

## **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

# **ANÁLISIS DE LA COMPRESIBILIDAD DE LA ROCA DE UN YACIMIENTO SENSIBLE A ESFUERZOS Y SU IMPACTO EN LA PRODUCTIVIDAD Y EN LOS PLANES DE EXPLOTACIÓN DE UN CAMPO DE PRODUCCIÓN PETROLERA.**

TUTOR ACADÉMICO: Prof. Pedro Vaca.

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de  
Venezuela para optar al Título  
de Especialista de Gerencia Integrada de Yacimientos de Hidrocarburos  
Por el Ing. De Gennaro, Sergio

Caracas, Julio del 2005

© Sergio De Gennaro 2005.  
Hecho el Depósito de Ley.  
Depósito legal lft.487200562060.

*A mi esposa Yely*

*A mi hijo Maurizio*

*A mis padres Mauro y Justy*

# Agradecimientos

A Dios por haberme dado la vida y la familia que tengo, además de guiarme en estos años de estudio.

Al Prof. Pedro Vaca por su asesoría técnica y por haber aceptado la tutoría de este trabajo.

Al Dr. Alberto Muñoz por haber elegido un tema tan fascinante y por su apoyo incondicional, algo por lo cual le estaré por siempre agradecido.

A la Escuela de Petróleo de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela y a sus profesores por haberme formado en el área académica de Petróleo.

A la Universidad Central de Venezuela de la cual me siento dignamente orgulloso por haberme formado en ella.

A la Universidad de los Andes y al Prof. Julio Flórez por haber facilitado el uso del programa ABAQUS para la realización de este trabajo de tesis.

Muy especialmente, a mi esposa y compañera de estudio de postgrado Yely, por su amor, ayuda y comprensión. Gracias por estar.

De Gennaro, Sergio

**ANÁLISIS DE LA COMPRESIBILIDAD DE LA ROCA DE UN YACIMIENTO SENSIBLE A ESFUERZOS Y SU IMPACTO EN LA PRODUCTIVIDAD Y EN LOS PLANES DE EXPLOTACIÓN DE UN CAMPO DE PRODUCCIÓN PETROLERA.**

**Tutor Académico: Prof. Pedro Vaca. Tesis. Caracas, UCV. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería de Petróleo. Año 2005, 87 p.**

**Palabras Claves:** Geomecánica, Compresibilidad, Balance, Tasa, Explotación.

**Resumen.** Para llevar a cabo un plan de explotación en forma eficiente y rentable se requiere de buenos estimados del factor de recobro. Éste depende fundamentalmente de los mecanismos de recuperación presentes. Los principales mecanismos de recuperación primaria son empuje por gas en solución y compactación. En los casos donde la compactación es un mecanismo de producción importante, no es posible expresar el cambio de la deformación volumétrica de la roca en términos del cambio de presión de poros solamente. En estos casos, es necesario considerar el problema completo de mecánica del continuo, en donde la compresibilidad no es una propiedad intrínseca de la roca: su magnitud será variable tanto en el tiempo como en el espacio, dependiendo del modelo constitutivo y la trayectoria de esfuerzos y deformaciones.

El objetivo de este trabajo es evaluar, a partir del uso de modelos acoplados, el efecto que tienen algunas variables de tipo geomecánico en la compresibilidad de la roca (o compresibilidad de la formación), y su correspondiente efecto en la tasa de producción y en los planes de explotación de un campo de producción de petróleo.

Para alcanzar este objetivo, se propone un modelo geomecánico simplificado de un yacimiento típico de la Faja del Orinoco y se comparan diferentes casos de estudio. Seguidamente, se resuelve la ecuación de Balance de Materiales para el caso de un yacimiento subsaturado no sometido a mantenimiento de presión, y se calcula la tasa de producción del pozo haciendo uso de las curvas de compresibilidad establecidas previamente. Por último, se determina el plan de desarrollo de un campo de producción de petróleo y se evalúa el impacto de la compresibilidad en la explotación del activo, en términos de potencial de producción, número de pozos y su distribución en el tiempo.

Los resultados obtenidos evidencian cómo la compresibilidad de la formación depende de las condiciones locales de esfuerzos y deformaciones. La compresibilidad no sólo contribuye a incrementar la recuperación de petróleo, sino también a reducir la declinación de la tasa de producción de petróleo, prolongando la vida útil de los pozos.

# Contenido

Capítulo I	1
Introducción	1
1.1 Planteamiento del problema	1
1.2 Objetivos	6
1.2.1 Objetivos generales	6
1.2.2 Objetivos específicos	7
1.3 Estructura	7
Capítulo II	9
Marco Teórico	9
2.1 Antecedentes	9
2.2 Bases teóricas	10
2.2.1 Principio de esfuerzo efectivo	10
2.2.2 Ecuación de equilibrio	11
2.2.3 Ley de Darcy	12
2.2.4 Ecuación de continuidad	12
2.2.5 Leyes constitutivas	13
2.2.5.1 Elástico lineal isotrópico	14
2.2.5.2 Elástico no lineal isotrópico	14
2.2.5.3 Elastoplástico: Cam-Clay modificado	16
Capítulo III	21
Modelo Geomecánico	21
3.1 Definición de la geometría y los modelos de estudio	21
3.2 Definición de las propiedades del yacimiento y sus fluidos	23
3.3 Definición de las propiedades mecánicas del yacimiento y sus alrededores	24
3.4 Definición de las cargas	26
3.5 Análisis mediante el Método de Elementos Finitos	26

3.6 Análisis del error en la discretización del problema	27
3.7 Definición de los casos de estudio	31
3.8 Análisis de resultados	32
Capítulo IV	44
Perfiles de Producción	44
4.1 Balance de Materiales	44
4.1.1 Balance de Materiales para un yacimiento de petróleo subsaturado sin intrusión de agua ( $W_e=0$ )	49
4.1.2 Correlaciones PVT	49
4.2 Flujo en pozos verticales	51
4.4 Análisis de resultados	55
Capítulo V	62
Plan de Desarrollo	62
5.1 Definición de escenarios	63
5.2 Generación del plan de desarrollo.	64
5.3 Análisis de resultados	65
Conclusiones	73
Recomendaciones	75
Bibliografía	78
Nomenclatura	80
Apéndice	84

# Lista de Figuras

Figura 1.1: Subsistencia debido a la compactación de los yacimientos en la Costa Oriental del Lago de Maracaibo, Venezuela (Xu, 2002).	2
Figura 1.2: Diagrama representativo del medio poroso.	3
Figura 1.3: Diagrama representativo de la deformación del yacimiento: a) yacimiento horizontalmente infinito (deformación uniforme) y b) yacimiento lateralmente limitado (deformación no-uniforme).	5
Figura 2.1: Comportamiento elástico no-lineal del esfuerzo efectivo volumétrico $P'$ .	15
Figura 2.2: Superficie de fluencia en el plano $P'$ - $Q$ .	17
Figura 2.3: Superficie de fluencia en el plano octaédrico.	18
Figura 2.4: Proyección de la superficie de fluencia sobre el plano octaédrico.	18
Figura 2.5: Ensayo de Consolidación hidrostática.	20
Figura 3.1: Geometría y condiciones de apoyo de un yacimiento de ancho infinito y carga constante (modelo solo yacimiento).	22
Figura 3.2: Geometría y condiciones de apoyo del yacimiento y sus alrededores (modelo completo).	23
Figura 3.3: Calibración del modelo Cam-Clay (Charlez, 1997).	25
Figura 3.4: Malla 1 de elementos finitos (99 elementos).	28
Figura 3.5: Malla 2 de elementos finitos (340 elementos).	28
Figura 3.6: Malla 3 de elementos finitos (1.295 elementos).	29
Figura 3.7: Malla 4 de elementos finitos (4.830 elementos).	29
Figura 3.8: Compresibilidad volumétrica en función de la presión de poro obtenida en el centro del yacimiento.	30
Figura 3.9: Compresibilidad volumétrica en función de la presión de poro obtenida en unos de los flancos del yacimiento.	31
Figura 3.10: Curvas de compresibilidad volumétrica en función de la presión de poros.	38

Figura 3.11: Trayectoria de esfuerzos efectivos, $K$ , para un yacimiento elástico de ancho finito, determinadas en el centro y en uno de los flancos del yacimiento.	40
Figura 3.12: Desplazamientos verticales en superficie para un yacimiento elástico de ancho finito (modelo completo).	40
Figura 3.13: Representación del ‘efecto arco’.	41
Figura 3.14: Contorno de esfuerzo vertical o de sobrecarga (Pa) para un yacimiento elastoplástico de ancho finito.	41
Figura 3.15: Superficies iniciales de fluencia y trayectoria de esfuerzos para un yacimiento elastoplástico de ancho finito, determinadas en el centro y en uno de los flancos del yacimiento.	43
Figura 3.16: Desplazamientos verticales en superficie para un yacimiento elastoplástico de ancho finito (modelo completo).	43
Figura 4.1: Cambios de volumen en el yacimiento asociados con un cambio finito de la presión del yacimiento, $\Delta p = p_i - p$ .	45
Figura 4.2: Tasa de producción, $q_o$ , y producción acumulada de petróleo, $N_p$ , en función del tiempo (modelo completo).	61
Figura 5.1: Perfil de producción de pozo (modelo solo yacimiento).	63
Figura 5.2: Perfiles de producción de pozo (modelo completo)	64
Figura 5.3: Tasa de producción, capacidad de producción y meta de producción (Escenario 1, modelo solo yacimiento)	67
Figura 5.4: Tasa de producción, capacidad de producción y meta de producción (Escenario 2, modelo completo).	67
Figura 5.5: Número de pozos activos y pozos requeridos por año (Escenario A)	68
Figura 5.6: Número de pozos activos y pozos requeridos por año (Escenario B)	68
Figura 5.7: Tasa de producción, capacidad de producción y meta de producción. Izquierda: 70-25-5 % (Centro-Promedio-Flanco). Derecha: 34-33-33 % (Centro-Promedio-Flanco)	70
Figura 5.8: Número de pozos activos. Izquierda: 70-25-5 % (Centro-Promedio-Flanco). Derecha: 34-33-33 % (Centro-Promedio-Flanco)	70

Figura 5.9: Número de pozos requeridos por año: Izquierda: 75-25-5 % (Centro-Promedio-Flanco). Derecha: 34-33-33 % (Centro-Promedio-Flanco) 70

# Lista de Tablas

Tabla 3.1: Propiedades del yacimiento y sus fluidos	24
Tabla 3.2: Propiedades mecánicas del yacimiento	25
Tabla 3.3: Propiedades mecánicas de la sobrecarga y del basamento	26
Tabla 4.1: Correlaciones PVT usadas en el Balance de Materiales (Colmenares, 1997).	50
Tabla 4.2: Factores de forma de área de drenaje para presión de fondo constante	54
Tabla 4.3: Balance de Materiales.	58
Tabla 5.1: Parámetros de entrada	66
Tabla 5.2: Resultados obtenidos	69
Tabla 5.3: Capacidad máxima de producción al final de cada año (Escenario A)	71
Tabla 5.4: Capacidad máxima de producción al final de cada año (Escenario B)	72

# Capítulo I

## Introducción

### 1.1 Planteamiento del problema

Durante la vida productiva de un yacimiento, el petróleo puede ser extraído por recuperación primaria, en la cual se aprovecha la energía inicial del yacimiento (como por ejemplo empuje por gas en solución, compactación, entre otros), o usando métodos de recuperación secundaria o mejorada (como por ejemplo la inyección de agua o de vapor, entre otros). Para los yacimientos donde el mecanismo primario de recobro es el empuje por gas en solución, el recobro puede estar típicamente entre un 8 y 12% del petróleo original en sitio (POES), dependiendo de las condiciones del yacimiento. En el caso que adicionalmente la compactación sea un mecanismo de producción importante, como lo es en el caso de la Costa Oriental del Lago de Maracaibo (fig. 1.1), la recuperación primaria complementada con recuperación secundaria o mejorada puede ser tan alta como 25% del POES, dependiendo de la compresibilidad de la roca. Por esta razón, la compresibilidad de la roca (o compresibilidad de la formación) es un parámetro necesario para la evaluación de yacimientos de hidrocarburo, la cual cobra mayor relevancia en yacimientos sensibles a esfuerzos, marcadamente subsaturados y no sometidos a mantenimiento de presión.



**Figura 1.1:** Subsistencia debido a la compactación de los yacimientos en la Costa Oriental del Lago de Maracaibo, Venezuela (Xu, 2002).

En la figura 1.2 se muestra una representación del medio poroso, el cual se encuentra sometido a una presión externa,  $p_c$  (presión de confinamiento), y una presión interna,  $p$  (presión de poros), que actúan sobre el volumen total de roca,  $V_b$ , y el volumen de poro,  $V_p$ , respectivamente. Estos dos volúmenes están relacionados por la siguiente expresión:

$$V_b - V_p = V_g \quad (1.1)$$

donde  $V_g$  representa el volumen ocupado por los granos minerales (matriz sólida). Puesto que hay tres volúmenes independientes y dos presiones que pueden variar, se pueden definir tres tipos de compresibilidades (compresibilidad volumétrica, de poro, y de los granos minerales) para caracterizar el medio poroso:

$$C_{bc} = -\frac{1}{V_b} \left( \frac{\partial V_b}{\partial p_c} \right)_p \quad (1.2)$$

$$C_{bp} = -\frac{1}{V_b} \left( \frac{\partial V_b}{\partial p} \right)_{p_c} \quad (1.3)$$

$$C_{pc} = -\frac{1}{V_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial p_c} \right)_p \quad (1.4)$$

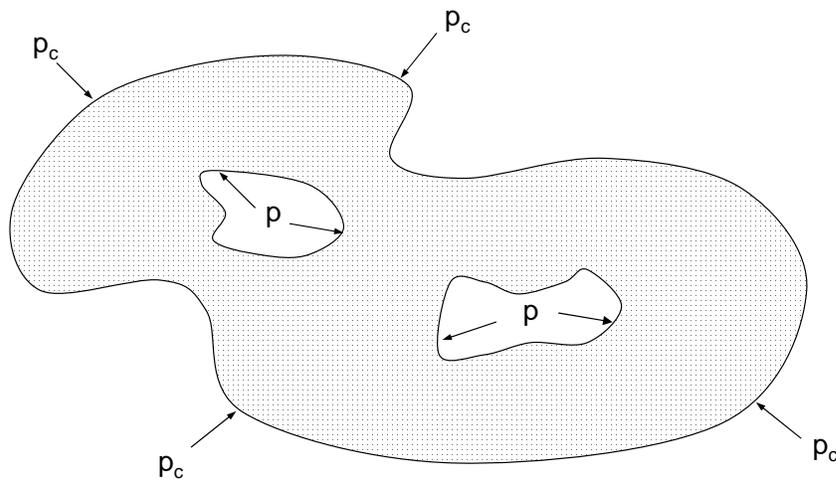
$$C_{pp} = -\frac{1}{V_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial p} \right)_{p_c} \quad (1.5)$$

$$C_{gc} = C_{gp} = C_g = \left[ -\frac{1}{V_b} \left( \frac{\partial V_b}{\partial p_c} \right)_p = -\frac{1}{V_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial p} \right)_{p_c} \right]_{[\Delta(p_c-p)=0]} \quad (1.6)$$

donde  $C_{bc}$  representa la compresibilidad volumétrica variando la presión de confinamiento,  $C_{bp}$  es la compresibilidad volumétrica variando la presión de poros,  $C_{pc}$  es la compresibilidad de poro variando la presión de confinamiento,  $C_{pp}$  es la compresibilidad de poro variando la presión de poros, y  $C_{gc}=C_{gp}=C_g$  es la compresibilidad de los granos minerales, manteniendo los mismos cambios de presión de confinamiento y presión de poros. Las compresibilidades  $C_{bc}$ ,  $C_{pp}$  y  $C_g$  están relacionadas mediante la siguiente expresión:

$$C_{pp} = \frac{1}{n_o} [C_{bc} - (1+n_o)C_g] \quad (1.7)$$

donde  $n_o$  representa la porosidad inicial.



**Figura 1.2:** Diagrama representativo del medio poroso.

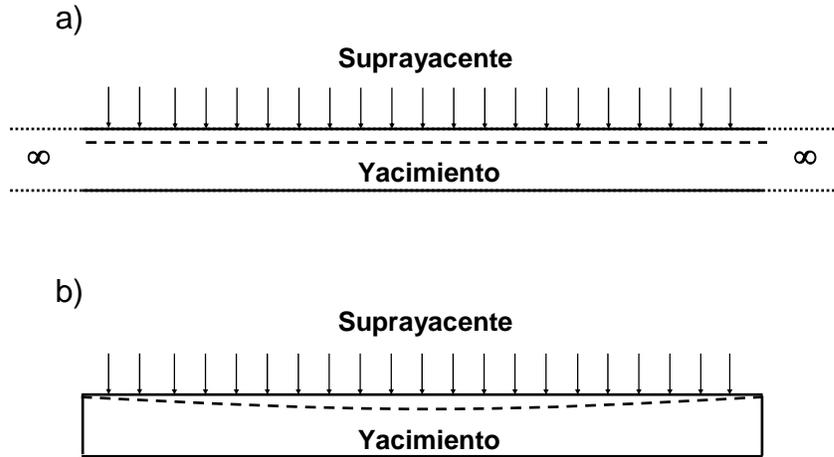
La compresibilidad  $C_{pp}$  definida en la ecuación (1.5) también es conocida como la compresibilidad de la roca o compresibilidad de la formación, y es la que se usa en análisis de yacimientos de hidrocarburos. Esta compresibilidad es añadida a la compresibilidad del fluido,  $C_f$ , para representar la compresibilidad del yacimiento. Suponiendo flujo monofásico, y mediante la aplicación del principio de conservación de masa y la ley de Darcy, se llega a la siguiente expresión en coordenadas cartesianas para la evolución del campo de presiones en un yacimiento:

$$\nabla^2 p = \frac{n_o \mu C_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1.8)$$

donde  $\nabla^2$  es el operador Laplaciano  $\left( \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ ,  $\mu$  es la viscosidad del fluido de poro,  $k$  es la permeabilidad de la formación,  $\partial p$  corresponde al cambio en la presión de poros,  $C_t$  es la compresibilidad total del sistema roca/fluido y viene dada como:

$$C_t = C_f + C_{pp} \quad (1.9)$$

En la expresión anterior (ec. 1.8), la compresibilidad de la formación supone que la trayectoria de esfuerzos en el yacimiento se conoce y es constante (usualmente la trayectoria de esfuerzos del yacimiento se basa en condiciones de deformación uniaxial o hidrostática). Las condiciones de deformación consideradas son idénticas a las condiciones de esfuerzo y deformación impuestas en el laboratorio bajo las cuales se mide la compresibilidad de la formación. En muchos casos, en simulación convencional de yacimientos, la compresibilidad de la formación que se obtiene en el laboratorio se debe ajustar para cotejar la contribución de la compactación al recobro total de hidrocarburos. Sólo para casos muy particulares donde exista una condición de deformación predefinida, como es el caso de yacimientos infinitos horizontalmente (condición de deformación uniaxial o edométrica), es posible expresar el cambio de deformación volumétrica de la roca en términos del cambio de presión de poros. Sin embargo, la mayoría de los yacimientos están limitados lateralmente y no se deforman uniformemente incluso bajo caídas de presión constantes (fig. 1.3).



**Figura 1.3:** Diagrama representativo de la deformación del yacimiento: a) yacimiento horizontalmente infinito (deformación uniforme) y b) yacimiento lateralmente limitado (deformación no-uniforme).

Otros aspectos geomecánicos de impacto en la explotación de hidrocarburos son el ‘efecto arco’, el cual es función de la rigidez, geometría y profundidad del yacimiento, y el comportamiento no lineal del material (comportamiento elastoplástico). Estos dos factores contribuyen a la discrepancia entre la compresibilidad de la formación medida en el laboratorio y la compresibilidad de la formación in-situ. Estos efectos sólo pueden ser tomados en cuenta a través del análisis acoplado de esfuerzo-deformación y flujo de fluidos en medios porosos. En este tipo de análisis acoplado, y suponiendo flujo monofásico, la ecuación de difusividad hidráulica en coordenadas cartesianas viene dada mediante la siguiente expresión:

$$\frac{k}{n_o \mu} \nabla^2 p = C_f \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{l}{n_o} \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial t} \quad (1.10)$$

donde  $\partial \varepsilon_p$  representa el cambio en la deformación volumétrica y viene dado según la siguiente expresión:

$$\partial \varepsilon_p = tr(\partial \varepsilon_{km}) \quad (1.11)$$

$$\partial \sigma'_{ij} = \partial \sigma_{ij} - \alpha \delta_{ij} \partial p = D_{ijkm} \partial \varepsilon_{km} \quad (1.12)$$

donde  $tr()$  es la traza o suma de las componentes con iguales subíndices del tensor entre paréntesis,  $\varepsilon_{km}$  son las componentes del tensor de deformaciones,  $\sigma'_{ij}$  y  $\sigma_{ij}$  son las componentes del tensor de esfuerzos efectivos y totales, respectivamente,  $\alpha$  es la constante de Biot,  $\delta_{ij}$  es el delta de Kronecker  $\left( \delta_{ij} = \begin{cases} 0(i \neq j) \\ 1(i = j) \end{cases} \right)$ , y  $D_{ijkl}$  es el tensor constitutivo del material o tensor de rigidez.

Físicamente, la expresión anterior (ec. 1.10) revela claramente que el cambio de la deformación volumétrica de la roca es función tanto del cambio en la presión de poros como del cambio en el tensor de esfuerzos, y por ende depende de las condiciones locales en el yacimiento (trayectoria de esfuerzos y deformaciones). El problema es acoplado en el sentido que la presión de poros, los esfuerzos y las deformaciones interactúan entre sí.

En el ámbito mundial, muchos campos se han desarrollado sin comprender bien estos efectos geomecánicos y muchas veces se llega a la madurez del campo sin haberlos ni siquiera considerado en los planes iniciales de desarrollo. Esto ha traído como consecuencia modelos de yacimientos poco confiables y planes de explotación deficientes, impactando negativamente la rentabilidad del activo. Sin embargo, hoy en día la industria petrolera se ha enfocado a estudiar el problema acoplado para producir modelos capaces de describir las complejidades de los fenómenos presentes en el yacimiento, como por ejemplo, el fenómeno de compactación y su interacción con el mecanismo de empuje por gas en solución en yacimientos de crudos pesados y extrapesados, constituidos fundamentalmente por arenas no consolidadas.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivos generales

Este trabajo pretende mostrar, a partir del uso de modelos acoplados, el efecto que tiene la rigidez y el comportamiento no lineal del material en la compresibilidad de la formación, y su correspondiente efecto en la tasa de producción de un pozo petrolero,

permitiendo de esta forma una predicción más realista del comportamiento del campo. Adicionalmente, se ilustra el impacto que tiene esta propiedad en los planes de desarrollo del campo.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

- Definir y construir un modelo geomecánico empleando el Método de Elementos Finitos.
- Definir los casos de estudio y realizar análisis de sensibilidades de la rigidez y del comportamiento mecánico del material.
- Evaluar la compresibilidad de la formación para diferentes trayectorias de esfuerzos (hidrostáticas y uniaxiales), y para cada uno de los casos de estudio.
- Determinar la tasa de producción de un pozo para cada uno de los casos de estudio, haciendo uso de las curvas de compresibilidad de la formación, y empleando la ecuación de Balance de Materiales y de flujo en pozos verticales
- Analizar el efecto de la compresibilidad de la formación, y su correspondiente efecto en la tasa de producción de un pozo, en los planes de explotación de un campo de producción petrolera, comparando dos casos de estudio (un caso base y un caso representativo de las condiciones reales de esfuerzo y deformación del yacimiento).

### **1.3 Estructura**

El documento está estructurado en cinco capítulos. Este primer capítulo es un enfoque general de los diferentes tipos de compresibilidades presentes en el medio poroso, de los factores que las afectan, y de cómo estos tipos son tomados en cuenta en simulación convencional de yacimientos y en simulación geomecánica acoplada con flujo de fluidos.

El Capítulo 2 comprende una revisión de los estudios previos y los fundamentos teóricos necesarios en el análisis de problemas acoplados. En este mismo capítulo, se

hace una descripción detallada de las relaciones constitutivas empleadas en este trabajo para describir el comportamiento del yacimiento y el de sus alrededores (ecuaciones constitutivas elásticas y elastoplásticas).

En el Capítulo 3 se describen cada uno de los modelos usados en el cálculo de la compresibilidad de la formación, así como las propiedades del yacimiento y sus fluidos, las propiedades mecánicas de los materiales, y la definición de las condiciones de borde y condiciones iniciales de los modelos. Seguidamente, se definen los casos de estudio en función de los modelos previamente definidos, del cambio de rigidez de los materiales, y del tipo de relación constitutiva. Finalmente, se presenta el análisis y discusión de cada uno de los resultados obtenidos.

En el Capítulo 4 se presentan los resultados correspondientes a la estimación de la tasa de producción de un pozo vertical con presión de fondo constante. El cálculo de la tasa de producción se hace con base en los estimados de compresibilidad de formación y producción acumulada de petróleo determinados mediante la ecuación de Balance de Materiales para el caso de un yacimiento subsaturado, sin intrusión de agua y sin mantenimiento de presión.

En el Capítulo 5 se ilustra el impacto que tiene la compresibilidad de la formación en los planes de explotación de un campo de producción de petróleo, en términos de: potencial de producción, número de pozos y su distribución en el tiempo. El análisis se hace comparando dos casos de estudio, un caso base y un caso representativo de las condiciones del yacimiento. Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones generales de este trabajo de tesis.

# Capítulo II

## Marco Teórico

### 2.1 Antecedentes

Tradicionalmente, la compresibilidad de la formación es tratada en estudios de compactación y subsidencia. Los primeros estudios de este tipo tienen que ver con el campo Ekofisk ubicado en el Mar del Norte. Boade, Chin y Siemers (1989) implementaron un modelo de compactación y subsidencia en elementos finitos, motivados por la necesidad de predecir el comportamiento de la subsidencia en el campo. Los perfiles de presión de poros, obtenidos a partir de un simulador convencional de yacimientos, fue un parámetro crítico de entrada en el modelo de subsidencia. El modelo de subsidencia permitió demostrar, entre otras cosas, un efecto ‘arco’ que redistribuye la carga de los sedimentos suprayacentes al yacimiento a lo largo de éste. Una conclusión importante de este estudio es que este efecto ‘arco’ debe ser incorporado en cualquier tratamiento riguroso de la compresibilidad de la formación en un simulador de yacimientos.

Gutiérrez y Hansteen (1994) usaron un modelo de compactación y subsidencia para mostrar que el mecanismo de compactación no se puede representar apropiadamente simplemente ajustando el valor de la compresibilidad de la formación en un simulador convencional de yacimientos. La razón de esto es que la compresibilidad de la formación depende de la trayectoria de esfuerzos, del nivel de los esfuerzos de corte y de la sobrecarga. Por consiguiente, para el caso de yacimientos sensibles a esfuerzos, estos efectos no pueden ser considerados con precisión a partir de modelos sencillos (modelos desacoplados con una sola iteración entre el modelo geomecánico y el modelo de simulación de yacimientos).

Sukirman y Lewis (1994) presentaron un método totalmente acoplado para flujo de fluidos trifásicos. Chen y Teufel (1997) extendieron la teoría poroelástica de Biot en función de los modelos convencionales de flujo de fluidos en medios porosos. Gutiérrez y Lewis (1998) enfatizaron la importancia del uso de modelos totalmente acoplados y presentaron las ecuaciones de la teoría de Biot para flujo de fluidos trifásicos en medios porosos. Una ventaja importante del método totalmente acoplado es que el sistema puede resolverse simultáneamente, usando el mismo método de discretización. Basados en la teoría de Chen y Teufel, Osorio, Chen y Teufel (1999) proporcionaron un modelo 3D totalmente acoplado, desarrollado en Diferencias Finitas para simular el fenómeno de compactación que ocurre durante la producción de yacimientos sensibles a esfuerzos. El modelo supone flujo de fluidos monofásicos y comportamiento isotrópico.

## **2.2 Bases teóricas**

A continuación se presentan las ecuaciones fundamentales en el análisis de problemas acoplados de geomecánica y flujo en simulación de yacimientos. La solución de estas ecuaciones se obtiene empleando métodos numéricos (Método de Elementos Finitos y/o Diferencias Finitas). En este trabajo, se emplea ABAQUS (Hibbitt, Karlsson y Sorensen, Inc., 2000) con el propósito de encontrar la solución a dichas ecuaciones.

ABAQUS es un sistema avanzado de cálculo desarrollado en Elementos Finitos que desde hace más de 20 años se emplea intensamente por industrias e instituciones universitarias en las áreas de ingeniería y ciencias exactas. Actualmente, se utiliza ampliamente en el área de geomecánica aplicada a ingeniería de petróleo para analizar problemas acoplados de esfuerzo-deformación y flujo de fluidos a través de medios porosos (en estado estacionario y estado transiente).

### **2.2.1 Principio de esfuerzo efectivo**

ABAQUS adopta el principio de esfuerzo efectivo para describir el comportamiento del medio poroso. El medio poroso se modela considerando la presencia de dos

fluidos. Uno es el líquido que se supone relativamente (pero no completamente) incompresible, y el otro es un gas que es relativamente compresible. El esfuerzo efectivo viene dado mediante la siguiente expresión:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + (\chi u_w + (1 - \chi) u_g) I \quad (2.1)$$

donde  $u_w$  representa la presión del líquido,  $u_g$  la presión del gas,  $\chi$  es un factor que depende de la saturación y de la tensión superficial del sistema líquido/sólido ( $\chi$  es igual a 1.0 cuando el medio está totalmente saturado, y entre 0.0 y 1.0 en sistemas parcialmente saturados), y  $I$  es la matriz identidad dada por  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

La expresión anterior (2.1) se simplifica cuando se asume que  $u_g$  es constante, que no varía en el tiempo, que es suficientemente pequeña, y que por lo tanto, puede ser removida de la ecuación. Por consiguiente, la expresión anterior (2.1) se puede simplificar a:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + \chi u_w I \quad (2.2)$$

Con relación a las expresiones (2.1) y (2.2), cabe recordar que la convención de signos empleada por ABAQUS es: ‘positivos’ cuando los esfuerzos son de tensión y ‘negativos’ cuando los esfuerzos son de compresión. Es decir, inversa a la convención de signos empleada en geomecánica.

### 2.2.2 Ecuación de equilibrio

Muchos de los problemas en los que se emplea ABAQUS implican hallar una función de aproximación (la ecuación que rige el sistema en cada elemento finito) para los desplazamientos, deformaciones, tensiones, fuerzas y posiblemente otras variables como la temperatura. La solución exacta de estos problemas requiere que tanto el equilibrio de fuerzas como de momentos se mantenga en todo instante por encima de cualquier volumen arbitrario del cuerpo. A continuación, se presenta la ecuación de equilibrio estático haciendo uso del principio de trabajo virtual:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\sigma_{ij}^T + f = 0 \quad (2.3)$$

donde  $\sigma_{ij}^T$  es la matriz inversa del tensor de esfuerzos y  $f$  son las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo.

### 2.2.3 Ley de Darcy

El flujo de fluidos en ABAQUS se representa por la Ley de Darcy. Esta ley establece que, bajo condiciones uniformes, el volumen de fluido que fluye a través de un área unitaria es proporcional a la altura piezométrica:

$$snv_w = -k \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (2.4)$$

donde  $s$  representa la saturación,  $n$  la porosidad,  $v_w$  la velocidad del fluido,  $k$  es la permeabilidad y  $\Phi$  es la altura piezométrica definida como:

$$\Phi = z + \frac{u_w}{\rho_w g} \quad (2.5)$$

donde  $z$  es la elevación por encima del nivel considerado como ‘datum’,  $\rho_w$  es la densidad del fluido y  $g$  es la aceleración de la gravedad.

### 2.2.4 Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad es una consecuencia del principio de conservación de la masa. La ecuación de continuidad da la cantidad de flujo másico que entra y sale de un volumen de control,  $V$ . La masa de fluido en el volumen de control viene dada por:

$$\int_V \rho_w dV_w = \int_V \rho_w n dV \quad (2.6)$$

donde  $V_w$  es el volumen de fluido. Por otra parte, se tiene que la tasa de cambio de la masa de fluido es igual a:

$$\frac{d}{dt} \left( \int_V \rho_w dV_w \right) = \int_V \frac{1}{J} \frac{d}{dt} (J \rho_w n) dV \quad (2.7)$$

donde  $J$  es la relación entre el volumen en la configuración para un tiempo  $t$  y el volumen en la configuración de referencia ( $J = |\partial V / \partial V_o|$ ).

La masa de fluido en movimiento que atraviesa una superficie  $S$  viene dada por:

$$- \int_S \rho_w n \mathbf{n} v_w dS \quad (2.8)$$

donde  $\mathbf{n}$  es la normal a la superficie  $S$ . Igualando las ecuaciones (2.7) y (2.8) se tiene la ecuación de continuidad de masa de fluido:

$$\int_V \frac{1}{J} \frac{d}{dt} (J \rho_w n) dV = - \int_S \rho_w n \mathbf{n} v_w dS \quad (2.9)$$

### 2.2.5 Leyes constitutivas

Las ecuaciones anteriores son válidas para cualquier tipo de material. A ellas hay que agregar leyes adicionales, denominadas ecuaciones o relaciones constitutivas, que expresan el comportamiento del material y van a depender del mismo y del régimen al que este sometido. Principalmente, se trata de ecuaciones constitutivas mecánicas, que expresan el esfuerzo como función de la deformación según la siguiente expresión:

$$\partial \sigma'_{ij} = D_{ijkl} \partial \varepsilon_{km} \quad (2.10)$$

ABAQUS contiene una extensa librería de relaciones constitutivas que cubre las aplicaciones convencionales del análisis de medios continuos, y que incluye modelos elásticos, plásticos, viscoplásticos y viscoelásticos, modelos específicos para suelos y rocas, y otros materiales especiales.

En este trabajo se emplean dos tipos de relaciones constitutivas: elástico lineal isotrópico para describir el comportamiento del yacimiento y el de sus alrededores, y elastoplástico para describir únicamente el comportamiento del yacimiento. En este

último, la zona elástica obedece a una relación no lineal isotrópica y la zona plástica se representa mediante el modelo Cam-Clay modificado.

### 2.2.5.1 Elástico lineal isotrópico

La relación lineal entre el esfuerzo y la deformación es la relación más simple entre estas cantidades. Si las propiedades son las mismas en todas las direcciones, se dice que el material es isotrópico, y la relación esfuerzo-deformación viene dada como:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

La principal ventaja de este modelo es que las propiedades elásticas están completamente definidas por dos constantes, el módulo de Young,  $E$ , y la relación de Poisson,  $\nu$ . El módulo de corte,  $G$ , se puede expresar en términos de  $E$  y  $\nu$  como:

$$G = E / 2(1 + \nu) \quad (2.12)$$

Otra ventaja importante es la simplicidad y robustez de los algoritmos empleados para analizar el estado de esfuerzos y deformaciones de cualquier problema numérico.

### 2.2.5.2 Elástico no lineal isotrópico

Las relaciones elásticas no lineales son aquellas en las cuales, aún no habiendo deformaciones permanentes, no existe proporcionalidad entre los esfuerzos y las deformaciones resultantes. En elasticidad no lineal, el tensor de rigidez elástico ya no es una matriz de coeficientes constantes, sino que estos coeficientes dependen de los esfuerzos y/o de las deformaciones.

En el modelo usado, el esfuerzo efectivo volumétrico  $P'$  varía como una función exponencial de la deformación volumétrica (fig. 2.1)

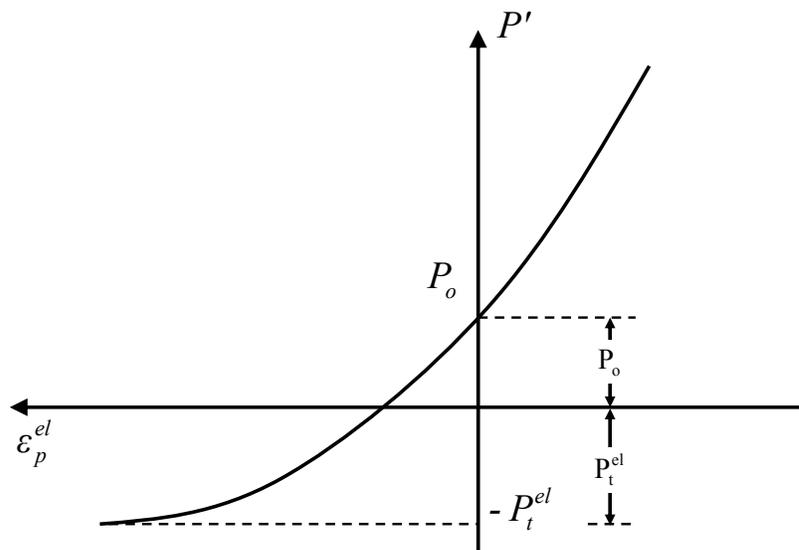
$$\frac{\kappa}{(1 + e_o)} \ln\left(\frac{P_o + P_t^{el}}{P' + P_t^{el}}\right) = J^{el} - 1 \quad (2.13)$$

siendo

$$P' = -\frac{1}{3} \text{tr}(\sigma'_{ij}) = -\frac{1}{3} (\sigma'_{11} + \sigma'_{22} + \sigma'_{33}) \quad (2.14)$$

$$J^{el} = \exp(\varepsilon_p^{el}) = \frac{1 + e}{1 + e_o} \quad (2.15)$$

donde  $\kappa$  es el coeficiente de compresibilidad elástica,  $e$  es la relación de vacíos,  $e_o$  es la relación de vacíos inicial,  $P_o$  es el esfuerzo volumétrico inicial,  $P_t^{el}$  es la resistencia a la tensión elástica,  $\text{tr}()$  es la traza o suma de las componentes diagonales del tensor entre paréntesis,  $J^{el}$  representa el cambio de volumen elástico,  $\varepsilon_p^{el}$  es la deformación volumétrica elástica.



**Figura 2.1:** Comportamiento elástico no-lineal del esfuerzo efectivo volumétrico  $P'$ .

### 2.2.5.3 Elastoplástico: Cam-Clay modificado

Una de las principales limitaciones de los modelos elásticos es que estos no describen la aparición de las deformaciones permanentes cuando se aplican cargas más allá del límite elástico del material. Además, no muestran el proceso de endurecimiento que ocurre una vez alcanzado el límite elástico. Para superar esta limitación se recurre a modelos elastoplásticos en los que se incluyen deformaciones plásticas, y variables internas que describen los mecanismos de endurecimiento del material (Parra, 1999).

El modelo modificado de Cam-Clay (Burland y Roscoe, 1968) es una extensión de los modelos de estados críticos originalmente desarrollados por Roscoe y Schofield (1963) en la Universidad de Cambridge. Aunque este modelo fue inicialmente concebido para describir el comportamiento esfuerzo y deformación de arcillas no consolidadas, reproduce en forma aproximada las principales características del comportamiento de arenas no consolidadas, como lo es el cambio de rigidez propio de la transición de una fase elástica a una plástica, y el cambio de volumen contractivo a altas presiones de confinamiento, debido a la aplicación de esfuerzos cortantes. Cam-Clay es un modelo de plasticidad asociada, de aquí que la superficie de fluencia es idénticamente igual al potencial plástico. La ley de endurecimiento es isotrópica, lo que significa que el tamaño de la superficie de fluencia aumenta, pero la superficie no cambia su posición. El tamaño de la superficie de fluencia cambia sólo si se produce un cambio en las deformaciones volumétricas plásticas (endurecimiento volumétrico). Los cambios en las deformaciones cortantes plásticas no producen endurecimiento. Esta es una limitación importante del modelo Cam-Clay cuando se utiliza en arenas no consolidadas. En éstas, el endurecimiento está asociado tanto a deformaciones volumétricas plásticas como cortantes.

La superficie de fluencia en este modelo es una función del esfuerzo efectivo volumétrico o hidrostático, del esfuerzo cortante o desviador y de otros parámetros en general. La expresión de la superficie de fluencia viene dada como:

$$F(P', Q, a) = \frac{Q^2}{M^2} + P'^2 - 2P' a = 0 \quad (2.16)$$

donde  $Q$  es el esfuerzo cortante definido mediante las siguiente expresión:

$$Q = \frac{(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2}{2} + 3(\tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 + \tau_{12}^2), \quad (2.17)$$

y  $M$  es una constante del material y viene dada en función del ángulo de fricción interna,  $\phi$ , según la siguiente expresión:

$$M = \frac{6 \text{ Sen } \phi}{3 - \text{Sen } \phi}, \quad (2.18)$$

y  $a$  es un parámetro de endurecimiento y está asociado a la presión de consolidación ( $P_c = 2a$ ). Este parámetro puede aumentar durante la fase de contracción o disminuir en la fase de dilatación, caracterizando de esta manera el endurecimiento o ablandamiento del material.

La función de fluencia en el plano  $P'$ - $Q$  (fig. 2.2) representa una familia de elipses que pasan por el origen de coordenadas, tomando un valor máximo para  $P' = a$  (ver también la superficie de fluencia en el plano octaédrico y su proyección sobre el mismo plano, figs. 2.3 y 2.4, respectivamente).

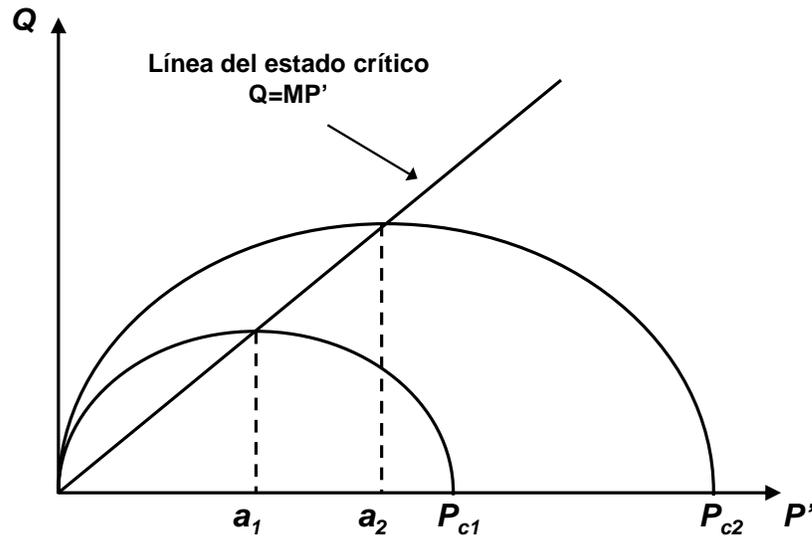


Figura 2.2: Superficie de fluencia en el plano  $P'$ - $Q$ .

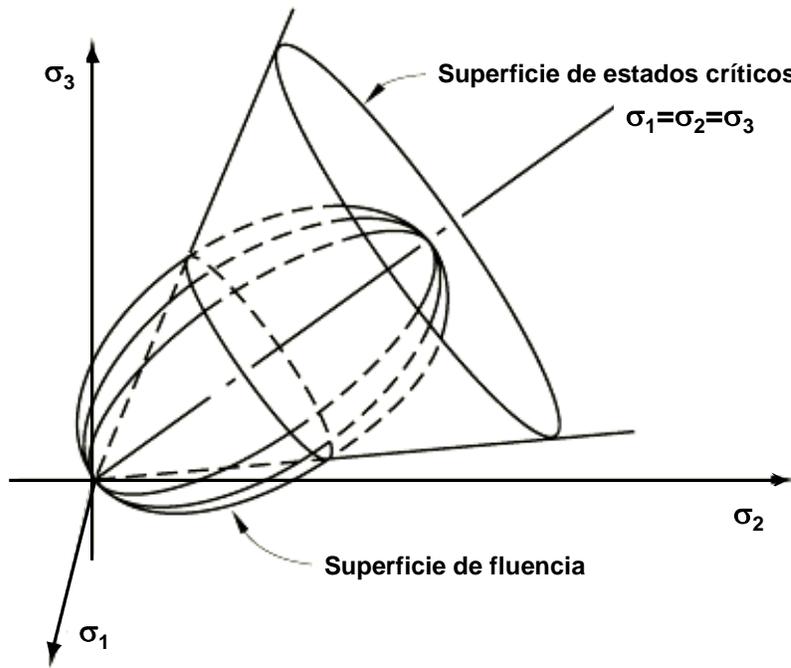


Figura 2.3: Superficie de fluencia en el plano octaédrico.

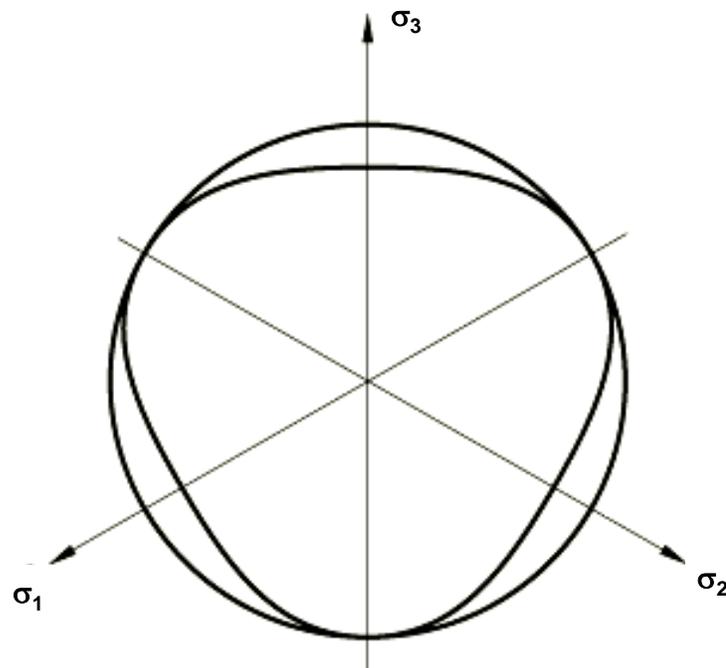


Figura 2.4: Proyección de la superficie de fluencia sobre el plano octaédrico.

El material dentro de la elipse (o elipsoide dependiendo del plano) se considera linealmente elástico. Fuera de la elipse, los incrementos de deformación plástica causan la evolución de la superficie de fluencia según la siguiente expresión:

$$a = a_0 \exp \left[ (1 + e_o) \frac{I - J^{pl}}{\lambda - \kappa J^{pl}} \right] \quad (2.20)$$

donde  $a_0$  define la posición inicial de la superficie de fluencia (y está asociado a la presión de preconsolidación,  $P_{co}$ ),  $\kappa$  es el coeficiente de compresibilidad elástica,  $\lambda$  es el coeficiente de compresibilidad plástica,  $e_o$  es la relación de vacíos inicial, y  $J^{pl}$  representa el cambio de volumen plástico.

Estos parámetros pueden obtenerse de la calibración de resultados de laboratorio, obtenidos a partir de ensayos a compresión hidrostática (un ensayo a compresión edométrica también es aceptable), y compresión triaxial realizados sobre muestras cilíndricas de arena no consolidada. El ensayo a compresión hidrostática, el cual se realiza aplicando presión a la muestra igual en todas sus direcciones, provee la posición inicial de la superficie de fluencia,  $a_0$ , y permite determinar los coeficientes de compresibilidad elástica y plástica,  $\kappa$  y  $\lambda$ . El modelo de Cam-Clay admite que bajo condiciones de deformación hidrostática tanto los cambios elásticos y plásticos de la relación de vacíos varían linealmente con el logaritmo natural del esfuerzo efectivo volumétrico, como se muestra en la figura (2.5). Las pendientes de las líneas de consolidación elástica y plástica se denotan como  $\kappa$  y  $\lambda$ , respectivamente. Por otro lado, el ensayo a compresión triaxial realizado a diferentes trayectorias de esfuerzos permite la calibración de la pendiente de la línea de estados críticos,  $M$ . La trayectoria de esfuerzos es una representación simplificada de la evolución del estado de esfuerzos de un elemento de roca durante un proceso de carga.

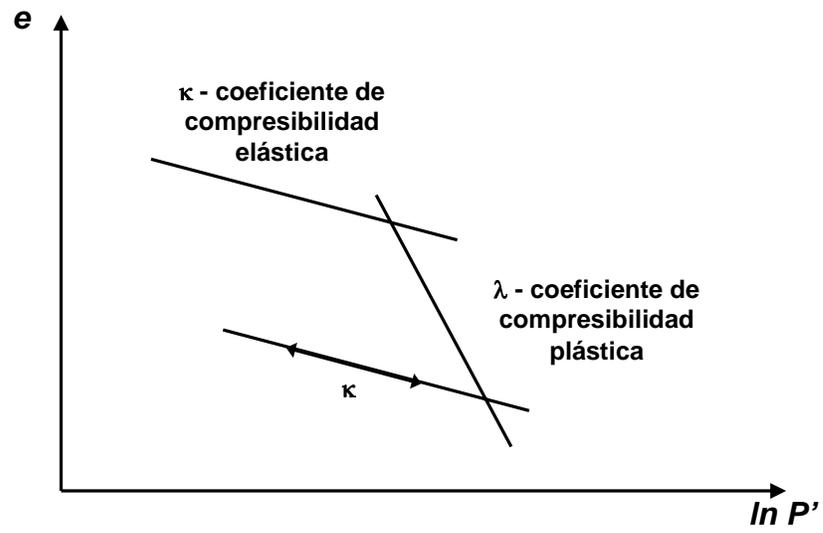


Figura 2.5: Ensayo de consolidación hidrostática.

# Capítulo III

## Modelo Geomecánico

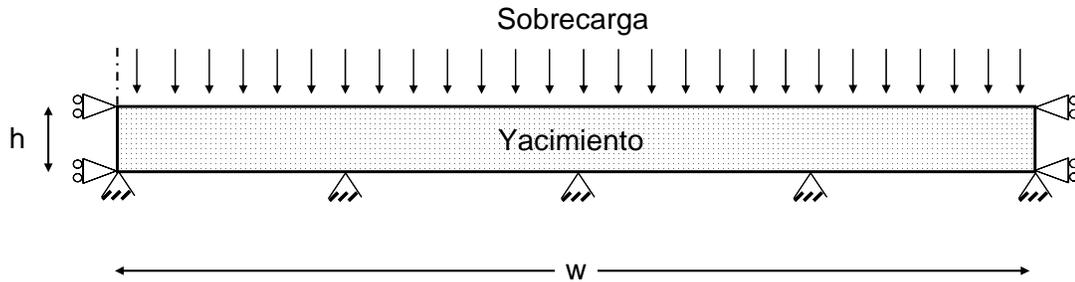
En este capítulo se propone un modelo geomecánico simplificado de un yacimiento típico de la Faja del Orinoco. Este modelo es una herramienta numérica que permite, en primer lugar, determinar las diferentes curvas de compresibilidad de la formación y, en segundo lugar, analizar la sensibilidad de la compresibilidad a variables de tipo geomecánico que no son posibles considerar en un simulador convencional de yacimientos.

### 3.1 Definición de la geometría y los modelos de estudio

En el subsuelo, la roca yacimiento representa una unidad geológica, porosa y permeable, capaz de contener hidrocarburos. Ésta se encuentra rodeada por una roca impermeable capaz de controlar la migración de los hidrocarburos hacia la superficie o de manera lateral (las lutitas por su condición de baja permeabilidad son sellos por excelencia). Por lo general, esta unidad geológica tiene geometría irregular y es necesario idealizarla de alguna forma racional para poder estudiar y predecir el comportamiento de la roca y sus fluidos.

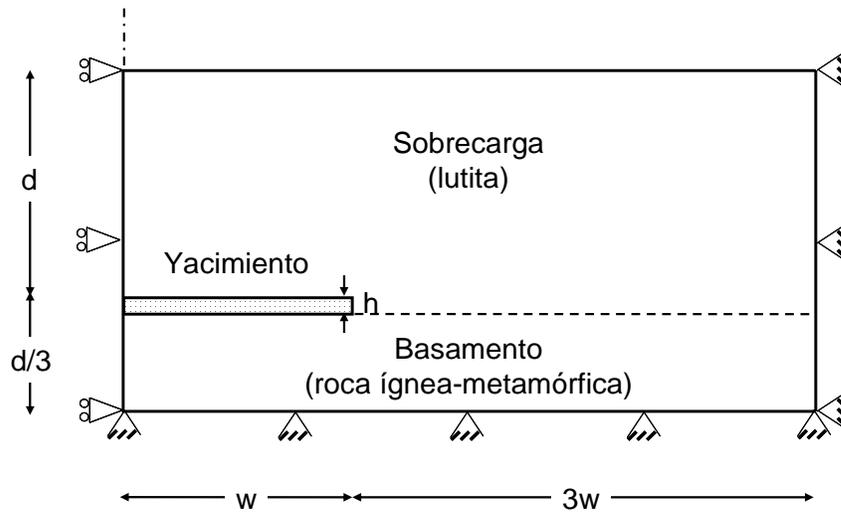
En este trabajo se parte de una geometría bidimensional simétrica, de un yacimiento infinito en longitud y con sección transversal rectangular como se muestra en la figura 3.1. Desde el punto de vista de mecánica del continuo, las condiciones corresponden a deformación plana (deformación nula en la dirección normal al plano analizado). Este primer modelo, denominado ‘solo yacimiento’, corresponde a un yacimiento de ancho igualmente infinito. El material suprayacente al yacimiento o sobrecarga (lutita) tiene una rigidez muy baja, por lo tanto, puede ser considerada nula, y el material subyacente a éste o basamento (roca ígnea-metamórfica) se considera infinitamente rígido. Este modelo representa la condición más favorable

para la ocurrencia del fenómeno de compactación y se puede aproximar aplicando una carga constante sobre el tope del yacimiento. En cuanto a las condiciones de apoyo, se restringen los desplazamientos horizontales en el eje de simetría y en la cara lateral derecha del yacimiento, y los desplazamientos horizontales y verticales en la base del yacimiento.



**Figura 3.1:** Geometría y condiciones de apoyo de un yacimiento de ancho infinito y carga constante (modelo 'solo yacimiento').

Una geometría alterna puede corresponder a la de un yacimiento igualmente infinito en longitud y con sección transversal rectangular, pero de ancho finito (fig. 3.2). Este segundo modelo, denominado modelo 'completo', es más representativo de la realidad, ya que la mayoría de los yacimientos están limitados lateralmente. El material de la sobrecarga (lutita) tiene una rigidez igualmente finita. En cuanto a las condiciones de apoyo se restringen los desplazamientos horizontales en el eje de simetría, y los desplazamientos horizontales y verticales en la cara derecha del modelo y en la parte inferior del basamento.



**Figura 3.2:** Geometría y condiciones de apoyo del yacimiento y sus alrededores (modelo ‘completo’).

### 3.2 Definición de las propiedades del yacimiento y sus fluidos

Las propiedades del yacimiento corresponden a las propiedades de un yacimiento típico de la Faja del Orinoco (Charlez, 1997; Dusseault 2001). El yacimiento yace a una profundidad  $d$  somera de 1.968,5 pies (600 m) y está constituido fundamentalmente por arenas no consolidadas altamente permeables (3 Darcies) y porosas (30 %). El ancho del yacimiento  $w$ , corresponde a dos veces la profundidad y es de 3.937 pies (1.200 m), y el espesor del yacimiento  $h$ , también es un valor representativo de los yacimientos de la zona y es de 98,43 pies (30 m).

El fluido del yacimiento es crudo pesado de una gravedad de 10 °API, altamente viscoso, aproximadamente 1.000 cP a condiciones de yacimiento. Estos valores se muestran en la Tabla 3.1.

**Tabla 3.1:** Propiedades del yacimiento y sus fluidos.

Parámetro	Descripción	Valor
d	Profundidad	1.968,5 pies (600 m)
w	Ancho	3.937 pies (1200 m)
h	Espesor	98,43 pies (30 m)
n	Porosidad	30 (%)
k	Permeabilidad	3 D
$\mu$	Viscosidad	1.000 cP
$p_0$	Presión inicial del yacimiento	827 psi (5,7 MPa)

### 3.3 Definición de las propiedades mecánicas del yacimiento y sus alrededores

El comportamiento mecánico del yacimiento se describe por medio de dos tipos de relaciones constitutivas: elástica lineal isotrópica y elastoplástica. En el primer caso, los parámetros que definen este tipo de relación constitutiva corresponden al módulo de Young y la relación de Poisson. Para el módulo de Young, se usaron dos valores límites: 7,25 Kpsi (50 MPa) (yacimiento blando), y 123,25 Kpsi (850 MPa) (yacimiento rígido). El segundo caso, corresponde al modelo modificado de Cam-Clay (Burland y Roscoe, 1968), el cual se basa en la teoría de mecánica de suelos en estado crítico. Los parámetros de este modelo son los obtenidos de la calibración de los resultados de ensayos triaxiales drenados realizados sobre muestras de arena no consolidada del área de Zuata en la Faja del Orinoco (Charlez, 1997). La figura 3.3 muestra la calibración del modelo Cam-Clay modificado para diferentes valores de presión de confinamiento. Como se muestra, los diferentes puntos que definen el estado crítico están perfectamente alineados y determinan un valor de  $M=1,16$ . Los coeficientes de compresibilidad elástica y plástica,  $\kappa$  y  $\lambda$ , corresponden a los obtenidos de la calibración de ensayos a compresión edométrica:  $\kappa=0,021$  y  $\lambda=0,12$ . Se consideran dos valores límites para definir la posición inicial de la superficie de fluencia: 684 y 910 psi (4,7 y 6,3 MPa). Estos valores corresponden a una erosión de 250 pies (76,2 m) (Faustino, 1993) y 984,25 pies (300 m) (Dusseault, 2001), los cuales reflejan un cambio de esfuerzo efectivo vertical entre 145 y 580 psi (1 y 4

MPa), para el correspondiente nivel de erosión estimado. La relación de Poisson es igual a 0,3 en ambos casos. Estos valores se muestran en la Tabla 3.2.

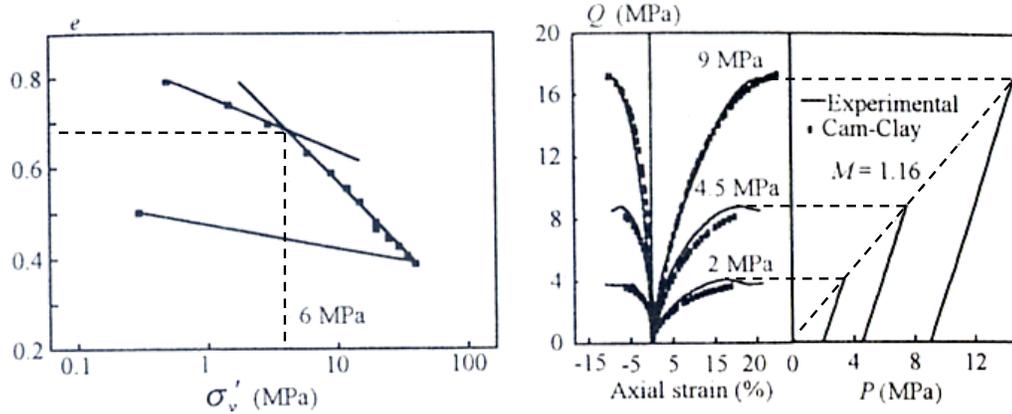


Figura 3.3: Calibración del modelo Cam-Clay (Charlez, 1997).

Tabla 3.2: Propiedades mecánicas del yacimiento.

Modelo	Parámetro	Descripción	Valor
Elástico	E	Módulo de Young	7,25-123,25 Kpsi (50-850 MPa)
	$\nu$	Relación de Poisson	0,3
Elastoplástico	$\nu$	Relación de Poisson	0,3
	$\kappa$	Coefficiente de compresibilidad elástica	0,021
	$\lambda$	Coefficiente de compresibilidad plástica	0,12
	<b>M</b>	Pendiente de la línea de estados críticos	1,16
	$a_0$	Posición inicial de la superficie de fluencia	684-910 psi (4,7-6,3 MPa)

El comportamiento mecánico de la sobrecarga (lutita) y del basamento (roca ígnea-metamórfica) se modela empleando una relación constitutiva elástica lineal isotrópica. En el caso de la lutita, se usan dos valores límites de módulo de Young,

36,25 y 725 Kpsi (250 y 5.000 MPa), y una relación de Poisson de 0,25. El basamento se modela usando un valor de módulo de Young de 2.030 Kpsi (14 GPa) y una relación de Poisson de 0,2. Estos valores se muestran en la Tabla 3.3.

**Tabla 3.3:** Propiedades mecánicas de la sobrecarga y del basamento.

Estrato	Parámetro	Descripción	Valor
Sobrecarga	E	Módulo de Young	36,25-725 Kpsi (250-5.000 MPa)
	$\nu$	Relación de Poisson	0,25
Basamento	E	Módulo de Young	2.030 Kpsi (14 GPa)
	$\nu$	Relación de Poisson	0,2

### 3.4 Definición de las cargas

En el modelo se incluyen las cargas debidas al peso de los sedimentos, de los fluidos y una caída de presión uniforme en el yacimiento que corresponde al 75 % del valor inicial de la presión de poros, y que representa el proceso de extracción de crudo. Esta disminución en la presión de poros se mantiene durante 25 años, período en el cual se estudia la nueva distribución de esfuerzos, deformaciones y presiones de poro producidas por el proceso de extracción de crudo. En el modelo se desprecian los efectos térmicos y se supone que el yacimiento tiene una frontera impermeable.

### 3.5 Análisis mediante el Método de Elementos Finitos

Como se mencionó en el capítulo anterior, el Método de Elementos Finitos (MEF) permite transformar un modelo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado. Esta transformación se denomina discretización del modelo, y consiste en dividir el medio continuo en un número finito de elementos bidimensionales (2D) o tridimensionales (3D) por medio de una malla. La creación de la malla representa el primer paso en la aplicación del MEF. En este trabajo, el modelado de la geometría anteriormente descrita se realiza con ABAQUS, así como el mallado, la asignación de

propiedades, cargas y condiciones de borde. ABAQUS contiene una extensa librería de elementos que cubre las aplicaciones convencionales del análisis de medios continuos. El análisis se hizo usando elementos sólidos 2D de ocho nodos. Los grados de libertad activos son: desplazamientos verticales y horizontales, y presión de poros. El campo de desplazamientos verticales y horizontales se calcula en todos los nodos, mientras que el campo de presiones de poro se calcula únicamente en los nodos de las esquinas.

### **3.6 Análisis del error en la discretización del problema**

Las fuentes de error en el análisis de problemas empleando el MEF son diversas. Los errores en la discretización del modelo es uno de los más comunes. Estos errores están relacionados con el tamaño y la relación de aspecto (o de forma) de los elementos. Este problema se resuelve aumentando el mallado o refinándolo en las zonas conflictivas (o zonas de variación rápida de la solución). En este sentido, se realizaron varios análisis de sensibilidad para densidades de malla crecientes, duplicando prácticamente el número de divisiones, *div*, en cada caso en relación al anterior. Para ello, se empleó la técnica de mallado adaptativo-h, la cual consiste en la reducción del error actuando directamente sobre el tamaño del elemento y manteniendo su relación de aspecto. En las figuras 3.4, 3.5, 3.6 y 3.7 se muestran las diferentes mallas usadas en el análisis. El análisis se hizo para el caso yacimiento de ancho finito (modelo completo), elastoplástico con un valor de posición inicial de la superficie de fluencia de 910 psi (6,3 MPa), y un valor de rigidez de la sobrecarga (lutita) de 36,25 kpsi (250 MPa).

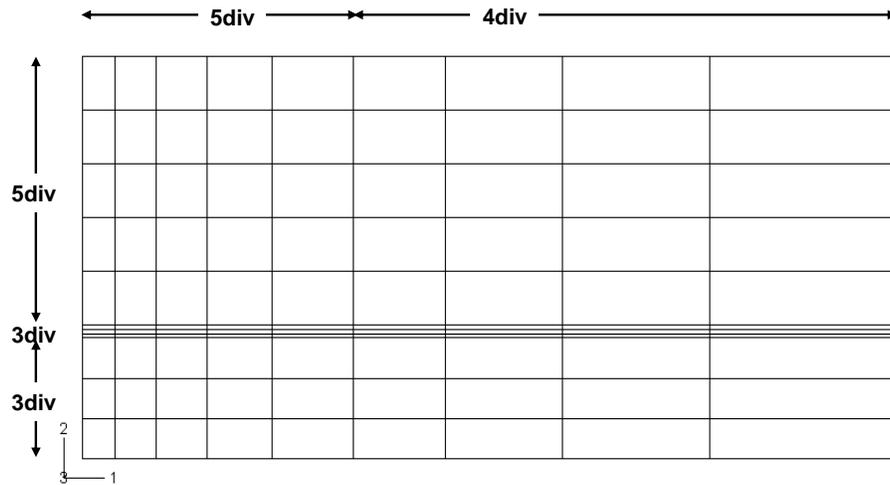


Figura 3.4: Malla 1 de elementos finitos (99 elementos).

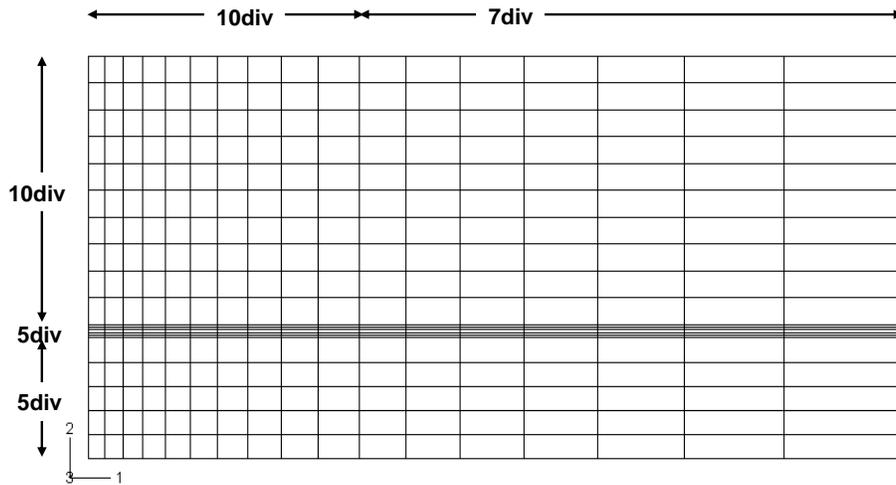
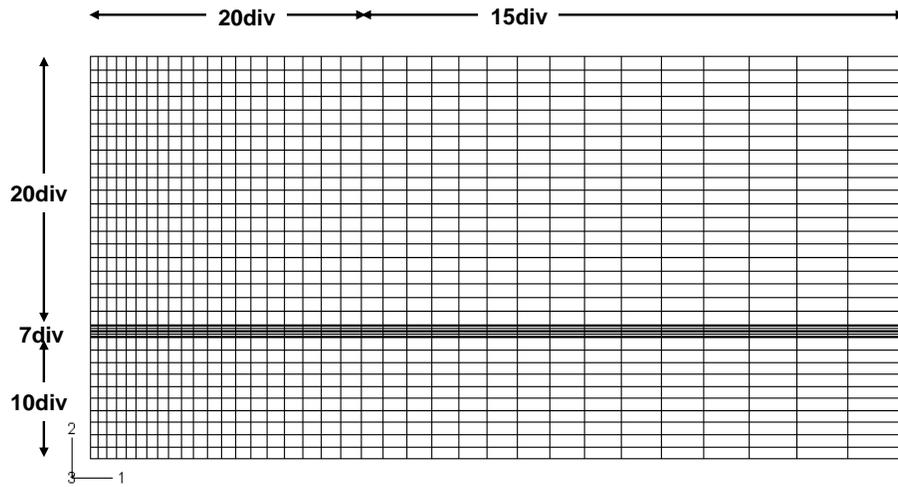
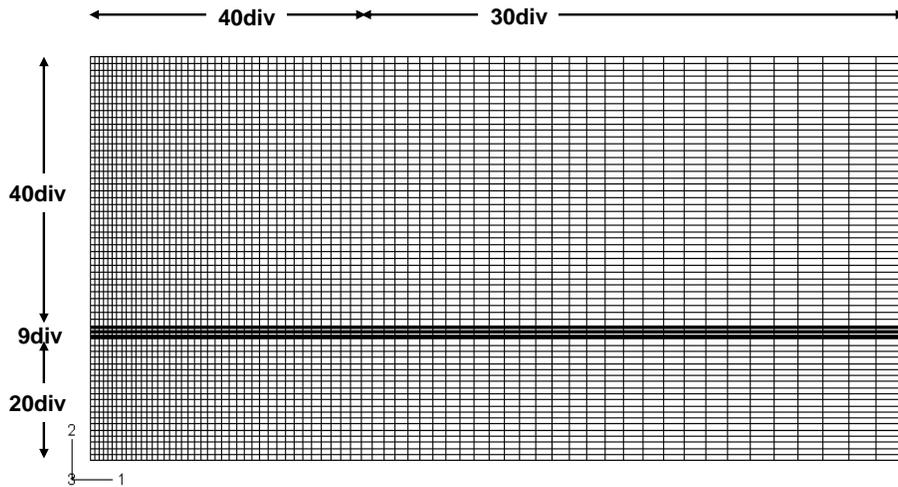


Figura 3.5: Malla 2 de elementos finitos (340 elementos).

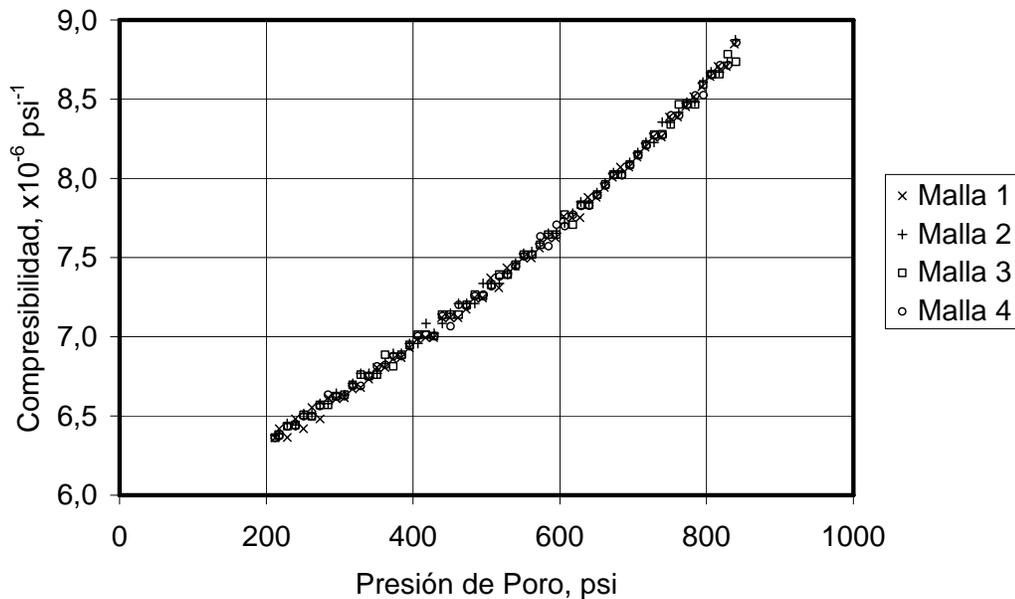


**Figura 3.6:** Malla 3 de elementos finitos (1.295 elementos).

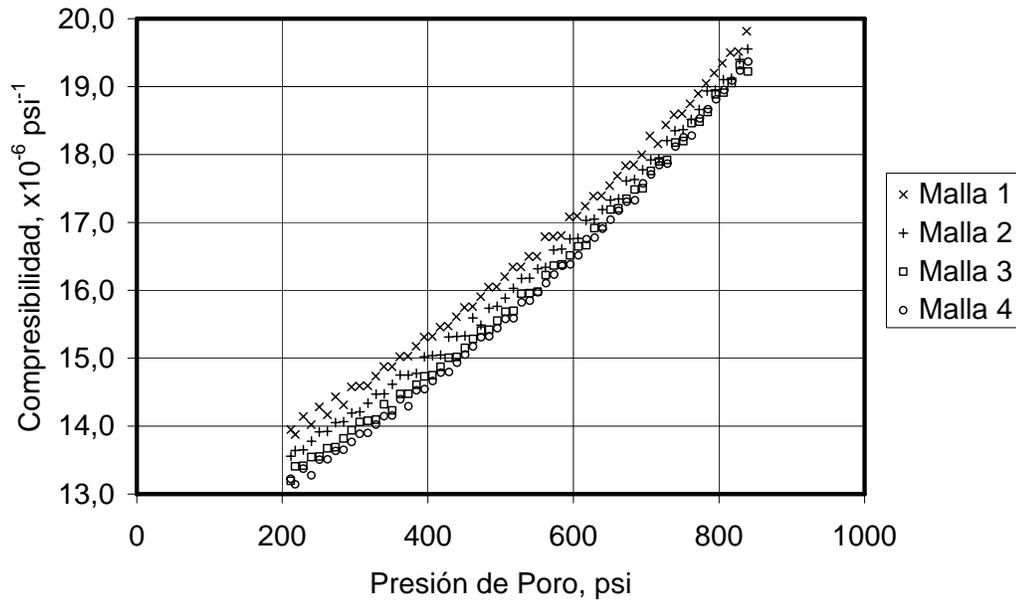


**Figura 3.7:** Malla 4 de elementos finitos (4.830 elementos).

Para determinar la malla óptima, se compararon los resultados de compresibilidad volumétrica obtenidos con cada malla. Las figuras 3.8 y 3.9 muestran las curvas de compresibilidad volumétrica en el centro y en uno de los flancos del yacimiento en función de la presión de poros, respectivamente. En el centro del yacimiento, donde la condición de deformación es uniaxial, los resultados convergen a una única solución. En el flanco del yacimiento, donde la condición de deformación es hidrostática, existe una mayor discrepancia entre los resultados. Sin embargo, los resultados convergen hacia los valores obtenidos con las mallas 3 y 4. En este sentido, se seleccionó la malla 3 como la mejor solución (malla óptima), debido a la calidad de los resultados y menor tiempo de ejecución. En el caso de la malla 1, la diferencia promedio en los resultados obtenidos de compresibilidad volumétrica comparados con la malla óptima (malla 3) es de aproximadamente 3,28 %, mientras que en el caso de la malla 2, la diferencia promedio es de aproximadamente 1,47 %. La diferencia promedio entre las mallas 3 y 4 es menor de 0,5 %.



**Figura 3.8:** Compresibilidad volumétrica en función de la presión de poro obtenida en el centro del yacimiento.



**Figura 3.9:** Compresibilidad volumétrica en función de la presión de poro obtenida en unos de los flancos del yacimiento.

### 3.7 Definición de los casos de estudio

A continuación se describen los diferentes casos a estudiar con el fin de ilustrar la sensibilidad de la compresibilidad volumétrica a algunas de las variables geomecánicas, a saber: a) el tipo de relación constitutiva: elástica o elastoplástica, b) el cambio de rigidez del yacimiento y sus alrededores, y c) la posición inicial de la superficie de fluencia. De esta forma, y en base a los modelos descritos anteriormente, se tienen los siguientes casos:

- 1) Yacimiento elástico de ancho infinito (modelo ‘solo yacimiento’). Para este caso, se analizan dos valores límites de módulo de Young: yacimiento blando ( $E=7,25 \text{ Kpsi}$ ) y yacimiento rígido ( $E=123,25 \text{ Kpsi}$ ). La sobrecarga tiene una rigidez nula, y el basamento se considera infinitamente rígido.
- 2) Yacimiento elastoplástico de ancho infinito (modelo ‘solo yacimiento’). En este caso, se analizan dos valores límites de la posición inicial de la superficie de fluencia: 684 y 910 psi. Al igual que el caso anterior, la

sobrecarga tiene una rigidez nula, y el basamento se considera infinitamente rígido.

- 3) Yacimiento elástico de ancho finito y sobrecarga blanda (modelo ‘completo’). Para este caso, se analizan dos valores límites de módulo de Young: yacimiento blando ( $E=7,25$  Kpsi) y yacimiento rígido ( $E=123,25$  Kpsi). La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 36,25 y 2.030 Kpsi, respectivamente.
- 4) Yacimiento elástico de ancho finito y sobrecarga rígida (modelo ‘completo’). Al igual que el caso anterior, se analizan dos valores límites de módulo de Young: yacimiento blando ( $E=7,25$  Kpsi) y yacimiento rígido ( $E=123,25$  Kpsi). La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 725 y 2.030 Kpsi para estos materiales, respectivamente.
- 5) Yacimiento elastoplástico de ancho finito y sobrecarga blanda (modelo ‘completo’). En este caso se analizan dos valores límites de la posición inicial de la superficie de fluencia: 684 y 910 psi. La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 36,25 y 2.030 Kpsi, respectivamente.
- 6) Yacimiento elastoplástico de ancho finito y sobrecarga rígida (modelo ‘completo’). Al igual que el caso anterior, se analizan dos valores límites de la posición inicial de la superficie de fluencia: 684 y 910 psi. La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 725 y 2.030 Kpsi, respectivamente.

### 3.8 Análisis de resultados

En la figura 3.10 se muestran las diferentes curvas de compresibilidad volumétrica obtenidas para cada uno de los casos y subcasos descritos en el aparte anterior. Las figuras 3.10.a y 3.10.b muestran los resultados correspondientes a un yacimiento de ancho infinito (modelo ‘solo yacimiento’). En ambos casos, la condición de

deformación para cada punto en el yacimiento es uniaxial. En la figura 3.10.a el material del yacimiento es idealizado considerando un comportamiento elástico lineal isotrópico, y se evalúa la influencia que tiene la rigidez de este material sobre la compresibilidad volumétrica. Los resultados obtenidos indican que a medida que la rigidez del material aumenta, el yacimiento se vuelve menos compresible. También se observa cómo, a medida que la presión de poros disminuye, hay una disminución gradual de la compresibilidad. Esta tendencia es menos pronunciada para una rigidez mayor. En este caso, la compresibilidad volumétrica puede ser asumida constante durante la etapa de agotamiento del yacimiento.

En la figura 3.10.b, el yacimiento se modela asumiendo un comportamiento elastoplástico, y se evalúa la influencia de la incertidumbre asociada a la presión de preconsolidación del material,  $P_{co}$  ( $P_{co}=2a_0$ ), sobre la compresibilidad volumétrica. Si el esfuerzo efectivo volumétrico,  $P'$ , es menor que la presión o esfuerzo de preconsolidación,  $P_{co}$ , es decir si  $P' < P_{co}$ , el comportamiento del yacimiento es elástico y la compresibilidad volumétrica es baja. Si por el contrario,  $P' > P_{co}$ , el comportamiento es plástico y la compresibilidad volumétrica se incrementa significativamente. Esta tendencia se observa para un valor de la posición inicial de la superficie de fluencia,  $a_0=684$  psi. En este caso, la compresibilidad elástica es aproximadamente siete veces la compresibilidad plástica una vez que se ha alcanzado la presión de preconsolidación. En esta misma figura, se observa que para un valor de  $a_0=910$  psi, la caída de presión del yacimiento no es suficiente como para que  $P' > P_{co}$ , la cual es una condición 'sine qua non' para iniciar la plasticidad del material. En este caso, la compresibilidad volumétrica es elástica y disminuye gradualmente durante la etapa de agotamiento del yacimiento.

De la figura 3.10.c a la 3.10.j se presentan los resultados correspondientes a un yacimiento de ancho finito (modelo 'completo'). En estos casos, el basamento se modela usando un valor de módulo de Young,  $E=2.030$  Kpsi. En las figuras 3.10.c y 3.10.d se muestran los resultados de la compresibilidad volumétrica de un yacimiento elástico, determinados en el centro y en uno de los flancos del yacimiento,

respectivamente. En este caso, se evalúa la influencia que tiene la rigidez del yacimiento sobre la compresibilidad volumétrica para un valor de módulo de Young de la sobrecarga,  $E=36,25$  Kpsi. Los resultados obtenidos indican que los valores de compresibilidad en función de la presión de poros, determinados en el centro del yacimiento, son similares a los valores obtenidos para el caso de un yacimiento elástico de ancho infinito (fig. 3.10.a). En general, se puede apreciar que los valores de compresibilidad determinados en el flanco del yacimiento son poco más de dos veces los valores de compresibilidad determinados en el centro del yacimiento. Esto obedece fundamentalmente, a que la condición de deformación en el centro del yacimiento es uniaxial o edométrica, mientras que en los flancos del yacimiento la condición de deformación es prácticamente hidrostática. Por otra parte, en la figura 3.11 se muestran las diferentes curvas de trayectorias de esfuerzos efectivos para un yacimiento elástico de ancho finito (modelo ‘completo’). Se observa como la trayectoria de esfuerzos,  $\mathbf{K}$ , determinada en el centro del yacimiento, es uniaxial ( $\mathbf{K}=0,43$ ), mientras que la trayectoria de esfuerzos determinada en los flancos del yacimiento es aproximadamente hidrostática ( $\mathbf{K}$  entre 0,80 y 0,84).

Estos resultados son consistentes con la teoría de elasticidad y las relaciones entre los módulos elásticos:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (3.1)$$

$$M = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.2)$$

donde  $E$  es el módulo de Young,  $\nu$  es la relación de Poisson,  $K$  es el módulo volumétrico, y  $M$  es el módulo uniaxial. Combinando estas expresiones se obtiene la siguiente relación entre la compresibilidad hidrostática y la uniaxial:

$$\frac{C_{pp}(\text{hidrostática})}{C_{pp}(\text{uniaxial})} = \frac{(1/K)}{(1/M)} = \frac{3(1-\nu)}{(1+\nu)} \quad (3.3)$$

Para un valor de  $\nu$  igual a 0,3, la compresibilidad hidrostática es 1,62 veces la compresibilidad uniaxial.

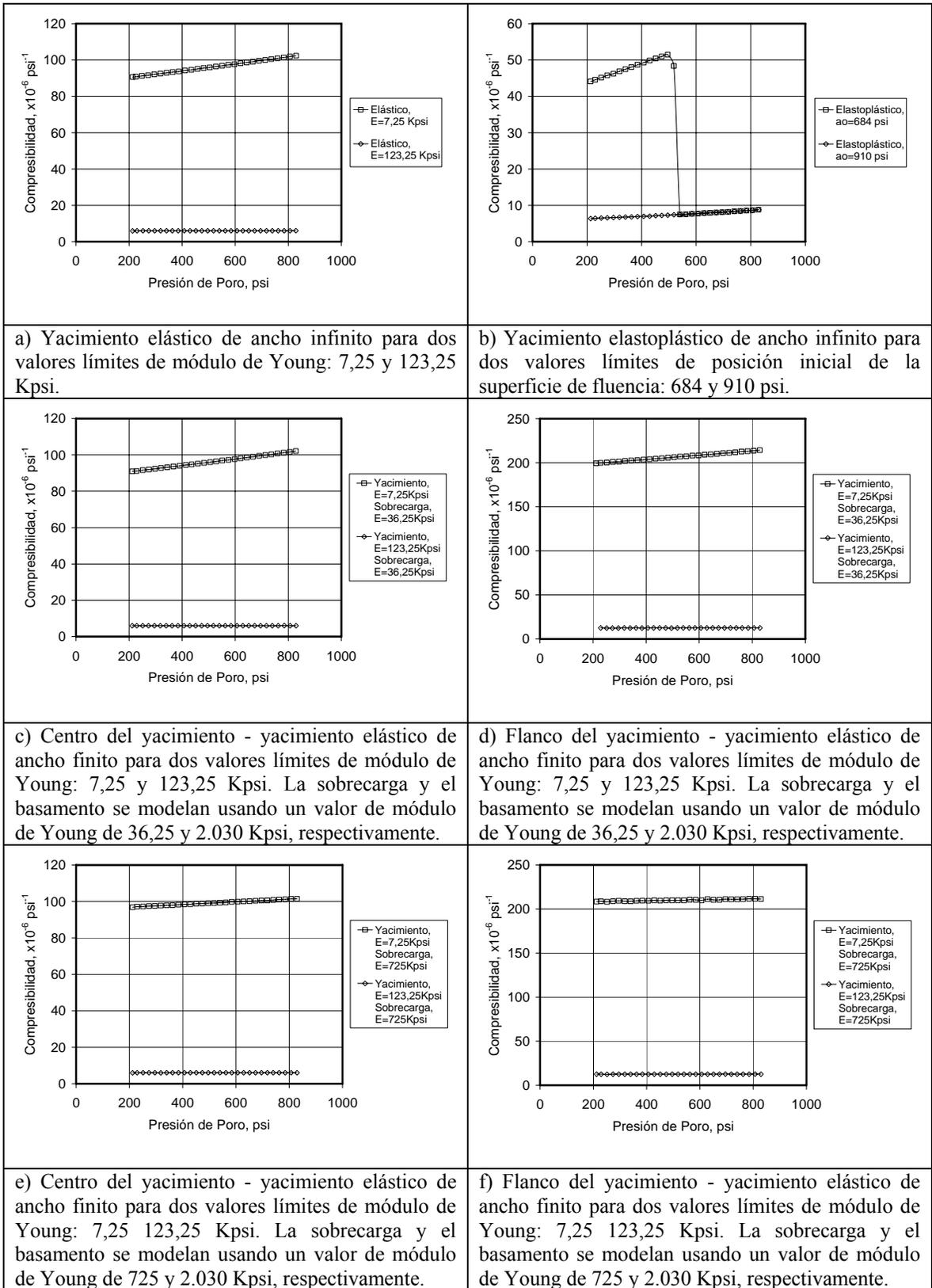
En las figuras 3.10e y 3.10.f se muestran los resultados de compresibilidad volumétrica obtenidos en el centro y en uno de los flancos del yacimiento respectivamente, para un valor de módulo de Young de la sobrecarga,  $E=725$  Kpsi. En ambos casos, la compresibilidad volumétrica puede ser asumida constante durante la etapa de agotamiento del yacimiento. Por otra parte, los resultados obtenidos para los casos sobrecarga blanda ( $E=36,25$  Kpsi) y sobrecarga rígida ( $E=725$  Kpsi), son similares y no evidencian una dependencia marcada de la compresibilidad con el cambio de rigidez de este material (ver también figuras 3.10.c y 3.10.d). No obstante, la rigidez de la sobrecarga es importante cuando se analiza el fenómeno de subsidencia, ya que determina la habilidad del material para transferir los desplazamientos verticales del tope del yacimiento a la superficie. La figura 3.12 muestra los desplazamientos verticales en superficie (tope de la sobrecarga) para un yacimiento elástico de ancho finito. Se observa cómo, a diferencia de la compresibilidad, la subsidencia o hundimiento de la superficie depende de la rigidez de la sobrecarga. Para el caso yacimiento blando ( $E=7,25$  Kpsi) y sobrecarga blanda ( $E=36,25$  Kpsi), se tiene el máximo valor de desplazamiento vertical 4,85 pies (1,48 m). Para el caso yacimiento blando ( $E=7,25$  Kpsi) y sobrecarga rígida ( $E=725$  Kpsi), el desplazamiento vertical en superficie es 1,65 pies (0,5 m). Estos valores se localizan en el centro de la cuenca de subsidencia y disminuyen en la medida que nos alejamos de ésta.

De la figura 3.10.g a la 3.10.j se muestran los resultados obtenidos para un yacimiento elastoplástico de ancho finito, y se evalúa la influencia de la incertidumbre asociada a la presión de preconsolidación del material sobre la compresibilidad volumétrica. Las figuras 3.10.g y 3.10.h muestran los resultados obtenidos en el centro y en uno de los flancos del yacimiento, respectivamente, para un valor de módulo de Young de la sobrecarga,  $E=36,25$  Kpsi. Para un valor de  $a_0=684$  psi, la compresibilidad elástica es aproximadamente siete veces la

compresibilidad plástica en el centro del yacimiento, y sólo cuatro veces en el flanco del yacimiento. En esta misma figura, se observa que para un valor de  $a_0=910$  psi, la caída de presión del yacimiento no es suficiente como para iniciar la deformación plástica del material. En este caso la compresibilidad volumétrica es elástica y disminuye gradualmente durante la etapa de agotamiento del yacimiento. En las figuras 3.10.i y 3.10.j se muestran los mismos resultados para un valor de módulo de Young de la sobrecarga,  $E=725$  Kpsi. En este caso, se obtiene un resultado interesante para un valor de  $a_0=684$  psi, en el cual la caída de presión del yacimiento no es suficiente como para iniciar la plasticidad del material hacia los flancos de éste. Probablemente, esto se deba al efecto ‘arco’. En la figura 3.13 se ilustra este efecto. En este caso, una gran parte del peso de los sedimentos del material suprayacente al yacimiento lo soporta o sustenta el material de los alrededores, lo que resulta en un incremento del esfuerzo de sobrecarga hacia los flancos del yacimiento. La figura 3.14 muestra los contornos del esfuerzo vertical o de sobrecarga. En la figura 3.14.b se puede observar cómo se incrementa el esfuerzo vertical hacia los flancos del yacimiento, a diferencia del caso anterior (fig. 3.14.a) donde este efecto es casi despreciable.

La figura 3.15 muestra las superficies iniciales de fluencia y trayectoria de esfuerzos efectivos para un yacimiento elastoplástico de ancho finito, determinadas en el centro y en uno de los flancos del yacimiento. En esta figura, también se observa cómo para un valor de la posición inicial de la superficie de fluencia,  $a_0=684$  psi, y un valor de módulo de Young de la sobrecarga,  $E=725$  Kpsi, la caída de presión del yacimiento no es suficiente como para iniciar la plasticidad del material (fig. 3.15.f)

La figura 3.16 muestra los desplazamientos verticales en superficie (tope de la sobrecarga) para un yacimiento elastoplástico de ancho finito. Para el caso donde  $a_0=684$  psi (yacimiento) y  $E=36,25$  Kpsi (sobrecarga), se tiene el máximo valor de desplazamiento vertical 1,45 pies (0,44 m). Para el caso donde  $a_0=910$  psi (yacimiento) y  $E=725$  Kpsi (sobrecarga), se tiene el mínimo valor de desplazamiento vertical 0,33 pies (0,1 m).



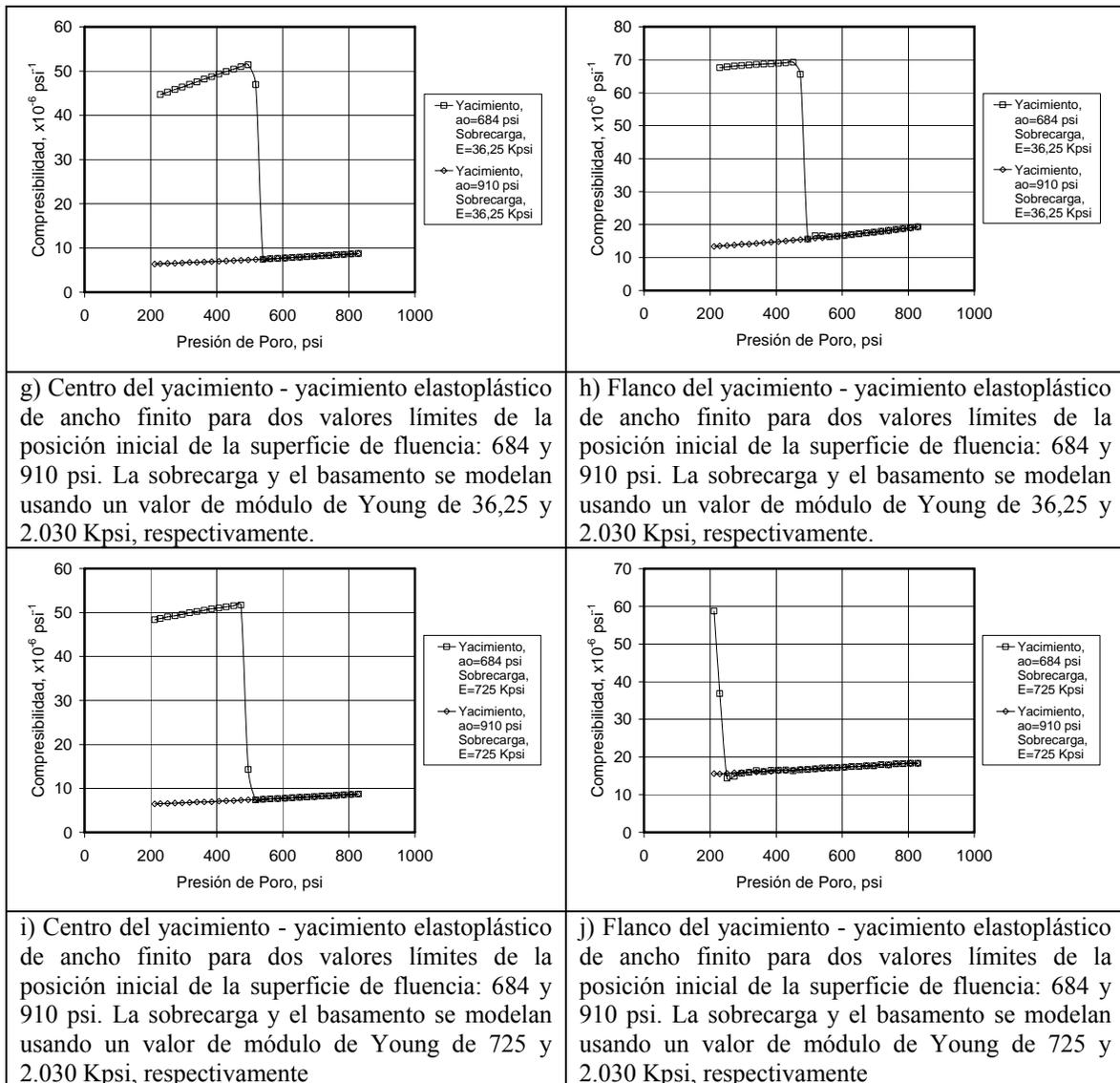
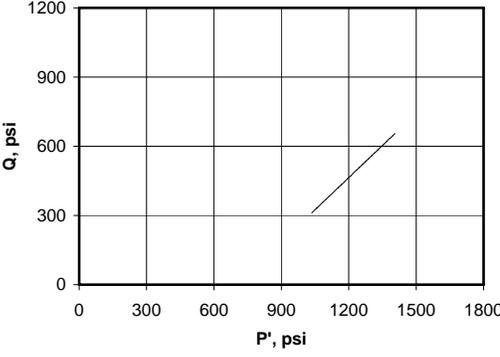
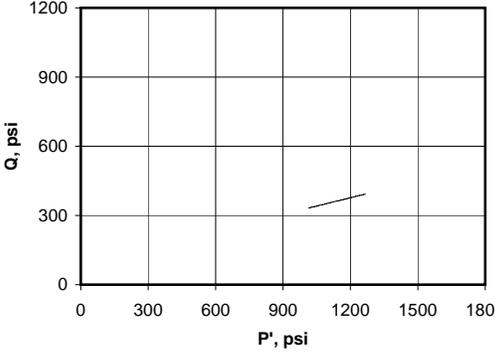
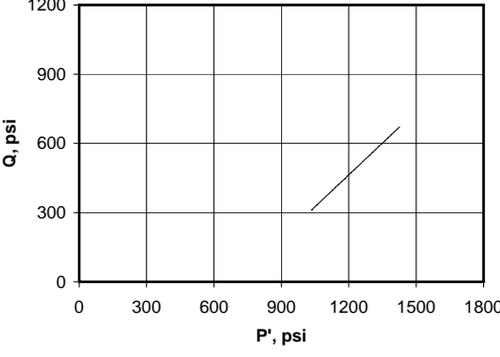
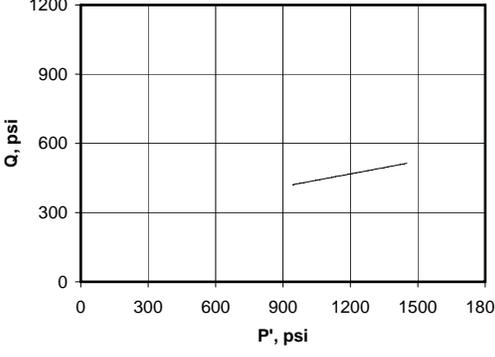
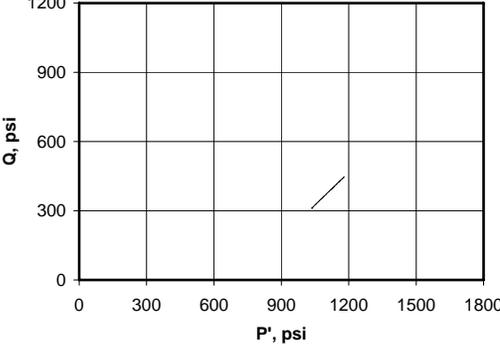
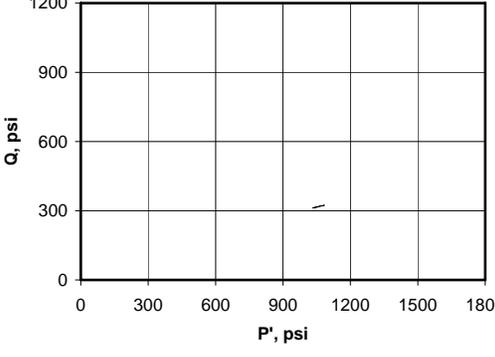
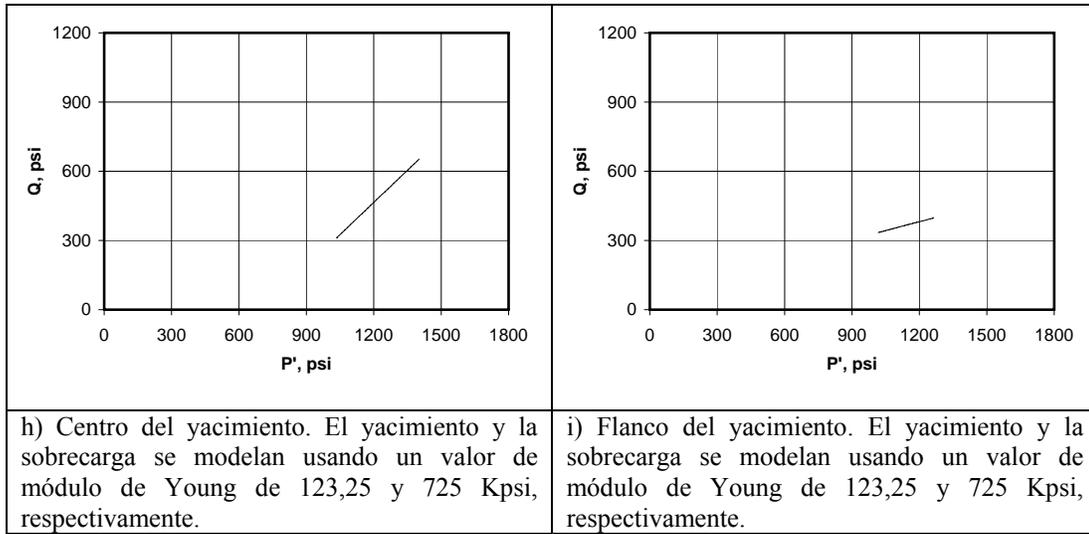
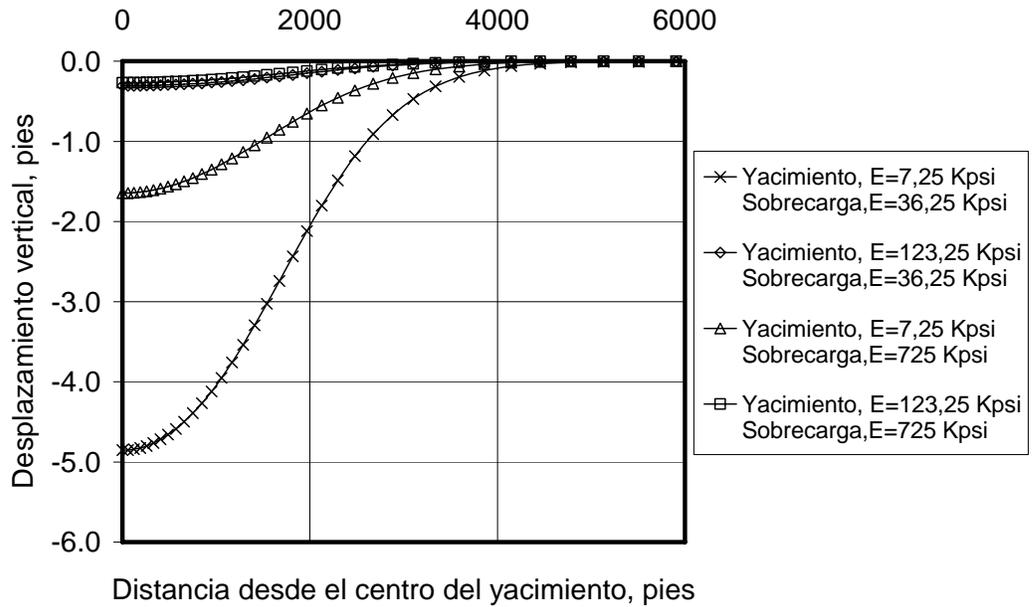


Figura 3.10: Curvas de compresibilidad volumétrica en función de la presión de poros.

	
<p>a) Centro del yacimiento. El yacimiento y la sobrecarga se modelan usando un valor de módulo de Young de 7,25 y 36,25 Kpsi, respectivamente.</p>	<p>b) Flanco del yacimiento. El yacimiento y la sobrecarga se modelan usando un valor de módulo de Young de 7,25 y 36,25 Kpsi, respectivamente.</p>
	
<p>c) Centro del yacimiento. El yacimiento y la sobrecarga se modelan usando un valor de módulo de Young de 123,25 y 36,25 Kpsi, respectivamente.</p>	<p>d) Flanco del yacimiento. El yacimiento y la sobrecarga se modelan usando un valor de módulo de Young de 123,25 y 36,25 Kpsi, respectivamente.</p>
	
<p>f) Centro del yacimiento. El yacimiento y la sobrecarga se modelan usando un valor de módulo de Young de 7,25 y 725 Kpsi, respectivamente.</p>	<p>g) Flanco del yacimiento. El yacimiento y la sobrecarga se modelan usando un valor de módulo de Young de 7,25 y 725 Kpsi, respectivamente.</p>



**Figura 3.11:** Trayectoria de esfuerzos efectivos,  $K$ , para un yacimiento elástico de ancho finito, determinadas en el centro y en uno de los flancos del yacimiento.



**Figura 3.12:** Desplazamientos verticales en superficie para un yacimiento elástico de ancho finito (modelo completo).

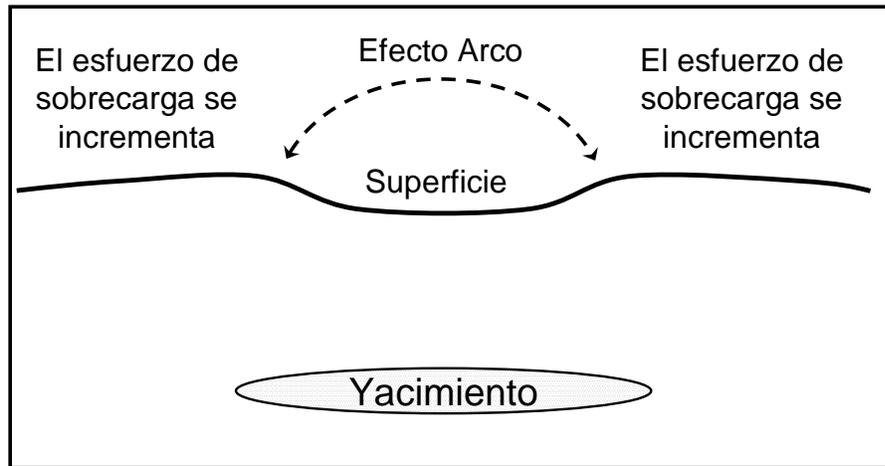


Figura 3.13: Representación del ‘efecto arco’.

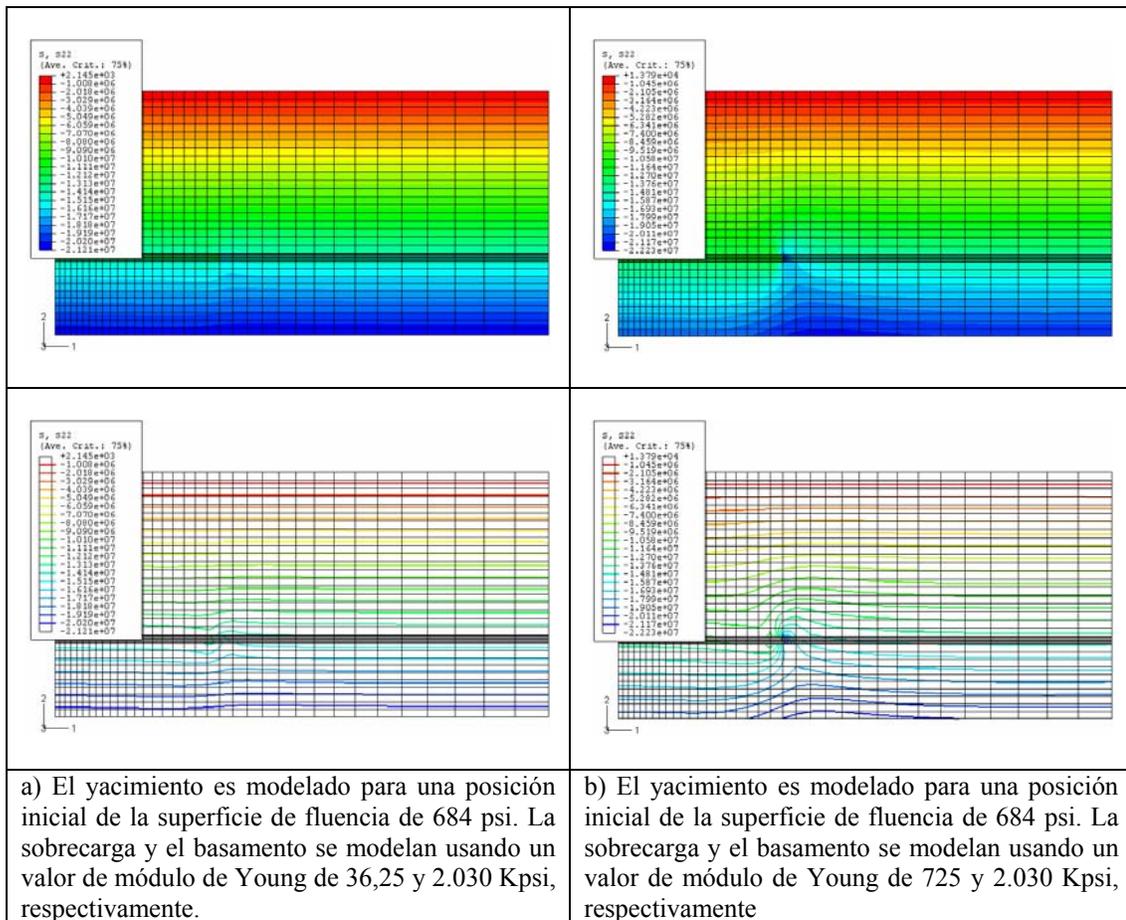
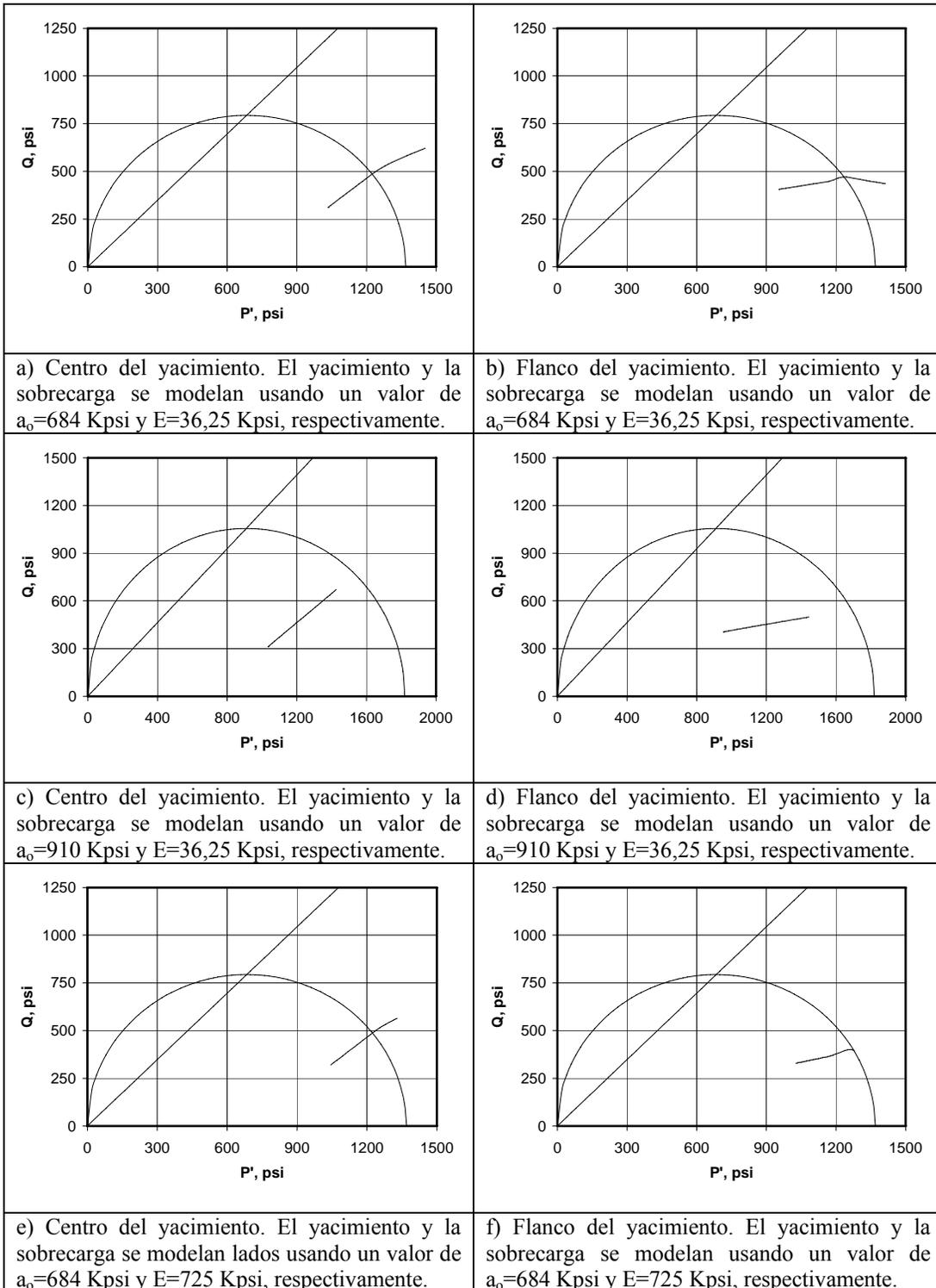
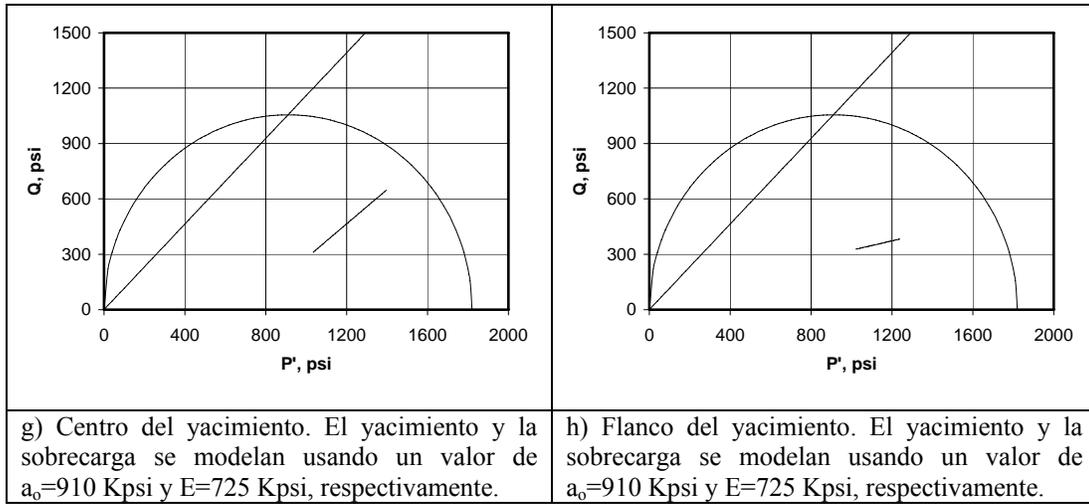
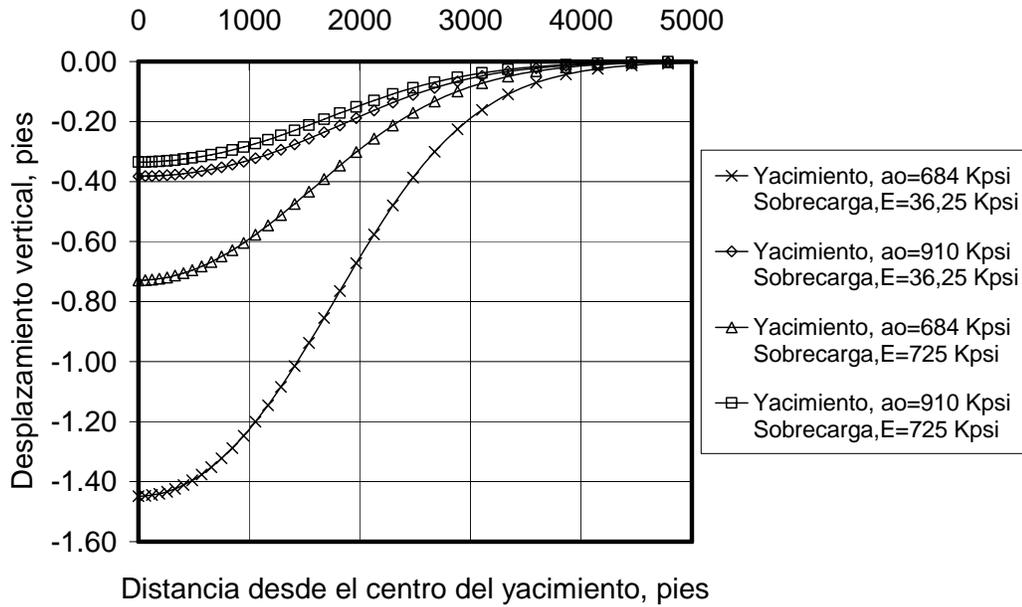


Figura 3.14: Contorno de esfuerzo vertical o de sobrecarga (Pa) para un yacimiento elastoplástico de ancho finito.





**Figura 3.15:** Superficies iniciales de fluencia y trayectoria de esfuerzos para un yacimiento elastoplástico de ancho finito, determinadas en el centro y en uno de los flancos del yacimiento.



**Figura 3.16:** Desplazamientos verticales en superficie para un yacimiento elastoplástico de ancho finito (modelo completo).

# Capítulo IV

## Perfiles de Producción

Como se mencionó en el Capítulo 1, la compresibilidad de la formación es un parámetro fundamental en la evaluación del comportamiento de yacimientos de hidrocarburos. En el caso de yacimientos marcadamente subsaturados no sometidos a mantenimiento, el efecto de la compresibilidad cobra aún mayor relevancia.

A continuación se presenta el análisis de flujo de fluidos en medio poroso para el caso de un pozo vertical localizado en un yacimiento subsaturado, a fin de ilustrar la influencia de la compresibilidad de la formación en la estimación de la tasa de producción de un pozo, y su correspondiente efecto en el recobro. El cálculo de la tasa y el tiempo de producción se efectúan utilizando la ecuación de Balance de Materiales.

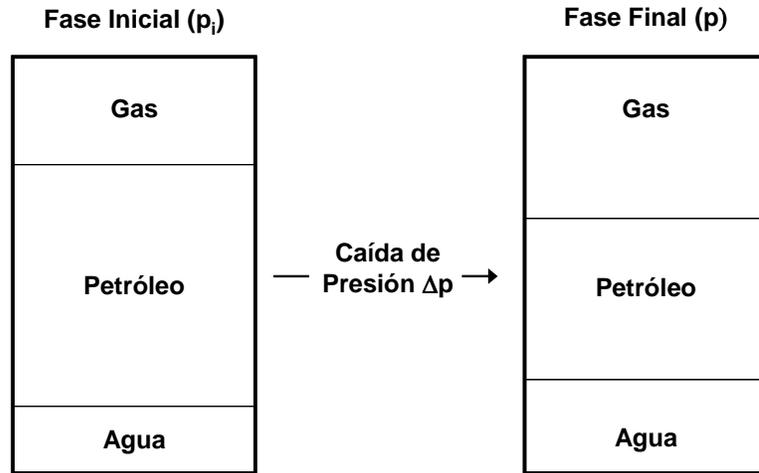
### 4.1 Balance de Materiales

El método de Balance de Materiales para el análisis de yacimientos se basa en dos principios fundamentales: la Ley de Conservación de la Masa y la Ley de la Conservación de la Energía. La aplicación de estos dos principios a yacimientos de hidrocarburos permite obtener, entre otras cosas, deducciones cuantitativas y predictivas del comportamiento de la presión y producción del yacimiento bajo diferentes esquemas de explotación.

La forma general de la ecuación de Balance de Materiales fue presentada por Schilthuis en el año 1936. La ecuación se deriva como un balance volumétrico igualando la producción acumulada de los fluidos del yacimiento a la expansión de los fluidos en el mismo como resultado de una caída de presión,  $\Delta p$ . En la figura 4.1 se ilustra este fenómeno. En esta figura el yacimiento se representa como un tanque

de volumen finito, con una capa de gas inicial y un acuífero igualmente finito. El balance volumétrico a condiciones de yacimiento se expresa como:

$$(Producción\ de\ fluidos) = (Expansión\ acumulada\ del\ petróleo\ y\ su\ gas\ originalmente\ en\ solución) + (Expansión\ acumulada\ de\ la\ capa\ de\ gas) + (Expansión\ acumulada\ de\ agua) + (Expansión\ de\ la\ roca) \quad (4.1)$$



**Figura 4.1:** Cambios de volumen en el yacimiento asociados con un cambio finito de la presión del yacimiento,  $\Delta p = p_i - p$ .

La producción de fluidos obtenidos en la superficie durante la caída de presión,  $\Delta P_p$ , es:  $N_p$ , BN de petróleo;  $G_p$ , PCN de gas; y  $W_p$ , BN de agua producida. Cuando estos volúmenes se expresan a condiciones de yacimiento, se tienen las siguientes expresiones en la ecuación de Balance de Materiales:

a) Producción de petróleo:

$$N_p B_o \quad (4.2)$$

donde  $N_p$  es el volumen acumulado de petróleo producido (BN), y  $B_o$  es el factor volumétrico de formación para el petróleo (BY/BN)

b) Producción de gas liberado de solución:

$$(G_{ps} - N_p R_s) B_g \quad (4.3)$$

donde  $G_{ps}$  es el volumen acumulado de gas producido liberado de solución (PCN),  $R_s$  es la relación gas en solución-petróleo (PCN/BN), y  $B_g$  es el factor volumétrico de formación para el gas (BY/PCN).

c) Producción de gas de la capa de gas:

$$G_{pc} B_g \quad (4.4)$$

donde  $G_{pc}$  es el volumen acumulado de gas producido de la capa de gas (PCN). Sustituyendo en la ecuación (4.3), se tiene:

$$(G_{ps} - N_p R_s) B_g + G_{pc} B_g \Rightarrow ((G_{ps} + G_{pc}) - N_p R_s) B_g \Rightarrow (G_p - N_p R_s) B_g \quad (4.5)$$

y

$$G_p = R_p N_p \quad (4.6)$$

donde  $R_p$  es la relación gas-petróleo acumulada (PCN/BN). Sustituyendo en la ecuación (4.5), se tiene:

$$(G_p - N_p R_s) B_g \Rightarrow (G_p - N_p R_s) B_g \quad (4.7)$$

d) Producción de agua:

$$W_p B_w \quad (4.8)$$

donde  $W_p$  es el volumen acumulado de agua producida (BN), y  $B_w$  es el factor volumétrico de formación para el agua (BY/BN)

Los términos de expansión y producción de fluidos en la ecuación de Balance de Materiales son:

e) Expansión del petróleo y su gas originalmente en solución:

Hay dos componentes en este término:

- Expansión del petróleo inicial:

$$N(B_o - B_{oi}) \quad (4.9)$$

donde  $N$  es el petróleo original en sitio, POES (BN).

- Expansión del gas liberado:

$$N(R_{si} - R_s)B_g \quad (4.10)$$

- f) Expansión de la capa de gas:

$$mNB_{oi} \left( \frac{B_g - B_{gi}}{B_{gi}} \right) \quad (4.11)$$

donde  $m$  es una constante que se define como la relación entre el volumen inicial de gas en la capa de gas (BY), y el volumen inicial de petróleo (BY).

- g) Expansión del agua connata:

$$\frac{NB_{oi}(I+m)}{(I-S_{wi})} S_{wi} C_w (p_i - p) \quad (4.12)$$

donde  $S_w$  es la saturación de agua (fracción),  $C_w$  es la compresibilidad del agua ( $\text{psi}^{-1}$ ), y  $p$  es la presión del yacimiento (psi).

- h) Expansión de la roca:

$$\frac{NB_{oi}(I+m)}{(I-S_{wi})} C_{pp} (p_i - p) \quad (4.13)$$

donde  $C_{pp}$  es la compresibilidad de la formación ( $\text{psi}^{-1}$ ).

En aquellos casos donde exista la presencia de un acuífero activo, se debe considerar el término correspondiente a la intrusión de agua, el cual viene dado mediante la siguiente expresión:

- i) Intrusión de agua:

$$W_e \quad (4.14)$$

donde  $W_e$  es el volumen acumulado de agua del acuífero (BN).

Finalmente igualando estos cambios de volúmenes en el yacimiento a la producción acumulada de fluidos (ecs. 4.2, 4.3, 4.4 y 4.8), se obtiene la ecuación de Balance de Materiales en su forma general:

$$N_p [B_o + (R_p - R_s)B_g] + W_p B_w = N \left[ (B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s)B_g + mB_{oi} \left( \frac{B_g - B_{gi}}{B_{gi}} \right) + \frac{(1+m)B_{oi}}{(1-S_{wi})} (C_w S_{wi} + C_{pp}) \Delta p \right] + W_e \quad (4.15)$$

Dado que la presión del yacimiento declina como resultado de la producción de fluidos, en muchos casos la presión (energía) del yacimiento se mantiene a través de la inyección de agua y/o gas. En este caso, los términos correspondientes a la inyección de fluidos son:

j) Inyección de agua:

$$W_i B_w \quad (4.16)$$

donde  $W_i$  es el volumen acumulado de agua inyectada (BN).

k) Inyección de gas:

$$G_i B_g \quad (4.17)$$

donde  $G_i$  es el volumen acumulado de gas inyectado (PCN).

Sumando los términos correspondientes a la inyección de fluidos (ecs. 4.16, y 4.17), en el lado derecho de la ecuación de Balance de Materiales (ec. 4.15) se tiene la siguiente expresión:

$$N_p [B_o + (R_p - R_s)B_g] + W_p B_w = N \left[ (B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s)B_g + mB_{oi} \left( \frac{B_g - B_{gi}}{B_{gi}} \right) + \frac{(1+m)B_{oi}}{(1-S_{wi})} (C_w S_{wi} + C_{pp}) \Delta p \right] + W_e + W_i B_w + G_i B_g \quad (4.18)$$

#### 4.1.1 Balance de Materiales para un yacimiento de petróleo subsaturado sin intrusión de agua ( $W_e=0$ )

En yacimientos de petróleo subsaturado la presión del yacimiento,  $p_i$ , es mayor que la presión de burbujeo,  $p_{bp}$ . En yacimientos de este tipo no existe capa de gas inicial ( $m=0$ ), es decir, el yacimiento está totalmente en estado líquido. Además,  $R_s=R_{si}=R_p$  puesto que todo el gas producido proviene del gas en solución. Por lo tanto la Ecuación (4.15) se reduce a:

$$N_p B_o + W_p B_w = N \left[ (B_o - B_{oi}) + B_{oi} \left( \frac{C_w S_{wi} + C_{pp}}{1 - S_{wi}} \right) \Delta p \right] \quad (4.19)$$

Para presiones mayores que la presión de burbujeo, el  $B_o$  se puede aproximar a:

$$B_o = B_{oi} (1 + C_o \Delta p) \quad (4.20)$$

donde  $C_o$  es la compresibilidad del petróleo. Sustituyendo en la Ecuación (4.19) se tiene la siguiente expresión:

$$N_p B_o + W_p B_w = N B_{oi} C_e' \Delta p \quad (4.21)$$

donde  $C_e'$  es la compresibilidad efectiva del sistema, y viene dada como:

$$C_e' = \frac{C_o S_o + C_w S_{wi} + C_{pp}}{(1 - S_{wi})} \quad (4.22)$$

#### 4.1.2 Correlaciones PVT

En el análisis del comportamiento de yacimientos de hidrocarburos se requiere del conocimiento de las propiedades físicas de los fluidos. Normalmente, estas propiedades se determinan en el laboratorio mediante el análisis Presión-Volumen-Temperatura, PVT, realizados sobre muestras de fluido tomadas en el fondo del pozo o en superficie. Sin embargo, algunas veces no se dispone de información experimental y, por lo tanto, es necesario recurrir a correlaciones empíricas.

A continuación, se presentan las correlaciones PVT empleadas para determinar las propiedades de los fluidos presentes en el caso de un yacimiento subsaturado ( $p > p_{bp}$ ) (tabla 4.1).

**Tabla 4.1:** Correlaciones PVT usadas en el Balance de Materiales (Colmenares, 1997).

<b>Correlación de Vázquez, M.E. y Beggs, H.D. para el cálculo de <math>R_s</math>:</b>			
$R_s = C_1 \gamma_{gc} p^{C_2} \exp\left(\frac{C_3 \gamma_{API}}{T + 460}\right)$			
$\gamma_{API} = \frac{141.5}{\gamma_o} - 131.5$			
donde $C_1$ , $C_2$ , y $C_3$ son constantes de acuerdo a la gravedad API del petróleo:			
	<u><math>C_1</math></u>	<u><math>C_2</math></u>	<u><math>C_3</math></u>
$\gamma_{API} \leq 30$	0,0362	1,0937	25,724
$\gamma_{API} > 30$	0,0178	1,1870	23,931
<b>Correlación de Vázquez, M.E. y Beggs, H.D. para el cálculo del <math>B_o</math>:</b>			
$B_o = B_{o/bp} \exp[C_o(p_{bp} - p)]$			
donde:			
$B_{o/bp} = 1,0 + C_1 R_s + C_2 (T - 60) \left(\frac{\gamma_{API}}{\gamma_{gc}}\right) + C_3 R_s (T - 60) \left(\frac{\gamma_{API}}{\gamma_{gc}}\right)$			
donde $C_1$ , $C_2$ , y $C_3$ son constantes de acuerdo a la gravedad API del petróleo:			
	<u><math>C_1</math></u>	<u><math>C_2</math></u>	<u><math>C_3</math></u>
$\gamma_{API} \leq 30$	$4,677 \times 10^{-4}$	$1,751 \times 10^{-5}$	$-1,811 \times 10^{-8}$
$\gamma_{API} > 30$	$4,670 \times 10^{-4}$	$1,100 \times 10^{-5}$	$1,337 \times 10^{-9}$
<b>Correlación de Vázquez, M.E. y Beggs, H.D. para el cálculo de <math>\mu_o</math>:</b>			
$\mu_o = \mu_{o/bp} (p / p_{bp})^m$			
donde:			
$m = 2,6 p^{1,187} \exp(-11,513 - 8,98 \times 10^{-5} p)$			
y $\mu_{ob}$ puede ser obtenida de la correlación de Beggs, H.D. y Robinson, J.R.:			
$\mu_{o/bp} = 10,715 (R_s + 100)^{-0,515} \left(10^{(10^{3,0324 - 0,02023 \gamma_o}) (T - 1,163)} - 1\right)^{5,44} (R_s + 150)^{-0,338}$			

**Correlación de Vázquez, M.E. y Beggs, H.D. para el cálculo del  $C_o$ :**

$$C_o = \frac{(5R_s + 17,2T - 1180\gamma_{gs} + 12,61\gamma_{API} - 1433)}{px10^5}$$

**Correlación de Culberson, O.L. y McKetta, J.J., para el cálculo de  $R_{sw}$ :**

la siguiente ecuación fue desarrollada para el siguiente rango de datos:

$$1000 < p(\text{psi}) < 10.000 \text{ y } 100 < T(^{\circ}\text{F}) < 340$$

$$R_{swp} = \left[ (8,15839 - 6,12265 \times 10^{-2} T + 1,91663 \times 10^{-4} T^2 - 2,1654 \times 10^{-7} T^3) + (1,01021 \times 10^{-2} - 7,44241 \times 10^{-5} T + 3,05553 \times 10^{-7} T^2 - 2,94883 \times 10^{-10} T^3) p - (9,02505 - 0,130237 T + 8,53425 \times 10^{-4} T^2 - 2,34122 \times 10^{-6} T^3 + 2,37049 \times 10^{-9} T^4) \times 10^{-7} p^2 \right]$$

la siguiente ecuación fue desarrollada para el siguiente rango de datos:

$$0 < \text{Sal}(\%) < 30 \text{ y } 70 < T(^{\circ}\text{F}) < 250$$

$$\frac{R_{sw}}{R_{swp}} = 10^{(-0,0840655 \text{Sal} T^{-0,285854})}$$

**Correlación de Dodson, C.R. y Standing, M.B. para el cálculo de  $C_w$ :**

$$C_{wp} = \frac{(3,8546 - 1,34 \times 10^{-4} p) - (0,01052 - 4,77 \times 10^{-7} p) T + (3,9267 \times 10^{-5} - 8,8 \times 10^{-10} p) T^2}{10^6}$$

la corrección de  $C_{wp}$  por solubilidad del gas está dado por:

$$\frac{C_w}{C_{wp}} = 1 + 8,9 \times 10^{-3} R_{sw}$$

la corrección de  $C_{wp}$  por efectos de sólidos disueltos está dada por:

$$\frac{C_w}{C_{wp}} = 1 + \text{Sal}^{0,7} (-5,2 + 2,7 \times 10^{-4} T - 1,14 \times 10^{-6} T^2 + 1,121 \times 10^{-9} T^3)$$

## 4.2 Flujo en pozos verticales

El comportamiento de la presión en yacimientos de hidrocarburos se describe matemáticamente mediante la ecuación de difusividad hidráulica. En coordenadas radiales la ecuación de difusividad viene dada como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{n\mu C_i}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.23)$$

donde  $\partial p$  corresponde al cambio en la presión de poros,  $k$  es la permeabilidad absoluta,  $n$  es la porosidad,  $\mu$  la viscosidad dinámica de la fase fluida,  $C_t$  es la compresibilidad total (la compresibilidad de la fase fluida,  $C_f$ , más la compresibilidad de la formación,  $C_{pp}$ ) y  $r$  es el radio en un sistema de flujo radial.

Por otro lado, la diferencia existente entre las dimensiones del radio de los pozos y del tamaño del yacimiento hace conveniente que éstos sean representados mediante funciones generalizadas en el lado derecho de la ecuación de difusividad. Las expresiones adimensionales para la presión, tiempo y radio usadas para generalizar la ecuación 4.23 son:

$$P_D = \frac{kh\Delta p}{141,2qB_o\mu_o} \quad (4.24)$$

$$t_D = \frac{0,00633kt}{n\mu_o C_t r_w^2} \quad (4.25)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (4.26)$$

donde  $r_w$  representa el radio del pozo,  $h$  es el espesor del yacimiento, y el subíndice  $D$  se refiere a cantidades adimensionales. Sustituyendo las ecuaciones 4.24, 4.25, y 4.26 en la ecuación 4.23 se tiene la siguiente expresión para la ecuación de flujo adimensional:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (4.27)$$

La ecuación 4.27 se usa para construir las soluciones generales de flujo de fluidos en medios porosos. Esta ecuación (ec. 4.27) puede resolverse para tasa constante o presión de fondo constante. La solución para tasa constante es útil en el análisis de pruebas de presión en regímenes de flujo transiente, y la solución para presión de fondo constante se usa para predecir la tasa de producción de los pozos.

La solución de la ecuación de difusividad para presión de fondo constante conduce a la siguiente expresión (Helmy y Wattenbarger, 1996):

$$\frac{1}{q_D} = \frac{1}{2} \ln \frac{4A}{\gamma C_{ACP} r_w^2} + SF + 2\pi \frac{r_w^2}{A} \frac{N_{pD}}{q_D} \quad (4.28)$$

donde  $q_D$  representa la tasa de producción adimensional,  $N_{pD}$  es la producción acumulada adimensional,  $\gamma$  es la constante exponencial de Euler ( $\gamma=1,781$ ),  $A$  es el área de drenaje del pozo,  $SF$  es el factor de daño de la formación,  $C_{ACP}$  es el factor de forma del área de drenaje a presión constante (tabla 4.2). Este último es un factor de corrección para la ubicación del pozo con respecto a la geometría del yacimiento.

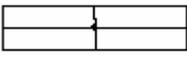
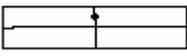
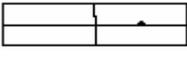
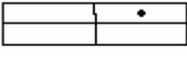
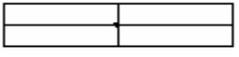
Las variables adimensionales  $q_D$  y  $N_{pD}$  para presión de fondo constante vienen dadas como:

$$N_{pD} = \frac{0,8938 B_o N_p}{n C_i r_w^2 h (p_i - p_{wf})} \quad (4.29)$$

$$q_D = \frac{141,2 q B_o \mu_o}{kh (p_i - p_{wf})} \quad (4.30)$$

donde  $q$  representa la tasa de producción,  $p_i$  es la presión inicial del yacimiento, y  $p_{wf}$  es la presión de fondo fluyente.

**Tabla 4.2:** Factores de forma de área de drenaje para presión de fondo constante.

Caso	Forma de Área de Drenaje	$C_{ACP}$	$\frac{1}{2} \ln \frac{4}{\gamma C_{ACP}}$
1 1x1		29,34	-1,285
2 1x1		10,92	-0,791
3 1x1		3,38	-0,204
4 1x1		2,59	-0,071
5 1x2		19,88	-1,090
6 1x2		9,50	-0,721
7 1x2		2,50	-0,054
8 1x2		1,14	0,339
9 1x2		2,70	-0,092
10 1x2		0,249	1,100
11 1x2		0,047	1,939
12 1x4		3,95	-0,282
13 1x4		1,97	0,066
14 1x4		0,029	2,175
15 1x4		0,016	2,485
16 1x5		1,49	0,205

#### 4.4 Análisis de resultados

Debido a la similitud de los resultados obtenidos en el Capítulo 3 para el cálculo de la compresibilidad de la formación entre el modelo ‘solo yacimiento’ (yacimiento de ancho infinito) y algunos de los casos del modelo ‘completo’ (yacimiento de ancho finito), sólo se consideran los casos de estudio correspondientes a este último para el cálculo del efecto de la compresibilidad sobre la estimación de la tasa de producción de petróleo,  $q_o$ .

En la tabla 4.3 se muestra un ejemplo del cálculo del Balance de Materiales, el cual permite obtener la producción acumulada de petróleo,  $N_p$ . En este caso, la compresibilidad de la formación,  $C_{pp}$ , corresponde a la compresibilidad determinada en el centro de un yacimiento elastoplástico para un valor inicial de la superficie de fluencia de 910 psi. La sobrecarga y el basamento se modelan empleando un valor de módulo de Young de 725 y 2.030 Kpsi, respectivamente.

En la figura 4.1 se pueden apreciar las tasas de producción,  $q_o$ , y las producciones acumuladas de petróleo,  $N_p$ , obtenidas para cada uno de los casos de estudio. El cálculo del  $N_p$  y  $q_o$  se hizo suponiendo un área de drenaje de 200 Acres. El área de drenaje tiene una relación 1x1 y el pozo se localiza en el centro (tabla 4.2). En todos estos casos, se evalúa la influencia que tiene la compresibilidad de la formación sobre la tasa de producción del pozo.

De la figura 4.1.a a la 4.1.d se muestran los resultados correspondientes a un yacimiento elástico. En la figura 4.1.a se muestran las tasas de producción y las producciones acumuladas de petróleo para el caso de un yacimiento blando ( $E=7,25$  Kpsi) y sobrecarga blanda ( $E=36,25$  Kpsi). En este caso, los resultados obtenidos revelan una disminución mayor de la tasa de producción para un pozo localizado en el centro del yacimiento (condición de deformación uniaxial), mientras que para un pozo localizado en el flanco del yacimiento la tasa se sostiene por mucho más tiempo (condición de deformación hidrostática). De igual forma, la producción acumulada de

petróleo en el flanco del yacimiento es casi dos veces la producción de petróleo en el centro del yacimiento.

Por otra parte, para el caso yacimiento rígido ( $E=125,25$  kpsi) los resultados obtenidos no evidencian una dependencia marcada de la tasa de producción con la trayectoria de esfuerzos del yacimiento. Adicionalmente, los resultados obtenidos en el centro y en el flanco del yacimiento para los casos sobrecarga blanda,  $E=36,25$  Kpsi (figs. 4.1.a y 4.1.b) y sobrecarga rígida,  $E=725$  Kpsi (figs. 4.1.c y 4.1.d), son similares. Como se mencionó en el Capítulo 3, esto se debe a que no existe una dependencia marcada de la compresibilidad de la formación con el cambio de rigidez de la sobrecarga.

En general, los resultados obtenidos indican que a medida que la roca yacimiento es más compresible (figs. 4.1.a y 4.1.c), la tasa de producción del pozo se mantiene por mucho más tiempo, alcanzándose una mayor producción acumulada de petróleo al final del período. Si, por el contrario, la roca yacimiento es menos compresible (figs. 4.1.b y 4.1.d), la tasa de producción de petróleo disminuye más rápido, y la producción de petróleo es menor. Esto obedece fundamentalmente, al fenómeno de compactación de las formaciones en yacimientos sensibles a esfuerzos. En estos casos, la compactación no solo contribuye con la recuperación de petróleo, sino que también prolonga la vida del pozo, reduciendo la declinación de la tasa de producción de petróleo a lo largo de los años de estudio.

De la figura 4.1.e a la 4.1.h se muestran los resultados correspondientes a un yacimiento elastoplástico. En la figura 4.1.e se muestran las tasas de producción y las producciones acumuladas de petróleo para un valor inicial de la superficie de fluencia,  $a_0=684$  Kpsi, y un valor de módulo de Young de la sobrecarga,  $E=36,25$  Kpsi. En este caso, se obtienen dos comportamientos de tasa de producción de petróleo, tanto en el centro como en uno de los flancos del yacimiento. El primero, corresponde a un valor inicial de compresibilidad de formación o compresibilidad baja (régimen elástico), y el segundo obedece a un valor final de compresibilidad de formación o compresibilidad alta (régimen plástico). La transición entre estos dos

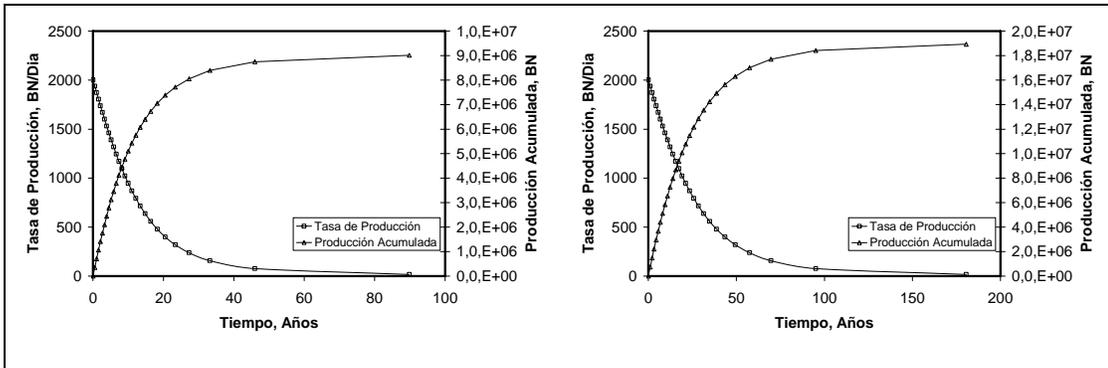
regímenes obedece a que se ha alcanzado la presión umbral del yacimiento o, presión o esfuerzo de preconsolidación,  $P_{co}$  (límite entre el régimen elástico y plástico). Al inicio de la producción se tiene una disminución violenta de la tasa de producción de petróleo, mientras que una vez que se ha alcanzado la presión de preconsolidación, se observa una disminución gradual de la tasa del pozo.

Por otra parte, para el caso donde el tamaño del dominio elástico del material es mayor, es decir  $a_0=910$  Kpsi (fig. 4.1.f), la disminución de la presión del yacimiento no es suficiente como para alcanzar la presión umbral. En este caso, la compresibilidad de la formación es elástica, y el comportamiento de la tasa de producción y de la producción de petróleo se puede aproximar a la de un yacimiento elástico rígido,  $E=123,25$  Kpsi (figs. 4.1.b y 4.1.d).

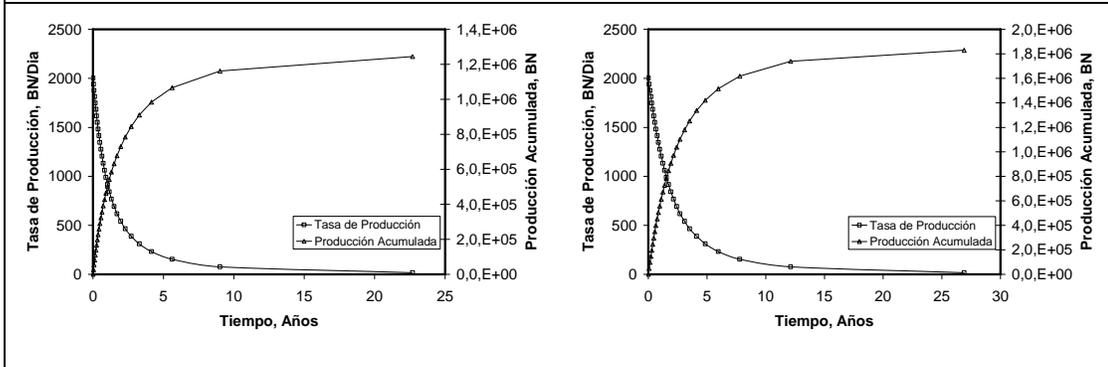
Los resultados obtenidos en el centro y en el flanco del yacimiento para los casos sobrecarga blanda,  $E=36,25$  Kpsi (figs. 4.1.e y 4.1.f) y sobrecarga rígida,  $E=725$  Kpsi (figs. 4.1.g y 4.1.h), son similares. En el caso donde el módulo de Young de la sobrecarga es igual a 725 Kpsi (sobrecarga rígida), se obtiene un resultado interesante para un valor de  $a_0=684$  psi, en el cual la caída de presión del yacimiento no es suficiente como para iniciar la plasticidad del material hacia los flancos de éste (compresibilidad elástica). Este caso ya fue mencionado en el Capítulo 3, y obedece fundamentalmente al efecto 'arco', el cual sólo es posible de ver a partir de simulaciones acopladas de flujo de fluidos y esfuerzo-deformación.

**Tabla 4.3:** Balance de Materiales.

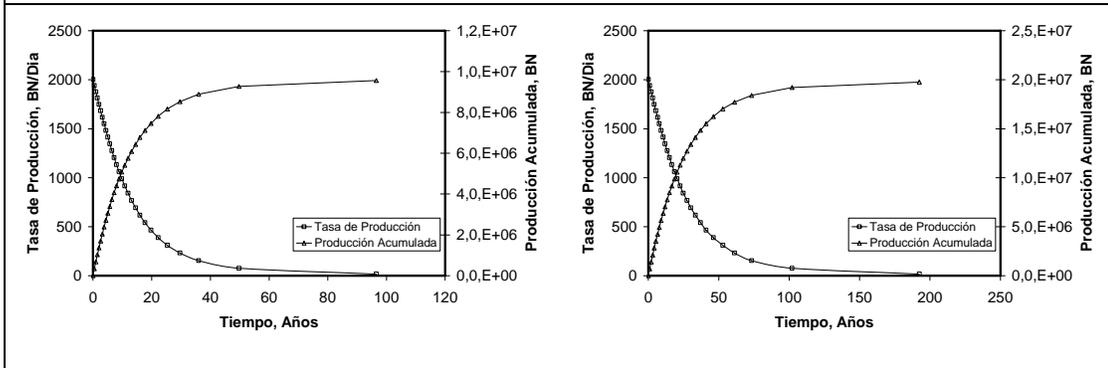
<u>Parámetros de entrada:</u>							
Gravedad del petróleo, °API = 10				Área de drenaje, Acres=200			
Gravedad específica del gas (aire=1), sg = 0,61				POES del pozo, MMBN=37			
Presión del separador, psia = 175							
Temperatura del separador, °F = 80							
Temperatura promedio, °F =140							
Saturación inicial de agua, fracción = 0,18							
Salinidad, fracción =5							
<b>p</b> [psi]	<b>N<sub>p</sub></b> [MMBN]	<b>N<sub>p</sub>/N</b> [BN/BN]	<b>B<sub>o</sub></b> [BY/BN]	<b>μ<sub>o</sub></b> [cP]	<b>C<sub>o</sub></b> [μpsi <sup>-1</sup> ]	<b>C<sub>w</sub></b> [μpsi <sup>-1</sup> ]	<b>C<sub>pp</sub></b> [μpsi <sup>-1</sup> ]
828,89	0,000	0,000	1,0413	78,273	7,734	2,886	29,229
806,66	0,036	0,001	1,0414	77,896	7,947	2,886	28,861
784,44	0,071	0,002	1,0414	77,526	8,172	2,885	28,436
762,21	0,106	0,003	1,0415	77,162	8,411	2,885	28,227
739,99	0,140	0,004	1,0415	76,806	8,663	2,884	27,697
717,76	0,175	0,005	1,0416	76,458	8,932	2,884	27,487
695,53	0,209	0,006	1,0416	76,117	9,217	2,883	27,064
673,31	0,244	0,007	1,0417	75,783	9,521	2,883	26,748
651,08	0,278	0,008	1,0418	75,457	9,846	2,882	26,430
628,86	0,313	0,009	1,0418	75,139	10,194	2,882	26,111
606,63	0,347	0,009	1,0419	74,829	10,568	2,881	25,796
584,40	0,382	0,010	1,0420	74,526	10,970	2,881	25,481
562,18	0,417	0,011	1,0421	74,233	11,403	2,880	25,165
539,95	0,454	0,012	1,0422	73,947	11,873	2,879	24,954
517,73	0,491	0,013	1,0423	73,670	12,382	2,879	24,638
495,50	0,528	0,014	1,0424	73,402	12,938	2,878	24,306
473,28	0,567	0,015	1,0425	73,143	13,545	2,878	24,112
451,05	0,607	0,017	1,0427	72,893	14,213	2,877	23,796
428,82	0,649	0,018	1,0428	72,653	14,950	2,876	23,570
406,60	0,694	0,019	1,0430	72,422	15,767	2,876	23,375
384,37	0,739	0,020	1,0432	72,202	16,678	2,875	23,059
362,15	0,788	0,022	1,0434	71,992	17,702	2,874	22,833
339,92	0,840	0,023	1,0436	71,794	18,859	2,874	22,518
317,70	0,900	0,025	1,0439	71,606	20,179	2,873	22,427
295,47	0,961	0,026	1,0442	71,431	21,697	2,872	22,097
273,24	1,031	0,028	1,0446	71,268	23,462	2,872	21,901
251,02	1,110	0,030	1,0450	71,119	25,539	2,871	21,676
228,79	1,201	0,033	1,0456	70,983	28,020	2,870	21,465
211,85	1,279	0,035	1,0460	70,889	30,261	2,870	21,249



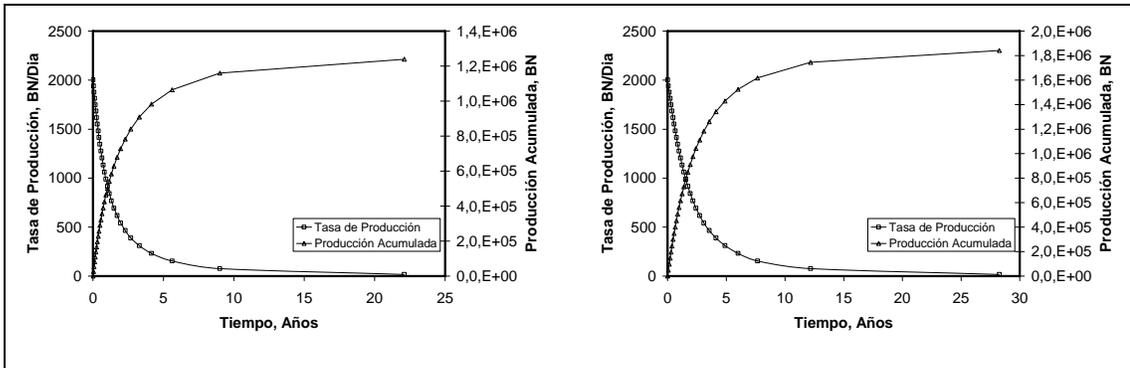
a) Centro (izquierda) y flanco (derecha) del yacimiento - yacimiento elástico de ancho finito para un valor límite de módulo de Young de 7,25 Kpsi. La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 36,25 y 2.030 Kpsi, respectivamente.



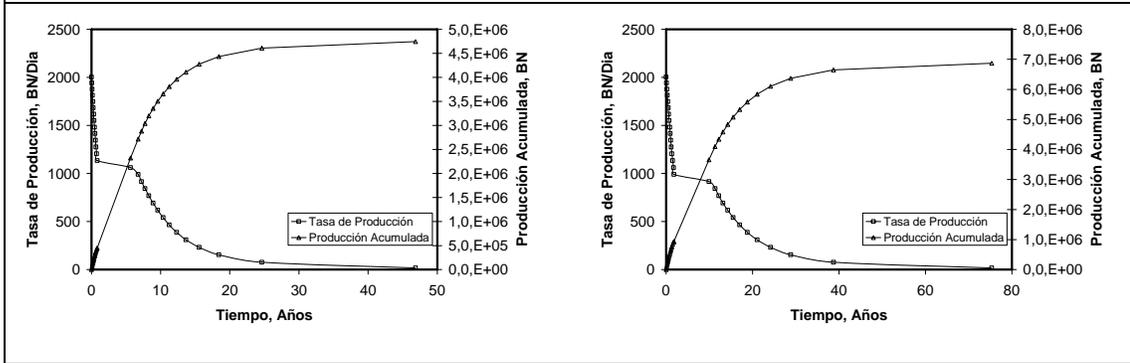
b) Centro (izquierda) y flanco (derecha) del yacimiento - yacimiento elástico de ancho finito para un valor límite de módulo de Young de 123,25 Kpsi. La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 36,25 y 2.030 Kpsi, respectivamente.



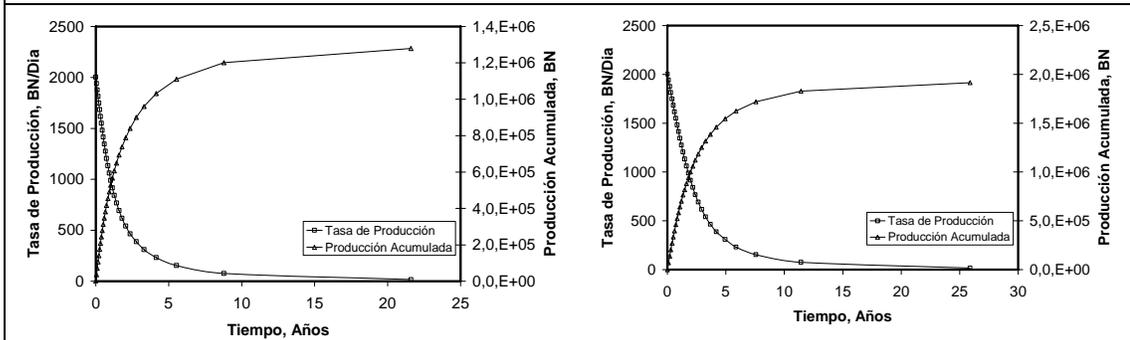
c) Centro (izquierda) y flanco (derecha) del yacimiento - yacimiento elástico de ancho finito para un valor límite de módulo de Young de 7,25 Kpsi. La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 725 y 2.030 Kpsi, respectivamente.



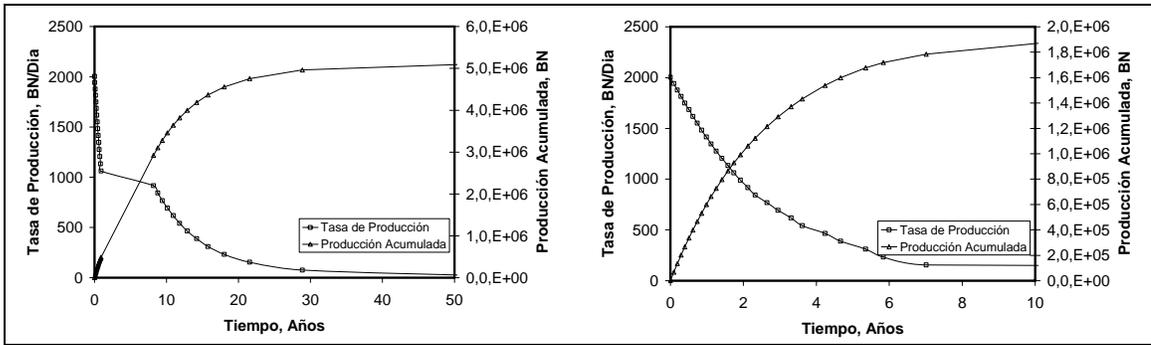
d) Centro (izquierda) y flanco (derecha) del yacimiento - yacimiento elástico de ancho finito para un valor límite de módulo de Young de 123,25 Kpsi. La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 725 y 2.030 Kpsi, respectivamente.



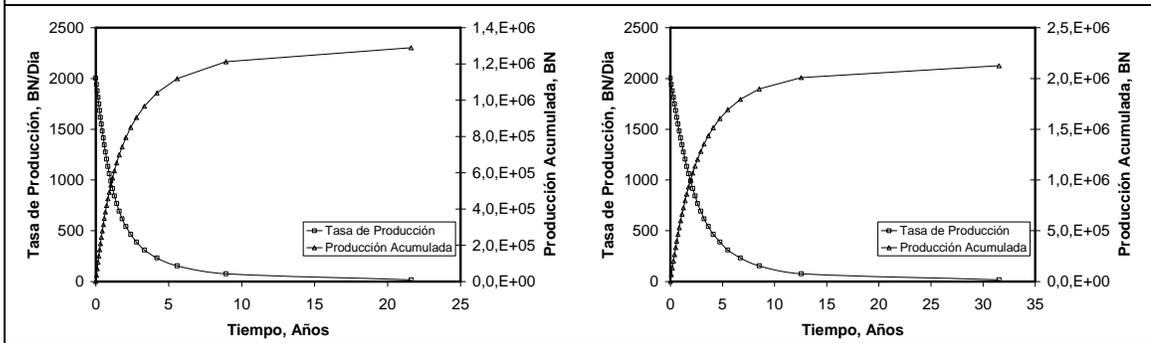
e) Centro (izquierda) y flanco (derecha) del yacimiento - yacimiento elastoplástico de ancho finito para un valor límite de la posición inicial de la superficie de fluencia de 684 psi. La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 36,25 y 2.030 Kpsi, respectivamente.



f) Centro (izquierda) y flanco (derecha) del yacimiento - yacimiento elastoplástico de ancho finito para un valor límite de la posición inicial de la superficie de fluencia de 910 psi. La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 36,25 y 2.030 Kpsi, respectivamente.



g) Centro (izquierda) y flanco (derecha) del yacimiento - yacimiento elastoplástico de ancho finito para un valor límite de la posición inicial de la superficie de fluencia de 684 psi. La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 725 y 2.030 Kpsi, respectivamente.



h) Centro (izquierda) y flanco (derecha) del yacimiento - yacimiento elastoplástico de ancho finito para un valor límite de la posición inicial de la superficie de fluencia de 910 psi. La sobrecarga y el basamento se modelan usando un valor de módulo de Young de 725 y 2.030 Kpsi, respectivamente.

**Figura 4.2:** Tasa de producción,  $q_o$ , y producción acumulada de petróleo,  $N_p$ , en función del tiempo (modelo completo).

# Capítulo V

## Plan de Desarrollo

El desarrollo de un activo, desde su descubrimiento hasta su producción, agotamiento y abandono, incluye procesos complejos que se interrelacionan a diferentes tiempos y niveles funcionales, a saber: exploración, evaluación, definición, ejecución y operación. A través de la Gerencia Integral del Yacimiento es posible diseñar a nivel estratégico, táctico y operativo, la estructura que permite evaluar diferentes opciones de desarrollo y actividades operacionales, en las diferentes fases de la vida del activo, para garantizar la máxima generación de valor al negocio.

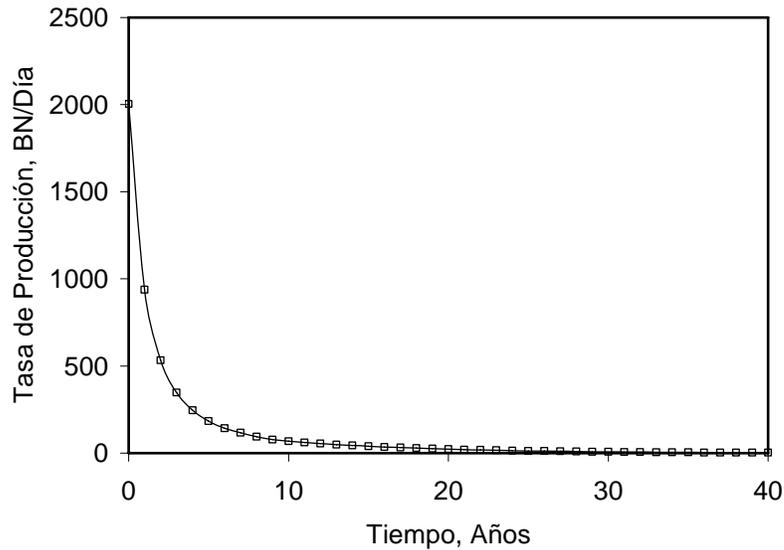
Un aspecto importante en el proceso de desarrollo del activo lo constituye la gerencia del dato. Esta consiste en la adquisición, análisis, validación, almacenamiento y recuperación de toda la información requerida para caracterizar un yacimiento. Durante el proceso de definición del activo, que es donde se define el plan de desarrollo del campo, se debe ser muy cuidadoso a la hora de seleccionar el tipo de información requerida y de cómo debe ser adquirida, así como también, del nivel de incertidumbre que ésta representa.

Hasta ahora se ha mostrado cómo la compresibilidad de la formación representa un parámetro crítico en el proceso de evaluación del yacimiento (evaluación del activo). A continuación, se presenta el análisis de un posible plan de desarrollo generado para un campo de producción de petróleo, tomando en consideración las diferencias obtenidas en la determinación de la compresibilidad de la formación y su correspondiente efecto en los perfiles de producción, a fin de ilustrar su impacto en los planes de desarrollo del campo. El análisis se hace comparando dos casos de estudio: un caso base y un caso representativo de las condiciones de esfuerzo y deformación del yacimiento.

### 5.1 Definición de escenarios

Como se mencionó anteriormente, y en base a los modelos establecidos en el Capítulo 3, se definieron dos escenarios posibles de plan de desarrollo:

- Escenario A, basado en los resultados obtenidos con el modelo ‘solo yacimiento’, para el caso yacimiento elástico, con módulo de Young,  $E=123,25$  psi. En este caso, se tiene el mismo perfil de producción de pozo para todo el yacimiento (fig. 5.1)
- Escenario B, basado en los resultados obtenidos con el modelo ‘completo’ (yacimiento más alrededores) para un valor inicial de la superficie de fluencia de  $a_0=684$  psi. En este escenario, se tienen perfiles de producción de pozo determinados en el centro y flanco del yacimiento, y un tercer perfil, que es un promedio de los dos anteriores (fig. 5.2).



**Figura 5.1:** Perfil de producción de pozo (modelo ‘solo yacimiento’).

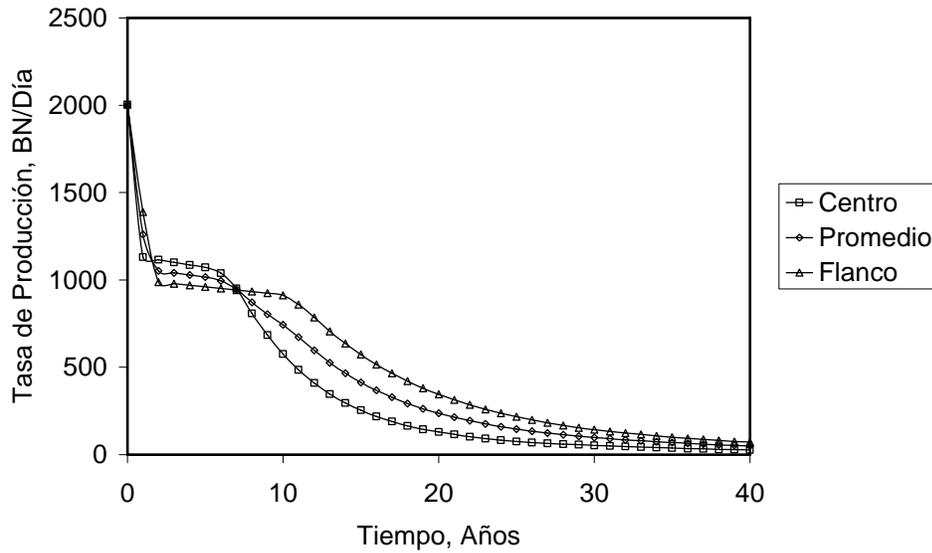


Figura 5.2: Perfiles de producción de pozo (modelo 'completo').

## 5.2 Generación del plan de desarrollo.

Para la elaboración del plan de desarrollo se usó una versión beta del programa DevPLAN, desarrollado por Alberto Muñoz. Esta aplicación, escrita en lenguaje Visual Basic, emplea un método de generación de variables aleatorias (método estocástico) que permite seleccionar, entre otras cosas, diferentes tipos de perfiles de producción. Este programa permite generar el plan de desarrollo de un campo de producción de petróleo y/o gas, en términos de potencial de producción, número de pozos y su distribución en el tiempo. Los parámetros de entrada del programa son:

- Años de perforación
- Años de concesión del activo
- Número máximo de pozos a perforar
- Factor de utilización de los pozos (hay que considerar el tiempo empleado para la limpieza del pozo, reparación, etc.)
- Número de taladros por año
- Número de pozos por taladro por año
- Tasa de abandono de los pozos

- Capacidad de producción deseada del campo (meta de producción)
- Exceso de capacidad de producción (potencial de producción)
- POES (Petróleo Original En Sitio)
- Factor de recobro
- Perfiles de producción de pozo

El programa selecciona de manera aleatoria el tipo de pozo o tasa de producción y lo va incorporando y acumulando por año de perforación, hasta satisfacer el plan de desarrollo. Básicamente, éste compara la capacidad máxima de producción alcanzada al final de cada año con el valor deseado de capacidad de producción o meta de producción. Si se cumple con la meta de producción, se continúa perforando pozos nuevos y se acumula la producción hasta alcanzar el potencial de producción (exceso de capacidad de producción). Estos pozos se denominan pozos de reserva. La capacidad máxima de producción viene dada como la suma de las tasas de los pozos activos y pozos de reserva. El programa calcula la tasa de producción de petróleo a partir de la tasa de los pozos activos. El número de taladros disponibles puede ser una limitante, por lo que el programa también sirve para planificar el número de taladros requeridos para alcanzar la meta de producción y su distribución en el tiempo.

### **5.3 Análisis de resultados**

En la tabla 5.1 se presentan los parámetros de entrada utilizados en la generación del plan de desarrollo. El plan de desarrollo se hizo para el caso de un yacimiento subsaturado, y comprende la perforación de pozos verticales de producción de petróleo con los que se aspira drenar alrededor de 30 M BN/Día. El valor del POES volumétrico es de 1,9 MMM BN. Estas reservas se comenzarán a explotar a partir de Enero 2006. El período de tiempo que delimita el análisis es 20 años (años de concesión del activo). La actividad de perforación tiene una duración de 15 años.

**Tabla 5.1:** Parámetros de entrada.

Descripción	Valor
Años de perforación	15 años
Años de concesión del activo	20 años
Máximo número de pozos a perforar	60
Factor de utilización de los pozos	90%
Número de taladros por año	2
Número de pozos por taladro	10
Tasa de abandono	250 psi
Objetivo de producción	30 M BN/Día
POES	1,9 MMM BN
Factor de recobro	10%

En las figuras 5.3 y 5.4 se muestran las tasas y capacidades de producción de petróleo alcanzadas al final de cada año, y la meta de producción de petróleo, para cada uno de los escenarios establecidos. De igual forma, en las figura 5.5 y 5.6 se muestran el número de pozos activos y el número de pozos requeridos por año, para alcanzar la misma meta de producción, 30 M BN/Día, y aproximadamente el mismo factor de recobro, 10 %. Los resultados obtenidos evidencian un menor número de pozos requeridos (44 pozos) cuando se consideran tres perfiles diferentes de producción de petróleo (Escenario B). A cada uno de estos perfiles de producción se le asigna un peso. Cada peso representa una fracción del total de pozos a perforar. Los pesos asignados en este caso son 50-35-15 %, los cuales corresponden a perfiles de producción estimados en el centro (50%), flanco (15%) y un tercer perfil que representa un promedio de los dos anteriores (35%). Cabe recordar que en este escenario se considera la influencia de la rigidez de los alrededores (sobrecarga y basamento) y, en consecuencia, es más representativo de las condiciones de esfuerzo-deformación del yacimiento. Por otra parte, el número de pozos es mayor (150 pozos) cuando se tiene un mismo perfil de producción de pozo para todo el yacimiento (Escenario A). En este caso, se estaría sobreestimando el número de pozos.

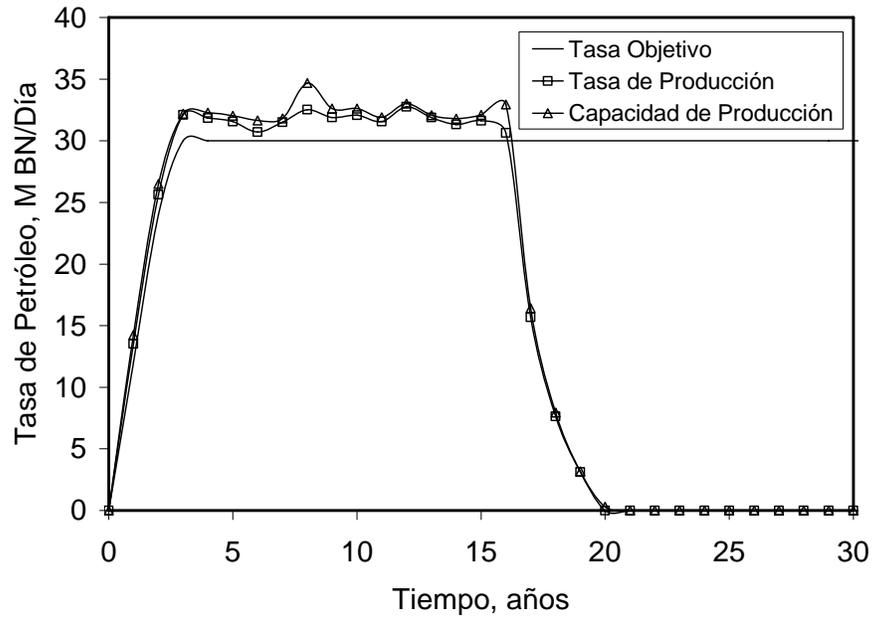


Figura 5.3: Tasa de producción, capacidad de producción y meta de producción (Escenario A, modelo 'solo yacimiento').

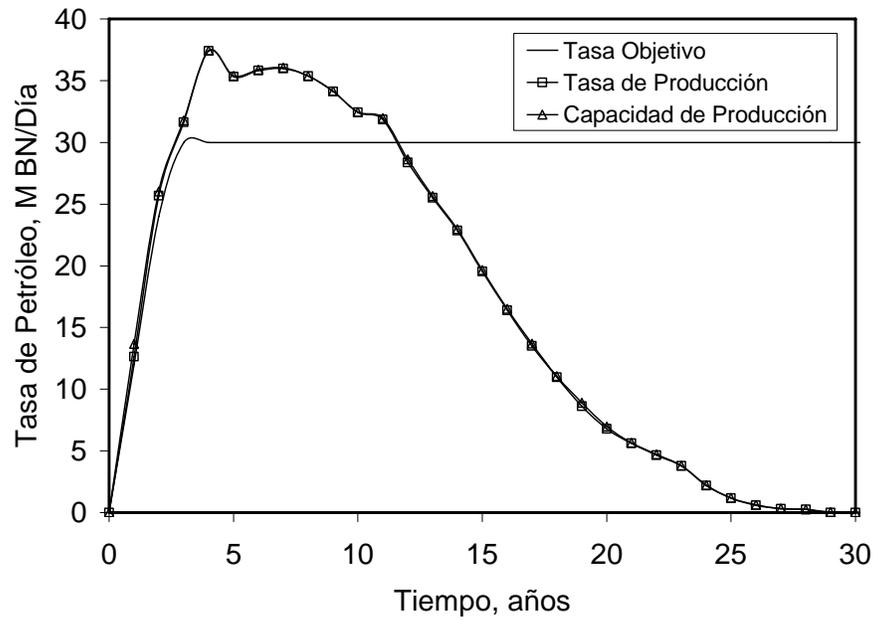


Figura 5.4: Tasa de producción, capacidad de producción y meta de producción (Escenario B, modelo 'completo').

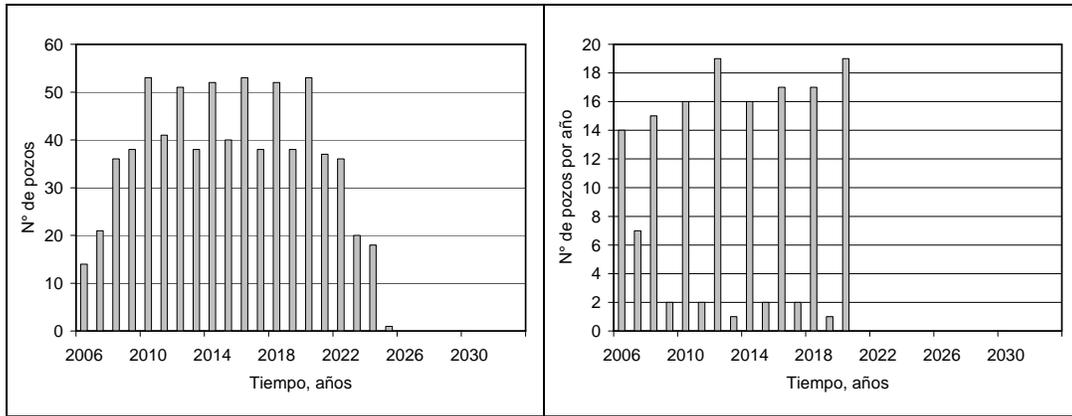


Figura 5.5: Número de pozos activos y pozos requeridos por año (Escenario A).

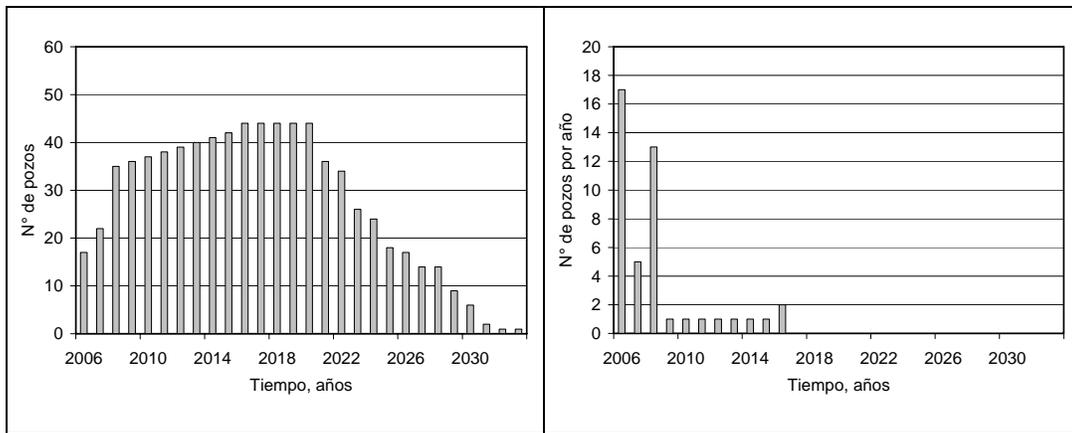


Figura 5.6: Número de pozos activos y pozos requeridos por año (Escenario B).

En la tabla 5.2 se muestra un resumen de los resultados obtenidos. En la misma, se han incorporado dos casos adicionales de análisis: 70-25-5 % y 34-33-33 % (fracción de perfiles de producción tipo A-B-C). Los resultados obtenidos indican cómo a medida que la distribución de pozos a lo largo del yacimiento es más uniforme, es decir, igual número de pozos en el centro y flanco del yacimiento, el número de pozos requerido es cada vez menor.

Estos mismos resultados se pueden apreciar en forma de diagramas de barra en las figuras 5.5, 5.6, 5.7, y 5.8. Los resultados obtenidos revelan que el número de pozos requeridos al inicio del período de perforación es menor a medida que la distribución de pozos es más uniforme, y en consecuencia se requiere un menor número de taladros para la explotación del yacimiento. Si bien en términos absolutos la

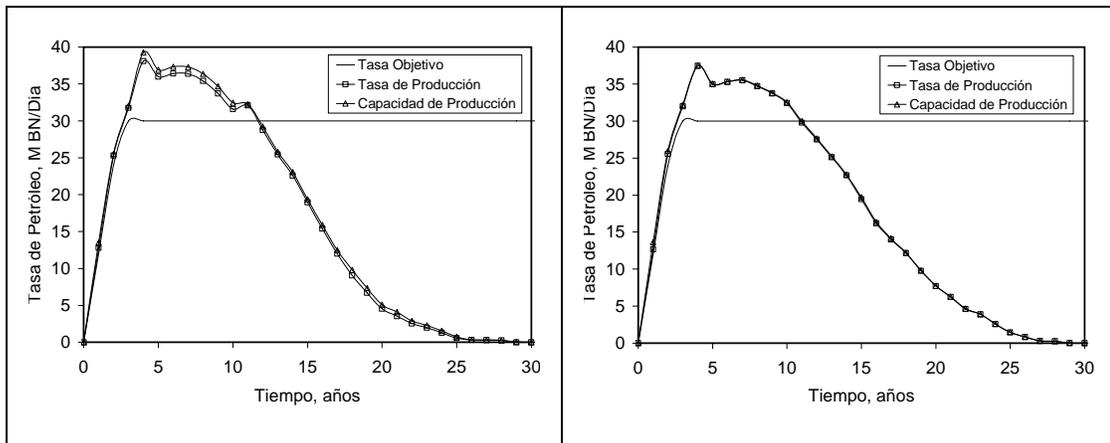
diferencia es aparentemente mínima (Escenario B), debemos recordar que las aproximaciones empleadas pueden corresponder a un caso ‘pesimista’ en cuanto a la reducción del número de pozos requeridos. En efecto, la aproximación de áreas de drenaje independientes implícitas en este análisis puede subestimar el efecto de la compactación y por ende la importancia económica del mismo. En el caso de un modelo dinámico, se podría esperar que los resultados condujeran a una reducción aun mayor del número de pozos y como consecuencia un efecto más favorable sobre la economía de un plan de desarrollo.

Esta misma tendencia se observa claramente a lo largo del tiempo, donde se requiere menos perforación. Fundamentalmente, esto obedece a lo expuesto en los Capítulos 3 y 4. A medida que nos movemos hacia los flancos del yacimiento, la compresibilidad de la formación es mayor (condición hidrostática), y en consecuencia es posible sostener una mayor tasa de producción de pozo en el tiempo, y consecuentemente un mayor recobro. Cabe recordar que estos resultados fueron obtenidos suponiendo yacimiento subsaturado y homogéneo, en términos de espesor, porosidad, y propiedades mecánicas, y con caída de presión constante y uniforme. En las tablas 5.3 y 5.4 se muestran las tasa de producción de petróleo alcanzadas al final de cada año, las cuales representan la capacidad máxima de producción que viene dada como la suma de las tasas de producción de pozos activos y pozos de reserva.

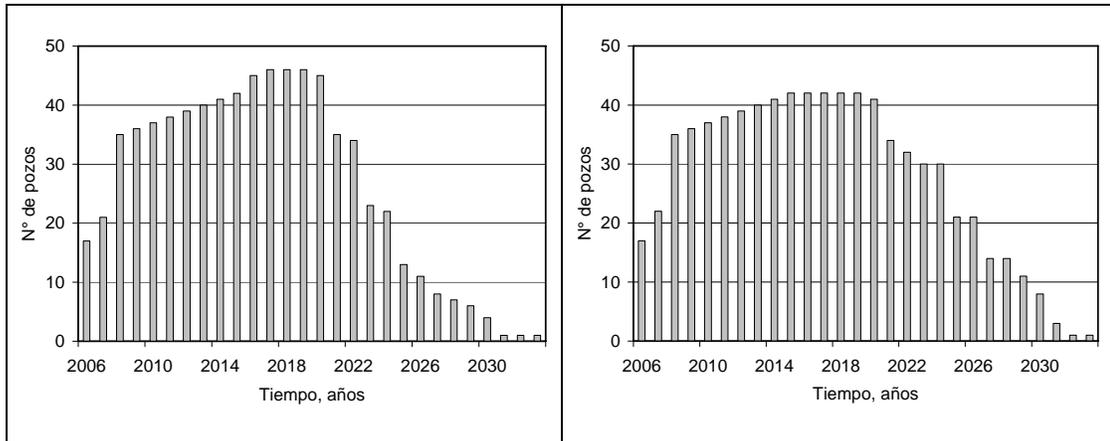
**Tabla 5.2:** Resultados obtenidos.

Parámetros	Escenario A	Escenario B		
Fracción de perfiles tipo A-B-C, %	-	70-25-5	50-35-15	34-33-33
Fracción de perfiles tipo A-B-C de acuerdo al plan, %	-	70-26-4	50-32-18	36-36-28
Número de perfiles tipo A-B-C de acuerdo al plan	-	32-12-2	22-14-8	15-15-12
Años de perforación de acuerdo al plan, Años	15	11	11	10
Número requerido de pozos	150	46	44	42
Recobro total de acuerdo al plan, %	10,04	9,96	10,06	10,04

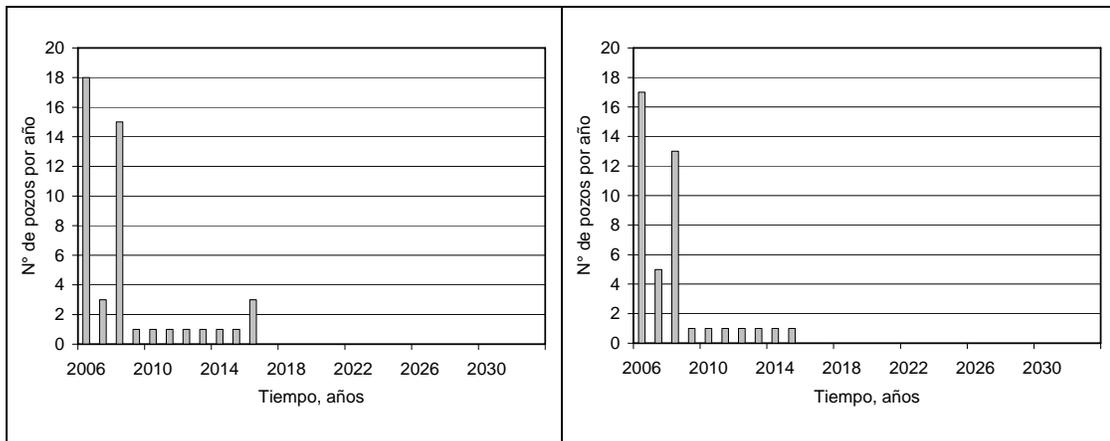
Perfil tipo A: perfil de producción estimado en el centro del yacimiento.  
 Perfil tipo B: perfil de producción promedio entre los perfiles tipo A y C.  
 Perfil tipo C: perfil de producción estimado en el flanco del yacimiento.



**Figura 5.7:** Tasa de producción, capacidad de producción y meta de producción. Izquierda: 70-25-5 % (Centro-Promedio-Flanco). Derecha: 34-33-33 % (Centro-Promedio-Flanco).



**Figura 5.8:** Número de pozos activos. Izquierda: 70-25-5 % (Centro-Promedio-Flanco). Derecha: 34-33-33 % (Centro-Promedio-Flanco).



**Figura 5.9:** Número de pozos requeridos por año. Izquierda: 70-25-5 % (Centro-Promedio-Flanco). Derecha: 34-33-33 % (Centro-Promedio-Flanco).





# Conclusiones

A continuación se presentan las conclusiones derivadas de las simulaciones geomecánicas realizadas para analizar la influencia de la rigidez y comportamiento mecánico de los materiales sobre la compresibilidad de la formación, y su correspondiente efecto en la productividad y en los planes de desarrollo de un campo de producción de petróleo. Hay que resaltar que estas conclusiones están basadas en los resultados obtenidos, suponiendo yacimiento subsaturado y homogéneo (en términos de espesor, porosidad y propiedades mecánicas), y caída de presión constante y uniforme.

- Se implementó un modelo geomecánico en ABAQUS, mediante el Método de Elementos Finitos, con el cual se obtuvieron resultados muy similares a los reportados por Gutiérrez (1994) y Cuisiat (1998).
- En el caso de yacimientos rígidos y comportamiento elástico, la compresibilidad de la formación puede ser considerada constante durante la etapa de agotamiento del yacimiento.
- En el caso de yacimientos finitos, la compresibilidad de la formación depende de las condiciones locales de esfuerzo-deformación y, por lo tanto, no es posible expresar el cambio de la deformación volumétrica unívocamente en términos del cambio de presión de poros ni definir una compresibilidad equivalente para todo el yacimiento.
- El cambio en la rigidez de la sobrecarga no es un parámetro determinante en el cálculo de la compresibilidad de la formación. No así en el análisis de compactación y subsidencia, donde la rigidez de la sobrecarga determina la habilidad del material para transferir los desplazamientos del tope del yacimiento a la superficie.

- Los resultados obtenidos con el modelo ‘completo’ evidencian un efecto arco como resultado del incremento del esfuerzo de sobrecarga en los flancos del yacimiento. En el caso de sobrecarga rígida, este efecto es aún más pronunciado y va a determinar el comportamiento esfuerzo-deformación del material y, en consecuencia, el comportamiento de la compresibilidad de la formación.
- En el caso de yacimientos elastoplásticos, la tasa de producción disminuye violentamente al inicio de la producción, y comienza a disminuir gradualmente una vez que se alcanza la presión umbral del yacimiento (límite elástico del material), prolongando la vida útil del pozo.
- En general, los resultados obtenidos evidencian que a medida que la roca yacimiento es más compresible, la tasa de producción se mantiene por mucho más tiempo. Si, por el contrario, la roca yacimiento es menos compresible, la tasa de producción declina más rápido, y el recobro es menor.
- Los resultados obtenidos en el plan de desarrollo de un campo de producción de petróleo, considerando yacimiento subsaturado, indican que la suposición de una compresibilidad equivalente para todo el yacimiento arroja escenarios pesimistas en cuanto al aumento del número de pozos.
- Los casos estudiados evidencian que la inclusión del efecto de la compresibilidad de la formación en la evaluación del comportamiento del yacimiento es una condición indispensable y no superflua, a fin de obtener modelos más realistas y planes de explotación más eficientes.

# Recomendaciones

- Se recomienda incorporar el efecto de la compresibilidad de la formación cuando se usen simuladores convencionales de yacimientos, a la hora de generar planes de explotación.
- En el caso de yacimientos sensibles a esfuerzos se recomienda usar modelos geomecánicos acoplados con flujo de fluidos para obtener resultados más representativos del comportamiento del yacimiento y el de sus fluidos.
- Se recomienda realizar sensibilidades a variables del tipo geomecánico de la compresibilidad de la formación, como por ejemplo, los efectos de la geometría del yacimiento, que pueden ser importantes para ciertas combinaciones de espesor, profundidad y extensión areal del yacimiento.
- Se recomienda extender este estudio a yacimientos saturados, donde se tomen en consideración las complejidades de los fenómenos que puedan estar presentes, como por ejemplo, la presencia de crudos espumantes y su interacción con el mecanismo de compactación.
- En una etapa posterior también deben considerarse las ecuaciones de flujo en pozos horizontales para obtener planes de explotación más eficientes y realistas.

# Referencias

- Xu, H. (2002). Production Induced Reservoir Compaction and Surface Subsidence, with Applications to 4D Seismic. Trabajo especial de grado. Inédito. Stanford University. California.
- Boade, R.R., y otros (1989). Forecasting of Ekofisk reservoir compaction and subsidence by numerical simulation. Journal of Petroleum Technology (pp.723-728).
- Gutierrez, M., y Hansteen, H. (1994). Fully coupled analysis of reservoir compaction and subsidence. SPE European Petroleum Conference (pp. 339-347). London. SPE 28900.
- Sukirman, Y.B. y Lewis, R.W. (1994). Three-dimensional fully coupled flow: consolidation modelling using finite element method. SPE Asia Pacific Oil & Gas Conference (pp. 149-155). Melbourne. SPE 28755.
- Chen, H.Y., y Teufel, L.W. (1997). Coupling fluid-flow and geomechanics in dual-porosity modeling of naturally fractured reservoirs. SPE Annual Technical Conference and Exhibition (pp. 419-433). San Antonio, Texas. SPE 38884.
- Gutierrez, M. y Lewis, R.W. (1998). The role of geomechanics in reservoir simulation. SPE/ISRM Eurock'98. Trondheim. SPE/ISRM 47392.
- Osorio, J.G., y otros (1999). Numerical simulation of the impact of flow-induced geomechanical response on the productivity of stress-sensitive reservoirs. SPE Reservoir Simulation Symposium. Dallas, Texas. SPE 51929.
- Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc. (2000). ABAQUS Theory Manual, Versión 6.1. U.S.A.
- Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc. (2000). ABAQUS User's Manual, Vol. 1, 2 y 3, Versión 6.1. U.S.A.

- Intevep, S.A. (1999). Mechanical characterisation and compaction studies on Cerro Negro unconsolidated sands. Los Teques: José Parra.
- Burland J.B., y Roscoe K.H. (1968). On the general behaviour of sweet clay, Engineering Plasticity. Cambridge. Heyman Leckie ed.
- Roscoe K.H., y Schofield A.N. (1963). Mechanical behaviour of an idealised 'wet' clay", 2nd ECSMFE, Wiesbaden, 1, 47-54 pp.
- Charlez Ph.A. (1997). Rock Mechanics, Vol. 2, Petroleum Applications. Paris. Éditions Technip. 661 p.
- Dusseault M.B. (2001). Comparing Venezuelan and Canadian heavy oil and tar sands. Petroleum Society's Canadian International Petroleum Conference. Calgary. Paper 2001-061
- Instituto de Investigación de Petróleos de Venezuela. Intevep. (1993). Mecanismos y Esquemas de Producción de Crudos Pesados. Evaluación de las Propiedades de Compresibilidad, Porosidad y Permeabilidad de las Arenas U1-3, Área del Proyecto Piloto Hamaca MFB-15. Los Teques: Maria G. Faustino.
- Universidad del Zulia. Instituto de Investigaciones Petroleras. (1997). Curso basico de ingeniería de yacimientos. Maracaibo: Carlos Colmenares.
- Helmy, M.W., y Wattenarger, R.A. (1998). New shape factors for wells produced at constant pressure. SPE Gas Technology Symposium. Calgary. SPE 39970.

# Bibliografía

- Carles, P., y otros. (2004). A new methodology to determine the pre-consolidation stress for evaluating the compaction drive in unconsolidated heavy oil reservoirs. SPE International Thermal Operations and Heavy Oil Symposium. Bakersfield, California. SPE 86978.
- Charlez Ph.A. (1991). Rock Mechanics, Vol. 1, Theoretical Fundamentals. Paris. Éditions Technip. 333 p.
- Craft, B.C., y Hawkins, M. (1991). Applied Petroleum Reservoir Engineering. Englewood Cliffs, New Jersey. Prentice-Hall, Inc. 431 p.
- Cuisiat, F., y otros. (1998). Petroleum reservoir simulation coupling flow and deformation. SPE European Petroleum Conference (pp. 63-72). The Hague. SPE 50636.
- Economides, M.J., y otros. (1998). Petroleum well construction. England. John Wiley & Sons Ltd. 622 p.
- McCain, W.D. Jr. (1990). The Properties of petroleum fluids. Tulsa, Oklahoma. PennWell Publishing Company. 548 p.
- Ong, S., y otros. (2001). Pressure-dependent pore volume compressibility – A cost effective log-based approach. SPE Asia Pacific Improved Oil Recovery Conference. Kuala Lumpur. SPE 72116.
- Samier, P., y otros. (2003). Coupled analysis of geomechanics and fluid flow in reservoir simulation. SPE Reservoir Simulation Symposium. Houston, Texas. SPE 79698.
- Satter, A., y Thakur, G.C. (1994). Integrated petroleum reservoir management. Tulsa, Oklahoma. PennWell Publishing Company. 335 p.

- Schofield A.N., y Wroth C.P. (1968). Critical state soil mechanics. London. McGraw Hill.
- Sulak, R.M., y otros. (1991). 3D Reservoir simulation of Ekofisk compaction drive. Journal of Petroleum Technology (pp.1272-1278).
- Wan, J. (2002). Stabilized finite element methods for coupled geomechanics and multiphase flow. Trabajo especial de grado. Inédito. Stanford University. California.
- Wing-Ka Chan, A. (2005). Production-induced reservoir compaction, permeability loss and land surface subsidence. Trabajo especial de grado. Inédito. Stanford University. California.
- Zimmerman, R.W. (1991). Compressibility of Sandstones. Amsterdam, The Netherlands. Elsevier Science Publishing Company, INC. 173 p.

# Nomenclatura

a	Parámetro de endurecimiento.
$C_{ACP}$	Factor de forma del área de drenaje a presión constante.
$C_{bc}$	Compresibilidad volumétrica variando la presión de confinamiento.
$C_{bp}$	Compresibilidad volométrica variando la presión de poros.
$C_f$	Compresibilidad del fluido.
$C_g$	Compresibilidad de los granos minerales.
$C_{pc}$	Compresibilidad de poro variando la presión de confinamiento.
$C_{pp}$	Compresibilidad de poro variando la presión de poros (compresibilidad de la formación).
$C_{gc}$	Compresibilidad de los granos minerales variando la presión de confinamiento.
$C_{gp}$	Compresibilidad de los granos minerales variando la presión de poros.
$C_t$	Compresibilidad total del sistema roca/fluido.
$D_{ijklm}$	Tensor constitutivo del material o tensor de rigidez.
d	Profundidad.
div	Divisiones.
E	Módulo de Young.
e	Relación de vacíos
F	Función de fluencia.
f	Fuerzas externas.
G	Módulo de corte.
g	Aceleración de gravedad.
h	Espesor.
I	Matriz de identidad.
J	Relación de volumen para dos tiempos distintos.
$J^{el}$	Cambio de volumen elástico.
$J^{pl}$	Cambio de volumen plástico.
<b>K</b>	Trayectoria de esfuerzos.

K	Módulo volumétrico.
k	Permeabilidad.
<b>M</b>	Pendiente de la línea de estados críticos.
M	Módulo uniaxial.
<b>n</b>	Normal a una superficie.
n	Porosidad.
P	Esfuerzo volumétrico.
P'	Esfuerzo efectivo volumétrico.
P <sub>c</sub>	Esfuerzo o presión de consolidación.
P <sub>co</sub>	Esfuerzo o presión de preconsolidación.
P <sub>t</sub> <sup>el</sup>	Resistencia a la tensión elástica.
p	Presión de poros o de yacimiento.
p <sub>bp</sub>	Presión de burbujeo.
p <sub>c</sub>	Presión de confinamiento.
p <sub>wf</sub>	Presión de fondo fluuyente.
Q	Esfuerzo de corte.
q	Tasa de producción.
q <sub>D</sub>	Tasa de producción adimensional.
r	Radio.
r <sub>w</sub>	Radio del pozo.
S	Superficie.
SF	Factor de daño.
s	Saturación.
T	Temperatura.
t	Tiempo.
tr()	Traza del tensor entre paréntesis.
u <sub>g</sub>	Presión del gas.
u <sub>w</sub>	Presión del líquido.
V	Volumen.
V <sub>b</sub>	Volumen total.
V <sub>g</sub>	Volumen de los granos minerales.

$V_p$	Volumen de poro.
$V_w$	Volumen de fluido.
$v_w$	Velocidad del fluido.
$w$	Ancho.
$z$	Elevación por encima del datum.

**Griego**

$\alpha$	Constante de Biot.
$\chi$	Factor que depende de la saturación y de la tensión superficial.
$\Delta p$	Caída de presión.
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker.
$\varepsilon_{km}$	Tensor de deformaciones.
$\varepsilon_p$	Deformación volumétrica.
$\varepsilon_p^{el}$	Deformación elástica volumétrica.
$\phi$	Angulo de fricción interna.
$\Phi$	Altura piezométrica.
$\gamma$	Constante de Euler.
$\kappa$	Coefficiente de compresibilidad elástica.
$\lambda$	Coefficiente de compresibilidad plástica.
$\mu$	Viscosidad del fluido.
$\nu$	Relación de Poisson.
$\nabla^2$	Operador Laplaciano.
$\rho_w$	Densidad del fluido.
$\sigma$	Esfuerzo normal.
$\sigma_{ij}$	Tensor de esfuerzos totales.
$\sigma'_{ij}$	Tensor de esfuerzos efectivos.
$\sigma^T_{ij}$	Matriz inversa del tensor de esfuerzos.
$\tau$	Esfuerzo de corte.

**Subíndices**

b	Total o volumétrico.
bp	Punto de burbuja.
c	Confinamiento.
c	Consolidación.
D	Adimensional.
f	Fluido.
g	Gas.
g	Granos minerales.
i	Inicial.
i, j, k, m	Índices enteros.
o	Inicial.
p	Poro.
t	Tensión.
t	Total.
w	Líquido.

**Superíndices**

el	Elástico.
pl	Plástico.
T	Transpuesta.

**Siglas**

MEF	Método de Elementos Finitos.
POES	Petróleo Original En Sitio.
PVT	Presión, Volumen, Temperatura.
UCV	Universidad Central de Venezuela.
2D	Bidimensional.
3D	Tridimensional.

# Apéndice

A continuación se presenta el archivo típico de entrada de ABAQUS. El archivo de entrada se divide en dos partes principales: los datos del modelo y la historia de las cargas. Cada parte está compuesta de varios bloques que contienen las instrucciones y los datos. La primera parte contiene toda la información requerida de la estructura del modelo y la definición de las propiedades del material. La segunda parte define la sucesión de eventos en la simulación. La historia de las cargas contiene las cargas y restricciones y se subdivide en una serie de pasos, cada uno de los cuales define una etapa diferente de la simulación.

```

*Heading
...
*****
**
** Material definition
**
*****
**
*Material, name=Shale
*Density
  2390.52
*Elastic
  0.25e+09, 0.25
**
*Material, name=Sand
*Density
  2100.,
*Permeability, specific=9500.
  2.51e-03, 0.4285
*Porous Bulk Moduli
  ,1.38e+09
*Porous Elastic
  0.021, 0.3
*Clay Plasticity
  0.12, 1.16, 4716833, 1., 1.
**
*Material, name=Igneous&Metamorphic
*Density
  2390.52
*Elastic
  14e+09, 0.2
**
*Solid Section, elset=Overburden&Surrounding, material=Shale
*Solid Section, elset=Reservoir, material=Sand
*Solid Section, elset=Underburden, material= Igneous&Metamorphic
**
*****
**
** Initial conditions
**
*****
**
*Initial conditions, type=stress, geostatic
  Overburden&Surrounding, -14774130., 270., 0., 900., 0.75
  Reservoir, -8789130., 270., -8370600., 300., 0.75

```

```

Underburden, -21105900., 0., -14774130., 270., 0.75
*Initial conditions, type=ratio
  Reservoir, 0.4285
*Initial conditions, type=pore pressure
  Reservoir, 5985000., 270., 5700000., 300.
**
*****
**
** Boundary conditions
**
*****
**
** Name: BC-Base Type: Displacement/Rotation
*Boundary
  PickedSet_Base, 2, 2
** Name: BC-Left_Side Type: Displacement/Rotation
*Boundary
  PickedSet_Left, 1, 1
** Name: BC-Right_Side Type: Displacement/Rotation
*Boundary
  PickedSet_Right, 1, 1
  PickedSet_Right, 2, 2
**
*****
**
** Step 1: Geostatic
**
*****
**
*Step, unsymm=yes
*Geostatic
**
** Name: Gravity Type: Gravity
*Dload
  Underburden, Grav, 9.81, , -1.
  Reservoir, Grav 9.81, , -1.
  Surrounding, Grav, 9.81, , -1.
**
** Output requests
**
*Restart, write, frequency=10
**
** Field output: F-Output-1
**
*Output, field, frequency=10

```

```

*Element Output
  E, S, VOIDR, POR
*Node Output
  U, POR
**
** History output: H-Output-1
**
*Output, history, freq=20
*Element output, elset=Print
  S11, S12, S22, E11, E12, E22, VOIDR, POR
*End Step
**
*****
**
** Step 2: T_25Years
**
*****
**
*Step, name=T_25Years, amplitude=ramp, inc=10000, unsymm=yes
*Soils, consolidation, end=period, utol=10000, creep=none
  1., 9125.
**
** Boundary conditions
*Boundary
  Drawdown, 8, 8, 1460625.
**
** Output requests
**
*Restart, write, frequency=10
**
** Field output: F-Output-1
**
*Output, field, frequency=10
*Element Output
  E, S, VOIDR, POR
*Node Output
  U, POR
**
**History output: H-Output-1
**
*Output, history, freq=20
*Element output, elset=Print
  S11, S12, S22, E11, E12, E22, VOIDR, POR
*End Step

```