (1997). "Teorías del aprendizaje e implicaciones pedagógicas" en *Revista de Pedagogía*, vol. XVIII, Nro. 52.

Scribner, S. (1997). "A sociocultural approach to the study of mind." En: E. Tobach y otros. *Mind and social practice*. (pp.260-280). Cambridge: Cambridge University Press.

Scriven, M. (1967) The Methodology of Evaluation. En *Perspectives on Curriculum Evaluation*. AERA # 1 Mc. Nally. Chicago.

Serrano, G. (1998). *Investigación Cualitativa. Retos y Logros*. I Métodos. Madrid.

Serrano, W. (2009). *La educación matemática crítica en el contexto de la sociedad venezolana: Hacia su filosofía y praxis*. Tesis doctoral no publicada. Caracas: Universidad Central de Venezuela.

SINEA (1999) Sistema Nacional de Evaluación de los Aprendizajes. Informe para el docente de 9no. Grado. Caracas: División de Control y Evaluación. Ministerio de Educación.

Sfard, A. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.

Shardakov, M. (1977). *Desarrollo del Pensamiento en el escolar*. México: Grijalbo.

Sierpinska, A. (1994). *La comprensión en mathematiques*. Quebec: Modulo.

Skemp, R. (1971). *The psychology of Learning Mathematics*. Harmondsworth, Penguin Books.

Skemp, R. (1976). *Relational understanding and instrumental understanding*. Mathematics Teaching. 77, 20-26.

Skemp, R. (1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. 3ra. Reimpresión. Madrid: Morata.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente. [Traducción al español por Paola Valero del original en inglés *Towards a philosophy of critical Mathematics Education*, 1994 Kluwer Academic Publisher B.V.]

Solar, H. (2009). *Competencias de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso*. (Tesis

doctoral). Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Departament de Didáctica de la Matemática; I de les Ciències Experimentals. Barcelona.

Stake, R. (1999) *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.

Thompson, A.G. (1992). “Teacher’s beliefs and conceptions: a synthesis of the research.” En D. A. Grouws, (Ed.), *Handbook on Mathematics teaching and Learning*. (pp.127-146). New York: Macmillan.

Tyler, R. (1973). *Principios básicos del currículo*. Buenos Aires: Troquel.

Valero, P. (2006). *¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática*. Disponible:http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113423_archivo.pdf

Valero, P. (2012). “Perspectivas sociopolíticas en la educación matemática. “en: Valero, Paola; Skovsmose, Ole (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp.195-216). Bogotá: Una empresa docente.

Valero, P. y Skovsmose, O. (2012) *Educación Matemática Crítica. Una visión socio-política del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes.

Vasco, C. (2005). *Potencias el pensamiento matemático ¡Un reto escolar! Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Vegas, F. (2012). *Los peores de la clase*. Caracas: Lugar Común, Cooperativa editorial.

Villalonga, P. (2006). “Evaluar contenidos en matemática. Algunos criterios orientadores.” En: *Novedades Educativas*. 182: 60-65.

Villalonga, P. (2011). “Coherencia entre criterios de evaluación y prácticas evaluativas de matemática.” En: *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*. Volumen 78, noviembre de 2011, pp. 95–112.

Villarroel, C. (1994). “La virginidad pedagógica del currículum.” En: *Reverso, revista del Centro de Experimentación de recursos instruccionales (CERI)*, Año 1, Nro 1, pp.89-98.

Villarroel, C. (2009). *La Evaluación institucional de las Universidades. El mecanismo más idóneo para asegurar su calidad*. Caracas. Ediciones CNU/OPSU.

Webb, N. (1992). “Assessment of Students Knowledge of Mathematics: Steps Toward a Theory.” En: Grouws, D, (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.

Weiss, C. (2008). *Investigación evaluativa*. México: Trillas.

Weyll, H. (1940). “El modo matemático de pensar” en Newman, J. (Ed.) *Sigma El mundo de las matemáticas*, Barcelona, 1976, vol. V, pp. 220-237.

Wilson, J.W. (1970). *Patterns of mathematics achievement in grade 10: Z-population*. School Mathematics Study Group, Stanford, Calif.

Wood, R. (1968). “Objectives in the teaching of mathematics”, En: *Educational Research*, 10, 83-98.

ANEXOS

ANEXO 1: Referente para valorar la competencia matemática en estudiantes de 5to año de educación media

Constructo	VARIABLES	Dimensiones	Indicadores	Fuentes	Procedimientos e Instrumentos	Estándar por variable	Estándar integral
Competencia Matemática	1.-Dominio cognitivo de los Procesos matemáticos	1.1 Manejo de Transformaciones matemáticas	1.1.1 Tratamientos 1.1.2 Conversiones	Estudiantes de 5to Año de Educación Media General	Procedimiento: Prueba Instrumento: Prueba escrita mixta	Cognición matemática muy alta	Competencia matemática muy alta
		1.2 Aplicación de Procedimientos matemáticos	1.2.1 Empleo de algoritmos			Cognición matemática alta	
		1.3 Manejo de Habilidades Generales	1.3.1 Memoria operativa 1.3.2 Aprendizaje de conceptos			Cognición matemática básica	Competencia matemática alta
	2. Disposición afectiva y crítica hacia la matemática y su aprendizaje	2.1 Manifestaciones afectivas hacia el aprendizaje de la matemática	2.1.1 Confianza	Estudiantes de 5to Año de Educación Media General	Procedimiento: Encuesta Instrumento: Cuestionario	Muy alta disposición	
			2.1.2 Reflexión 2.1.3 Apreciación			Alta disposición	Ausencia de Competencia matemática
		2.2 Manifestaciones de pensamiento sociocrítico hacia la matemática	2.2.2 Poder Simbólico 2.2.3 Situaciones de desigualdad social y escolar			Disposición afectiva y crítica básica	
					Baja disposición		
						Ausencia de disposición	

Descripción de los indicadores para cada variable

Variable: Dominio cognitivo de los procesos matemáticos

Indicadores para la dimensión Manejo de Transformaciones matemáticas

1.1.1. Tratamientos: Identificación de transformaciones de representaciones matemáticas que ocurren dentro del mismo registro semiótico, evidenciado en los registros hechos por el estudiante en pruebas escritas.

1.1.2. Conversiones: Identificación de transformaciones de representaciones que consisten en cambiar un registro sin cambiar los objetos denotados; evidenciado en los registros hechos por el estudiante en pruebas escritas.

Indicadores para la dimensión Empleo de algoritmos

1.2.1. Empleo de algoritmos: Identificación de procedimientos finitos, paso a paso, ejecutados por el estudiante para obtener soluciones a problemas específicos matemáticos, evidenciado en lo registrado en pruebas escritas.

Indicadores para la dimensión Manejo de habilidades generales:

1.3.1. Memoria operativa: Evocación y disposición inmediata de terminología, hechos y contenido matemático, evidenciado en los registros hechos por el estudiante en pruebas escritas.

1.3.2. Aprendizaje de Conceptos: Evocación de regularidades o relaciones dentro de un grupo de hechos, los cuales son designados a través de algún signo o símbolo, evidenciado en ejemplos y contraejemplos que los confirman, registrados por el estudiante en pruebas escritas.

Variable: Disposición afectiva y crítica hacia la matemática y su aprendizaje

Indicadores para la dimensión: Manifestaciones afectivas hacia el aprendizaje de la matemática

2.1.1. Confianza: Esperanza firme del estudiante tanto en sus propias habilidades para tener éxito en las tareas matemáticas desarrolladas como en la capacidad de las matemáticas de proporcionarle las herramientas adecuadas que le aseguren dicho éxito. Se evidencia lo anterior en lo registrado por el estudiante en cuestionario aplicado para tal fin.

2.1.2. Reflexión: Propensión del estudiante a realizar un examen propio de las actividades matemáticas realizadas, identificando aspectos provechosos y difíciles; enfatizando un estado de ánimo favorable para superar los escollos encontrados. Se evidencia lo anterior en lo registrado por el estudiante en cuestionario aplicado para tal fin.

2.1.3. Apreciación: Capacidad para estimar el valor de las matemáticas en función de su utilidad social, características propias (estructura interna, presentación formal de sus resultados, descripción del mundo real, poder explicativo y predictivo, belleza matemática) o posibilidad de comunicación dentro de una comunidad de aprendizaje, evidenciado a través de lo registrado por el estudiante en cuestionario aplicado para al fin.

Indicadores para la dimensión: Manifestaciones de pensamiento sociocrítico sobre la matemática

2.2.1 Poder simbólico: Identificación de la influencia de las matemáticas en la configuración de las estructuras de poder dentro y fuera del aula en los siguientes aspectos: matemáticas como saber difícil de obtener; uso de las matemáticas como marcador de capacidad intelectual general, presentación de las matemáticas como conocimiento alejado de la realidad y la vida diaria; matemáticas como saber sin aplicación en la vida escolar y social; matemáticas

como saber neutral, descontextualizado y ahistórico. Lo anterior será evidenciado en lo registrado por el estudiante en cuestionario elaborado para tal fin.

2.2.2. Situaciones de desigualdad social y escolar: Identificación de actividades desarrolladas en el aula que involucren: acceso no equitativo al conocimiento matemático, restricción a la igualdad de oportunidades para el desarrollo de tareas matemáticas, discriminación por género y condición social, económica u otras sobre la posibilidad de abordar y resolver tareas matemáticas, restricción de libertad en el uso de procedimientos para resolver tareas matemáticas, uso de las matemáticas como condicionante en otras áreas de formación, autoritarismo del docente asociado a las matemáticas. Lo anterior será evidenciado en lo registrado por el estudiante en cuestionario elaborado para tal fin.

Descripción de estándares por variable

Para la variable Dominio cognitivo de los procesos matemáticos

En el caso de esta variable, no se establecieron estándares específicos para las dimensiones e indicadores que lo conforman. A su vez, el estándar fue elaborado tomando en cuenta la presencia de los distintos indicadores definidos para esta variable, precisando en primer lugar los indicadores requeridos para definir la cognición matemática básica, para, a partir de allí proceder a la definición de los demás niveles de este estándar, tal y como se presenta a continuación.

Cognición matemática básica: Si se encuentran presentes en el desempeño del estudiante los siguientes indicadores: memoria operativa, aprendizaje de conceptos y tratamientos.

Cognición matemática alta: Si se encuentran presentes de manera exclusiva en el desempeño del estudiante los siguientes indicadores: memoria operativa, aprendizaje de conceptos, tratamientos y conversiones.

Cognición matemática muy alta: Si se encuentran presentes en el desempeño del estudiante los siguientes indicadores: memoria operativa, aprendizaje de conceptos, tratamientos, conversiones y empleo de algoritmos.

Cognición matemática baja: Si solo se encuentran presentes en el desempeño del estudiante uno (1) o los dos (2) indicadores siguientes: memoria operativa y/o aprendizaje de conceptos.

Ausencia de cognición matemática: Si no se encuentra presente en el desempeño del estudiante ninguno de los siguientes indicadores: memoria operativa, aprendizaje de conceptos, tratamientos, conversiones y empleo de algoritmos.

Para la variable Disposición afectiva y crítica hacia la matemática y su aprendizaje

A diferencia de la variable anterior en la que solo hay un estándar para la referida variable (dominio cognitivo de los procesos matemáticos) sin considerar estándares propios a sus dimensiones y/o indicadores respectivos, en este caso sí fue necesario definirlos, tanto para sus dimensiones, así como para cada indicador. Esto se debe al hecho de que la sola presencia de los indicadores no permitía establecer el juicio valorativo, ya que el instrumento aplicado para esta variable (cuestionario) aprehendía niveles entre las manifestaciones en los indicadores (mayor o menor confianza, reflexión, etc.) siendo necesario en consecuencia valorar dichos niveles.

Lo anterior no contradice lo informado por la teoría, pues, tal y como refiere Camperos (2012) “(...) puede darse el caso que se necesite más de un estándar para cada uno de los indicadores que se deriven en la definición de una variable. **Los estándares tienen estrecha vinculación con los indicadores, cuando la variable acepta una definición operacional que implique dimensiones y varios indicadores por dimensión.**” (p.143). Se destaca en negrilla lo último para indicar que esto es lo que sucede con el constructo en estudio en el presente trabajo de grado. Se presenta a continuación los estándares para cada indicador.

Estándares para los indicadores de la dimensión: Manifestaciones afectivas hacia el aprendizaje de la matemática

1) Estándar para el indicador Confianza:

Muy alta confianza: Si selecciona la opción “Totalmente de Acuerdo”, “De acuerdo”, o combinaciones de ambas opciones como respuesta en 6 o 7 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 2, 6, 8, 10, 11,16 y 17).

Confianza Alta: Si selecciona “Totalmente de Acuerdo”, “De acuerdo” o combinaciones de ambas opciones como respuesta en 4 o 5 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 2, 6, 8, 10, 11,16 y 17).

Confianza básica: Si selecciona “De acuerdo” como respuesta en 4, 5, 6 o 7 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 2, 6, 8, 10, 11,16 y 17).

Confianza baja: Si selecciona “Más o menos de acuerdo”, “Más o menos en desacuerdo”, “En desacuerdo” o combinaciones de estas opciones como respuesta en 4, 5, 6 o 7 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 2, 6, 8, 10, 11,16 y 17).

Ausencia de confianza: Si selecciona “Totalmente en desacuerdo” “En desacuerdo” o combinaciones de ambas como respuesta en 4, 5, 6 o 7 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 2, 6, 8, 10, 11,16 y 17).

2) Estándar para el indicador Reflexión:

Muy alta reflexión: Si selecciona la opción “Totalmente de acuerdo” como respuesta en las 4 preguntas formuladas para el indicador (preguntas # 1, 3, 18 y 19).

Alta reflexión: Si selecciona “Totalmente de acuerdo”, “De acuerdo” o combinaciones de ambas como respuesta en 3 de las 4 preguntas formuladas para el indicador (preguntas # 1, 3, 18 y 19).

Reflexión básica: Si selecciona “De acuerdo” como respuesta en 3 o 4 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 1, 3, 18 y 19).

Baja reflexión: Si selecciona “Más o Menos de acuerdo”, “Más o Menos en desacuerdo” o combinaciones de ambas opciones como respuesta en 2 o 3 de las 4 preguntas formuladas para el indicador (preguntas # 1, 3, 18 y 19).

Ausencia de reflexión: Si selecciona “Totalmente en Desacuerdo” como respuesta en 3 o 4 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 1, 3, 18 y 19).

3) Estándar para el indicador *Apreciación*:

Muy alta apreciación: Si selecciona la opción “Totalmente de acuerdo” como respuesta en 6 o 7 de las preguntas # 4, 5, 7, 9, 12, 14 y 15, y en la pregunta # 13 selecciona la opción “Totalmente en Desacuerdo”

Alta apreciación: Si selecciona “Totalmente de acuerdo”, “De acuerdo” o combinaciones de ambas como respuesta en 4 o 5 de las preguntas # 4, 5, 7, 9, 12, 14 y 15 y en la pregunta # 13 selecciona la opción “Totalmente en desacuerdo” o “En desacuerdo”

Apreciación básica: Si selecciona “De acuerdo”, “Mas o menos de acuerdo” o combinaciones de ambas como respuesta en 4 o 5 de las preguntas # 4, 5, 7, 9, 12, 14 y 15 y en la pregunta # 13 selecciona “En Desacuerdo”, “Más o menos en desacuerdo” o “Más o menos de acuerdo”

Baja Apreciación: Si selecciona “Más o Menos de acuerdo”, “Más o Menos en desacuerdo”, “En desacuerdo” o combinación estas opciones como respuestas en al menos 4 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 4, 5, 7, 9, 12, 13, 14 y 15).

Ausencia de Apreciación: Si selecciona “Totalmente en Desacuerdo” como respuesta en la preguntas # 4, 5, 7, 9, 12, 14 y “Totalmente de Acuerdo” en la pregunta # 13.

Estándar para la Dimensión: Manifestaciones afectivas hacia la matemática y su aprendizaje

Disposición afectiva básica: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *básico* en 2 o 3 de los indicadores que conforman a la dimensión.

Disposición afectiva alta: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *alto* en 2 o 3 de los indicadores que conforman a la dimensión.

Disposición afectiva muy alta: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *muy alto* en 2 o 3 de los indicadores que conforman a la dimensión o si fueron valorados con los niveles *muy alto* y *alto* en 2 de los 3 indicadores.

Disposición afectiva baja: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *bajo* en 2 o 3 de los indicadores que conforman a la dimensión.

Ausencia de disposición afectiva: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *ausencia* en al menos uno (1) de los indicadores que conforman a la dimensión.

Estándar para los indicadores de la dimensión: Manifestaciones de pensamiento sociocrítico hacia la matemática

1) Estándar para el indicador Poder simbólico:

Muy alto poder simbólico: Si selecciona la opción “Totalmente de acuerdo” como respuesta en 7 u 8 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 20 al 28).

Alto poder simbólico: Si selecciona la opción “Totalmente de acuerdo”, “De acuerdo” o combinaciones de ambas como respuesta en 4, 5 o 6 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 20 al 28).

Poder simbólico básico: Si selecciona “De acuerdo” como respuesta en 4, 5, 6, 7 u 8 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 20 al 28).

Bajo poder simbólico: Si selecciona “Más o menos de acuerdo”, “Más o menos en desacuerdo”, “En desacuerdo” o combinaciones de dichas opciones como respuesta en 4, 5, 6, 7 u 8 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 20 al 28).

Ausencia de poder simbólico: Si selecciona “Totalmente en desacuerdo” como respuesta en 5, 6, 7 u 8 preguntas de las formuladas para el indicador (preguntas # 20 al 28)

2) Estándar para el indicador Situaciones de desigualdad social y escolar:

Muy alta criticidad: Si selecciona la opción “Totalmente de acuerdo” como respuesta en las preguntas # 29, 30, 32, 33 y 34, y en la pregunta # 31 selecciona “Totalmente en desacuerdo”

Alta criticidad: Si selecciona “Totalmente de acuerdo”, “De acuerdo” o combinaciones de ambas como respuesta en 3 o 4 de las preguntas # 29, 30, 32, 33, 34 y en la pregunta # 31 selecciona la opción “Totalmente en desacuerdo” o “En desacuerdo”

Criticidad básica: Si selecciona “De acuerdo”, “Más o menos de acuerdo” o combinaciones de ambas como respuesta en al menos 4 de las preguntas # 29, 30, 32, 33 y 34

Baja criticidad: Si selecciona “Más o Menos de acuerdo”, “Más o Menos en desacuerdo”, o combinación de ambas opciones como respuestas en al menos 4 de las preguntas formuladas para el indicador (preguntas # 29 al 34).

Ausencia de criticidad: Si selecciona “Totalmente en Desacuerdo”, “En desacuerdo” o combinaciones de ambas como respuesta en al menos 3 de las preguntas formuladas para el indicador.

Estándar para la dimensión: Manifestaciones de pensamiento sociocrítico hacia la matemática

Disposición crítica básica: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *básico* en los 2 indicadores que conforman a la dimensión.

Disposición crítica alta: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *alto* en los 2 indicadores que conforman a la dimensión o con la combinaciones *alto* y *muy alto* o *alto* y *básico*.

Disposición crítica baja: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *bajo* o *muy bajo* en al menos uno (1) de los 2 indicadores que conforman la dimensión.

Ausencia de disposición crítica: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *ausencia* en al menos uno (1) de los 2 indicadores que conforman la dimensión.

Estándar integral para el nivel de dominio de competencia matemática

Competencia matemática básica: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *básico* en las tres (3) dimensiones que conforman al constructo.

Competencia matemática alta: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *alto* en las tres (3) dimensiones que conforman al constructo.

Competencia matemática muy alta: Si fue valorado el desempeño de estudiante con el nivel *muy alto* en las dimensiones cognitiva y afectiva y con el nivel *alto* en la dimensión crítica.

Competencia matemática baja: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *bajo* en las tres (3) dimensiones que conforman el constructo.

Ausencia de competencia matemática: Si fue valorado el desempeño del estudiante con el nivel *ausencia* en al menos (1) de las tres (3) dimensiones que conforman al constructo.

ANEXO 2: Tabla de especificaciones para una prueba escrita tipo mixta, con propósitos formativo

Aprendizaje esperado	Nivel de dificultad	Contenidos	Tipo de preguntas	Cantidad de preguntas	Puntaje	Preguntas
El estudiante será capaz de: 1) Adquirir el concepto de función y todos los conceptos que se relacionan con éste, tales como: dominio, codominio, rango o recorrido. 2) Reconocer si una función es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva. 3) Representar gráficamente funciones reales de variable real. 4) Determinar si una función tiene inversa.	Bajo	Relación. Función. Dominio, Rango de una función.	Selección: Ítems de respuesta alterna	3	1 punto 1 punto 1 punto	1) 2) 3)
	Bajo	Inyectividad, sobreyectividad y biyectividad de una función.	Selección: Ítems de respuesta alterna	2	1 punto 1 punto	4) 5)
	Medio	Representación gráfica de una función.	Suministro: Ensayo restringido	1	2 puntos	14)
	Alto	Función inversa	Suministro: Ensayo restringido	1	3 puntos	15)
El estudiante será capaz de: 1) Utilizar las propiedades fundamentales de las funciones exponenciales y logarítmicas. 2) Realizar cálculos algebraicos con funciones exponenciales y logarítmicas.	Bajo	Función exponencial	Selección: Ítems de respuesta alterna	1	1 punto	6)
	Medio	Función logarítmica	Suministro: Ensayo restringido	1	2 puntos	16)
	Medio	Función exponencial Función logarítmica	Suministro: Ensayo restringido	1	2 puntos	17)

Niveles de competencia matemática

192

<p>El estudiante será capaz de:</p> <p>1) A partir de un triángulo rectángulo, definir las razones trigonométricas seno, coseno y tangente, estableciendo sus valores y relaciones fundamentales.</p> <p>2) A partir de la circunferencia, definir las razones trigonométricas de cualquier ángulo, estableciendo sus propiedades y relaciones fundamentales.</p> <p>3) Definir las razones trigonométricas como funciones reales, representándolas gráficamente, estudiando sus características y conociendo sus inversas.</p>	Medio	Razones trigonométricas seno, coseno y tangente	Selección: Ítems de respuesta alterna	3	1 punto 1 punto 1 punto	7) 8) 9)
	Medio	Circunferencia trigonométrica	Selección: Ítems de respuesta alterna	2	1 punto 1 punto	10) 11)
	Alto	Función seno, función coseno, función tangente.	Suministro: Ensayo restringido	1	3 puntos	18)
<p>El estudiante será capaz de:</p> <p>1) Definir vectores libres.</p> <p>2) Realizar operaciones con vectores libres.</p> <p>3) Determinar la dependencia lineal teniendo presente su interpretación geométrica.</p>	Bajo	Vector libre	Selección: Ítems de respuesta alterna	1	1 punto	12)
	Medio	Suma y producto de vectores. Producto de un escalar por un vector.	Suministro: Ensayo restringido	1	2 puntos	19)
	Alto	Combinación lineal	Suministro: Ensayo restringido	1	3 puntos	20)

Niveles de competencia matemática

193

<p>El estudiante será capaz de:</p> <p>1) Definir vectores en el espacio, realizar cálculos con ellos e interpretar geoméricamente dichos cálculos.</p> <p>2) Construir matrices y operar con ellas.</p> <p>3) Definir el concepto de determinante y calcular el valor de determinantes de segundo, tercer orden y órdenes superiores.</p> <p>4) Resolver los diferentes tipos de sistemas de ecuaciones.</p>	Medio	Vectores en el espacio. Suma, producto y multiplicación de un escalar por un vector en el espacio.	Suministro: Ensayo restringido	1	2 puntos	21)
	Alto	Operaciones con matrices.	Suministro: Ensayo restringido	1	3 puntos	22)
	Alto	Cálculo de determinantes	Suministro: Ensayo restringido	1	3 puntos	23)
	Medio	Métodos de sustitución, igualación y reducción.	Suministro: Ensayo restringido	1	2 puntos	24)
<p>El estudiante será capaz de resolver inecuaciones de segundo grado en una variable y sistema de inecuaciones de segundo grado en una variable.</p>	Medio	Inecuaciones de segundo grado	Suministro: Ensayo restringido	1	2 puntos	25)
<p>El estudiante será capaz de:</p> <p>1) Definir las secciones cónicas.</p> <p>2) Deducir la ecuación canónica de la circunferencia, parábola, elipse e hipérbola.</p> <p>3) Realizar cálculos de áreas y volúmenes de figuras planas y cuerpos sólidos.</p>	Bajo	Secciones cónicas	Selección: Ítems de respuesta alterna	1	1 punto	13)
	Alto	Parábola, elipse, hipérbola.	Suministro: Ensayo restringido	1	3 puntos	26)
	Alto	Área de figuras planas. Volumen de cuerpos sólidos	Suministro: Ensayo restringido	1	3 puntos	27)

ANEXO 3: Prueba escrita tipo mixta con propósitos formativos



PRUEBA ESCRITA

Estimado Estudiante:

Como parte de nuestra investigación, estamos interesados en obtener información acerca de las posibles manifestaciones de competencia matemática involucradas en la matemática escolar. Es por ello que, con mucho respeto, te pedimos que respondas la presente prueba con el mayor detalle posible. Rogamos que te esfuerces en no dejar preguntas sin contestar. La información que nos des será manejada confidencialmente. Tus respuestas son muy importantes y valiosas para nosotros.

¡Muchas gracias!

El Equipo Investigador

Instrucciones:

1. La prueba es de carácter individual.
2. La prueba consta de veinte y siete (27) preguntas, las cuales pedimos ser respondidas en su totalidad.
3. Cada cálculo debe realizarse de manera ordenada. Favor indicar claramente las variables utilizadas y los datos que les corresponden.
4. Dispones de dos (2) horas para la realización de la prueba.

¡Éxito!

Parte I.- Verdadero o Falso

Instrucciones:

a) Encierra en un círculo la **F** si consideras que la proposición es falsa o la **V** si consideras que es verdadera.

b) De inmediato indica el **porqué** de cada selección; es decir, razona tu respuesta.

Valor de cada pregunta: 1 punto c/u

1.-Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función cuya ley de correspondencia es: $y = 4/3x$. Dicha función se encuentra definida para $x = 2$. V F

Justificación de la respuesta:

2.- El rango de la función $f(x) = x^2 + 1$ es el conjunto de los números reales (\mathbb{R}) V F

Justificación de la respuesta:

3.-El dominio de la función $g(x) = 1/x$ es el conjunto de los números reales (\mathbb{R}) V F

Justificación de la respuesta:

4.- Consideremos g una función cuyo dominio y rango son el conjunto de los números reales

Entonces $g(x) = (2/3)x + 3$ es sobreyectiva. V F

Justificación de la respuesta:

5.- La función $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $p(x) = x^2 + 2$ es inyectiva. V F

Justificación de la respuesta:

6.- El rango de la función $f(x) = 3^x$ es $(0, \infty)$ V F

Justificación de la respuesta:

7.- En la circunferencia trigonométrica se tiene que $\cos 45^\circ > 0$ V F

Justificación de la respuesta:

8.- En la circunferencia trigonométrica se tiene que $\text{sen}(0^\circ) = 0$ V F

Justificación de la respuesta:

9.- Si la tangente de un ángulo es $-\sqrt{3}$ y el valor del seno es $-\sqrt{3}/2$ entonces el valor del coseno es $-2(\sqrt{2}/\sqrt{3})$ V F

Justificación de la respuesta:

10. El ángulo 405° se encuentra en el segundo cuadrante. V F

Justificación de la respuesta:

11. El valor de $\text{Cos}(\alpha) = 2/3$ V F

Justificación de la respuesta:

12.- Un vector libre es aquel vector que tiene las mismas componentes. V F

Justificación de la respuesta:

13.- La representación gráfica de la ecuación $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ es una elipse V F

Justificación de la respuesta:

Parte II.- Suministro

Instrucciones: Responde las preguntas que a continuación se presentan de manera ordenada.

14.- Representa gráficamente la función $f(x) = x^2 + 1$ para los valores $x = \{0, 1, -1, 2, -2\}$. Expresar los cálculos para cada par ordenado. (Valor: 2 puntos)

15.- Para la función $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cuya ley de correspondencia es $g(x) = 5x-1$ realiza lo siguiente:

- a) Determina su función inversa. (Valor: 1,5 puntos)
- b) Representa gráficamente la función inversa. (Valor: 1,5 puntos)

16.- Haciendo uso de la definición, encuentra el valor de los siguientes logaritmos (Valor: 1 c/u):

- a) $\log 3$
- b) $\log 8$

17.- Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\ln x = 1 + \ln \frac{3}{2}$ (Valor: 2 puntos)

18.- Representa gráficamente la función $\sin(\theta)$ ($-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$) (Valor: 3 puntos)

19.- Dado los vectores $a = (2, -1)$ y $b = (3/4, -1/2)$ obtenga la adición: $a + b$ e ilustre el resultado geoméricamente. (Valor: 2 puntos)

20.- Determine si los siguientes pares de vectores son linealmente dependientes o independientes (Valor: 3 puntos)

- a) $a = (1, -2)$ y $b = (-3, 4)$
- b) $a = (1/2, 0)$ y $b = (1, 1)$

21.- Determine el punto medio del segmento cuyos extremos son el siguiente par de puntos (Valor: 2 puntos) $P = (2, 1, 5)$ y $Q = (-3, 2, 1)$

22.- Encuentra los valores de m y n para que el siguiente sistema de ecuaciones sea compatible. Una vez hallados los valores, resuelva el sistema (Valor 3 puntos)

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = 0 \\ mx + 2ny = 5 \\ 3x - my = n \end{cases}$$

23.-Resuelve la siguiente ecuación :

(Valor: 3 puntos)

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ x & 1 & 2 \\ 1 & x & 0 \end{vmatrix} = 0$$

24.-Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones, utilizando uno (1) de los tres (3) métodos de resolución de ecuaciones (sustitución, igualación o reducción). Valor: 2 puntos

$$\begin{cases} 3x + 2y - 5z = 5 \\ 2x - 3y + 2z = 0 \\ 5x - 2y + 3z = 9 \end{cases}$$

25.- Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones, estableciendo el intervalo solución

(Valor:2 puntos)

$$\begin{cases} x^2 + x + 1 > 0 \\ x^2 - 4 > 0 \end{cases}$$

26.- Encuentra la ecuación general de la circunferencia de centro C (0,1) y punto P (3, -1) de la circunferencia. (Valor: 3 puntos)

27.- Se adquieren dos envases que tienen forma de cilindro. Uno de ellos tiene radio de 3 cm y una altura de 8 cm. El otro tiene 8cm de radio y 3 cm de altura. ¿Cuál cilindro tiene mayor área de superficie lateral? ¿Cuál cilindro tiene mayor área de superficie total? (Valor: 3 puntos)

ANEXO 4: Cuestionario de percepción sobre la matemática



CUESTIONARIO DE PERCEPCIÓN SOBRE LA MATEMÁTICA

Estimado Estudiante:

Como parte de nuestra investigación, estamos interesados en conocer tu opinión sobre diversos aspectos de la Matemática. Es por ello que, con mucho respeto, te pedimos que completes la información del presente cuestionario con el mayor detalle posible. Rogamos que te esfuerces en no dejar preguntas sin contestar. La información que nos des será manejada confidencialmente. Tu opinión es muy importante y valiosa para nosotros.

¡Muchas gracias!

El Equipo Investigador

Responde a las siguientes preguntas. Indica tu grado de acuerdo poniendo una "X" en la respuesta que consideres que expresa mejor tu opinión. Por ejemplo:

PREGUNTA	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Más o menos de acuerdo	Más o menos en desacuerdo	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
Antes de cada clase de Matemáticas repaso las clases anteriores		X				

Ahora responde tú las preguntas que se te presentan a continuación:

Niveles de competencia matemática

200

Preguntas	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Más o menos de acuerdo	Más o menos en desacuerdo	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
1.- Cometer errores es una parte importante del aprendizaje de las matemáticas						
2.- Cualquiera puede aprender matemáticas						
3.- En los problemas de matemáticas hay diversas formas de llegar a encontrar una solución correcta						
4.- Las matemáticas me capacitan para comprender mejor el mundo en el que vivo						
5.- Muchas personas utilizan las matemáticas en su vida diaria						
6.- Pienso que seré capaz de usar lo que he aprendido en matemáticas y también en otras materias						
7.- Me gusta estudiar matemáticas						
8.- Espero lograr un buen resultado en los trabajos y los exámenes de matemáticas						
9.-Para mí las matemáticas son una materia importante						
10.- Puedo comprender incluso las cosas más difíciles que nos dan en las clases de matemáticas						
11.- Si trabajo duro entonces podré comprender todo el contenido del curso de matemáticas						
12.-Estoy muy interesado en las matemáticas						
13.- Si no apruebo matemáticas entonces no tengo habilidades para tener éxito en la vida						
14.-Los premios que obtengo son mayores si la materia que apruebo es matemáticas						
15.- Los castigos que obtengo son mayores si la materia que repruebo es matemáticas						
16.- Me gusta hacer ejercicios de matemáticas						
17.-Teniendo en cuenta el nivel de dificultad de nuestra materia tengo confianza que lograré un buen resultado en matemáticas						
18.-Enfrento con disposición los ejercicios más difíciles de matemáticas y aprendo de ellos, aunque no logre resolverlos						
19.- Si repruebo un examen de matemáticas reviso las fallas y me preparo para el próximo						

Niveles de competencia matemática

201

20.- Estudio con mayor interés aquellas áreas de las matemáticas en las que tengo mayor dificultad						
21. Las personas inteligentes en matemáticas pueden estudiar cualquier carrera universitaria						
22.- Si soy bueno(a) en matemáticas tendré más facilidades en la vida						
23.- Es más difícil acceder al conocimiento matemático que a otros conocimientos						
24.- Para saber si alguien es inteligente debo preguntar si sabe matemáticas						
25.- Las matemáticas abordan temas que se encuentran fuera de la vida real.						
26.- En las relaciones que establezco con mis compañeros en la escuela y fuera de ella hago uso de las matemáticas						
27.- Para saber matemáticas debo conocer la historia de vida de los matemáticos						
28.- Las matemáticas siempre son las mismas, independientemente del lugar o tiempo en el que se esté						
29.- Algunos docentes de matemáticas usan su saber matemático como herramienta de burla sobre los que no saben matemáticas						
30.- Algunos profesores de matemáticas muestran su materia de rango superior por sobre las demás materias						
31.- La habilidad para las matemáticas es exclusiva de los varones						
32.- En algunas clases de matemáticas se desfavorecen a algunos estudiantes por sobre otros estudiantes, limitando su participación en las actividades de matemáticas						
33- Cuando se van a resolver actividades de matemáticas en el aula, se les da mayores oportunidades para resolverlos a estudiantes hábiles en matemáticas						
34.- Se les da mayor acceso y facilidades para el conocimiento matemático a aquellas personas con habilidad para las matemáticas						