

**TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

**BOMBA MULTITAPA DE HÉLICE CIRCULAR (BHC)  
PRINCIPIOS, CONSIDERACIONES Y ELEMENTOS  
CONSTITUTIVOS DE LA MISMA COMO UNA POSIBLE  
ALTERNATIVA DE PRODUCCIÓN DE PETRÓLEO EN LA FAJA  
PETROLÍFERA DEL ORINOCO.**

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
Por el Br. Danny D. Tejera L.  
Para optar al Título  
de Ingeniero de Petróleo

Caracas, 2012

## **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

# **BOMBA MULTIETAPA DE HÉLICE CIRCULAR (BHC) PRINCIPIOS, CONSIDERACIONES Y ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE LA MISMA COMO UNA POSIBLE ALTERNATIVA DE PRODUCCIÓN DE PETRÓLEO EN LA FAJA PETROLÍFERA DEL ORINOCO.**

TUTOR ACADÉMICO: Ing. Víctor Escalona.

Presentado ante la Ilustre  
Universidad Central de Venezuela  
Por el Br. Danny D. Tejera L.  
Para optar al Título  
de Ingeniero de Petróleo

Caracas, 2012

Caracas, 20 de junio de 2012

Los abajo firmantes, miembros del Jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería de petróleo, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por el Bachiller, TEJERA L. DANNY D, titulado:

**“BOMBA MULTITAPA DE HÉLICE CIRCULAR (BHC) PRINCIPIOS, CONSIDERACIONES Y ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE LA MISMA COMO UNA POSIBLE ALTERNATIVA DE PRODUCCIÓN DE PETRÓLEO EN LA FAJA PETROLÍFERA DEL ORINOCO”**

Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios conducente al Título de Ingeniero de petróleo, y sin que ello signifique que se hacen solidarios con las ideas expuestas por el autor, lo declaran APROBADO.



Prof. Julio Segura  
Jurado Principal



Prof. Wladimiro Kowalchuk  
Jurado Principal



Prof. Víctor Escalona  
Tutor Académico





Escuela de Ingeniería de Petróleo  
Facultad de Ingeniería-UCV

## ACTA

Quienes suscriben, integrantes de la totalidad del jurado examinador del Trabajo Especial de Grado, titulado: **“BOMBA MULTITAPA DE HÉLICE CIRCULAR (BHC) PRINCIPIOS, CONSIDERACIONES Y ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE LA MISMA COMO UNA POSIBLE ALTERNATIVA DE PRODUCCIÓN DE PETRÓLEO EN LA FAJA PETROLÍFERA DEL ORINOCO”**, presentado por el Br. DANNY TEJERA, titular de la Cédula de Identidad No. 9.685.746. Para optar al título de Ingeniero de Petróleo, acordaron por unanimidad solicitarles a las autoridades correspondientes de la Facultad de Ingeniería, tengan a bien otorgar **MENCIÓN HONORÍFICA** al Trabajo de Grado antes mencionado.

Esta solicitud se hace con base a la originalidad del enfoque utilizado para tratar el tema presentado y a la excelencia, tanto de su contenido como de su presentación formal, atributos que lo convierten en una fuente de referencia útil.

Se levanta la presente Acta en Caracas, a los veinte (20) días del mes de junio del año dos mil doce.

Prof. Julio Segura  
Jurado Principal

Prof. Wladimiro Kowachuk  
Jurado Principal

Prof. Víctor Escalona  
Tutor Académico



## **DEDICATORIA**

A la memoria de mi padre David Tejera, quien el tiempo no le permitió ver la culminación de este trabajo.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco principalmente al Dios Todopoderoso creador de los Cielos y la Tierra y a Jesucristo su Hijo, quien es el dador de la vida, el conocimiento y la inteligencia. A Él le debo todo.

A la Universidad Central de Venezuela, quien en sus espacios se forjo en mí el saber a esta ciencia y por su apoyo institucional.

Al tutor Académico Ing. Víctor Escalona, por su instrucción, observaciones, lectura y correcciones de este trabajo, gracias.

A mi Madre quien con su amor, ayuda, perseverancia y paciencia, infundió en mí principios de fe, vida, trabajo y conducta.

A mi Esposa que es mi inspiración y ayuda idónea, por su paciencia, comprensión y amor.

A mis Hijos, mis pequeñas vidas, que son mi alegría.

A los Profesores: Carlos Gil y Lizbeth Miranda, por su asesoría oportuna y apoyo institucional.

**Tejera, L. Danny D.**

**BOMBA MULTIETAPA DE HÉLICE CIRCULAR (BHC)  
PRINCIPIOS, CONSIDERACIONES Y ELEMENTOS  
CONSTITUTIVOS DE LA MISMA COMO UNA POSIBLE  
ALTERNATIVA DE PRODUCCIÓN DE PETRÓLEO EN LA FAJA  
PETROLÍFERA DEL ORINOCO.**

**Tutor Académico: Ing. Víctor Escalona.**

**Tesis. Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería. Escuela de Ingeniería de Petróleo.  
Año 2012, 226 p.**

**Palabras Claves:** Bombas Para Pozos Petroleros - Diseño.

Faja Petrolífera del Orinoco.

**Resumen.** Este trabajo de grado consiste en el diseño de una bomba de petróleo rotatoria multietapa de desplazamiento positivo, llamada bomba multietapa de hélice circular. El modelo es una invención relacionada con el manejo de fluidos y su posible aplicación para la extracción de crudo en pozos petroleros. Este equipo está conformado básicamente por: Unidades oscilantes, rotor con múltiples hélices circulares, unidades de separadores de etapas y conducción de fluidos, así como la carcasa externa del cuerpo de la bomba entre otros. Este trabajo se centró en la obtención de las variables características de la bomba de hélice circular, variables definidas por el desplazamiento teórico, caudal teórico, caudal real de la bomba, eficiencia volumétrica y eficiencia mecánica, torque necesario para operar la bomba entre otros. Estas variables están definidas por medio de ecuaciones deterministas. Con la obtención de las variables características de la bomba, las propiedades del fluido y las condiciones de asentamiento de la bomba se obtuvieron las curvas de comportamiento teóricas de la bomba bajo las condiciones de operación. La bomba de hélice circular puede trabajar sin la presencia de un cuerpo elastomérico lo cual permitirá la operación eficaz en ambientes con altos porcentajes de H<sub>2</sub>S. El equipo funciona por medio de la rotación continua del rotor el cual forma cavidades entre las cámaras de admisión y descarga de la bomba, las unidades oscilantes están diseñadas para formar un sello y separar dichas cámaras. El fluido es transportado a la cámara de admisión de la etapa sucesiva, produciendo así un fluido continuo no pulsante.

Debido a lo inédito del trabajo las deducciones de las variables distintivas que la describen se muestran de forma detallada en los apéndices respectivos. Con este trabajo se demuestra que el sistema de bombeo propuesto es de fácil construcción y prestará un servicio eficiente, reduciendo los costos de producción y mantenimiento. El diseño propuesto es adecuado para fluidos en pozos petroleros que presenten un porcentaje de agua y sedimento apreciable así como un excelente manejo de petróleos de alta viscosidad.

## INDICE GENERAL

	pág.
PORTADA	i
CONTRAPORTADA	ii
ACTA DE APROBACIÓN	iii
MENCION HONORÍFICA	iv
DEDICATORIA	v
AGRADECIMIENTOS	vi
RESUMEN	vii
INDICE GENERAL	viii
LISTA DE TABLAS	xii
LISTA DE FIGURAS	xiv
CAPÍTULO I:	
INTRODUCCIÓN	1
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
ANTECEDENTES	5
OBJETIVO GENERAL	8
OBETIVOS ESPECIFICOS	8
MARCO TEÓRICO	9



## CAPÍTULO II:

### MARCO METODOLÓGICO

#### PRINCIPIO DE BOMBEO Y PROPIEDADES CARACTERISTICAS DE LA BOMBA DE HELICE CIRCULAR

1.- DESCRIPCIÓN DEL PRINCIPIO DE BOMBEO	28
2.- DESPLAZAMIENTO TEÓRICO DE LA BOMBA	34
3.-EVALUACIÓN DE PÉRDIDAS O RECIRCULACIÓN DE LA BOMBA	38
4.-CAUDAL TEÓRICO DE LA BOMBA	44
5.- CAUDAL EFECTIVO DE LA BOMBA	48

## CAPÍTULO III:

#### DISEÑO DE PIEZAS, DESCRIPCIÓN DEL ROTOR DE LA BOMBA Y SUS CARACTERISTICAS

1.-DISEÑO Y DESPIECE DE LOS COMPONENTES DE LA BOMBA	50
2.- ROTOR DE LA BOMBA	
A.-DESCRIPCIÓN GEOMETRICA DEL ROTOR	64
B.- VOLUMEN DEL ROTOR	69
3.- MOMENTO DE INERCIA DEL ROTOR	70
4.- PRODUCTO DE INERCIA DEL ROTOR	73
5.-CENTRO DE MASA DEL ROTOR	75
6.-CUERPO EXTERNO DE LA BOMBA	78
7.- CUERPO INTERNO DE LA BOMBA	80

## CAPÍTULO IV:

### DESCRIPCIÓN CINEMÁTICA Y DINÁMICA DE LOS COMPONENTES MOVILES DE LA BOMBA.

#### A- DESCRIPCION DINÁMICA DE LOS ELEMENTOS MOVILES DE LA BOMBA.

1.- ANÁLISIS DINÁMICO ROTACIONAL SOBRE EL ROTOR 83

2.- ANÁLISIS DINÁMICO SOBRE LA BARRA DE OSCILACIÓN 87

#### B.- DESCRIPCIÓN CINEMÁTICA DE LOS ELEMENTOS MOVILES DE LA BOMBA.

1.- ANÁLISIS CINEMÁTICO SOBRE EL ROTOR 91

2.- ANÁLISIS CINEMÁTICO SOBRE LA BARRA DE OSCILACIÓN 93

#### C.- ANÁLISIS DE MATERIALES.

1.- ANALISIS DE TENSION SOBRE CAVIDADES CILINDRICAS 96

2.- RELACION DE ESFUERZOS SOBRE LOS ELEMENTOS MOVILES DE LA BOMBA 106

## CAPÍTULO V.

### CURVAS DE COMPORTAMIENTO Y PARÁMETROS DE OPERACIÓN DE LA BOMBA.

1.- CAUDAL DE LA BOMBA 111

2.- COMPORTAMIENTO DE LA PRESIÓN 114

3.-RELACIÓN DE POTENCIA DE LA BOMBA 116

4.- TORQUE DE OPERACIÓN REQUERIDO PARA LA BOMBA 118

5.- TIEMPO DE RELAJACIÓN DEL SISTEMA 121

6.- OPERACIÓN BAJO CONDICIONES DE MÁXIMA EFICIENCIA	124
7.- EFICIENCIA VOLUMÉTRICA	128
8.- CURVAS DE COMPORTAMIENTO DE LA BOMBA	133
RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	172
CONCLUSIONES	175
RECOMENDACIONES	178
BIBLIOGRAFÍA	182
APÉNDICES:	
APÉNDICE A: Flujo en función del diferencial de presión	184
APÉNDICE B: Descripción de la forma del rotor	187
APÉNDICE C: Desplazamiento teórico de la bomba	192
APÉNDICE D: Volumen del rotor en término de las relaciones angulares	195
APÉNDICE E: Masa del material por etapa de la bomba	197
APÉNDICE F: Momento de inercia	198
APÉNDICE G: Productos de inercia	202
APÉNDICE H: Centro de masa	208
ANEXOS:	
ANEXO I: DOCUMENTOS DE BUSQUEDA DE PATENTE	
ANEXO II: DOCUMENTO DE SOLICITUD DE PATENTE	
GLOSARIO DE TÉRMINOS	

## LISTA DE TABLAS Y GRÁFICOS

<b>LISTA DE TABLAS:</b>	<b>pág.</b>
Tabla II. 1: Caudal teórico contra RPM para 4000 psi	45
Tabla II.2: Caudal efectivo contra presión para 4000 psi	48
Tabla V.1: Caudal efectivo contra presión diferencial	112
Tabla V2: Eficiencia contra presión diferencial	128
Tabla V.3: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial	131
Tabla V.4: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 600RPM	135
Tabla V.5: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @600RPM	137
Tabla V.6: Eficiencia contra presión diferencial @600 RPM	139
Tabla V.7: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 800 RPM	141
Tabla V.8: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 800 RPM	143
Tabla V.9: Eficiencia contra presión diferencial @ 800 RPM	145
Tabla v.10: Caudal efectivo contra presión diferencial @1000 RPM	146
Tabla V.11: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 1000 RPM	148
TablaV.12: Eficiencia contra presión diferencial @ 1000 RPM	150
Tabla V.13: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 1400 RPM	152
Tabla V.14: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 1400RPM	154
Tabla V.15: Eficiencia contra presión diferencial @ 1400 RPM	156
Tabla V.16: Caudal efectivo contra presión diferencial a diferentes RPM	158
Tabla V.17: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a diferentes RPM	160

Tabla V.18: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM	161
Tabla V.19: Caudal efectivo contra presión diferencial a distintas RPM	176
Tabla V.20: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a distintas RPM	163
Tabla V.21: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM	164
Tabla V.22: Caudal efectivo contra presión diferencial a distintas RPM	165
Tabla V.23: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a distintas RPM	166
Tabla V.24: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM	167
Tabla V.25: Caudal efectivo contra RPM a una $\Delta P$ de operación	168
Tabla V.26: Caudal efectivo contra RPM a una $\Delta P$ de operación	169
Tabla V. 27: Caudal efectivo contra RPM a una $\Delta P$ de operación	170
Tabla V.28: Parámetros de estimación para obtener las curvas de comportamiento	171

<b>LISTA DE FIGURAS:</b>	<b>pág.</b>
1.- La figura 1a y 1b muestran la carcasa externa del cuerpo de la bomba	53-54
2.- La figura 2a y 2b muestra la tapa inferior de la bomba	53-54
3.- La figura 3a y 3b muestran el anillo de sello	53-54
4.- La figura 4a y 4b es una vista en proyección vertical superior	53-54
5.- La figura 5 anillo de sello entre la carcasa y la junta receptora de sello	55
6.- La figura 6 muestra la junta superior receptora de sellos y cojinete	55
7.- La figura 7 muestra el adaptador de la bomba a la tubería de producción	55
8.- La figura 8a y 8b, muestran los tornillos de unión	55
9.- Las figuras 9 y 11, muestran el cuerpo interior de la bomba	56-57
10.- Las figuras 10 (a-d) y 12 (a - b), muestran algunos rotores de la bomba	56-57
11.- Las figuras 13 y 18, muestran un corte transversal de la bomba	57-58
12.- La figura 14 y 19, muestran las unidades de oscilación	57-58
13.- La figura 15, muestra el rotor de múltiples hélices circulares	58
14.- La figura 16, muestra un corte transversal de la figura 6	58
15.- La figura 17, muestra la vista de la tapa de recepción de sello	58
16.- La figura 20, muestra las unidades de separadores de etapas	59
17.- La figura 21, Rotores de la Bomba I	60
18.- La figura 22, Rotores de la Bomba II	61
19.- La figura 23, Barras de Oscilación I	62
20.- La figura 24, Barras de Oscilación II	63

21.- Figura III.1: Despliegue del corte del rotor a una distancia R	65
22.- Figura III. 2: Muestra al triangulo rectángulo que genera la proyección de la hélice circular con un plano a una distancia radial	66
23.- Figura IV.1 muestra la vista desarrollada del plano lateral del rotor	84
24.- Figura IV.2, muestra un corte del punto de contacto de la barra de oscilación y la hélice circular del rotor y la fuerza axial	89
25.- Figura IV. 3: Gráfico de velocidad contra tiempo para la barra oscilante	94
26.- Figura IV. 4: Gráfico de la aceleración contra el tiempo para la barra oscilante.	95
27.- Figura IV.5: Cilindro de espesor h.	96
28.- Figura IV.6: muestra la tensión axial y normal sobre un elemento del cilindro.	96
29.- Figura IV.7: Sección del cilindro.	97
30- Figura IV.8: Cilindro sometido a presión interna y externa.	99
31.- Figura IV.9: Muestra el esfuerzo tangencial y de radial	103
32.- Figura IV.10 Momento flector.	106
33.- Figura IV.11. Elemento sometido a esfuerzos	107
34.- Figura IV. 12. Tensiones tangencial	109
35.- Gráfico II.1.Caudal teórico contra RPM	45
36.- Gráfico II.2.Caudal efectivo contra RPM	49
37.- Gráfico V.1: Caudal efectivo contra presión diferencial correspondiente a la tabla V.1.	113
38.- Gráfico V.2: Eficiencia contra presión diferencial.	129
39.- Gráfico V.3: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a una RPM constante.	132
40.- Gráfico V.4: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 600RPM.	136
41.- Gráfico V.5: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 600 RPM.	138
42.- Gráfico V.6: Eficiencia contra presión diferencial @600 RPM	140

43.- Gráfico V.7: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 800 RPM.	142
44.- Gráfico V.8: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 800 RPM.	144
45.- Gráfico V.9: Eficiencia contra presión diferencial @ 800 RPM.	145
46.- Gráfico v.10: Caudal efectivo contra presión diferencial @1000 RPM.	147
47.- Gráfico V.11: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 1000 RPM.	149
48.- Gráfico V.12: Eficiencia contra presión diferencial @ 1000 RPM.	151
49.- Gráfico V.13: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 1400 RPM.	153
50.- Gráfico V.14: Eficiencia volumétrica contra presión @ 1400 RPM	155
51.- Gráfico V.15: Eficiencia contra presión diferencial @ 1400 RPM.	157
52.- Gráfico V.16: Caudal efectivo contra presión diferencial a diferentes RPM.	159
53.- Gráfico V.17: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a dist. RPM	160
54.- Gráfico V.18: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM.	161
55.- Gráfico V.19: Caudal efectivo contra presión diferencial a distintas RPM.	162
56.- Gráfico V.20: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a distintas RPM.	163
57.- Gráfico V.21: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM.	164
58.- Gráfico V.22: Caudal efectivo contra presión diferencial a distintas RPM.	165
59.- Gráfico V.23: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a distintas RPM.	166
60.- Gráfico V.24: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM.	167
61.- Gráfico V.25: Caudal efectivo contra RPM a una $\Delta P$ de operación.	168
62.- Gráfico V.26: Caudal efectivo contra RPM a una $\Delta P$ de operación.	169
63.- Gráfico V.27: Caudal efectivo contra RPM a una $\Delta P$ de operación.	170



# **CAPÍTULO I**

## **INTRODUCCIÓN**

En la producción de pozos petroleros, es común el uso de bombas para obtener el petróleo. El presente trabajo se basa en el diseño de una bomba rotatoria que opera bajo el principio de bombeo de las bombas de desplazamiento positivo, el equipo diseñado es una bomba rotatoria de hélice circular. Esto surge como una propuesta alternativa a los métodos de producción de petróleo por bombeo que existe en la actualidad. Tomando en cuenta que las bombas rotatorias de desplazamiento positivo dentro de la industria petrolera son diversas, con un amplio rango de aplicación, manejando una gran gama de fluidos con distintas propiedades y una alta eficiencia demostrable. El uso de bombas rotatorias en el manejo del crudo proveniente de los yacimientos petrolíferos es común, por ejemplo las bombas de cavidades progresivas y las distintas aplicaciones que las bombas rotatorias poseen en las refinerías son un ejemplo de ello. Por esto se propone una bomba rotatoria de desplazamiento positivo, con el fin de satisfacer las necesidades de bombeo en la industria, tanto a nivel de pozo, sin acotar su aplicación en unidades de superficies. El diseño propuesto en este trabajo fue adecuado al área de la producción de pozos petroleros, no limitando los alcances en las diversas aplicaciones que este principio de bombeo posee para el manejo de fluidos en refinerías, plantas de procesos e industria alimenticia y sanitaria en general. La descripción de las características de la bomba diseñada y mostrada en este trabajo se centra en: descripción geométrica del rotor, análisis dinámico y cinemática de los elementos móviles de la bomba, la construcción de los planos de la bomba indicando las partes de la misma y descripción de los parámetros de operación en forma analítica y por medio de las cartas de comportamiento de la misma. Abriéndose así el estudio a la aplicación de este tipo de bombas en la producción petrolera, esto debido a que en la industria petrolera nacional se centra básicamente en el uso de los sistema de bombeo siguientes: Bombeo Mecánico (BM), Bombas electro sumergibles (BES) y Bombas de Cavidades Progresivas (BCP). Como se desarrollará en este trabajo el modelo presentado se muestra como una alternativa

nueva de aplicación de las bombas rotatorias como sistema de levantamiento artificial en la producción de petróleo en los campos petroleros nacionales.

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.**

En la industria petrolera cuando el yacimiento petrolífero no posee la energía suficiente para la expulsar el crudo hacia la superficie es necesario la implementación de un método de levantamiento artificial. Estos métodos de levantamientos artificiales proveen la energía necesaria al fluido para que este pueda emerger de los pozos petroleros y llegar a las estaciones de manejo de crudo. De los métodos de levantamiento artificial cuyos elementos están constituidos por bombas los más usados en la industria petrolera son:

- .- Sistema de bombeo mecánico (BM).
- .- Sistema de bomba electro sumergible (BES).
- .- Sistema de bombeo de cavidades progresivas (BCP).

De estos tres sistemas el de más reciente desarrollo es el sistema de bombeo de cavidades progresivas (BCP) caracterizado por una bomba de desplazamiento positivo de rotor excéntrico. En la implementación de las BCP es un hecho notable la vulnerabilidad del elastómero, al manejar fluidos con altos porcentajes de H<sub>2</sub>S. Por esta razón estas bombas se ven limitadas en el tiempo de operación como consecuencia de las paradas consecutivas para efectuar reparaciones en las mismas. Este hecho en sí conlleva a un impacto económico dentro de los planes de producción de los pozos que operan bajo este sistema de extracción artificial petrolera.

Este estudio persigue presentar a la bomba BHC como una bomba alternativa o sustituta de las bombas usadas en la actualidad sea por el sistema de BM, BCP o BES. Esta bomba (BHC) podrá ser aplicada a pozos que presenten crudos con altos porcentajes de H<sub>2</sub>S, así como operar sin problemas bajo una amplia gama de viscosidades. La introducción de la bomba BHC en la producción petrolera representará un impacto positivo en los planes de inversión, debido al bajo costo del mismo y al incremento del tiempo de operación in situ, reduciendo así las operaciones de paradas en los pozos por reparaciones en el equipo de bombeo. Esto

también conducirá a extender la vida útil del equipo diseñado, lo cual traerá como consecuencia ahorros económicos de alto impacto, disminuyendo los costos inherentes de producción por barril.

Debido a la característica de los yacimientos petrolíferos Venezolanos sobre todo en la faja petrolífera del Orinoco, es necesario preguntar:

¿Qué ha de caracterizar el diseño de una bomba multietapa de hélice circular, no reactiva en ambientes con alto contenido de  $H_2S$ , que en forma progresiva mantenga el bombeo permanente del fluido de trabajo, sin la intervención de un rotor excéntrico que impulse al crudo desde los pozos de petróleo?

## ANTECEDENTES

El presente trabajo está basado en una invención, para la cual no se encontraron registros de desarrollos de bombas similares al diseño propuesto y presentado aquí esto luego de consultar los registros en la oficina de patentes de la nación. Esta invención esta relacionada al campo de estudio de la hidráulica, específicamente con el desarrollo de un equipo de bombeo para la extracción de crudo en los yacimientos petrolíferos, por ende este sistema de bombeo posee gran aplicación en la industria petrolera nacional y en particular en los yacimientos petrolíferos venezolanos, sin limitar su aplicación en la industria alimenticia, sanitaria y de procesos químicos en general.

Dentro de la industria del petróleo, el crudo extraído de los pozos petroleros es aportado por el yacimiento. Por lo general estos yacimientos poseen la energía necesaria manifestada a través de diversos mecanismos de aporte energético. Debido a la producción continua de fluidos esta energía va declinando temporalmente hasta que la producción por el sistema de flujo natural resulta inapropiada e insostenible, de ahí que han nacido diversos métodos de producción conocidos como métodos de extracción artificial de fluidos, estos se caracterizan principalmente por el empleo de sistemas de bombeo, sistemas que aportan la energía adicional al fluido para que este sea extraído de su lugar original de confinamiento.

En la industria petrolera existen varios sistemas de bombeo ampliamente estudiados y divulgados en el campo, dentro de los cuales podemos mencionar los siguientes:

- a.- Sistema de bombeo mecánico.
- b.- Sistema de bombas de cavidad progresiva
- c.- Sistema de bombas electro-sumergibles.

El bombeo mecánico es el sistema de producción de crudo más popular constituido por una bomba de subsuelo de características reciprocantes, formada por un émbolo que posee una válvula viajera unidireccional accionada por una cabilla conectada en superficie a un balancín, el cual le confiere al émbolo el movimiento oscilatorio.

Las bombas de cavidades progresivas son bombas de subsuelo constituidas por un rotor helicoidal de tornillo excéntrico que rota dentro de un cuerpo denominado elastómero donde residen las cavidades; en este sistema mediante la rotación del tornillo se produce la compresión del fluido en algunas cavidades del elastómero y admisión en otras, esta admisión y compresión se transmite entre cámaras sucesivas que progresan a lo largo del elastómero mediante la rotación del tornillo. El accionamiento de esta bomba se lleva a cabo mediante un motor conectado al tornillo excéntrico de la bomba por medio de cabillas que por lo general trabajan con la ayuda de centradores. Este motor generalmente opera como una unidad de superficie. Esta bomba se caracteriza por carecer de válvulas para su funcionamiento y operan a bajas revoluciones por minuto. La primera bomba fue fabricada en 1930 por PCM Moineau, estas bombas fueron conocidas posteriormente como bombas PCM Moineau que encontraron aplicaciones en el bombeo de agua y petróleo de los pozos petroleros, estas bombas se caracterizan por presentar alta tolerancia a la corrosión y por el manejo eficiente del fluido de trabajo a grandes profundidades y variado rango de viscosidades.

Las bombas electro-sumergibles se caracterizan por ser bombas centrifugas multietapa, cada etapa dentro de la bomba están conectadas en serie. El motor trabaja a altas revoluciones (3.450 r.p.m.) y está conectado como una unidad de subsuelo por debajo de la bomba generalmente.

El diseño presentado en este trabajo hace posible el bombeo de crudos de variadas viscosidades. Por las características de sus partes móviles, la bomba de hélice circular BHC, surge como un sustituto a los sistemas de bombeo usados

tradicionalmente. Esta invención se caracteriza por presentar una ventaja económica con respecto a los otros sistemas de bombeo; por su desempeño en sistemas con altos porcentajes de agua y sedimento, así como en ambientes con alto grado de H<sub>2</sub>S. Dependiendo de las necesidades de producción de crudo se pueden diseñar sistemas que superen considerablemente los requerimientos de presión y desplazamiento teórico por revolución entregados por las bombas de cabilla y las de cavidades progresivas.

## **OBJETIVO GENERAL:**

Diseño de bomba multietapa de hélice circular (BHC) sus principios, consideraciones y los elementos constitutivos de la misma, como una posible alternativa de producción de petróleo en la Faja Petrolífera del Orinoco.

## **OBJETIVOS ESPECIFICOS:**

- 1.- Describir el principio de bombeo de la bomba multietapa de hélice circular.
- 2.- Deducir mediante consideraciones geométricas y de diseño, las magnitudes físicas que caracterizan la bomba multietapa de hélice circular y que la identifica como una bomba de desplazamiento positivo.
- 3.- Indicar los elementos constitutivos de la bomba multietapa de hélice circular mediante la elaboración de los planos y con el fin de tener conocimiento de su operación y funcionamiento.
- 4.- Deducir mediante un análisis analítico-descriptivo las propiedades cinemática y dinámica de los elementos móviles de la bomba de hélice circular.
- 5.- Analizar mediante resistencia de materiales, las propiedades mecánicas de la carcasa de la bomba y el las propiedades de requerimiento de torsión del rotor en la bomba de hélice circular.
- 6.- Mostrar las curvas de comportamiento de la bomba de hélice circular partiendo de las propiedades de los fluidos a manejar, los parámetros de diseño y de las condiciones de operación de la bomba.



## MARCO TEÓRICO

### BOMBAS ROTATORIAS

#### Tipos, terminología y definiciones

Hay muchas variedades de bombas rotatorias para aplicaciones normales o especiales. En Hydraulic Institute Standards se describe la bomba rotatoria como “una bomba de desplazamiento positivo, consistente en una cámara en donde están colocados engranes, excéntricas, tornillos, aspas (álabes), émbolos o elementos similares accionados por la rotación relativa del eje (árbol) de propulsión y la carcasa y que no tiene válvulas separadas para la admisión y descarga”. Los elementos rotatorios en las bombas se llaman rotores, engranes, tornillos o lóbulos; no se los denomina impulsores como en las bombas centrífugas. Otros tipos de bombas rotatorias tienen movimiento con placas oscilantes, con excéntrica y pistón, pistón circunferencial, rotor con álabes deslizables, tubo flexible o camisa flexible como elementos rotatorios y se denominarán con esos términos específicos.

La descripción de las bombas de desplazamiento positivo está dada básicamente por el conocimiento de los siguientes parámetros:

- .- Desplazamiento teórico.
- .- Eficiencia volumétrica.
- .- Eficiencia mecánica.
- .- Recirculación.

Estos parámetros permiten obtener curvas de comportamiento para este tipo de bombas y adecuando estos de equipos a las distintas aplicaciones industriales.

**El desplazamiento teórico:** se define como la cantidad de fluido entregado por la bomba por cada revolución del rotor, esta magnitud se mide en las condiciones de

operación bajo la cual la presión de salida es nula. El desplazamiento teórico depende de la disposición geométrica de los elementos móviles y fijos de la bomba.

**La recirculación:** la pérdida, llamada a veces flujo inverso, es un factor importante que influye directamente en la descarga neta de la bomba. La recirculación esta afectada según el tipo de fluido que se maneje y posee dependencia directa con la holgura de la bomba. Se puede definir como la diferencia entre el desplazamiento teórico de una bomba dada (en volumen por revolución o por unidad de tiempo) y la descarga real neta,  $Q$  y se expresa con

$$Q = D - S \quad (1)$$

En donde  $Q$  es la capacidad real, rpm;  $D$  es el desplazamiento, rpm, y  $S$  es la pérdida, rpm. La holgura es un factor muy importante en las bombas rotatorias. las holguras entre los elementos rotatorios y la carcasa se expresa como axial y diametral. En las bombas de engranes la holgura se registra en valores cercanos a la 0,004 in. Por lo general, el usuario no especifica las holguras en una bomba rotatoria; es labor del ingeniero de diseño de bombas suministrar este tipo de datos para determinadas aplicaciones.

A menudo el usuario deseará conocer estas holguras como ayuda para evaluar diferentes bombas o como indicador del desgaste para darles mantenimiento. Desde luego, la pérdida está en relación directa con las holguras dentro de la bomba y la capacidad de cualquier bomba rotatoria se reducirá conforme se agranden las holguras por el desgaste.

**La eficiencia volumétrica:**, este es el factor por la razón existente entre la descarga neta de la bomba y la descarga teórica de la misma. Por lo tanto la eficiencia volumétrica se expresa por medio de la ecuación:

$$E_v = \frac{D - S}{D} = \frac{Q}{D} \quad (2)$$

En donde  $E_v$  es la eficiencia volumétrica de la bomba, en decimales. La eficiencia volumétrica es un factor acotado en el siguiente intervalo  $0 \leq E_v \leq 1$ , los términos restantes tienen el mismo significado que en la ecuación (1).

**La eficiencia mecánica:** La eficiencia de la bomba varía según el diseño de la misma, la viscosidad y otros factores. En general es mayor para bombas de alta presión.

Las bombas rotatorias pueden tener eficiencias muy altas tales como 80-85%, cuando aumenta la viscosidad, la eficiencia tiende a disminuir, pero se pueden obtener eficiencias altas, si se selecciona correctamente el equipo.

No es fácil obtener tablas de eficiencia de las bombas; los datos de los fabricantes se presentan en forma de gráficas o curvas que no indican la eficiencia. Salvo que el ingeniero desee calcular u obtener datos de eficiencia del fabricante, se pueden utilizar con cautela sus gráficas o curvas para obtener la potencia requerida.

### **Caballaje de la bomba**

Los requisitos de potencia de las bombas rotatorias, igual que en las demás se determinan con base en:

$$(BHP) = \frac{Q\Delta P}{1714E_p} \quad (3)$$

En donde BHP= potencia entregada en el eje o árbol propulsor de la bomba, hp; Q= capacidad, gpm;  $\Delta P$ = presión diferencial, psi y  $E_p$ = eficiencia de la bomba en decimales.

### **Requisitos para la succión**

Las condiciones de la succión en las bombas rotatorias se expresan como carga neta positiva de succión, NPSH, presión neta positiva de entrada, NPIP, y presión neta de entrada, NIP. En estas bombas, como en cualquier otra, se requiere presión positiva en la succión para que se llenen por completo con el líquido.

Aunque muchos tipos de bombas rotatorias tendrán buen funcionamiento durante largo tiempo cuando bombean una mezcla de líquido y gas, la descarga neta de líquido se reducirá mucho si una parte del caudal dentro de la bomba es una mezcla de gas y líquido o de aire y líquido. Por ello, siempre es necesario asegurar una presión o carga adecuada de succión para que la bomba se llene por completo con líquido y funcione sin cavitación.

Algunos fabricantes de bombas rotatorias emplean los términos NPIP o NIP en vez de NPSH, porque una bomba de desplazamiento requiere presión, en vez de carga, para llenarse. Pero, debido a la aceptación tan generalizada del término NPSH en la industria de bombas y porque ya se conoce su significado, es preferible seguir utilizando NPSH en todas las bombas en vez de algún término nuevo. Esto se acordó por el grupo de trabajo del American Petroleum Institute (API) en la preparación de la nueva norma API 676 para Bombas Rotatorias. Esta Norma incluye las siguientes definiciones:

La carga neta positiva de succión, disponibles (NPSH)<sub>A</sub> es la presión total de succión disponible en el sistema en la conexión de succión de la bomba menos la presión de vapor del líquido a la temperatura de bombeo. La (NPSH)<sub>A</sub> para una bomba rotatoria se suele expresar en psi. El usuario es quien debe determinar la (NPSH)<sub>A</sub>.

La carga neta positiva de succión requerida (NPSH)<sub>R</sub> es la presión total de succión requerida por la bomba en su conexión de succión, menos la presión de vapor del líquido a la temperatura de bombeo. La (NPSH)<sub>R</sub> para una bomba rotatoria se suele expresar en psi. El usuario es quien debe determinar la (NPSH)<sub>R</sub>

Los requisitos de succión se determinan en una forma similar a la utilizada en las bombas centrífugas. La (NPSH)<sub>A</sub> es una función del diseño del sistema y solo se puede determinar si se conocen las características del sistema y del líquido que se va a bombear. La distribución física del sistema, el tamaño de las tuberías y otras pérdidas por fricción en los tubos que llegan a la bomba, la elevación estática antes de

la bomba, la presión de vapor en el líquido bombeado, la viscosidad y su efecto en las pérdidas por fricción en el sistema se reflejan directamente en la determinación de la  $(NPSH)_A$ .

Por el contrario, la  $(NPSH)_R$  es la función del diseño de la bomba y sólo se puede encontrar mediante las pruebas de la bomba. El fabricante indicará su valor. Igual que en otras bombas, la  $(NPSH)_A$  debe ser mayor que la  $(NPSH)_R$  si se quiere que la bomba entregue su capacidad nominal y tenga larga duración sin problemas. El cálculo de la NPSH en psi se facilita si se recuerda la relación:

$$(NPSH, psi) = \frac{(NPSH, ft) \times s_g}{2.31 \text{ ft agua /psi}} \quad (4)$$

La viscosidad es un índice de la velocidad cortante del material bombeado y es importante para la selección y aplicación correctas de una bomba rotatoria.

La viscosidad absoluta (o dinámica),  $\mu$ , se suele expresar en poises (dinas/cm<sup>2</sup>) o en centipoises. En unidades inglesas la viscosidad absoluta se expresa en como lb<sub>f</sub> (ft) (s). La viscosidad cinemática,  $\nu$ , se expresa en Stokes, cm<sup>3</sup>/s o en centistokes. En unidades inglesas,  $\nu$  tiene los valores de ft<sup>2</sup>/s. Las dos viscosidades están relacionadas por  $\nu = \mu/\rho$ , en donde  $\rho$  es la densidad del líquido o bien por  $\nu = \mu/s_g$ , en donde  $s_g$  es la densidad relativa.

Se utilizan otras unidades para expresar la viscosidad cinemática. Las más comunes son Segundos Saybolt Universales (SSU) o Segundos Saybolt Furol (SSF). Otros viscosímetros dan valores en segundos Redwood, grados Engler y otros.

El número de Reynolds,  $N_{Re}$ , de un líquido se necesita para establecer ecuaciones, gráficas o tablas y es una función de la viscosidad. Se define con

$$N_{Re} = \frac{dvp}{\mu} \quad (5)$$

En donde  $d$  = diámetro interior del tubo, ft;  $v$  = velocidad del líquido, ft/s;  $\rho$  = densidad del líquido lb/ft<sup>3</sup> y  $\mu$  = viscosidad absoluta del líquido, lb<sub>m</sub>/ (ft) (s).

Con el número de Reynolds, se puede obtener un factor de fricción,  $f$ , mediante el empleo de gráficas publicadas. Después, se utiliza el factor de fricción para obtener la pérdida de carga  $h_L$  durante la circulación por un tubo:

$$h_L = f \left( \frac{L}{d} \right) \left( \frac{v^2}{2g} \right) \quad (6)$$

En donde  $L$  = longitud del tubo, ft;  $d$  = diámetro interior del tubo, ft;  $v$  = velocidad del líquido,  $\frac{ft}{s}$ , y  $g$  = aceleración de gravedad,  $\frac{ft}{s^2}$ .

Se deben aplicar principios similares al flujo en una bomba. Entonces, la viscosidad tiene una relación importante con la fricción dentro de la bomba e influye en forma directa en su volumen y requisitos de potencia para una presión dada de descarga. Se debe reconocer que la temperatura tiene un efecto importante en la viscosidad de un líquido y que si se conocen dos puntos de referencia, la viscosidad a una temperatura dada se puede calcular con exactitud razonable.

## **Aplicaciones de las bombas rotatorias**

Dentro de las múltiples aplicaciones encontradas para las bombas rotatorias podemos mencionar las siguientes:

1. Manejo de líquidos de cualquier viscosidad.
2. Múltiples aplicaciones en procesos químicos.
3. Bombas para cargar carros tanque.
4. Trasmisiones hidráulicas de potencia.
5. Lubricación a presión.
6. Pintura.
7. Enfriamiento para máquinas herramientas.
8. Bombeo de petróleo (líneas, oleoductos).
9. Bombas para quemadores de petróleo.
10. Refinerías.
11. Manejo de grasas.
12. Gases licuados (propano, butano, amoníaco, freón)

## **Restricciones**

1. Los líquidos que contienen sustancias abrasivas o corrosivas pueden causar un desgaste prematuro en las partes con tolerancia muy pequeñas.
2. Estas bombas no se deben usar en instalaciones donde pudieran quedarse girando en seco.

## **Ventajas**

1. Combinan las características de flujo constante de las bombas centrifugas con el efecto positivo de las bombas reciprocantes.
2. Pueden manejar líquidos densos o delgados, así como líquidos que contengan aire o vapor.
3. Pueden manejar líquidos altamente viscosos, lo que ninguna otra bomba puede hacer.

4. No tienen válvulas.

### **Rangos**

Las bombas rotatorias tienen muchas aplicaciones, según el elemento impulsor. Mencionaremos la bomba de engranes, que pueden manejar desde 1 hasta 5,000 g.p.m., a presiones hasta de 3,000 lb / plg<sup>2</sup>.

### **Aplicaciones industriales**

Industria petrolera: (En casi todas las fases de los procesos). Producción-refinación, aceites crudos y refinados. Carga de tanques, transporte, distribución.

Lubricación. Máquinas herramientas y todo tipo de equipo mecánico.

Quemadores de aceites. Servicios de aceite combustible.

Filtros. Aceite.

Industria alimenticia. Jarabes y melazas, chocolates, etcétera.

Industria del acero. Lubricación de los molinos roladores, circulación de aceites para procesos térmicos y para enfriamiento.

Ferrocarriles. Transferencia de aceites, combustibles y diesel, aceite de lubricación y grasa.

### **Materiales**

Las bombas rotatorias se fabrican con diferentes metales y aleaciones, según el servicio que van a dar. En las que manejan aceites combustibles y lubricantes, la carcasa y los rotores, generalmente son de hierro y las flechas de acero al carbono.

Los líquidos corrosivos requieren metales especiales, tales como bronce, monel, níquel y varios aceros inoxidables o hules que poseen las siguientes limitaciones:



\*Aceros inoxidable. Las partes de acero inoxidable tienen gran tendencia a pegarse cuando una gira muy cerca de la otra (Galling or seizing) . Es necesario seleccionar aceros inoxidables de diferentes estructuras y dureza para dichas partes. En general, no se recomiendan bombas de acero inoxidable para líquidos de baja viscosidad.

\*Hules o plásticos. Las partes giratorias deben trabajar con sólo unas cuantas milésimas de pulgada de claro. Muchos líquidos causan distorsiones, erosiones o agrandamientos de las piezas, lo que impide el correcto funcionamiento de la bomba.

\*Bronce. Para los elementos girantes, se debe tener cuidado de no seleccionar metales con coeficientes de dilatación mayores que el de la carcasa de la bomba.

Por ejemplo, el bronce se expande más que el hierro y el acero. Por tanto, la combinación de dichos metales no es adecuada para temperaturas altas.

Acero. El acero tiende a pegarse, por lo que no deberá usarse para líquidos no lubricantes (baja viscosidad).

Hierro. A altas temperaturas pueden ocurrir fracturas, al producirse un enfriamiento. Se recomienda usar acero para líquidos a temperaturas  $> 450^{\circ}\text{F}$ .

## **CLASIFICACIÓN DE LAS BOMBAS ROTATORIAS**

Según el Instituto de Hidráulica, de Estados Unidos, las bombas rotatorias se clasifican en:

### **Bomba de rotor simple:**

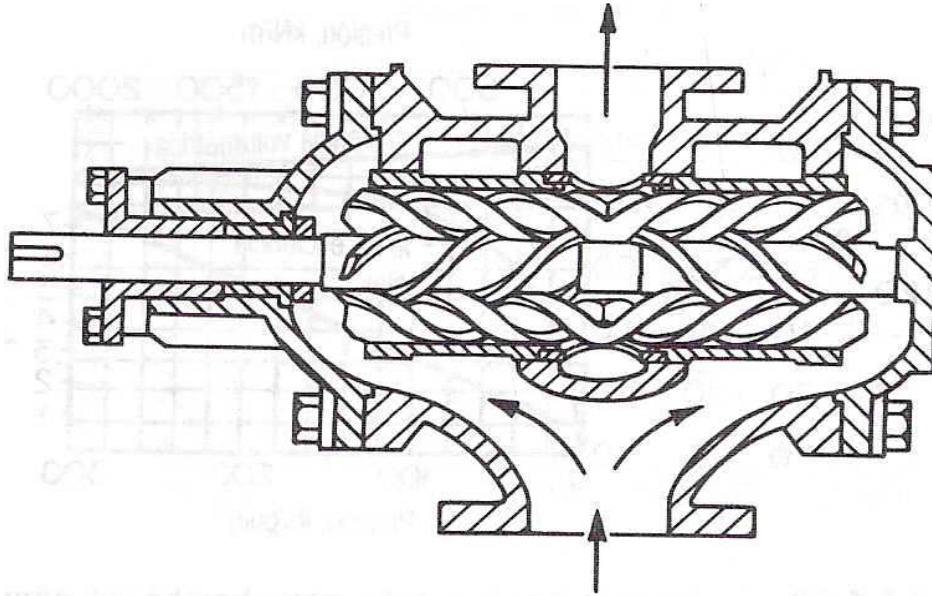
Una bomba de rotor simple es aquella en la cual todos los elementos que giran lo hacen con respecto a un solo eje.



**Figura i: Bomba de rotor simple conocida en la industria como Gerotor.**

### **Bomba de rotores múltiples:**

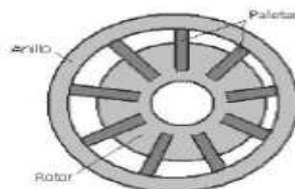
Una bomba de rotores múltiples es aquella en la cual los elementos que giran lo hacen con respecto a uno o más ejes, por ejemplo en las bombas de tornillos múltiples.



**Figura ii: Bomba de rotores múltiples.**

### **Bombas de aspas:**

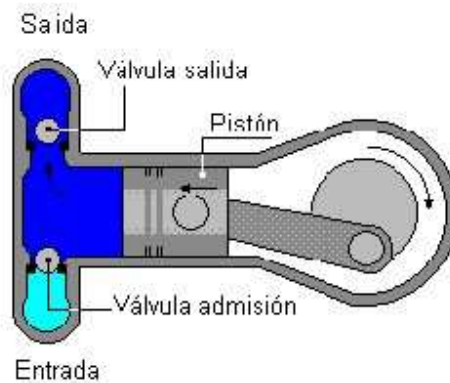
En este tipo de bomba las aspas pueden ser rectas, curvas, tipo rodillo, tipo cangilón, y pueden estar ubicadas en el rotor o en el estator. Y funcionan con fuerza hidráulica radial. El rotor puede ser balanceado o desbalanceado, y el desplazamiento es constante o variable.



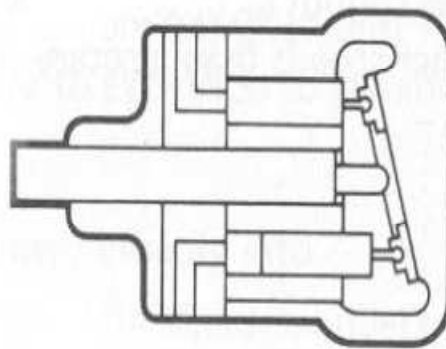
**Figura iii: Bomba de aspas rectas de rotor desbalanceado.**

### **Bomba de pistón:**

En este tipo de bombas el fluido entra y sale impulsado por pistones, los cuales trabajan recíprocamente dentro de los cilindros; las válvulas funcionan por rotación de los pistones y cilindros con relación a los puntos de entrada y salida. Los cilindros pueden estar colocados axial o radialmente, y pueden trabajar con desplazamientos constantes o variables.



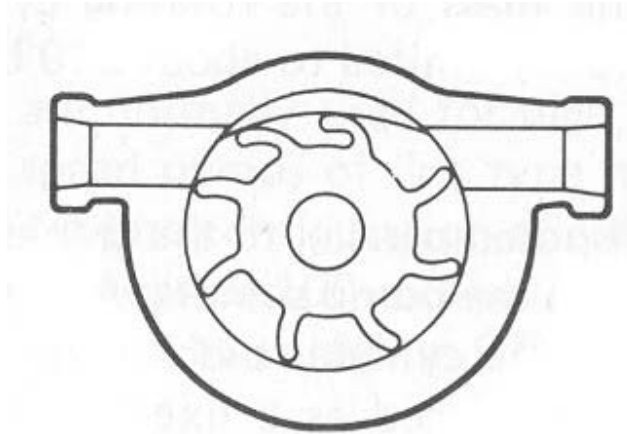
**Figura iv: Bomba de pistón simple.**



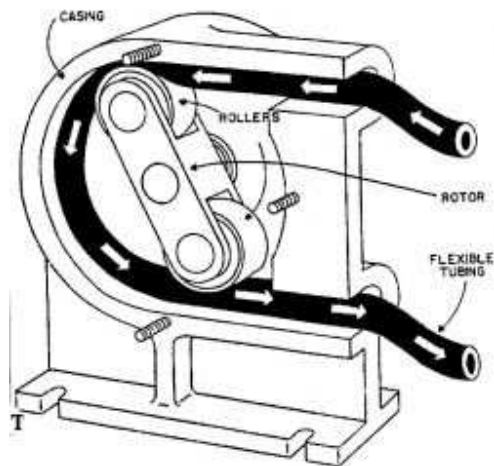
**Figura v: Bomba de pistón axial.**

### **Bombas de miembros flexibles:**

En estas bombas el bombeo del fluido y la acción de sellado dependen de la elasticidad de los miembros flexibles, que pueden ser un tubo, una corona de aspas o una camisa.

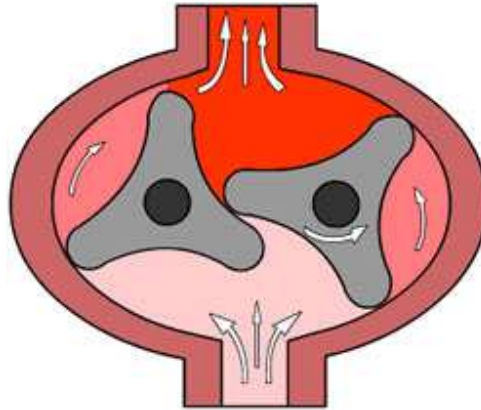


**Figura vi: Bomba de rotor flexible.**

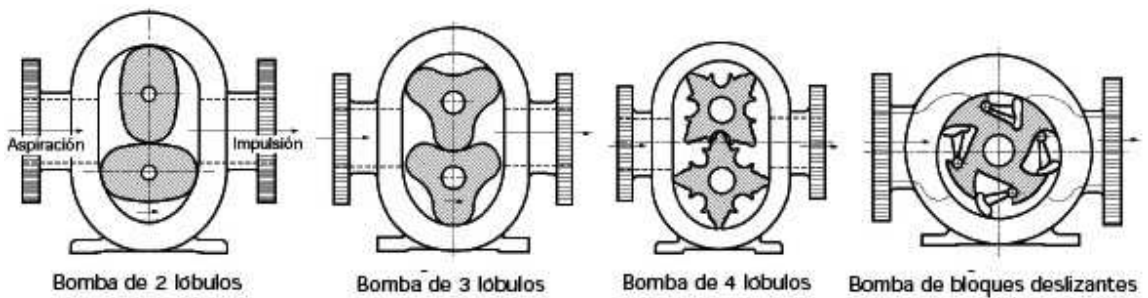


**Figura vii: Bomba de tubo flexible.**

**Bombas de lóbulos.** En estas bombas el líquido se desplaza atrapado en los lóbulos, desde la entrada hasta la salida. Los lóbulos efectúan además la labor de sellado. Los rotores deben girar sincronizadamente.



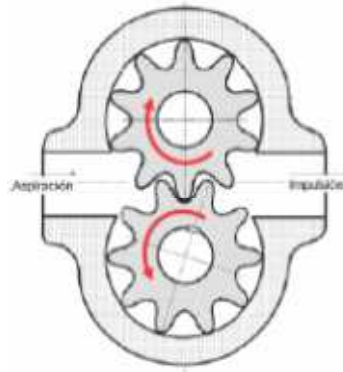
**Figura viii: Bomba de tres lóbulos.**



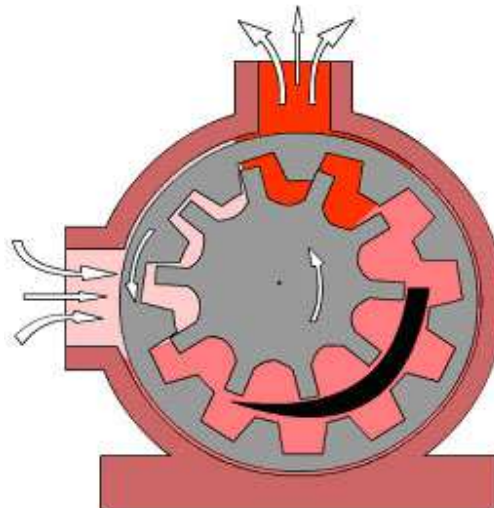
**Figura ix: Bombas de lóbulos.**

**Bombas de engranes.** En este tipo de bombas el líquido es conducido entre los dientes de los engranes, que sirven también como superficies de sello, en la carcasa de la bomba. Las hay de engranes externos, que pueden ser rectos, helicoidales simples o dobles como el tipo espina de pescado (Herringbone).

Los engranes internos tienen un solo rotor que engrana con uno externo.



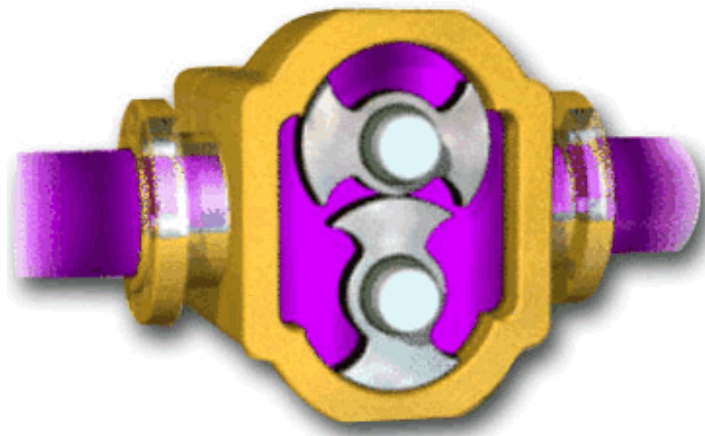
**Figura x: Bomba de engranes externos.**



**Figura xi: Bombas de engranes internos.**

**Bombas de pistón circunferencial:**

Estas bombas tiene el mismo principio de operación que las de engrane, pero aquí cada rotor debe trabajar accionado por medios diferentes.



**Figura xii: Bomba de pistón circunferencial.**



**Bombas de tornillo simple (Bomba de cavidad progresiva):**

Las bombas de cavidades progresivas son bombas de desplazamiento positivo conformadas por una camisa externa fija construida básicamente elastómero y un rotor de tornillo helicoidal. Este tornillo gira dentro del estator y mediante la rotación se forman cavidades de vacío en una región y cavidades de compresión en otras zonas del tornillo, esto permite que el fluido se desplace axialmente a lo largo de una coraza en forma de gusano. Estas bombas tiene el inconveniente de poseer un alto empuje axial e hinchamiento en el cuerpo elastomérico al operar en ambientes con alto contenido H<sub>2</sub>S. Las altas presiones de este tipo de bombas están íntimamente relacionadas por el número de etapas de la bomba, este número de etapas se refiere al número de tornillos presentes en el rotor. En los pozos petroleros estas bombas son accionadas por medio de un motor que opera como una unidad de superficie, transmitiendo así la potencia a la bomba por medio de un eje de transmisión accionada por cadenas o correas unidas a la unidad motora. El sistema impulsor consiste en un sistema de cabillas que transmiten la rotación continua del motor, este sistema de transmisión por lo general trabaja con componentes centradores y una unidad de oscilación en el acople de la bomba con el eje de transmisión de potencia formado por el sistema de cabillas. Este tipo de sistemas opera por lo general entre las 500 – 1200 RPM y los rangos de producción de crudo nominal mostrado por algunos fabricantes oscila entre los 800 a 2500 BBLD. La profundidad de asentamiento de este tipo de bombas varía de 3000 a 10000 pies.

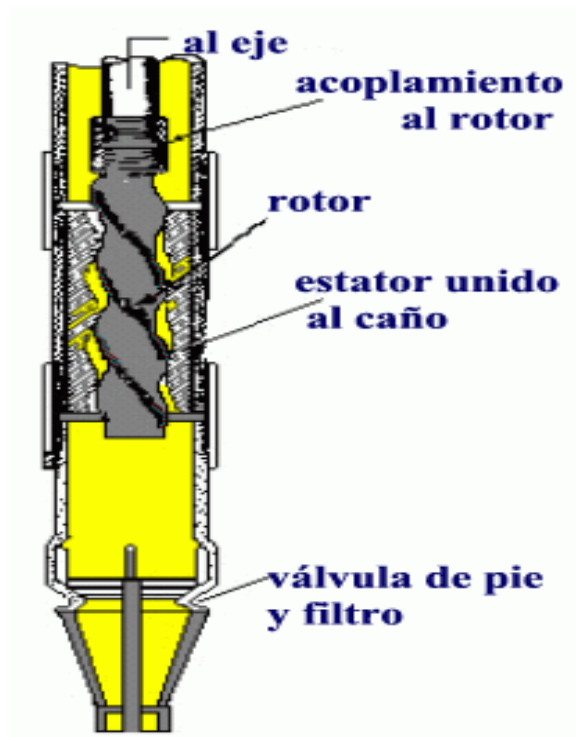
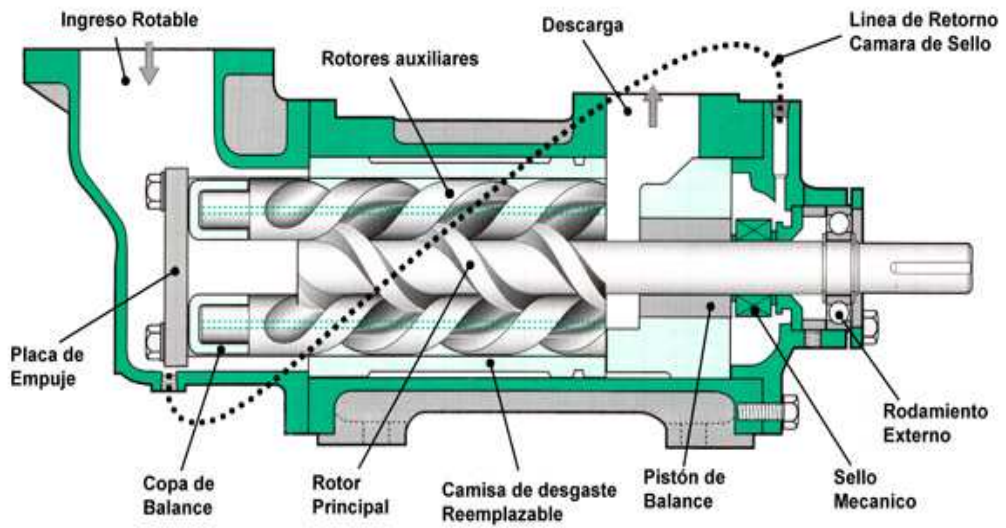


Figura xiii: bomba de tornillo simple.

**Bomba de tornillo múltiple.** El fluido es transportado axialmente por los tornillos. En vez de un estator, cada tornillo trabaja en contacto con el otro, que puede ser el motriz o el conducido. En estos diseños se reduce el empuje axial.



**Figura xiv: Bomba de tornillo múltiple.**

## CAPÍTULO II

### MARCO METODOLÓGICO

#### PRINCIPIO DE BOMBEO Y PROPIEDADES CARACTERÍSTICAS DE LA BOMBA DE HELICE CIRCULAR

##### 1.- DESCRIPCIÓN DEL PRINCIPIO DE BOMBEO:

###### **Funcionamiento:**

La bomba está conformada estructuralmente por un rotor con múltiples hélices circulares compuestas (fig. 15, pág.58), unidades de separadores de etapa y conducción de fluido (fig. 9-11 (e) y 20) págs.56, 57 y 59, así como de unidades oscilantes (fig. 9-11 (b), fig. 14-19 y fig. 20 (c) pág. 56- 59. Esta configuración hacen que ésta bomba funcione a través de un mecanismo distinto al utilizado por las bombas usadas convencionalmente.

Cada rotor está constituido principalmente por hélice circulares (fig. 10 (a-d) y 12 (a – b)) págs. 56-57, las formas de los rotores están regidas por los valores del ángulo polar  $\alpha$  definido por  $0 < \alpha < 180^\circ$  y por el ángulo de la hélice  $\theta$  definido por  $0 < \theta < 90^\circ$ ; a su vez el ángulo polar ( $\alpha$ ) puede degenerarse en el ángulo polar superior  $\alpha_s$  definido por  $\alpha_s \leq \alpha$  y el ángulo polar inferior  $\alpha_i$  definido por  $\alpha_i = \alpha$ . (Ver las figuras 21 y 22 págs. 60-61).

La variación de  $\alpha$  y  $\theta$  generan la familia de rotores mostrados en las figuras 10 (a-d) y 12 (a-b) págs.56-57. (estos son mostrados como ejemplos de variación en el diseño)

Las unidades de separador de etapas y conducción de fluido contienen las cámaras de manejo de fluido (etapas), cuyo número estará definido por el diferencial de presión entre la descarga y admisión de la bomba (aquí se muestra en forma detallada dos etapas de las  $n$ - etapas que pueden conformar la bomba (fig. 20). Cada

etapa requiere de: Una cavidad de recepción para las unidades de oscilación (fig. 20 (d)), cuya función es servir de sello entre la cámara y la unidad de oscilación, así como servir de soporte estructural y guía para el movimiento de la barra oscilante. Una cavidad de comunicación para la admisión o descarga de fluido (fig. 20 (b)), cuya función es la de servir de comunicación entre las partes de la cámara separadas por la hélice circular. Cámara (cavidad) para la conducción de fluidos entre etapas (fig. 20 (e)), cuya función es la de servir de conexión entre la admisión (entrada) de la bomba, las cámaras de admisión y descarga de cada etapa y la salida (descarga) de la bomba.

Unidades de oscilación (fig. 20 (c)), cuya función principal junto al rotor es la de servir de sello y separar la cámara de manejo de fluido (etapa) en dos cámaras de admisión (entrada) y descarga (salida). Cada unidad de oscilación se ajusta correctamente al rotor tanto en la sección de la hélice circular como en la sección circular (polar); este ajuste le confiere un movimiento oscilatorio axial a la barra de oscilación mientras el rotor gira. El soporte del rotor (fig. 20 (g)), cuya función es la de garantizar el movimiento rotatorio del rotor sin que se presenten desplazamientos radiales en el mismo.

La operación de la bomba es expresada mediante el proceso expuesto a continuación.

El fluido al ingresar a la bomba penetra por la ventana de admisión de fluido (fig. 9 y 11 (g)), la hélice compuesta al rotar genera en la entrada de la bomba un vacío parcial que obliga al fluido a entrar en la cámara de admisión (succión) de la bomba. Este fluido dentro de la cámara de succión queda atrapado entre la pared de la cámara (etapa), el rotor de hélice circular compuesta, la barra de la unidad de oscilación y las paredes del separador de etapas. El rotor al girar conduce el fluido a la cámara de descarga donde el mismo es transportado a la etapa siguiente por medio de la cavidad de conducción de fluidos entre etapas ver figura 20 (e); de esta manera el fluido es desplazado de una cámara (etapa) a la siguiente. Este efecto se produce

por cada revolución del rotor, lo cual indica que cada cámara (etapa) es llenada de manera sucesiva y continúa.

Este proceso de descarga de fluidos en la salida de la bomba es llevado a cabo gracias a la intervención de varias bombas de desplazamiento positivo acopladas en serie, representada por lo que hemos aquí denominado “*etapas*”. Este sistema está caracterizado por presentar un desplazamiento teórico por revolución considerablemente mayor que el entregado por las bombas de cavidades progresivas de similares dimensiones, lo cual favorecerá a la producción diaria de crudo por pozo de manera significativa.

El sistema al carecer de elementos elastoméricos permitirá un mayor tiempo de operación en ambientes con alto porcentaje de  $H_2S$ , ambiente en los que las bombas de cavidad progresiva no son operables.

El número de etapas y el caudal teórico de una bomba de este tipo dependerá de los parámetros de operación del sistema. Las variadas formas del rotor (fig. 10 (a-d) y 12 (a-b)) dependerán de las condiciones de operación del sistema y del fluido a manejar, destacando que el rotor ( $\alpha_s < \alpha$ ) de la fig. 12 (a-b) y la unidad oscilante (fig. 14) son diseños eficaces para requerimientos de altas presiones en las cámaras. El empleo de más de dos etapas sugiere el uso de unidades de oscilación individuales como las mostradas en la fig. 9 y 11 (b), o el empleo de unidades de oscilación unidas una a otra mediante una barra de oscilación de una sola pieza que asocie todas las cámaras de número par y otra que asocie todas las cámaras de número impar. Esto sólo es factible cuando el diseño del rotor (fig. 15) presenta a todas sus hélices en fase. En el caso donde el rotor presente las hélices circulares desfasadas en cualquier ángulo  $\beta \neq n\pi$ , las barras de oscilaciones usadas serán únicamente individuales como las mostradas en la fig. 9 y 11 (b). Estas barras de oscilación al oscilar dentro de la unidad de separadores de etapas (fig. 9 y 11 (b-e)) forman un frente de alta presión por un extremo y uno de baja presión en el opuesto, por lo cual para equilibrar las presiones y no sobrecargar las barras en su desplazamiento axial

se conectarán mediante los canales indicados en las fig. 9 y 11 (a), las cuales muestran dicho canal sobre la unidad de separadores de etapa y otro en la unidad de oscilación respectivamente, ambas formas son igualmente aceptables.

Este sistema anula en partes sucesivas por etapas los empujes axiales en el rotor lo cual incrementa la vida útil de la bomba y justifica los modelos de rotores mostrados en las figs. 9 y 11 (d) págs. 56-57.

Reivindicaciones para la bomba de hélice circular:

1. Bomba multietapa de hélice circular, caracterizada por emplear múltiples rotores de hélice circular compuesta, unidades de oscilación, unidades de separadores de etapa y conducción de fluido entre cámaras (etapas), unidades adaptadoras de la bomba a la tubería de producción, unidad receptora de sellos y cojinetes, anillos de sellos, carcasa externa con moldeado interno para fijar la bomba y tornillos. Sistema que opera por la rotación continua del rotor, el cual hace que mediante su rotación se produzca un movimiento oscilante en las unidades (barras) de oscilación.

En este sistema en la cámara de fluido (etapa), el rotor y la barra oscilante forman las cámaras de admisión y descarga en cada etapa respectiva. En estas cámaras el fluido al ser comprimido en la cámara de descarga es transportado a la cámara de admisión de la etapa sucesiva, produciendo así un fluido continuo.

El número de etapas sucesivas para la bomba se determina por los parámetros de operación de la misma. El sistema está conformado por la asociación de varias bombas en serie, cada una representada por una etapa dentro del cuerpo de la bomba. La unidad de separación de etapas y conducción de fluido presenta cavidades para acoplar tanto al rotor (impidiendo desplazamientos radiales y axiales), como a las barras de oscilación. Las unidades de separación de etapas una vez que el rotor está acoplado a ellas son unidades mediante tornillos, luego se insertan las unidades de oscilación al cuerpo de la bomba (fig. 9 y 11) y este

cuerpo de la bomba se inserta dentro de la carcasa externa (fig. 1 (a-b)) y en la misma se colocan los acoples a la tubería de producción.

2. Como se indica en la reivindicación 1 rotores de hélice circular compuesta, el mismo conformado por hélices circulares opuestas cuyo ángulo de paso  $\theta$  es variable con respecto al radio de la hélice y el paso de la hélice es constante con respecto al radio de la misma. El ángulo  $\alpha$  define el sector circular, este puede según el diseño degenerar en los siguientes ángulos de sector circular definidos por ángulo de sector superior ( $\alpha_s$ ) e inferior ( $\alpha_i$ ). cada uno de estos ángulos están definidos por los siguientes intervalos  $0 < \theta < 90^\circ$  ;  $0 < \alpha < 180^\circ$  ;  $\alpha_s < \alpha$  y  $\alpha_i = \alpha$  (ver figura 21 y 22)

Estos rotores pueden estar desfasados o no.

3. Las unidades de oscilaciones tal y como se indica en la reivindicación 1. ajustan perfectamente al rotor impidiendo así la comunicación entre la admisión y la descarga de la bomba por cada etapa. El diseño del rotor le confiere a la barra su movimiento oscilatorio. Esta barra a su vez oscila dentro de la cavidad diseñada para la barra oscilante dentro de la unidad de separación de etapa y conducción de fluido.

Las unidades pueden ser elementos individuales por cada etapa o conformar conglomerados al unir en una barra todas las etapas numeradas con números pares e impares. Estas unidades pueden ser diseñadas con canales para la conducción de fluido o no, así como presentar variaciones geométricas en su cuerpo interno (fig. 23 y 24)

4. La carcasa externa con modelado interno para fijar la bomba, indicada en la reivindicación 1 está diseñada para presentar la entrada de fluido a la bomba tanto de forma lateral como axial.
5. La unidad de separación de etapa y de conducción de fluido como indica la reivindicación 1, puede presentar en su cuerpo externo los canales para el desahogo de presión para la unidad de oscilación los mismos pueden venir en la



misma barra de oscilación lo cual hace la escogencia del canal de forma conveniente al diseño ajustado. Esta unidad presenta tantas etapas como el diseño mismo permita. Este número de etapas se conoce por las condiciones de operación de la bomba (presión de descarga de la misma). La forma interna de esta unidad está sujeta a la geometría de las unidades de oscilación y a las cavidades internas y externas de la misma.

## 2.- DESPLAZAMIENTO TEÓRICO DE LA BOMBA:

El desplazamiento teórico de una bomba de hélice circular, es la cantidad teórica de líquido que los elementos giratorios de la bomba desplazan sin carga o presión. Bajo este esquema la bomba de hélice circular entrega teóricamente una cantidad fija de fluido por cada revolución del elemento giratorio (rotor).

Para definir el volumen de fluido por revolución de la bomba, es necesario crear un modelo basado en la geometría del rotor y la camisa de la bomba. Esto permitirá encontrar cuanto volumen está disponible para el fluido, para ello se establece por medio de la figura II.1 las regiones disponibles para el fluido. Esta figura muestra un despliegue de la vista a un radio R del rotor, en el cual se establecen las regiones  $R_I, R_{II}, R_{III}, R_{IV}, R_V$  y  $R_{VI}$ , cada una de estas regiones posee un volumen  $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5$  y  $V_6$ , la relación entre los volúmenes de cada región es la siguiente.

$$V_1 = V_3 \text{ y } V_2 = V_4 = V_5 = V_6, \text{ relación I}$$

Por lo tanto definimos a:

$V_t =$  *Volumen disponible para el fluido por revolución*, Como la suma de los volúmenes existentes en las regiones  $R_I, R_{II}, R_{III}, R_{IV}, R_V$  y  $R_{VI}$

De la figura 1 se observa que este volumen es:

$$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6$$

Considerando la simetría entre las regiones dadas por la relación I, se tiene:

$$V_t = 2V_1 + 4V_2, \text{ ec. II.1}$$

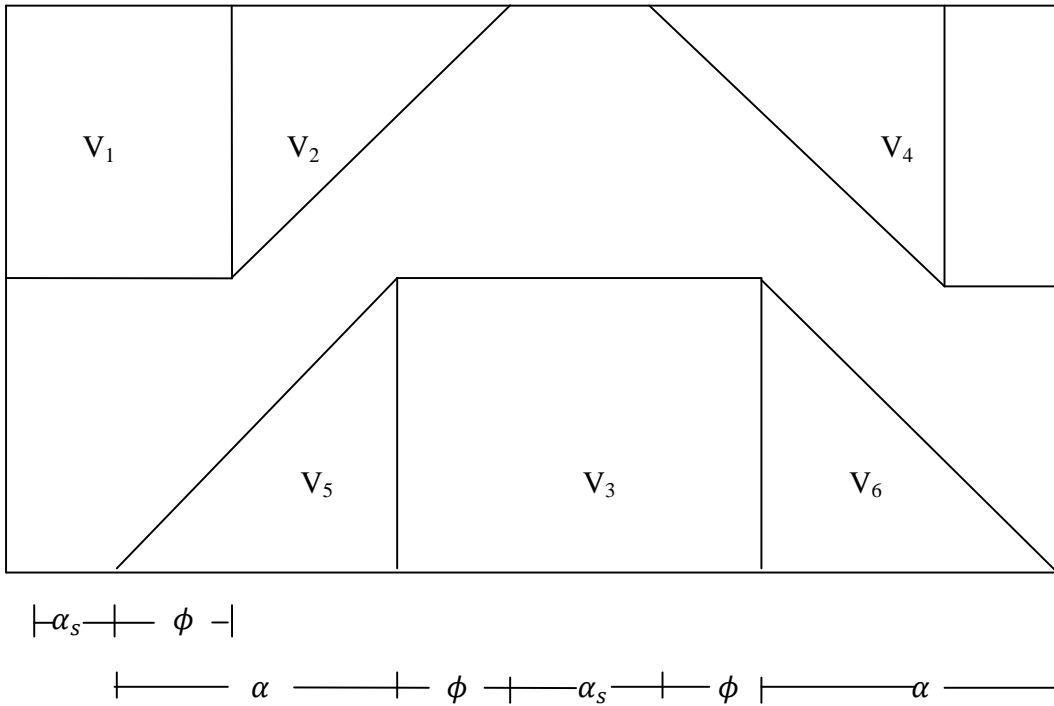
Donde:

$V_1 =$  *Volumen bajo el cilindro circular recto.*

$V_2 =$  *Volumen bajo la hélice circular.*

Para evaluar el volumen bajo el cilindro circular recto se evalúa la integral doble

$$V_1 = \int_0^{\alpha_s + 2\phi} \int_{R_0}^R Z \rho d\rho d\theta$$



**Figura II.1** Vista del despliegue del rotor a un radio  $R$ .

Fuente: Elaboración propia

El volumen bajo la hélice está limitado por la región acotada por los límites de integración:

$$0 \leq \theta \leq \alpha_s + 2\phi$$

$$R_0 \leq \rho \leq R$$

Por lo tanto al integrar resulta

$$V_1 = \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 \alpha \frac{(R^2 - R_0^2)}{2} (\alpha_s + 2\phi), \text{ ec. II. 2}$$

Agrupando términos se tiene que el volumen en la región I es:

$$V_1 = \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 \frac{(R^2 - R_0^2)}{2} [\alpha(\alpha_s + 2\phi)]$$

Para calcular el volumen admisible al fluido en la región II, se utiliza la integral de volumen en coordenadas polares para la región II, es decir,

$$V_2 = \int_{\alpha_s}^{\alpha_s + \alpha} \int_{R_0}^R Z \rho d\rho d\theta,$$

tomando Z en la región II bajo la hélice circular definida por la región:

$$0 \leq \theta \leq \alpha_s + 2\phi$$

$$R_0 \leq \rho \leq R$$

Para la cual Z estará dada por:

$$Z = \tan(\varphi_0) R_0 (\theta - \alpha_s)$$

$V_2 = \int_{\alpha_s}^{\alpha_s + \alpha} \int_{R_0}^R \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 (\theta - \alpha_s) \rho d\rho d\theta$ , al integrar respecto a  $\rho$  y  $\theta$  se obtiene

$$V_2 = \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 \left( \frac{R^2 - R_0^2}{2} \right) \{[(\alpha_s + \alpha)^2 - \alpha_s] - \alpha_s [(\alpha_s + \alpha) - \alpha_s]\}$$

$$V_2 = \frac{\operatorname{tg}(\varphi_0) R_0}{4} (R^2 - R_0^2) \alpha^2; \text{ec. II. 3}$$

Tomando la ec. II.1

$V_t = 2V_1 + 4V_2$  y sustituyendo las ecs. 2 y 3 en la ec.1 se tiene

$$V_t = \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 (R^2 - R_0^2) \alpha^2 + \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 (R^2 - R_0^2) (\alpha \alpha_s + 2\alpha\phi)$$

En la ecuación anterior agrupando términos y simplificando

$$V_t = \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 (R^2 - R_0^2) [\alpha^2 + \alpha \alpha_s + 2\alpha\phi]$$

$$V_t = \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 (R^2 - R_0^2) [\alpha^2 + \alpha \alpha_s + 2\alpha\phi]$$

$$V_t = \frac{H}{2\alpha} (R^2 - Ro^2) [\alpha + \alpha_s + \phi + \phi] \alpha ,$$

De las propiedades geométricas del rotor, se obtiene la relación  $\alpha + \alpha_s + \phi = \pi$ , por lo tanto, la expresión para el volumen teórico esta expresada por la ecuación II.4.

$$V_t = \frac{H}{2} (R^2 - Ro^2) (\pi + \phi) ; ec. II.4$$

Donde:

H: altura interna de la cavidad de la bomba, en m.

R: Radio interno de la cavidad de la bomba, en m.

Ro: Radio inferior del rotor, en m.

$\phi$ : Angulo de la hélice circular, en rad.

En unidades de campo el desplazamiento teórico esta expresado por la ecuación:

$$V_t = 3,1449H(R^2 - Ro^2)(\pi + \phi) ; ec. II.5$$

$V_t$ , expresado en BBL.

### **3.- EVALUACIÓN DE PÉRDIDAS O RECIRCULACIÓN DE LA BOMBA:**

La recirculación en las bombas rotatorias de desplazamiento positivo esta íntimamente relacionada con la holgura. La holgura muestra el espaciamiento medido en pulgadas entre los elementos móviles de la bomba y la carcasa, es decir, entre los elementos rotatorios de la bomba y los elementos fijos de la misma. La holgura da muestra del desgaste de la bomba y por eso, esta variable influye significativamente en el comportamiento de la bomba, este comportamiento se ve drásticamente influenciado en la capacidad del fluido entregado por la bomba en las condiciones de operación.

El desgaste prematuro en los equipos de bombeo de las bombas rotatorias se relacionan por incrementos significativos en la Holgura, de allí, la importancia en el control del maquinado al fabricar los elementos de la bomba y la evaluación de los materiales idóneos de fabricación de las piezas en los distintos diseños, con el fin de obtener una relación óptima del material de la bomba y el fluido de trabajo.

Las pérdidas de fluido en las bombas rotatorias está relacionado con la recirculación de la misma, en esta el fluido que se encuentra en la cámara de descarga de la bomba por fallas en la holgura recircula hacia la cámara de succión, esto contribuye en una reducción del desplazamiento teórico de la bomba. Debido a esta relación es necesario definir la eficiencia volumétrica de la bomba, la misma se define como la relación existente entre el flujo real entregado por la bomba en condiciones de operación y el desplazamiento teórico. Esta eficiencia está íntimamente relacionada con la holgura de la bomba.

La recirculación influye directamente en la descarga neta de la bomba y varía según el tipo de líquido que se maneje. La descarga real neta de la bomba está definida como la diferencia entre el caudal teórico( $Q_t$ ) de una bomba descrito por el volumen por revolución o por unidad de tiempo y la recirculación ( $\bar{Q}_{s_t}$ ),  $Q$  y se expresa por medio de la relación

$$Q = Q_t - \bar{Q} \quad \text{ec.II.6}$$

En donde Q es la capacidad real neta,  $Q_f$  es el desplazamiento y  $\bar{Q}_{s_t}$  es la pérdida.

Por lo tanto la eficiencia volumétrica está dada por la relación (ver [11] pág. 182)

$$E_v = \frac{Q_f - \bar{Q}_{s_t}}{Q_f} = \frac{Q}{Q_f} \quad \text{ec.II.7}$$

En donde  $E_v$  es la eficiencia volumétrica de la bomba, la misma se define en el rango.

$$0 \leq E_v \leq 1$$

Para definir la recirculación de la bomba se realizará un análisis basado en las fuerzas de presión que actúan sobre un volumen de control, si p es la presión en el centro del elemento al realizar un análisis de las fuerzas sobre este elemento y tomando la fuerza de corte en las caras del elemento se observan las fuerzas que actúan sobre cada cara del volumen de control (ver apéndice A) se obtiene.

$$\frac{Q}{S} = \frac{\alpha^3 \Delta P}{12\mu L} \quad \text{ec.II.8}$$

En esta expresión:

$\Delta P$ : representa el diferencial de presión, en psi.

Q: representa el caudal recirculado, en  $m^3$ .

S: Ancho de la trayectoria, en m.

$\mu$ : Viscosidad dinámica, en Pa. s.

$\alpha$ : holgura de la bomba, en m.

L: Longitud de la trayectoria, en m.

Con la expresión *ec. II.8* se obtiene la relación de flujo volumétrico con respecto a una caída de presión  $\Delta P$ .

El rotor no posee dimensiones uniformes tal como se muestra en la figura II.1 es necesario obtener el valor medio para la recirculación entre el rotor y la carcasa de la bomba en las zonas sometidas al diferencial de presión  $\Delta P$ , para eso se toma la expresión anterior

$$Q_{si} = \frac{S_i \Delta P a^3}{12 \mu L_i} \quad \text{ec. II.9}$$

Y considerando que el ancho de la trayectoria es variable con respecto a la longitud de la misma se tomarán diferenciales del ancho de trayectoria  $dS_i$  y como  $S_i$  y  $L_i$  son funciones del ángulo polar se tendrá que el promedio del caudal recirculado puede estimarse por medio de la *ec. II.9* y tomando en cuenta la figura.II.1.

*aqui:* Se establece los elementos de anchos de trayectoria  $dS_i$ .

$$dS_i = R d\alpha$$

Donde

$$S_i = R\alpha_i + 2R\alpha$$

$$Z = L_i ; \quad Z = \operatorname{tg}(\varphi)R\alpha$$

Con las relaciones anteriores se obtiene el caudal recirculado promedio por medio de la ecuación *II. 10*.

$$\bar{Q}_s = \frac{\int Q_{si} dS_i}{\int dS_i} \quad \text{ec. II.10}$$

Sustituyendo  $Q_{si}, dS_i, Z$  en la *ec. II.10* y tomando en cuenta los límites de integración pertinentes para el ángulo polar  $\alpha$  se puede escribir:



$$\bar{Q}_s = \frac{\int_{\frac{\alpha_i + \alpha}{2}}^{\frac{\alpha_i + \alpha}{2}} \frac{R(\alpha_i + 2\alpha) a^3 \Delta P R d\alpha}{12\mu \operatorname{tg}(\varphi) R \alpha}}{\int_{\frac{\alpha_i}{2} - \alpha}^{\frac{\alpha_i}{2} + \alpha} R d\alpha}$$

Simplificando e integrando el denominador tenemos:

$$\bar{Q}_s = \frac{R\Delta P a^3 \int_{\frac{\alpha_i}{2}}^{\frac{\alpha_i}{2} + \alpha} \left(\frac{L_i}{\alpha} + 2\right) d\alpha}{12\mu \operatorname{tg}(\varphi) \left[2\left(\frac{\alpha_i}{2} + \alpha\right) R\right]}$$

Al resolver la integral en el numerador la ecuación anterior se convierte en:

$$\bar{Q}_s = \frac{R\Delta P a^3 \alpha_i \left[ \operatorname{Ln} \left| \frac{\alpha_i}{2} + \alpha \right| - \operatorname{Ln} \left| - \left( \frac{\alpha_i}{2} + \alpha \right) \right| \right]}{12\mu \operatorname{tg}(\varphi) (\alpha_i + 2\alpha) R} + \frac{2R\Delta P a^3 \left[ 2\left(\frac{\alpha_i}{2} + \alpha\right) \right]}{12\mu \operatorname{tg}(\varphi) (\alpha_i + 2\alpha) R}$$

En la expresión anterior el primer término se anula, por lo tanto la expresión para la recirculación resulta:

$$\bar{Q}_s = \frac{\Delta P a^3 (\alpha_i + 2\alpha)}{3\mu \operatorname{tg}(\varphi) (\alpha_i + 2\alpha)}$$

por lo tanto la expresión para la recirculación resultante para un ángulo polar  $\alpha \leq \pi$  (para la mitad del rotor) es:

$$\bar{Q}_s = \frac{\Delta P a^3}{3\mu \operatorname{tg}(\varphi)}$$

Para considerar todo el rotor y tomando en cuenta la relación de simetría se obtiene que

$$\bar{Q}_{s_t} = 2\bar{Q}_s$$

En consecuencia la recirculación total para el rotor va a ser:

$$\bar{Q}_{s_t} = \frac{2}{3} \frac{\Delta P a^3}{\mu \operatorname{tg}(\varphi)} \quad \text{ec. II. 11}$$

Con esta expresión se encuentra que la pérdida por recirculación es directamente proporcional a la primera potencia de la presión diferencial en la etapa, a la potencia cubica de la holgura de la bomba y es inversamente proporcional a la viscosidad dinámica del fluido.

En la ecuación II.11, las variables están expresadas en:

$\Delta P$ : presión diferencial, en psi.

$\mu$ : Viscosidad dinámica, en pa. s.

$a$ : Holgura, en m.

$\varphi$ : Ángulo de la helice circular.

$\bar{Q}_{s_t}$ : caudal, en  $m^3/s$ .

Para estimar la pérdida por recirculación en BBLD se multiplica por el factor 362293,1 el cual convierte la ec. II. 11 expresada en  $m^3/s$  en la ecuación II.12 expresada en BBLD:

$$\bar{Q}_{s_t} = 362293,1 \frac{\Delta P a^3}{\mu \operatorname{tg}(\varphi)} \quad (\text{BBLD}) \quad \text{ec. II. 12}$$

Donde:  $\Delta P$ : presión diferencial, en psi.

$\mu$ : Viscosidad dinámica, en pa. s.

$a$ : Holgura, en m.

$\varphi$ : Ángulo de la helice circular.

$\bar{Q}_{s_t}$ : caudal, en BBLD.

#### 4.- CAUDAL TEÓRICO DE LA BOMBA:

La bomba de hélice circular es una bomba de desplazamiento positivo caracterizada por entregar un caudal teórico constante por cada revolución del eje del rotor (esto si no existe recirculación), el caudal de una bomba rotatoria depende directamente de las revoluciones por minuto del rotor de la bomba en condiciones de operación, se infiere que el caudal teórico esta definido como el producto del desplazamiento teórico( $V_f$ ) por las revoluciones del rotor (RPM)

$$Q_t = V_t * \text{RPM} \text{ ec.II.13}$$

De acuerdo con las expresiones deducidas que relacionan las propiedades geométricas de la bomba con el desplazamiento teórico se obtienen las expresiones siguientes

$$V_t = \frac{H}{2} (R^2 - Ro^2) (\pi + \phi); \quad \text{Expresión del desplazamiento teórico}$$

$$Q_t = \frac{H}{2} (R^2 - Ro^2) (\pi + \phi) \text{RPM}; \quad \text{Expresión del caudal teórico de la bomba.}$$

Aquí:

$Q_t$ : Caudal teórico de la bomba, en m<sup>3</sup>/min.

H: Altura interna de la cavidad de la bomba, en m.

R: Radio interno de la cavidad de la bomba, en m.

Ro: Radio inferior del rotor, en m.

$\phi$ : Angulo de la hélice circular, en rad.

RPM: Revoluciones por minuto en el eje de la bomba.

En unidades de campo la expresión del caudal teórico estará dada por la ecuación II.14:

$$Q_t = 4528,6638H(R^2 - R_o^2)(\pi + \phi)RPM \text{ [BBLD]}, \text{ ec.II.14}$$

Donde las variables en la ecuación anterior están expresadas

$Q_t$ : Caudal teórico de la bomba, en BBL/D.

H: Altura interna de la cavidad de la bomba, en m.

R: Radio interno de la cavidad de la bomba, en m.

$R_o$ : Radio inferior del rotor, en m.

$\phi$ : Angulo de la hélice circular, en rad.

RPM: Revoluciones por minuto en el eje de la bomba.

Por medio de la ecuación II.14 se puede obtener el caudal teórico de la bomba, en la tabla II.1 se muestran los valores del caudal teórico de la bomba al manejar crudo de distintas viscosidades y una presión diferencial de servicio de 4000 psi. Se observa en esta tabla que independientemente de la viscosidad del fluido el caudal teórico de la bomba se muestra invariable con el incremento de las RPM de operación del rotor. Esto se observa en la grafica II.1, en la misma se evidencia que a mayor viscosidad dinámica del fluido a las mismas condiciones de operación de la bomba se obtiene igual caudal teórico, esta tendencia se debe a que el fluido desplazado por revolución en la bomba es una propiedad que depende de la configuración geométrica de la bomba y es independiente de la viscosidad del crudo.

Tabla II. 1: Caudal teórico contra RPM para 4000 psi.				
$\mu(\text{pa.s})$	$4 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$	$8 \times 10^{-3}$	$5 \times 10^{-3}$
RPM	Q1(BBLD)	Q2(BBLD)	Q3(BBLD)	Q4(BBLD)
100,00	192,43	192,43	192,43	192,43
200,00	384,87	384,87	384,87	384,87
300,00	577,30	577,30	577,30	577,30
400,00	769,73	769,73	769,73	769,73
500,00	962,17	962,17	962,17	962,17
600,00	1154,60	1154,60	1154,60	1154,60
700,00	1347,03	1347,03	1347,03	1347,03
800,00	1539,47	1539,47	1539,47	1539,47
900,00	1731,90	1731,90	1731,90	1731,90
1000,00	1924,33	1924,33	1924,33	1924,33
1100,00	2116,77	2116,77	2116,77	2116,77

Fuente: Elaboración propia

La data de la tabla II.1 se obtuvo fijando los siguientes parámetros: la holgura de la bomba, dimensiones de la bomba carcasa y rotor. Posteriormente se varió la viscosidad del fluido y las RPM simulando unas condiciones de asentamiento de la bomba en la cual la presión diferencial de la bomba fuese de 4000 psi. Luego al variar la viscosidad dinámica del fluido se obtiene los valores de la tabla II.1 como respuesta al usar la ecuación II.14

De los valores presentados en la tabla II.1 se obtiene el gráfico II.1 en el cual se representa el caudal teórico con respecto a RPM para una viscosidad dada.

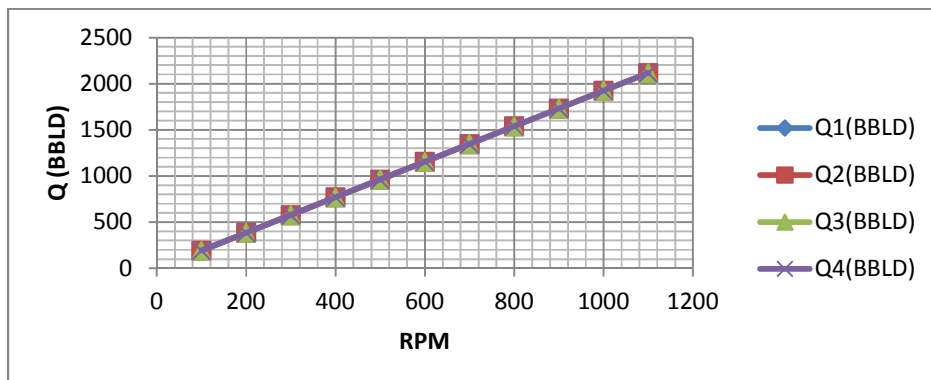


Gráfico II.1 Representación el caudal teórico con respecto a RPM para una viscosidad dada.

Fuente: Elaboración propia.

## 5.- CAUDAL EFECTIVO:

El caudal efectivo conocido como el gasto de la bomba es la cantidad real de fluido que sale de la bomba, este se define como el caudal teórico de la bomba menos el retorno o recirculación de la misma. Por consiguiente la recirculación es directamente proporcional al diferencial de presión e inversamente proporcional a la viscosidad del fluido tal como muestra la relación dada en la *ec. II. 11* por lo que tendremos que el caudal efectivo será:

$$Q = Q_t - \bar{Q}_{s_t}, \text{ ec. II.15}$$

Tomando en consideración que el caudal teórico y el caudal por recirculación vienen dados por las relaciones:

$$Q = \frac{H}{2} (R^2 - R_o^2) (\pi + \phi) RPM; \text{ representa el caudal teórico}$$

$$\bar{Q}_{s_t} = \frac{2}{3} \frac{\Delta P a^3}{\mu \operatorname{tg}(\phi)}; \text{ representa el retorno}$$

Por lo que el caudal efectivo esta determinado por la ecuación siguiente:

$$Q = 30 (R^2 - R_o^2) (\pi + \phi) RPM - \frac{2}{3} \frac{\Delta P a^3}{\mu \operatorname{tg}(\phi)}, \text{ ec. II.16}$$

Aquí:

$Q$ : Caudal efectivo, en  $\text{m}^3/\text{s}$ .

$H$ : Altura de la cavidad interna de la etapa de la bomba, en m.

$(R, R_o)$ : Radio interno de la cavidad y externo del cilindro del rotor, en m.

$\phi$ : Angulo de contacto superior de la hélice.

$RPM$ : Revoluciones por minutos.

$\Delta P$ : Presión diferencial, en Pa.

$\alpha$ : Holgura de la bomba, en m.

$\mu$ : Viscosidad dinámica del fluido a la temperatura de operación, en Pa.s.

$\varphi$ : Ángulo de inclinación de la hélice.

El caudal efectivo en unidades de campo esta dado por la relación:

$$Q = 4528,6638H(R^2 - R_o^2)(\pi + \phi)RPM - 362293,1 \frac{\Delta P \alpha^3}{\mu \operatorname{tg}(\varphi)} (BBLD), \text{ ec. II. 17}$$

En la ecuación II.17 las variables están expresadas en las siguientes unidades

Aquí:

$Q$ : Caudal efectivo, en m<sup>3</sup>/s.

$H$ : Altura de la cavidad interna de la etapa de la bomba, en m.

$\langle R, R_o \rangle$ : Radio interno de la cavidad y externo del cilindro del rotor, en m.

$\phi$ : Angulo de contacto superior de la hélice.

$RPM$ : Revoluciones por minutos.

$\Delta P$ : Presión diferencial, en Pa.

$\alpha$ : Holgura de la bomba, en m.

$\mu$ : Viscosidad dinámica del fluido a la temperatura de operación, en Pa.s.

La data de la tabla II.2 se obtuvo fijando los siguientes parámetros: la holgura de la bomba, dimensiones de la bomba carcasa y rotor. Posteriormente se varió la viscosidad del fluido y las RPM simulando unas condiciones de asentamiento de la

bomba en la cual la presión diferencial de la bomba fuese de 4000 psi. Luego al variar la viscosidad dinámica del fluido se obtiene los valores de la tabla II.2 como respuesta al usar la ecuación II.17

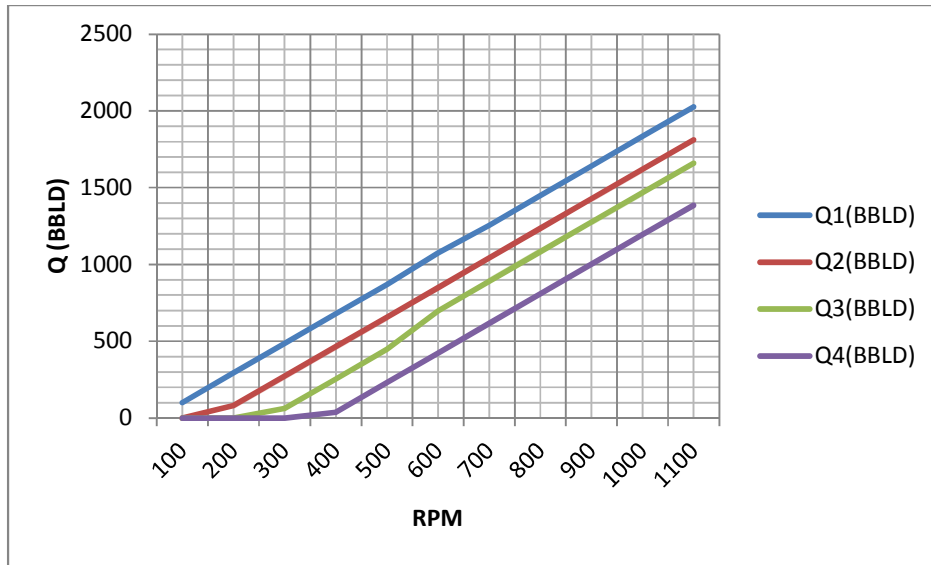
De los valores presentados en la tabla II.2 se obtiene el grafico II.2 en el cual se representa el caudal efectivo con respecto a RPM para una viscosidad dada.

<b>Tabla II. 2: Caudal efectivo contra RPM para 4000 psi.</b>				
<b><math>\mu</math>(pa.s)</b>	<b>4x10-2</b>	<b>1,2x10-2</b>	<b>8x10-3</b>	<b>5x10-3</b>
<b>RPM</b>	<b>Q1(BBLD)</b>	<b>Q2(BBLD)</b>	<b>Q3(BBLD)</b>	<b>Q4(BBLD)</b>
100	101	0	0	0
200	294	80	0	0
300	486	273	63	0
400	678	465	256	39
500	871	658	448	231
600	1075	850	698	424
700	1256	1043	890	616
800	1448	1235	1083	809
900	1641	1427	1275	1001
1000	1833	1620	1468	1194
1100	2025	1812	1660	1386

**Fuente: Elaboración propia**

Por medio de la ecuación II.17 se puede obtener el caudal efectivo de la bomba, en la tabla II.2 se muestran los valores del caudal efectivo de la bomba al manejar crudo de distintas viscosidades y una presión diferencial de servicio de 4000 psi. Se observa en esta tabla que independientemente de la viscosidad del fluido el caudal efectivo de la bomba se incrementa con el incremento de las RPM de operación del rotor. Esto se observa en la gráfica II.2, en esta se evidencia que a mayor viscosidad dinámica del fluido a las mismas condiciones de operación de la bomba se obtiene mayor caudal a una RPM dada, esta tendencia se debe a que a mayor viscosidad la recirculación del fluido en la bomba es menor y por lo tanto el caudal efectivo aumenta. Estos resultados se obtienen manteniendo la misma holgura para la bomba en los distintos fluidos.





**Gráfico II.2 Representación el caudal efectivo con respecto a la RPM para una viscosidad dada.**  
**Fuente: Elaboración propia.**

### **CAPÍTULO III:**

## **DISEÑO DE PIEZAS, DESCRIPCIÓN DEL ROTOR DE LA BOMBA Y SUS CARACTERÍSTICAS**

### **1.- DISEÑO Y DESPIECE DE LOS COMPONENTES DE LA BOMBA\*:**

#### **Descripción de los Dibujos:**

1. Las figuras 1a y 1b señalan la carcasa externa del cuerpo de la bomba, una con entrada lateral (fig. 1a) y otra con admisión de fluido axial (fig. 1b) (págs. 53/54).
2. Las figuras 2a y 2b indican la tapa inferior de la bomba. Para la entrada lateral esta tapa presenta una recepción de sello especial (págs. 53/54).
3. Las figuras 3a y 3b identifican el anillo de sello entre la tapa inferior y la carcasa externa de la bomba (págs. 53/54).
4. Las figuras 4a y 4b es una vista en proyección vertical superior, tomado sobre las líneas 1-1 y 2-2 (págs. 53/54).
5. La figura 5 presenta el anillo de sello entre la carcasa externa de la bomba y la junta superior receptora de sello y cojinete (pág. 55).
6. La figura 6 es la junta superior receptora de sellos y cojinete (pág. 55).
7. La figura 7 es el adaptador de la bomba a la tubería de producción (pág. 55).

---

**\*Nota: la numeración de los elementos de la bomba en los planos presentados corresponderán solamente a este capítulo.**

8. La figura 8a, es el tornillo de unión para las unidades de separadores de etapa y conducción de fluidos. 8b, tornillo para la tapa receptora de sello superior (pág. 55).
9. Las figuras 9 y 11, presentan el cuerpo interior de la bomba conformado por (págs. 56/57):
  - a. Línea de lubricación y desahogo de presión para las unidades de oscilación.
  - b. Unidad oscilante (barras oscilantes)
  - c. Entrada del tornillo de unión para las unidades de separadores de etapa y conducción de fluidos.
  - d. Rotor con múltiples hélices circulares compuestas (su número depende de las etapas empleadas)
  - e. Unidades de separadores de etapas y conducción de fluidos.
  - f. Muesca sujetadora de la bomba a la carcasa externa.
  - g. Ventana de admisión de fluidos
10. Las figuras 10 (a-d) (pág. 53) y 12 (a - b) (págs. 56/57), son algunos rotores de hélice circular compuesta.
11. Las figuras 13 y 18 (ver págs. 57/58), muestran un corte transversal de la bomba, tomado sobre las líneas 4-4 y 5-5 de las figuras 9 y 11.

La figura 13, compuesta por el rotor de la figura 12 (a) y la unidad oscilante de la figura 14. La figura 18, compuesta por el rotor de la figura 10 (b) y la unidad oscilante de la figura 19 y 20 (c)
12. Las figuras 14 y 19, vienen siendo las unidades de oscilación para los rotores de las figuras 10 (b) y 12 (a) (págs. 57/58)
13. La figura 15 (pág. 58), muestra el rotor de múltiples hélices circulares compuestas (aquí sólo se muestran dos rotores).

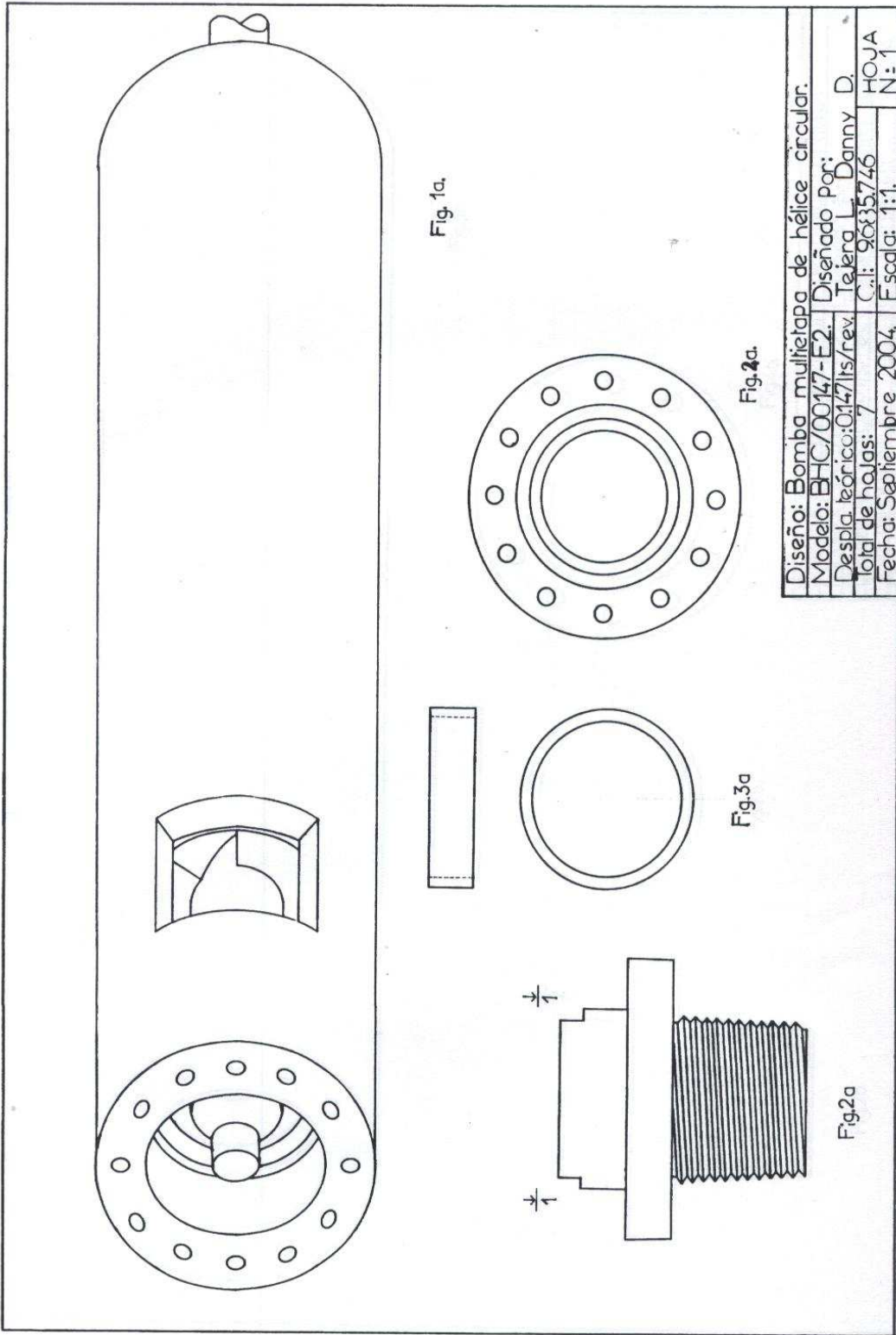
14. La figura 16 (ver pág. 58), muestra un corte transversal de la figura 6 (ir a la pág. 55), tomado sobre la línea 3-3

En esta vista seccional vertical inferior se presenta la base de la recepción del sello superior y del cojinete.

15. La figura 17 (pág. 58), identifica la vista de la tapa de recepción de sello en su porción inferior.

16. La figura 20 (pág.59), señala las unidades de separadores de etapas y conducción de fluido (aquí sólo se observa esta unidad para dos (2) etapas). Esta unidad está conformada por:

- a. Etapa de la bomba (cámara de manejo de fluido)
- b. Cavidad de comunicación para la admisión o descarga de fluido dentro de la cámara de manejo de fluido.
- c. Unidades de oscilación
- d. Cavidad de recepción para las unidades de oscilación.
- e. Cavidad para la conducción de fluidos entre etapas.
- f. Roscas internas para unir las unidades de separadores de etapas.
- g. Soporte del rotor



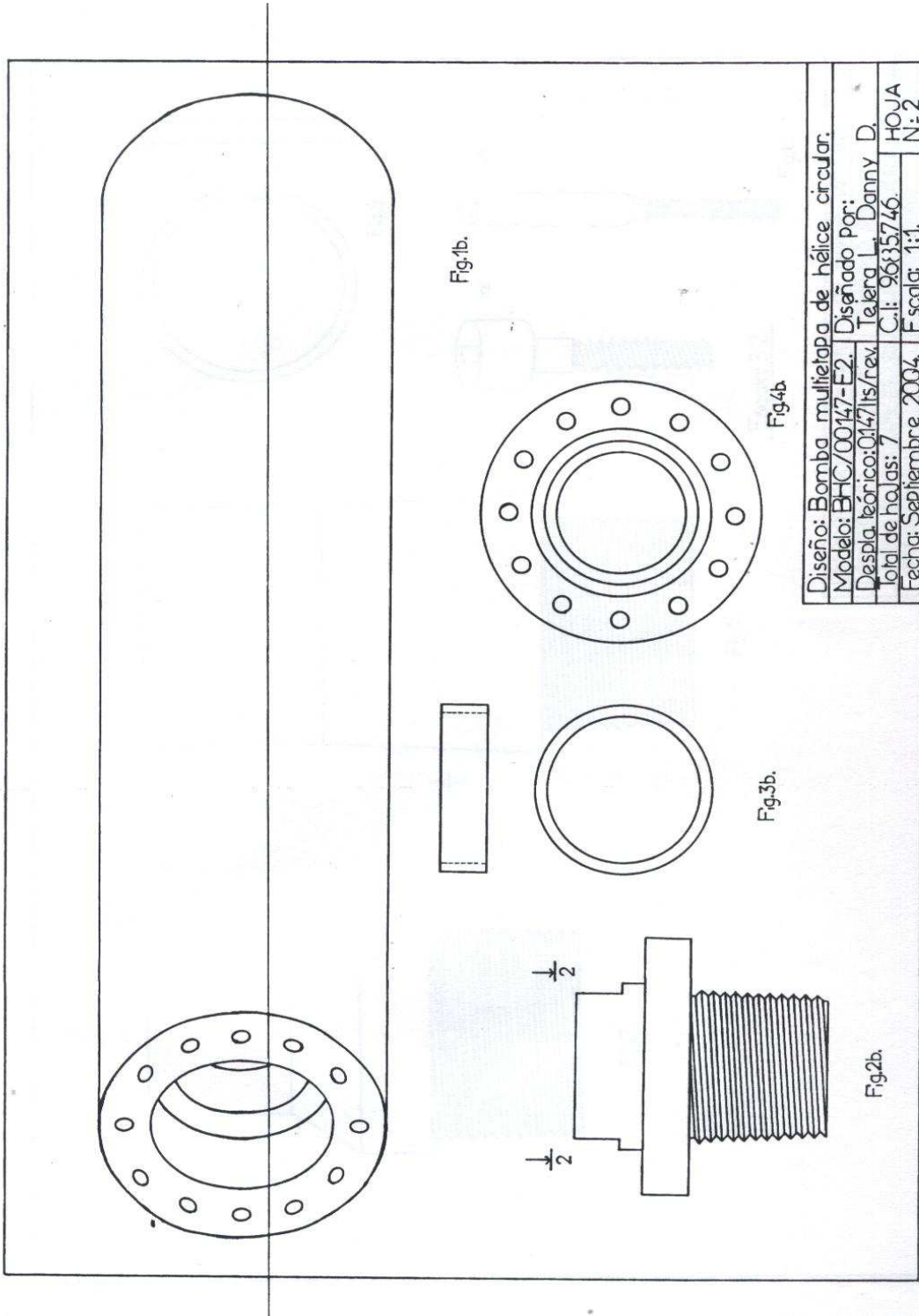


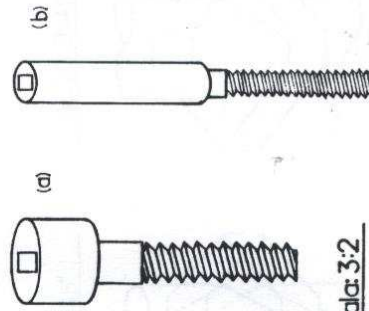
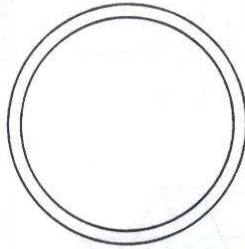
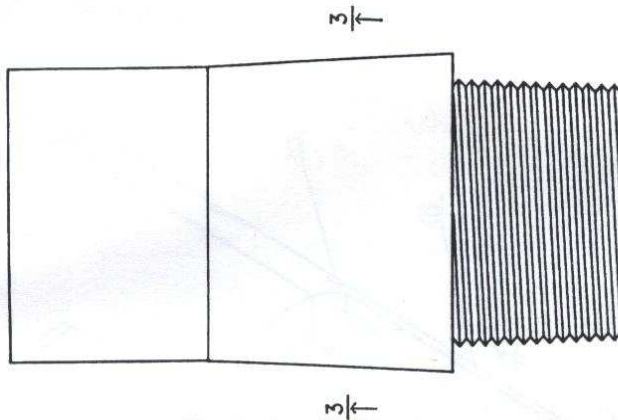
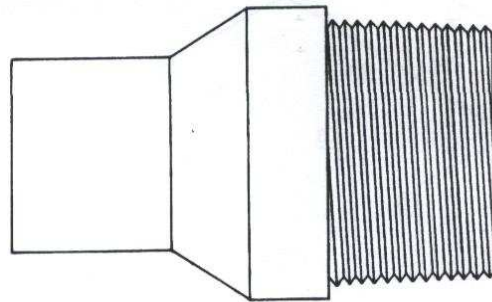
Fig.1b.

Fig.4b

Fig.3b.

Fig.2b.

Diseño: Bomba multietapa de hélice circular.	
Modelo: BHC/00147-E2.	Diseñado por: Telera I. Danny D.
Despla. técnico: 0147/1s/rev.	Cli.: 96835746.
Total de hojas: 7	Fecha: Septiembre 2004.
	Escala: 1:1.
	N: 2



Escala: 3:2

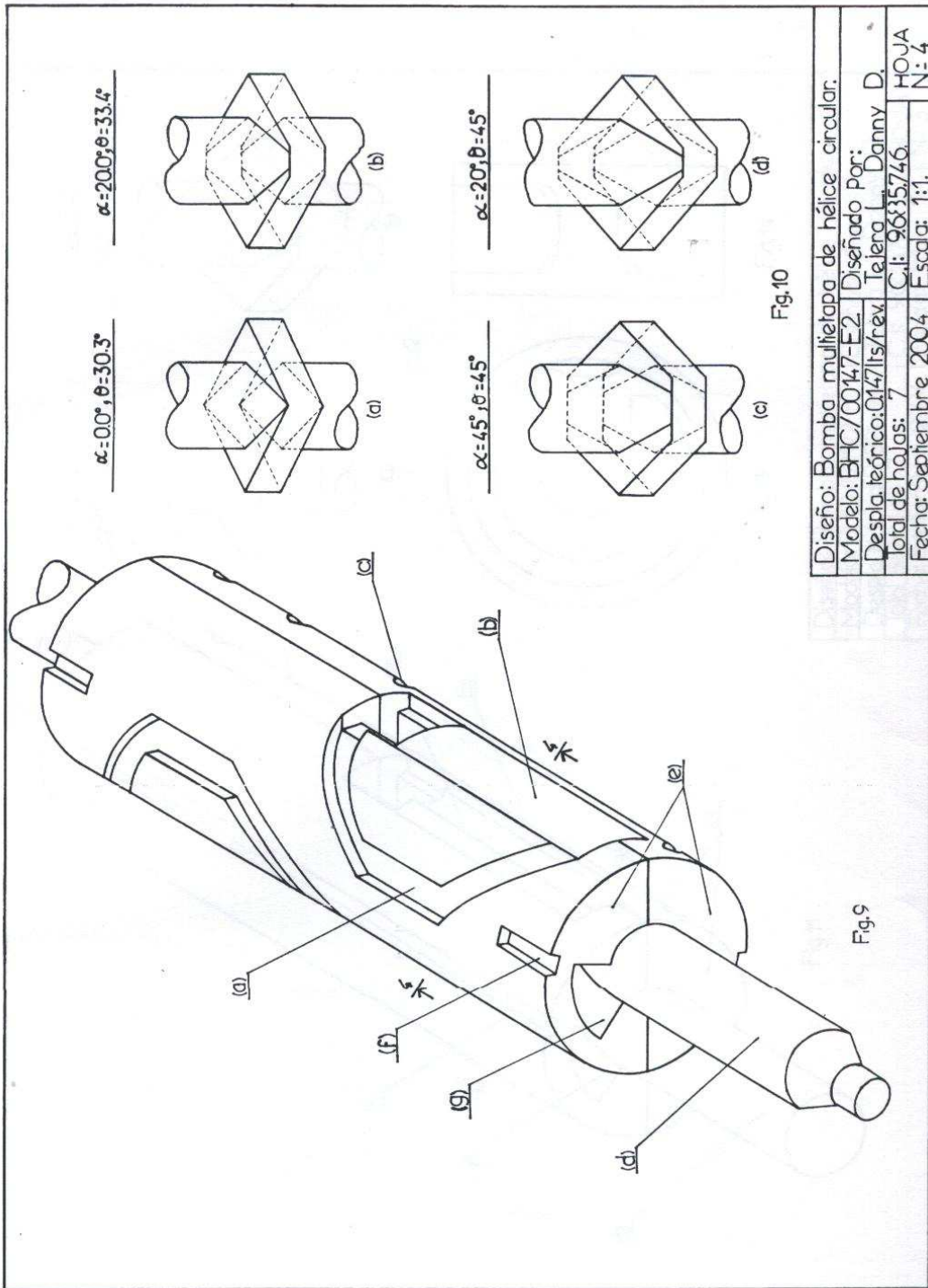
Diseño: Bomba multietapa de hélice circular.

Modelo: BHC/00147-E2. Diseñado Por:

Despl. teóricos: 0147 lts/rev. Tejera L. Danny D.

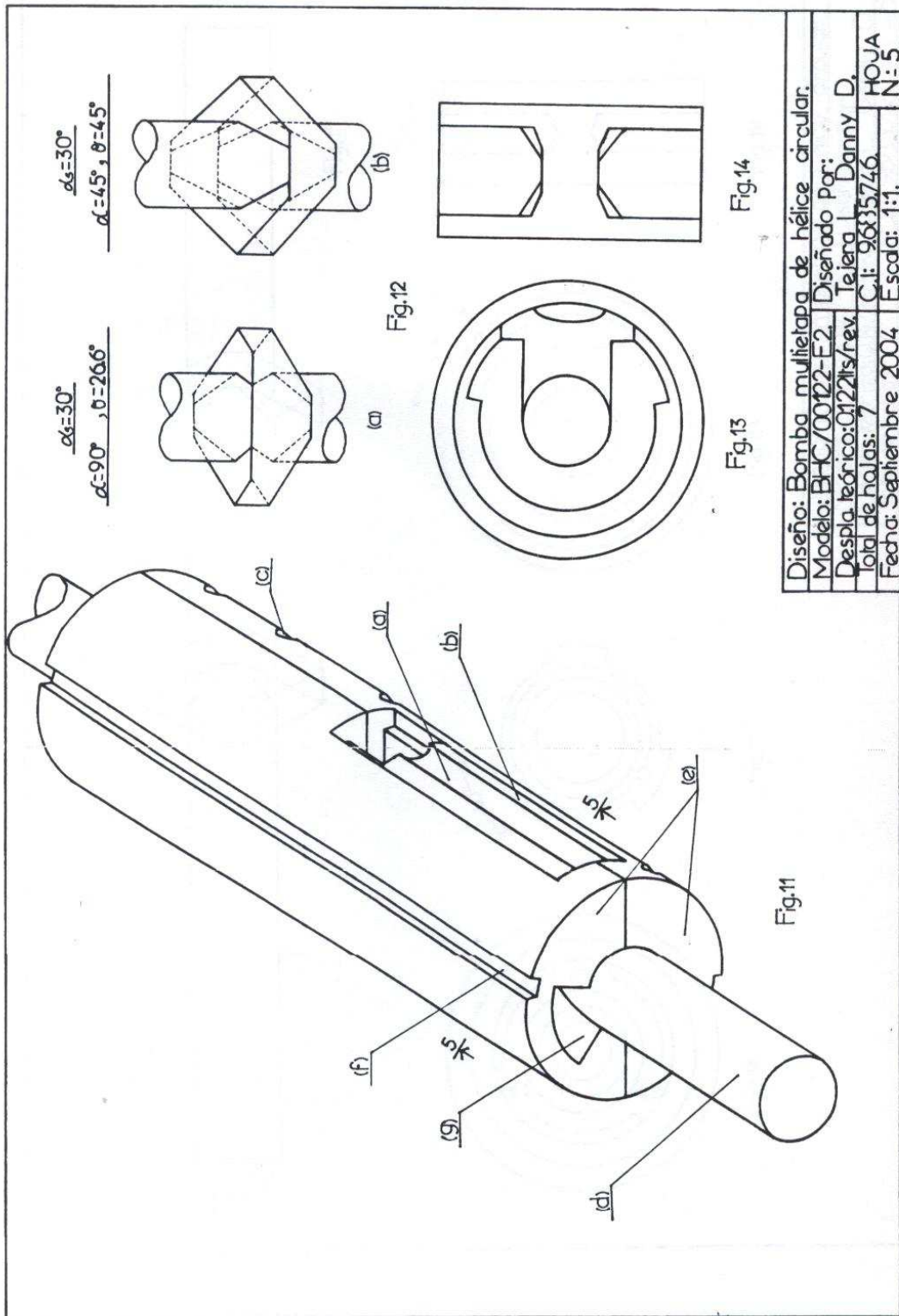
Total de hojas: 7 C.I: 96835746. HOJA

Fecha: Septiembre 2004. Escala: 1:1. N: 3



Diseño: Bomba multietapa de hélice circular.	
Modelo: BHC/00147-E2	Diseñado Por: Telera Danny D.
Despla. teórico: 0147 lts/rev.	C.I.: 9685746
Total de hojas: 7	Fecha: Septiembre 2004
	Escala: 1:1
	HOJA N: 4





Diseño: Bomba multietapa de hélice circular.	
Modelo: BHC/00122-E2	Diseñado Por: Danny D.
Despla. teórico: 0,1221ts/rev.	Tejeda C.I: 9835746
Total de hojas: 7	Fecha: Septiembre 2004
Escala: 1:1	
HOJA N: 5	

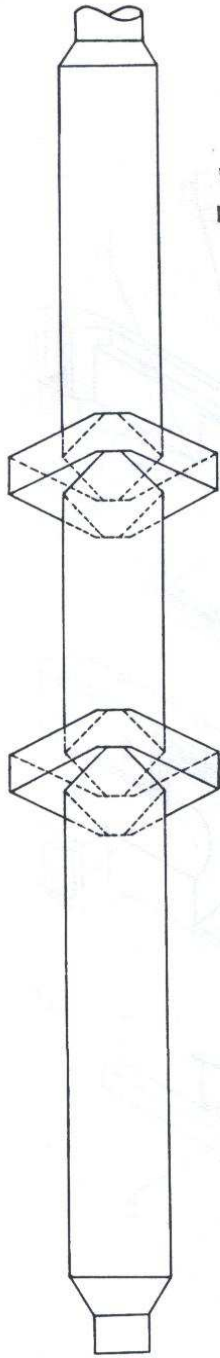


Fig.15

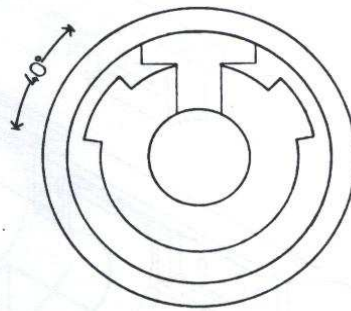


Fig.13

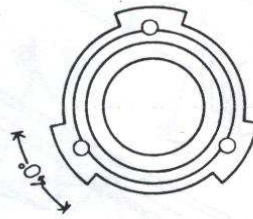


Fig.17

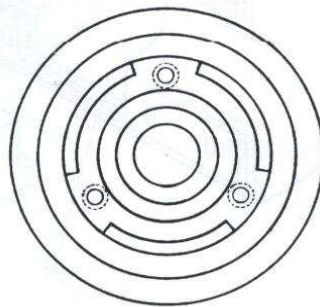


Fig.16

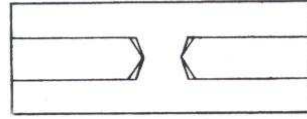
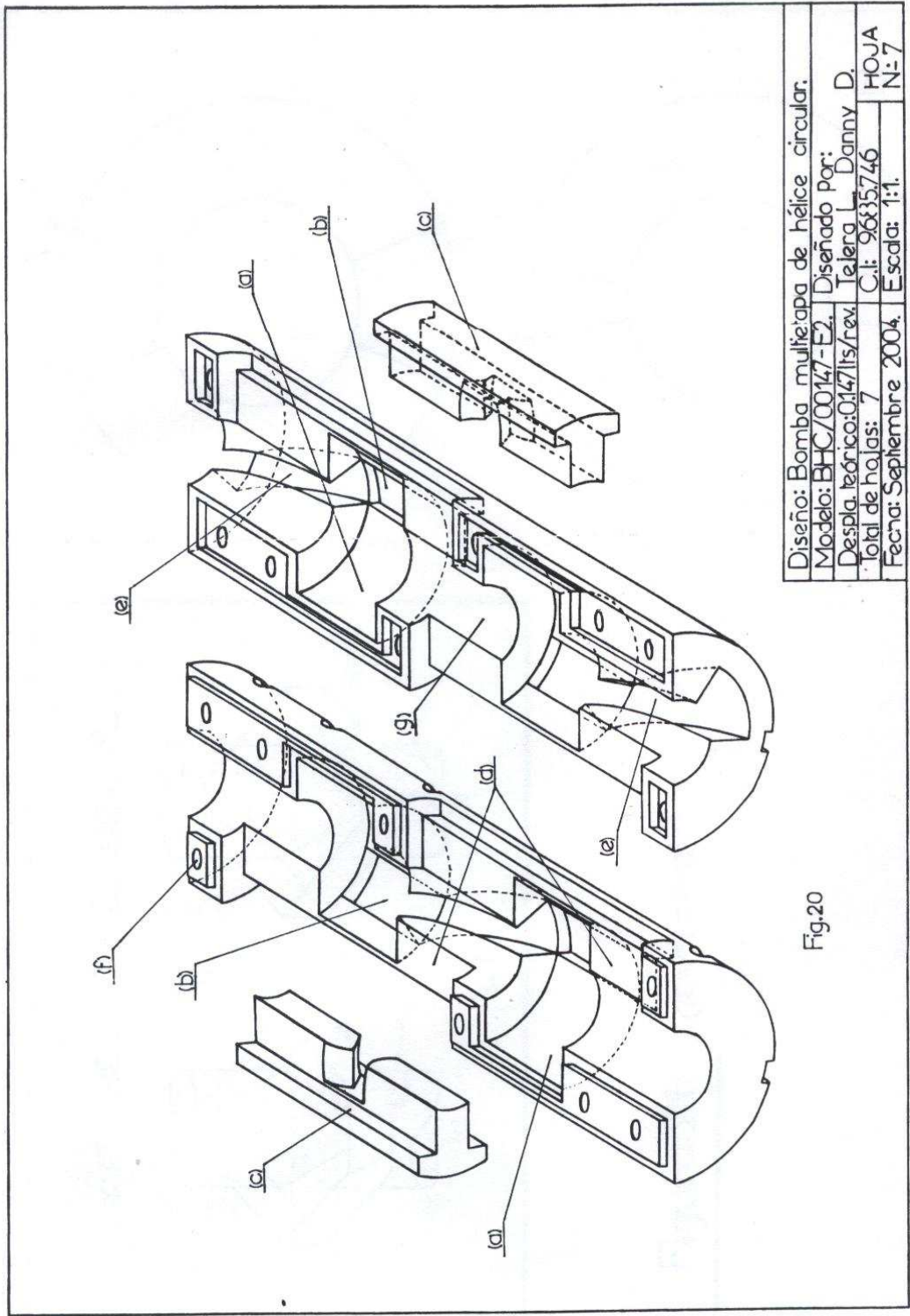


Fig.19

Diseño: Bomba multietapa de hélice circular.			
Modelo: BHC/00147-E2. Diseñado por:			
Despla. teórico: 0.147 lts/rev.		Telera L. Danny D.	
Total de hojas: 7		C.I: 96835746.	
Fecha: Septiembre 2004.		Escala: 1:1.	
		HOJA	
		N:6	



Diseño: Bomba multihoja de hélice circular.	
Modelo: BHC/00147-E2.	Diseñado por: Tejera L. Danny D.
Despla. teórico: 0.147 l/s/rev.	Total de hojas: 7
C.I.: 96835746	Fecha: Septiembre 2004.
HOJA N:7	Escala: 1:1.

Fig.20

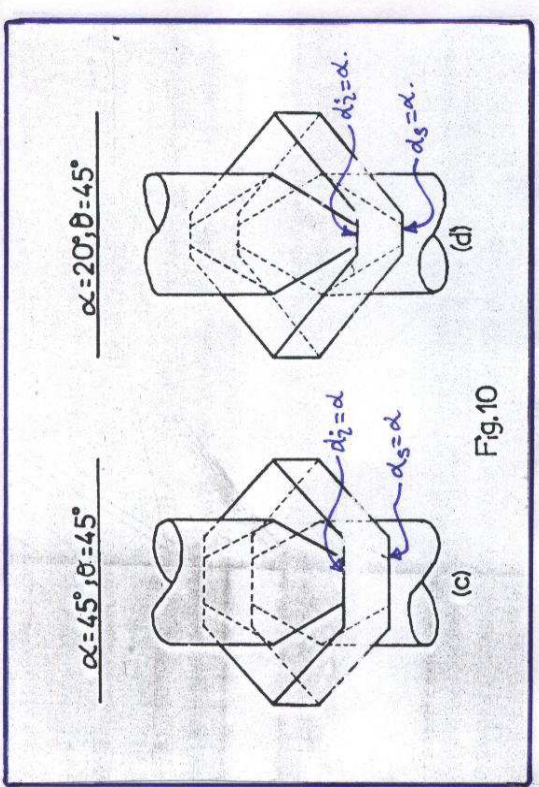
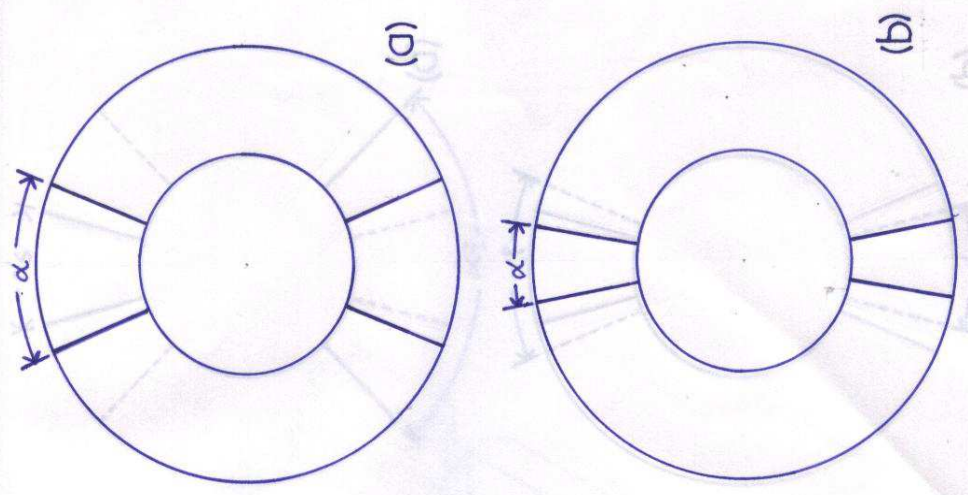


Fig.10

Figura:21  $\langle \alpha = \alpha_i = \alpha_s \rangle$

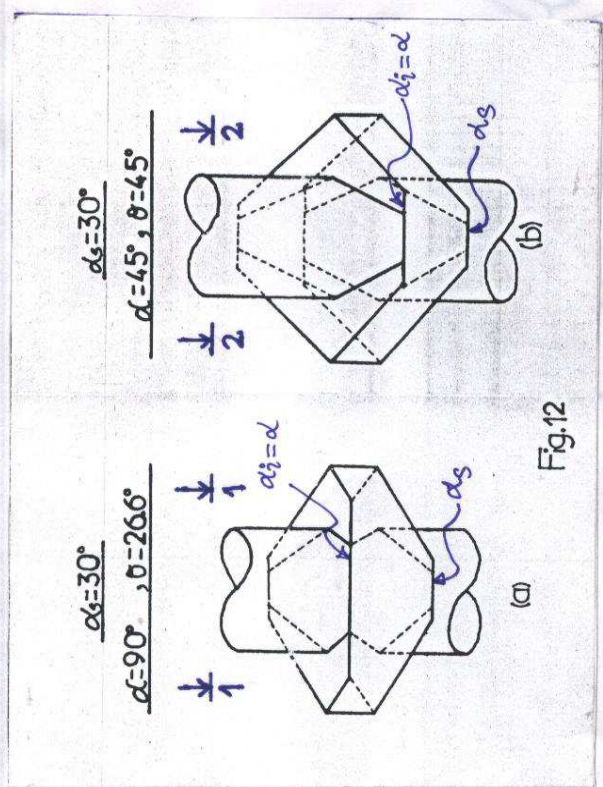
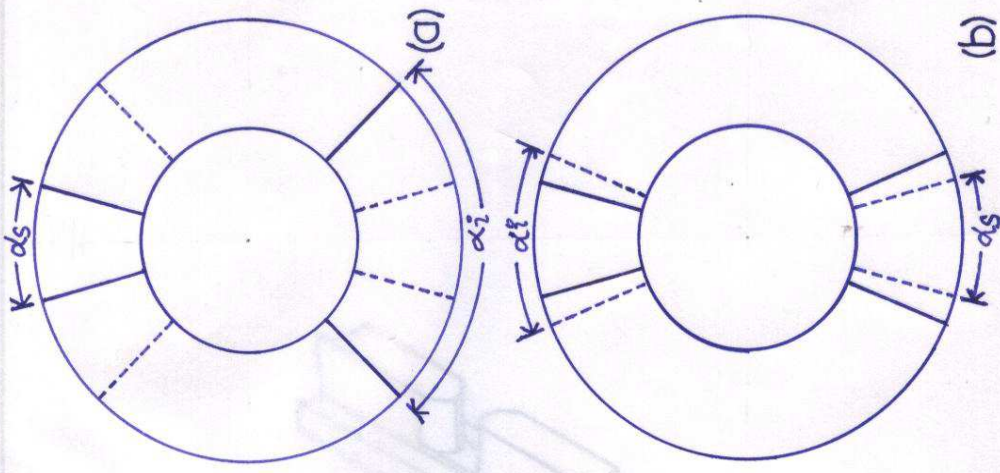


Fig.12

$\langle \alpha = \alpha_i ; \alpha_s < \alpha_i \rangle$

Figura:22

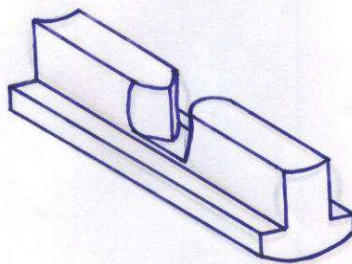
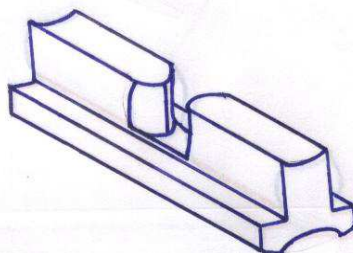


Figura: 23

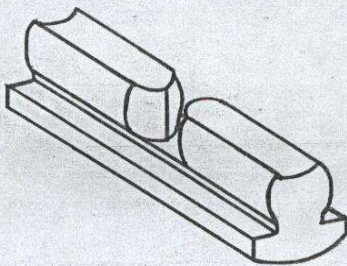
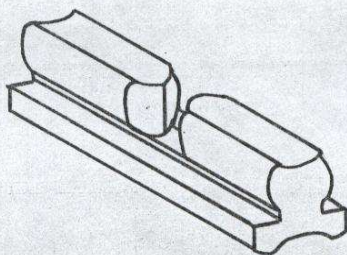


Figura: 24

## 2.- ROTOR DE LA BOMBA:

### A.-DESCRIPCIÓN GEOMETRICA DEL ROTOR:

El rotor de la bomba de hélice circular representa uno de los componentes principales del equipo. El diseño preciso y la caracterización correcta de este componente permitirá que el comportamiento de la bomba sea igual a la descripción dada en el principio de bombeo por lo tanto se describe a continuación las características geométricas que identifican al rotor de la bomba de hélice circular.

Se presenta en el capítulo III. Las figuras 10, 12 y 15 (ver págs. 56/58) la bomba de hélice circular cuenta con un rotor cuya forma varia conforme lo rotamos. Para identificar la forma del rotor es necesario conocer las relaciones angulares. Las relaciones angulares se conocen como los ángulos polares necesarios para identificar analíticamente las diferentes curvas que caracterizan al rotor.

Si se realiza un corte longitudinal a lo largo del eje del rotor y luego se despliega sobre un plano a un radio constante tendremos la figura III.1 (**ver Apéndice B**), en esta figura se muestran los ángulos que señalan las relaciones angulares descritas a continuación:

Relaciones Angulares:

$$1) \beta = \alpha - \phi ; \alpha = \phi + \beta$$

$$2) \alpha_i = 2\phi + \alpha_s$$

$$3) \alpha_s + \alpha_i + 2\alpha = 2\pi$$

$$4) \alpha_s + 2\phi + \beta = \pi$$

$$5) 2\alpha_s + 2\alpha + 2\phi = \pi ; \alpha_s + \alpha + \phi = \pi$$

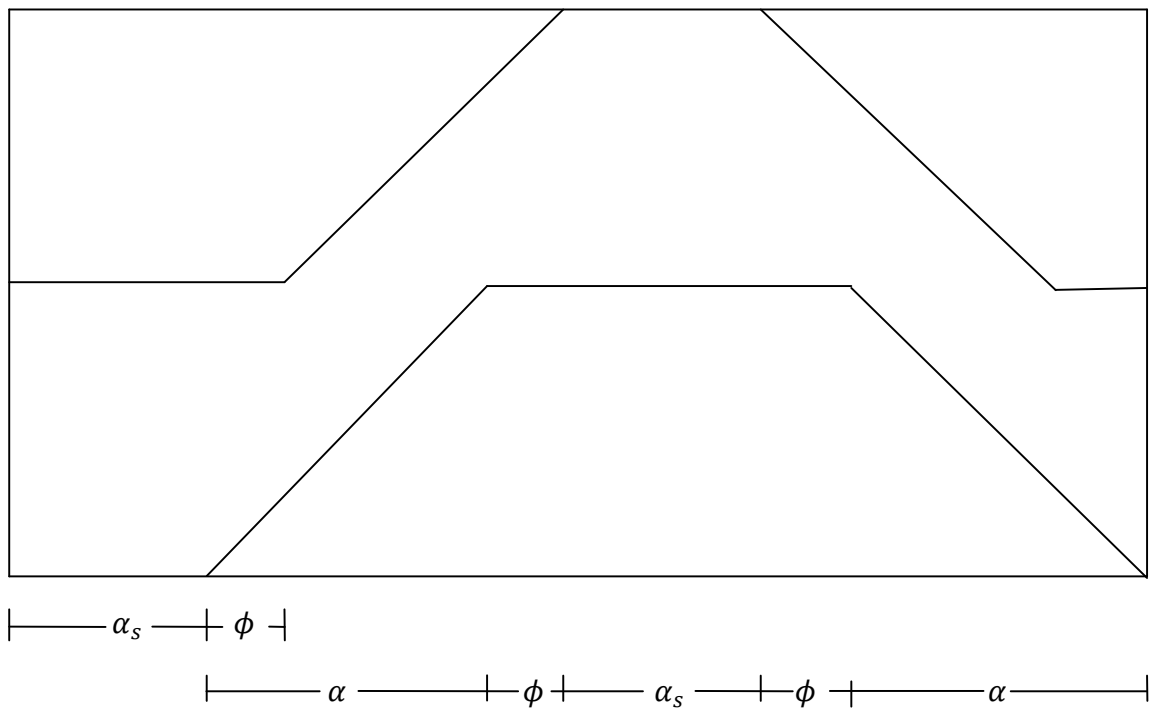
Estas relaciones angulares se pueden precisan las curvas que caracterizan al rotor en cada una de las secciones donde se divide el ángulo polar.



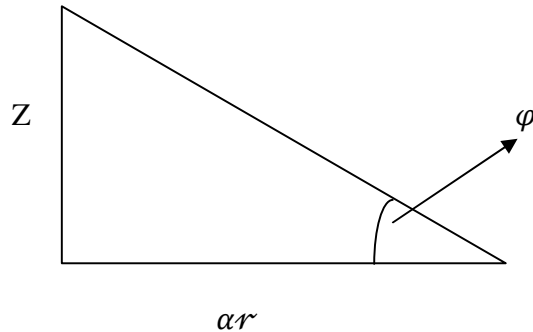
En las zonas de las regiones angulares la ecuación de la hélice circular, la cual señala la porción inferior como superior del rotor está dada por la ecuación, seguidamente presentada:

$$Z = \operatorname{tg}(\varphi) (\alpha r)$$

Esta ecuación surge de la proyección de la hélice circular sobre un plano a una distancia radial constante  $r$ . si se observa en la figura III.2 se muestra que esta proyección se representa como un triángulo rectángulo cuyo cateto opuesto al ángulo  $\varphi$  está representado por la altura  $Z(\alpha)$  y el cateto adyacente está dado por longitud de la circunferencia de radio  $r$ , es decir por:  $\alpha r$ .



**Figura III.1: despliegue del corte del rotor a una distancia R.  
Fuente: Elaboración propia.**



**Figura III. 2: Muestra al triángulo rectángulo que genera la proyección de la hélice circular con un plano a una distancia radial r.**

**Fuente: Elaboración propia.**

Por lo tanto la tangente del ángulo  $\varphi$  se presenta por la relación trigonométrica:

$$\tan (\varphi) = \frac{Z}{\alpha r}$$

Se despeja  $Z$  la cual viene a ser la altura de la hélice, entonces para  $\alpha = \theta$ , se tiene

$Z(\theta) = \operatorname{tg}(\varphi) r(\theta)$ , esta expresión permitirá identificar la altura del rotor correspondiente a la hélice circular para el ángulo variable  $\theta$ .

Para señalar analíticamente la forma del rotor es conveniente emplear una función a trozos, cuyo dominio este representado por las relaciones angulares. Si definimos en estas al ángulo  $\theta$  como un ángulo variable, se encuentra que para cada sección del rotor existen una porción del mismo definida por una curva superior ( $Z_s$ ) y una curva inferior representada aquí por ( $Z_i$ ); por lo tanto, la forma funcional esta dada por las funciones mostradas seguidamente.

a.- Curva superior del rotor ( $Z_s$ ):

$$Z_s = \left\{ \begin{array}{l} \frac{H}{2} ; 0 \leq \theta \leq \alpha_s \\ \frac{H}{2} ; \alpha_s \leq \theta \leq \alpha_s + \phi \\ \frac{H}{2} + \operatorname{tg}(\varphi) r [\theta - (\alpha_s + \phi)] ; \alpha_s + \phi \leq \theta \leq \alpha_s + \alpha \\ \frac{H}{2} + \operatorname{tg}(\varphi) r [\theta - (\alpha_s + \phi)] ; \alpha_s + \alpha \leq \theta \leq \alpha_s + \alpha + \phi \\ H ; \alpha_s + \alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + \alpha + \phi \\ H - r \operatorname{tg}(\varphi) [\theta - (2\alpha_s + \alpha + \phi)] ; 2\alpha_s + \alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + \alpha + 2\phi \\ H - r \operatorname{tg}(\varphi) [\theta - (2\alpha_s + \alpha + \phi)] ; 2\alpha_s + \alpha + 2\phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + 2\alpha + \phi \\ \frac{H}{2} ; 2\alpha_s + 2\alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + 2\alpha + 2\phi \end{array} \right. , \text{ec.III.1}$$

b.- Curva inferior del rotor ( $Z_i$ ):

$$Z_i = \left\{ \begin{array}{l} 0 ; 0 \leq \theta \leq \alpha_s \\ \operatorname{tg}(\varphi) r (\theta - \alpha_s) ; \alpha_s \leq \theta \leq \alpha_s + \phi \\ \operatorname{tg}(\varphi) r (\theta - \alpha_s) ; \alpha_s + \phi \leq \theta \leq \alpha_s + \alpha \\ \frac{H}{2} ; \alpha_s + \alpha \leq \theta \leq \alpha_s + \alpha + \phi \\ H ; \alpha_s + \alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + \alpha + \phi \\ \frac{H}{2} ; 2\alpha_s + \alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + \alpha + 2\phi \\ \frac{H}{2} - \operatorname{tg}(\varphi) r [\theta - (2\alpha_s + \alpha + 2\phi)] ; 2\alpha_s + \alpha + 2\phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + 2\alpha + \phi \\ \frac{H}{2} - \operatorname{tg}(\varphi) r [\theta - (2\alpha_s + \alpha + 2\phi)] ; 2\alpha_s + 2\alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + 2\alpha + 2\phi \end{array} \right. , \text{ec.III.2}$$

Tal como se presenta más adelante, identificar una función en la cual se represente la forma del rotor y donde se señale analíticamente las regiones existentes entre la hélice circular es completamente necesario para conocer magnitudes tales como: el volumen del rotor por etapas, volumen disponible para el fluido en cada etapa de la bomba, y las propiedades de inercia del rotor. Esta región se indica por una zona  $Z$  conocida por las hélices superior e inferior, dada por:  $Z = Z_s - Z_i$ , por lo tanto, la función  $Z$  es una función a trozos dada por:

$$Z = \left\{ \begin{array}{l} \frac{H}{2} ; 0 \leq \theta \leq \alpha_s \\ \frac{H}{2} - tg(\varphi) r (\theta - \alpha_s) ; \alpha_s \leq \theta \leq \alpha_s + \phi \\ \frac{H}{2} - tg(\varphi) r \phi ; \alpha_s + \phi \leq \theta \leq \alpha_s + \alpha \\ tg(\varphi) r [\theta - (\alpha_s + \phi)] ; \alpha_s + \alpha \leq \theta \leq \alpha_s + \alpha + \phi \\ \frac{H}{2} ; \alpha_s + \alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + \alpha + \phi \\ \frac{H}{2} - r tg(\varphi) [\theta - (2\alpha_s + \alpha + \phi)] ; 2\alpha_s + \alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + \alpha + 2\phi \\ \frac{H}{2} ; 2\alpha_s + \alpha + \alpha \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + 2\alpha + \phi \\ tg(\varphi) r [\theta - (2\alpha_s + \alpha + 2\phi)] ; 2\alpha_s + 2\alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + 2\alpha + 2\phi \end{array} \right. , \text{ ec.III.3}$$

## B.- VOLUMEN DEL ROTOR:

El volumen del rotor se identifica como el volumen que ocupa el rotor en el espacio disponible de la cavidad interna de la bomba. También se conoce como el volumen de material necesario para construir un rotor con las especificaciones características del diseño.

Una forma de encontrar el volumen del rotor consiste en tomar el volumen de la cavidad interna de la bomba por etapa y restarle el volumen disponible para el fluido dentro de esta cavidad, esto está representado por la siguiente expresión:

$$V_m = \pi R^2 H - V_f, \text{ ec.III.4}$$

Aquí  $V_f = V_t$ , ya que, el volumen disponible para el fluido representa al desplazamiento teórico por revolución de la bomba. Tomando en cuenta la ecuación para Z y desarrollando las integrales dobles correspondientes (**ver apéndice D**) se obtiene que el volumen de material esta dado por la ecuación:

$$V_m = \frac{H}{2} [R^2 (\alpha_s + \alpha) + R_o^2 (\pi + \phi)], \text{ ec.III.5}$$

Es conveniente destacar que el volumen de material está en función de los ángulos  $\{\alpha_s, \phi, \alpha\}$ , la altura de la cavidad interna de la bomba, el radio del cilindro interno del rotor ( $R_o$ ) y el radio interno de la cavidad ( $R$ ). Todas las magnitudes mencionadas anteriormente son los parámetros que caracterizan la forma del rotor y permitirán el diseño del mismo.

En la ecuación III.5 las variables se expresan como se muestra:

$V_m$ : Volumen del rotor en  $m^3$ .

$H$ : Altura interna de la cavidad, en m.

$R$  y  $R_o$ : Radios externos e internos del rotor, en m.

$\alpha_s, \phi, \alpha$ : Ángulos definidos en radianes.

### 3.- MOMENTO DE INERCIA:

Considerando al rotor como un cuerpo rígido sometido a un movimiento de rotación pura por lo cual se hace necesario estimar algunas propiedades rotacionales, una de esas propiedades relevantes más importante es la inercia rotacional determinada por el momento de inercia. Debido a que el rotor está restringido al movimiento rotatorio confinado por la cavidad cilíndrica dentro de la carcasa, es fundamental conocer el momento de inercia respecto a un eje, este también se denomina como el momento polar de inercia.

Por definición el momento polar de inercia esta dado por la relación:

$$I = \iiint r^2 dm; \text{ ec. III.6,}$$

Donde  $dm$ , es un elemento de masa del rotor. La masa de material estará representada por la integral:

$$m = \iiint \rho dv ; \text{ ec. III.7}$$

Como la hélice circular está definida en el espacio y debido a la simetría del rotor, es conveniente usar el diferencial de volumen en coordenadas cilíndricas, se expresa:

$$dv = r dr d\theta dz$$

Tal como se demuestra en el apéndice F (págs. 189/190), el momento de inercia del rotor para una configuración angular definida por:  $\alpha_s \cong 0$  y  $\alpha_i \cong 0$ , esta definido por la relación:

$$I_{zz} = \rho\pi \left( \frac{R_i^4}{2} \right) H_c + \frac{\rho E_b \pi (R_e^4 - R_i^4)}{2} ; \text{ ec. III.8}$$

Aquí  $\rho$ : es la densidad del material en  $\frac{kg}{m^3}$ .

Tomando en consideración la masa del cilindro y del rotor la ecuación se transforma en:

$$I_{zz} = \frac{m_c R_i^2}{2} + \frac{m_H (R_e^2 + R_i^2)}{2}; \text{ ec. III.9}$$

Ver el **apéndice F (pág. 198)**

Donde:  $m_c = \pi \rho R_i^2 (H + E_b)$  y  $m_H = \pi \rho E_b (R_e^2 - R_i^2)$

El momento de Inercia de un rotor de n etapas esta dado por medio de la siguiente relación:

$$I = nI_c + n \frac{m_H (R_e^2 + R_i^2)}{2} + mI_{c2}; \text{ ec. III.10}$$

Donde:

*I*: momento polar de inercia del rotor, en  $\text{kgm}^2$

$I_c$ : momento de inercia del cilindro circular recto de radio  $R_i$  y altura  $(H + E_b)$ , en  $\text{kgm}^2$

$I_{c2}$ : momento de inercia del cilindro circular recto entre las etapas de radio  $R_i$  y altura  $H_s$  en  $\text{kgm}^2$

En forma desarrollada el momento de inercia total de la pieza esta dado por:

$$I = \rho \pi N \left( \frac{R_i^4}{2} \right) H_c + \frac{\rho N E_b \pi (R_e^4 - R_i^4)}{2} + \rho \pi m \left( \frac{R_i^4}{2} \right) H_s; \text{ ec. III.11}$$

Donde N representa el número de etapas de la bomba y m está limitada por la condición

$$m = N - 1$$

La ecuación III.11 se escribe en términos de las propiedades geométricas de la bomba en la siguiente forma:

$$I_{zz} = \rho\pi N \left(\frac{R_i^4}{2}\right) H_c + \frac{\rho N E_b \pi (R_e^4 - R_i^4)}{2} + \rho\pi(N - 1) \left(\frac{R_i^4}{2}\right) H_{cs}; \text{ ec. III. 12}$$

Donde:

$I_{zz}$ : Es el momento de inercia de un rotor de N etapas, expresado en, Kg m<sup>2</sup>.

$N$ : Número de etapas del rotor.

$\rho$ : Densidad del material, en  $\frac{kg}{m^3}$ .

$E_b$ : Separación vertical intermedia del rotor, en m.

$R_e$  y  $R_i$ : Radio externo e interno del rotor, en m.

$H_{cs}$ : Altura en la unidad de separación entre etapas de la bomba, en m.



#### 4.- PRODUCTOS DE INERCIA:

Existen dos medidas de la distribución de masa estas se consideran por medio de los productos de inercia, los mismos están vinculados por relaciones de simetría, en nuestro estudio se obtienen distribuciones simétricas de masas vistas desde el eje Z paralelo al eje del rotor. Si la simetría existe y la distribución de masa del rotor es uniforme los productos de inercias obtenidos serán nulos.

Los productos de Inercia  $I_{xz}$ ,  $I_{xy}$  y  $I_{yz}$  están definidos por:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{xz} = - \int xz dm \\ I_{xy} = - \int xy dm \\ I_{yz} = - \int yz dm \end{array} \right. \text{ ec.III. 12}$$

Tal como se presenta en el **apéndice G (pág. 202)**, se hará uso de las coordenadas cilíndricas:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ z: \text{variable} \end{array} \right.$$

De la ecuación anterior procederemos a estimar el valor del producto de inercia  $I_{xz}$

$$I_{xz} = - \int yz dm = - \int \int \int xz \rho r dr d\theta dz$$

$$I_{xz} = - \left( \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \int_0^H r^2 \cos \theta z \rho dr d\theta dz + \right.$$

$$\left. + \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \int_{z_1(\theta)}^{z_2(\theta)} r^2 \cos \theta z \rho dr d\theta dz + \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} \int_{z_1(\theta)}^{z_2(\theta)} r^2 r^2 \cos \theta z \rho dr d\theta dz \right); \text{ ec. III. 13}$$

Por lo tanto la primera integral se anula por la simetría en la distribución de masas.

Como la integral definida  $\int_0^\pi \cos\theta d\theta = 0$  y  $\int_\pi^{2\pi} \cos\theta d\theta = 0$ .

se tiene que  $I_{xz} = 0$

De la ecuación para  $I_{xy}$  se procede a estimar el valor del producto de inercia, al plantear la integral para  $I_{xy}$  se tiene:

$$I_{xy} = -\left(\int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^3 \sin\theta \cos\theta d\theta dr dz + \int_{R_i}^{R_e} \int_0^\pi \int_{z_i}^{z_s} \rho r^3 \sin\theta \cos\theta dz d\theta dr + \int_{R_i}^{R_e} \int_\pi^{2\pi} \int_{z_i}^{z_s} \rho r^3 \sin\theta \cos\theta dz d\theta dr\right); ec. III. 14$$

Al resolver todas estas integrales se encontró el siguiente resultado:

$$I_{xy} = 0.$$

Planteando la integral para  $I_{yz} = -\int yz dm$ , tenemos:

$$I_{yz} = -\left(\int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \sin\theta z d\theta dr dz + \int_{R_i}^{R_e} \int_0^\pi \int_{z_i}^{z_e} \rho r^2 \sin\theta z dz d\theta dr + \int_{R_i}^{R_e} \int_\pi^{2\pi} \int_{z_i}^{z_e} \rho r^2 \sin\theta z dz d\theta dr\right); ec. III. 15$$

Al resolver estas integrales se obtiene que  $I_{yz} = 0$ .

De acuerdo a los resultados alcanzados previamente, se demuestra

$$I_{yz} = I_{xy} = I_{xz} = 0$$

El resultado conseguido anteriormente representa las propiedades altamente simétricas del rotor de la bomba de hélice circular.

## 5.- CENTRO DE MASA:

El rotor es un elemento material sometido a rotación pura, lo cual, hace necesario estimar dentro de las propiedades de inercia a su centro de masa, ya que, esto va a establecer la existencia de los desbalances que puedan generar fuerzas inerciales durante la operación del equipo. Lo anterior, trae como consecuencia, vibraciones no deseadas en la bomba, esto, afectaría el desempeño del equipo de bombeo y la durabilidad del mismo. Para la estimación del centro de masa se recurre al análisis mostrado a continuación.

El centro de masas se conoce por la ecuación vectorial:

$$m \bar{r}_{oc} = \int (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) dm; \text{ ec.III.16}$$

La forma del rotor resulta conveniente emplear de las coordenadas cilíndricas, ya que las integraciones para el centro de masa del rotor se efectúan usando este tipo de coordenadas, es decir  $(r, \theta, z)$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ z: \text{variable} \end{array} \right.$$

Desarrollando la ecuación III.16 tenemos:

$$m(\bar{x}\hat{i} + \bar{y}\hat{j} + \bar{z}\hat{k}) = \hat{i} \int x d_m + \hat{j} \int y d_m + \hat{k} \int z d_m$$

Igualando las ecuaciones vectoriales de la relación anterior tendremos:

a) Centro de masa respecto al eje X:

$$m\bar{x} = \int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \cos \theta \, d\theta dr dz + \int_{z_1(\theta)}^{z_2(\theta)} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \cos \theta \, d\theta dr dz; \text{ ec. III. 17}$$

Las integrales anteriores, ambas son nulas (**ver apéndice H, pág. 208**), se infiere:

$$\bar{x} = 0$$

El centro de masa con respecto al eje X esta ubicado en el origen de este eje.

b) Centro de masa respecto al eje Y esta dado por las integrales:

$$\bar{y} = \int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \sin\theta \, d\theta dr dz + \int_{z_1(\theta)}^{z_2(\theta)} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \sin\theta \, d\theta dr dz ; ec. III. 18$$

Las cuales al resolverlos:

$$\bar{y} = 0$$

La relación anterior muestra que el centro de masas con respecto al eje Y se encuentra en el origen de ese eje.

c) Centro de masa respecto al eje Z:

El centro de masa respecto al eje z esta dado por las siguientes integrales,

$$m\bar{z} = \int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho z r d\theta dr dz + \int_{z_1}^{z_2} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{2\pi} \rho z \, d\theta dr dz + \int_{z_1}^{z_2} \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} r \rho z \, d\theta dr dz ; ec. III. 19$$

Al resolver se obtiene:

$$m\bar{z} = \frac{2\pi\rho R_i}{2} \left(\frac{H_c}{2}\right) = \frac{\pi\rho R_i H_c}{2}$$

Como,  $m = \pi R_i^2 \rho H_c \Rightarrow \bar{z}_c = \frac{H_c}{2}$ , siendo m la masa del rotor en la región de integración para

Por lo tanto el centro de masa con relación al eje Z está dado por:

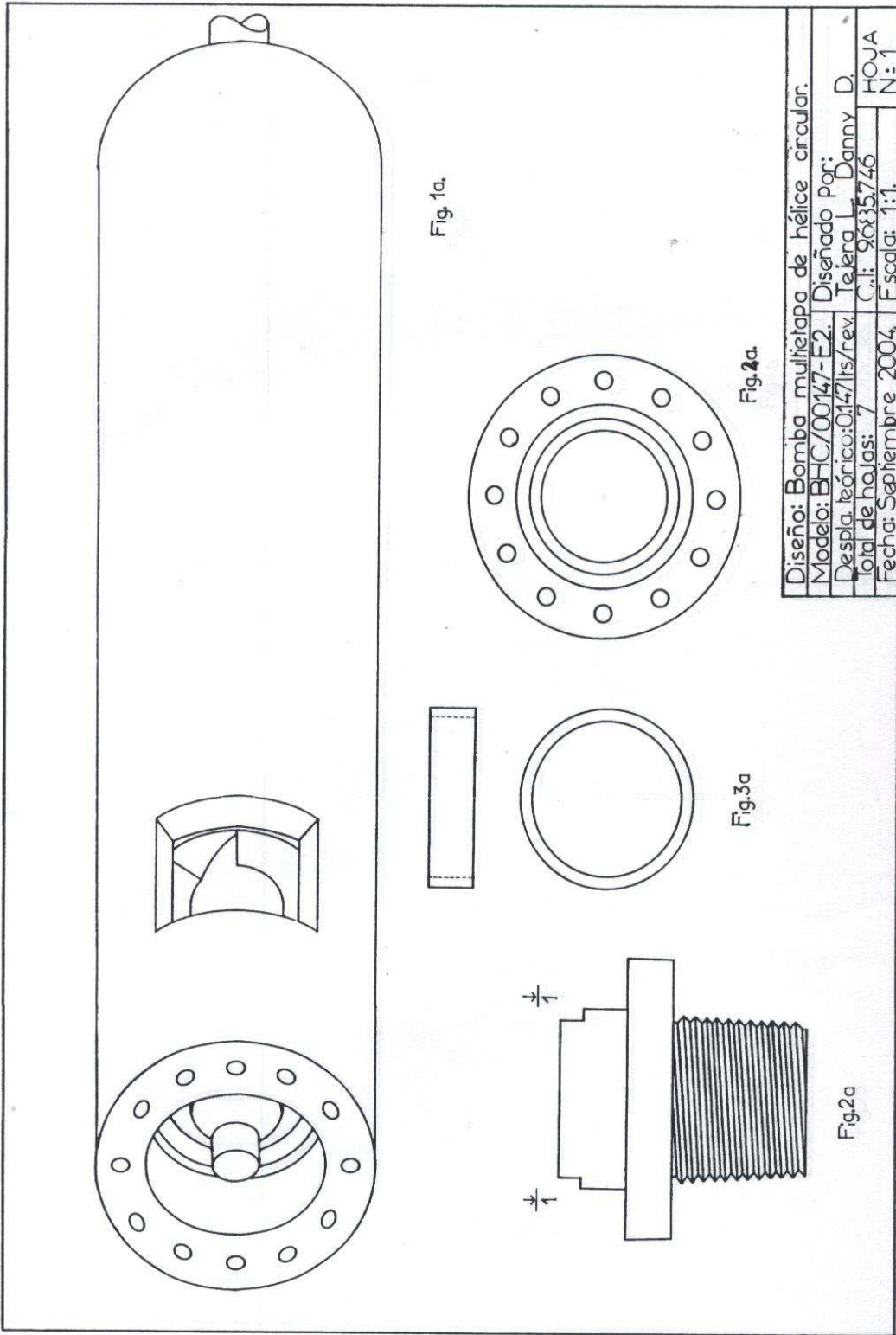
$$\bar{z}_c = \frac{H_c}{2}$$

La expresión anterior señala al centro de masa del rotor el cual se encuentra ubicado en las coordenadas (0,0, H/2), esto indica que el rotor se comporta como si toda la masa esta concentrada en el centro del mismo a la altura H/2, esto demuestra que el rotor operará sin oscilaciones (vibraciones) radiales o axiales durante su operación, lo cual permite una operación totalmente equilibrada en torno a su eje de rotación.

## **6.-CUERPO EXTERNO DE LA BOMBA:**

El cuerpo externo de la bomba esta conformado por los elementos descritos a continuación, en los mismos se hace referencia a su numeración en los planos presentados anteriormente en la parte 1 del capítulo III de este trabajo:

1. La figuras 1a señala la carcasa externa del cuerpo de la bomba (pág. 79).
2. La figura 2a (ver pág. 79) identifica la tapa inferior de la bomba.
3. La figura 3a indica el anillo de sello entre la tapa inferior y la carcasa externa de la bomba (pág. 79).
4. La figura 5 muestra el anillo de sello entre la carcasa externa de la bomba y la junta superior receptora de sello y cojinete (pág. 55).
5. La figura 6 es la junta superior receptora de sellos y cojinete (pág. 55).
6. La figura 7 presenta el adaptador de la bomba a la tubería de producción (pág. 55).
7. La figura 8a, muestra el tornillo de unión para las unidades de separadores de etapa y conducción de fluidos. 8b, tornillo para la tapa receptora de sello superior (pág. 55).



## **7.- CUERPO INTERNO DE LA BOMBA:**

El cuerpo interno de la bomba de hélice circular esta conformado por los elementos descritos anteriormente, los mismos se referencian a su numeración en los planos presentados en la parte 1 del capitulo III de este trabajo, en las páginas 50-52.

7.1.- Las figuras 9 y 11(págs. 56/57), muestran el cuerpo interior de la bomba conformado por:

- a.- Línea de lubricación y desahogo de presión para las unidades de oscilación.
- b.- Unidad oscilante (barras oscilantes)
- c.- Entrada del tornillo de unión para las unidades de separadores de etapa y conducción de fluidos.
- d.- Rotor con múltiples hélices circulares compuestas (su número depende de las etapas empleadas)
- e.- Unidades de separadores de etapas y conducción de fluidos.
- f.- Muesca sujetadora de la bomba a la carcasa externa.
- g.- Ventana de admisión de fluidos.

7.2.- Rotores de hélice circular compuesta. Ver las figuras 10 (a-d) y 12 (a - b) (págs. 53- 54).

7.3.- Unidades de oscilación. Ver las figuras 14 y 19 (págs. 57- 58).

7.4.- Rotor de múltiples hélices circulares compuestas. Ver la figura 15 (pág. 58).

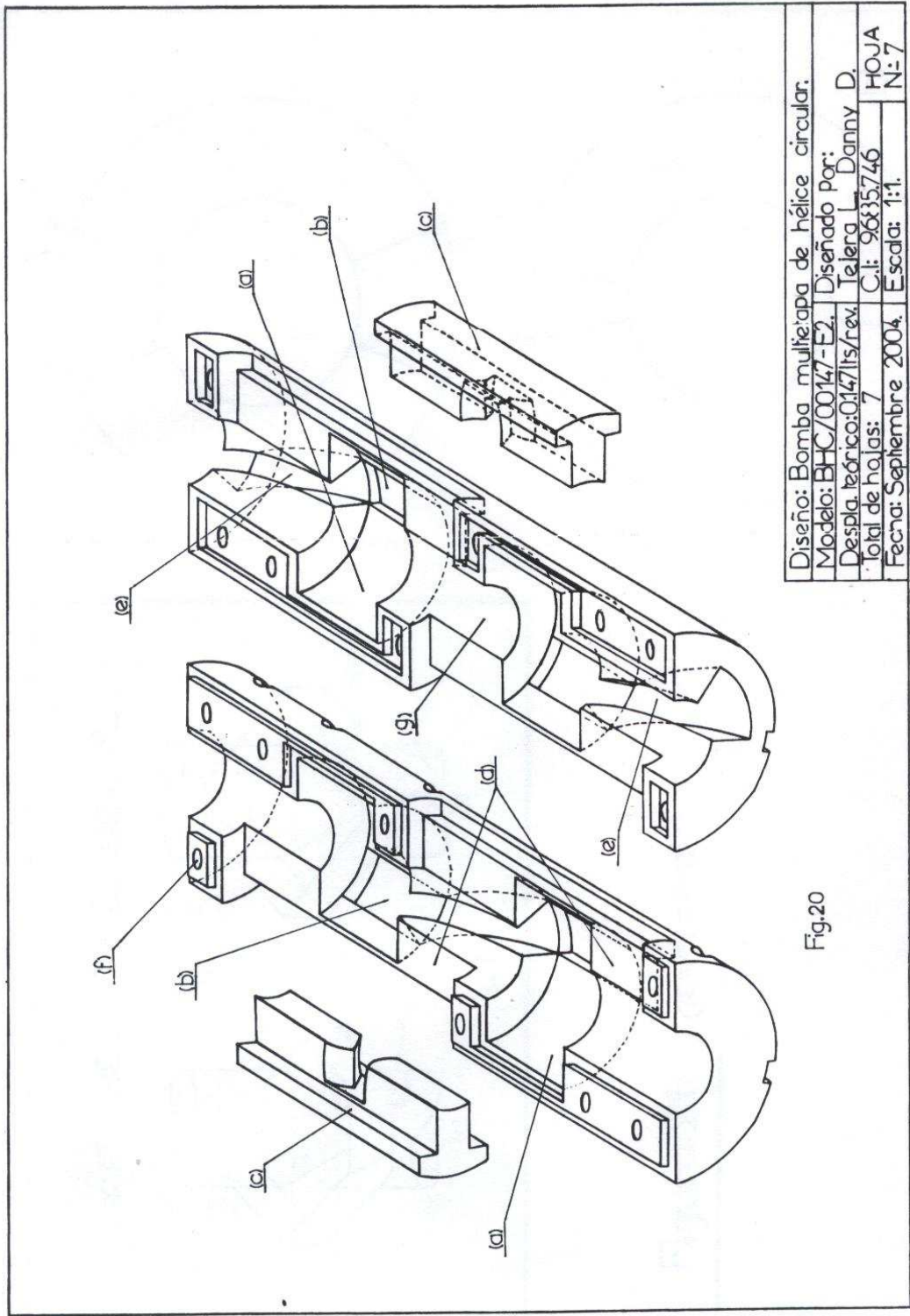
7.5.- Unidades de separadores de etapas y conducción de fluido. Ver la figura 20 (pág.73 y 96).

A su vez esta unidad está conformada por:

- a.- Etapa de la bomba (cámara de manejo de fluido)
- b.- Cavidad de comunicación para la admisión o descarga de fluido dentro de la cámara de manejo de fluido.
- c.- Unidades de oscilación
- d.- Cavidad de recepción para las unidades de oscilación.
- e.- Cavidad para la conducción de fluidos entre etapas.



- f.- Roscas internas para unir las unidades de separadores de etapas.
- g.- Soporte del rotor .



Diseño: Bomba multiplaca de hélice circular.	
Modelo: BHC/00147-E2.	Diseñado Por:
Desplazamiento: 0.147 lts/rev.	Telera L. Danny D.
Total de hojas: 7	C.I: 96835746
Fecha: Septiembre 2004.	Escala: 1:1.
	HOJA
	N: 7

Fig.20

## **CAPÍTULO IV:**

### **DESCRIPCIÓN CINEMÁTICA Y DINÁMICA DE LOS COMPONENTES MOVILES DE LA BOMBA.**

#### **A.-DESCRIPCION DINÁMICA DE LOS ELEMENTOS MOVILES DE LA BOMBA**

El análisis dinámico de la bomba se describe por medio de un análisis de fuerzas del comportamiento de las partes móviles de la bomba. El análisis dinámico se centra en la aplicación de las leyes de la dinámica de Isaac Newton a los elementos móviles de la bomba: Rotor y unidades oscilantes (barras de oscilación).

##### **1.- ANÁLISIS DINÁMICO ROTACIONAL SOBRE EL ROTOR.**

El rotor es el elemento móvil sometido a rotación pura y en contacto directo con el fluido de trabajo, la fuerza fundamental que afecta este componente es la presión a la cual estará sometido el fluido de trabajo en cada etapa de la bomba. Esta presión actúa principalmente sobre el área lateral del rotor en contacto con el fluido; la misma está conformada por la región de la hélice circular. Para señalar la fuerza que ejerce el fluido sobre esta región se establece la presión durante la operación. Esta presión actúa sobre el área lateral del rotor generando una fuerza hidráulica sobre el mismo. Se necesita conocer el área de contacto de la hélice circular para estimar esa variable.

El área de esta región de la hélice se indica por medio de la longitud de arco externa e interna del rotor en la región de la hélice en contacto con el fluido y el radio interno y externo del rotor. Esto permite identificar las regiones cuyas áreas se especifican como  $A_1$  y  $A_2$ , de acuerdo a la figura IV.1, se tiene:

El área total será:

$$A = 2 A_1 + A_2$$

$A_1$ : Representa el área del triángulo dada por

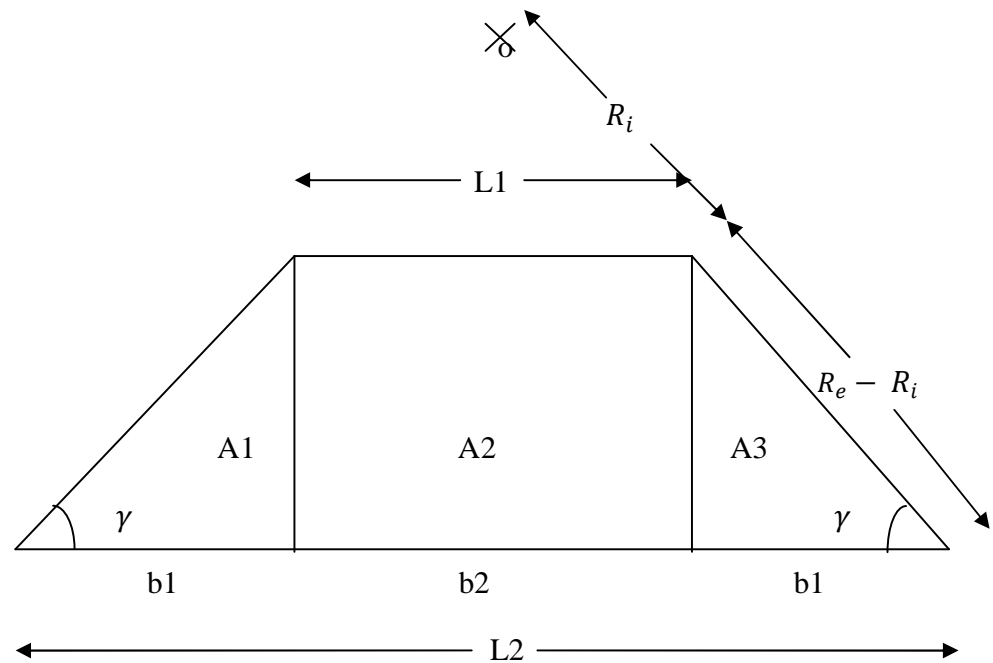
$$A = \left( \frac{\ell_2 - \ell_1}{2} \right) (R_e - R_i) \text{sen } \gamma + \ell_1 (R_e - R_i) \text{sen } \gamma$$

Agrupando  $\ell_2$  y  $\ell_1$  sacando factor común a  $(R_e - R_i) \text{sen } \gamma$ , se obtiene.

$$A = \left( \frac{\ell_2 - \ell_1}{2} + \ell_1 \right) (R_e - R_i) \text{sen } \gamma$$

Por lo tanto la expresión del área lateral total de la hélice es:

$$A = \left( \frac{\ell_2 + \ell_1}{2} \right) (R_e - R_i) \text{sen } (\gamma), \text{ ec. IV.1}$$



**Figura IV.1** Muestra la vista desarrollada del plano lateral del rotor en la región comprendida entre las hélices circulares para  $r=R_i$  y  $r=R_e$ .

**Fuente:** Elaboración propia.

En la relación anterior  $\text{sen } \gamma$  viene dado por la siguiente expresión:

$$\text{sen } (\gamma) = \sqrt{1 - \left[ \left( \frac{\ell_2 + \ell_1}{2R_e - R_i} \right)^2 \right]}$$

Reemplazando  $\text{sen } \gamma$  en la ecuación del área lateral de la hélice, se tiene:

$$A = \left( \frac{\ell_2 + \ell_1}{2} \right) (R_e - R_i) \sqrt{1 - \left[ \left( \frac{\ell_2 + \ell_1}{2R_e - R_i} \right)^2 \right]}$$

Sumando dentro de la raíz las expresiones y simplificando  $R_e - R_i$  finalmente se obtiene

$$A = \left( \frac{\ell_2 + \ell_1}{4} \right) \sqrt{4(R_e - R_i)^2 - (\ell_2 - \ell_1)^2}; \text{ ec. IV. 2}$$

Finalmente la ecuación del torque promedio actuante sobre la hélice esta dada por el producto de la fuerza de presión que actúa sobre el área lateral de la hélice, por tanto la misma se obtiene de la forma siguiente:

$$F=P.A$$

Donde A, es el área de la figura IV.1 (pág. 98), la ecuación del torque, debido a la presión sobre el rotor viene dada la siguiente expresión:

$$\tau = P.A.\bar{r}\text{sen } \varphi, \text{ ec. IV. 3}$$

Donde:

$\tau$ : Torque, se debe a la presión en la región del área lateral del rotor de la bomba, en N-m.

$P$ : Presión en la región lateral en contacto con el fluido, en Pa.

$A$ : Área lateral del rotor en la región de la hélice circular, en  $\text{m}^2$ .

$\bar{r}$ : Posición del centroide de la figura compuesta para el área lateral del rotor de la bomba, en m.

$\varphi$ : Ángulo de inclinación de la helice del rotor, en rad.

## 2.- ANÁLISIS DINÁMICO SOBRE LA BARRA DE OSCILACIÓN:

La barra de oscilación, como elemento móvil esta relacionada con el rotor de la bomba. El mismo al girar provee de un movimiento oscilatorio a la barra de oscilación. Para la descripción del movimiento de la barra se realizó un análisis dinámico y otro cinemático sobre la barra oscilante.

Para el análisis dinámico sobre la barra de oscilación, se considera fundamentalmente el movimiento del rotor y las fuerzas que lo generan. La torsión transmitida a la bomba por el tren de transmisión (sistema de transmisión de potencia) desde el cabezal en superficie del pozo hasta la bomba le permite al rotor girar, esta torsión es el torque sobre el eje de la bomba (rotor), el cual se obtiene como:

$$\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}, \text{ ec. IV.4}$$

Asumiendo que en condiciones de operación la bomba opere bajo un torque constante, el mismo puede ser escrito:

$T = rF = m r^2 \alpha_a = I \alpha_a$  , donde  $I$  representa el momento de inercia del conjunto de elementos rotatorios del equipo y  $\alpha_a$  la aceleración angular

$$T = I \alpha_a, \text{ ec.IV.5}$$

La forma del rotor presenta una inclinación caracterizada por la hélice circular obtenida en el diseño. La altura correspondiente a la hélice circular esta dada por la relación matemática.

$Z = tg(\varphi)r\theta$ ; donde  $\theta$ , es el ángulo característico de la hélice circular definido en el intervalo de las relaciones angulares.

Esta altura indicará la posición de la barra de oscilación sobre la hélice circular en los puntos de contactos con ellas en los periodos de oscilación. Razón por la cual se hace uso de las leyes de Newton de la mecánica, desde donde se obtiene la

variación instantánea de la posición de la barra de oscilación con respecto al tiempo para expresar la velocidad de ascenso o descenso de la barra oscilante, esta derivada resulta ser:

$$\frac{dz}{dt} = \dot{z} = tg(\varphi) r \dot{\theta}, \text{ esta derivada se toma a una distancia radial constante.}$$

La variación segunda de la posición respecto al tiempo es la aceleración de la barra de oscilación, la misma esta dada por:

$$\ddot{z} = tg(\varphi) r \ddot{\theta}, \text{ ec. IV.6}$$

Si en las condiciones de operación la bomba gira a una rpm constante la aceleración angular obtenida en la ec. IV.6 es nula, por lo tanto, esta expresión predice que la barra de oscilación ascenderá o descenderá con una rapidez uniforme, tal como se observa en el siguiente análisis:

La barra oscilante se mueve en la dirección axial, porque su movimiento se ve limitado en esa dirección por la camisa de la bomba.

En la figura IV.2 se muestra que  $Z = tg(\varphi) r \theta$ , la fuerza aplicada sobre la barra de oscilación está dada por:

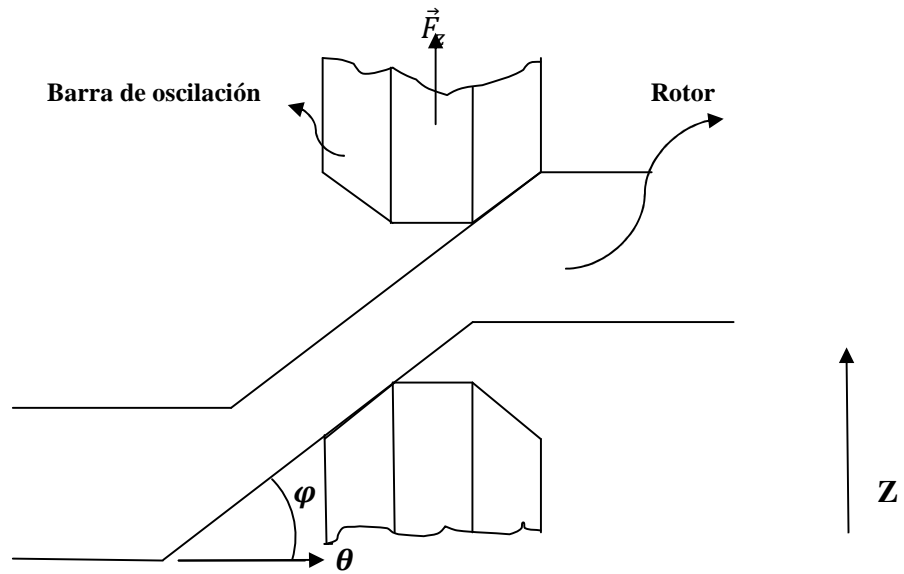
$$\vec{F} = m_b \ddot{z} \hat{k}, \text{ donde de la ecuación IV.6 se obtiene}$$

$$\vec{F} = m_b tg(\varphi) r \ddot{\theta} \hat{k}; \alpha_a = \ddot{\theta}$$

Sustituyendo en la ecuación anterior la relación de la aceleración angular se tiene:

$$\vec{F} = m_b tg(\varphi) r \alpha_a \hat{k} \text{ ec. IV.7}$$





**Figura IV.2, Muestra un corte del punto de contacto de la barra de oscilación y la hélice circular del rotor y la fuerza axial  $\vec{F}_z$ .  
Fuente: Elaboración propia.**

En la ecuación ec. IV.7,  $m_b$  es la masa de la barra oscilante.

Como la aceleración angular es nula, ya que, por la rotación uniforme del rotor de la bomba se tiene,

si  $w = \dot{\theta} = constante$ , por lo tanto, la aceleración angular será nula, es decir:

$$\alpha_a = 0$$

Entonces la expresión de la fuerza sobre la barra oscilante en condiciones de operación continua será:

$$F = 0,$$

Este resultado predice el comportamiento cinemático de la barra oscilante, ya que, la expresión de la velocidad de la barra oscilante está dada por.

$$\dot{z} = v_{zp} = tg(\varphi)r\dot{\theta}$$

$$v_{zp} = tg \varphi r w ; \text{ ec. IV.8}$$

La ecuación IV.8 muestra que la barra oscilante se mueve con rapidez constante en su movimiento oscilatorio, solamente presenta cambios bruscos en el sentido de manteniendo la dirección durante su movimiento cada vez que la hélice circular cambia de inclinación en cada revolución.

## **B.- DESCRIPCIÓN CINEMÁTICA DE LOS ELEMENTOS MÓVILES DE LA BOMBA**

Para la descripción cinemática de los elementos móviles de las bombas se precisará las posiciones de los elementos del rotor esto permitirá, por medio de un análisis cinemático, conocer las variaciones instantáneas de las posiciones y velocidades de estos elementos, con respecto al tiempo. Este análisis permitirá obtener leyes del movimiento con el propósito de predecir el comportamiento de los elementos móviles de la bomba, seguidamente se expresan los análisis de la cinemática sobre el rotor y la barra oscilante.

### **1.- ANÁLISIS CINEMÁTICO SOBRE EL ROTOR:**

Para efectuar el análisis cinemático sobre el rotor de la bomba es fundamental emplear un sistema de coordenadas adecuado, esto permite describir las posiciones de los puntos sobre la superficie externa del rotor. Dada la geometría del rotor el sistema de coordenadas que más se adapta a la identificación del rotor es el sistema de coordenadas cilíndricas en el cual

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ Z = Z \end{cases} ; \text{Relación 1}$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi; R_0 \leq r \leq R; z_i \leq z \leq z_s$$

La posición de cualquier elemento sobre la hélice circular estará dada por el vector posición

$$\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j} + Z \hat{k}, \text{ ec.IV.9}$$

La velocidad de rotación del punto p sobre el rotor se obtiene como la variación instantánea del vector posición con respecto al tiempo, la misma se expresa seguidamente:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Que en forma desarrollada se escribe de la siguiente manera:

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k}$$

El movimiento del rotor esta definido en coordenadas cilíndricas, el mismo se logra de acuerdo a la transformación dada en la relación I.

$$R_0 \leq \bar{R} \leq R$$

$$\vec{v} = w\bar{R}\hat{e}_\theta + \frac{dz}{dt} \hat{k}; \text{ aqui } w = \frac{d\theta}{dt}$$

Donde

$$\hat{e}_r = \cos \theta \hat{i} + \text{sen } \theta \hat{j}$$

$$\hat{e}_\theta = -\text{sen } \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}$$

Como el punto P señala una posición de cota constante se tiene que la componente en el eje Z de la velocidad es nula, a continuación se presenta esa relación:

$$v_z = \frac{dz}{dt} \equiv 0; \text{ ec. IV. 10}$$

El rotor identifica un movimiento netamente rotacional, en torno al eje de giro Z y su velocidad está dada por:

$$\vec{v} = w\bar{R}\hat{e}_\theta$$

Donde  $\hat{e}_\theta$  es un vector unitario tangente a la trayectoria circular descrita por el punto p al rotar en torno al eje de rotación Z.

## 2.- ANÁLISIS CINEMÁTICO SOBRE LA BARRA DE OSCILACIÓN:

El movimiento definido de la barra de oscilación se describe considerando que este es un componente móvil de la bomba con movimiento restringido. El movimiento restringido se condiciona por el cuerpo externo de la bomba y el rotor de la misma. La barra de oscilación en los puntos de contacto con la hélice del rotor le confiere un movimiento ascendente y luego descendente durante la operación del rotor. La notable identificación del movimiento oscilatorio de la barra oscilante se desarrolla por el siguiente modelo en el cual se toma la velocidad de la barra oscilante como la variación instantánea con respecto al tiempo de una posición particular del rotor; por lo cual se deriva con respecto al tiempo, la ecuación que indica la posición de un punto del rotor.

$$\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j} + Z \hat{k}$$

La ecuación de la velocidad para la barra de oscilación está descrita por medio de la siguiente relación.

$$V_{Z_i} = \begin{cases} 0; 0 \leq \alpha_s \\ \operatorname{tg}(\varphi) \bar{R} w; \alpha_s < \theta < \alpha_s + \alpha; \text{ec. IV.11} \\ 0; \alpha_s + \alpha \leq \theta \leq 2\alpha_s + \alpha + 2\phi \\ -\operatorname{tg}(\varphi) \bar{R} w; 2\alpha_s + \alpha + 2\phi < \theta < 2\alpha_s + 2\alpha + 2\phi \end{cases}$$

Esta expresión señala que el movimiento de la barra esta condicionado a la rotación del rotor indicando una velocidad de ascenso de magnitud constante dada por:

$$\vec{v}_z = \operatorname{tg}(\varphi) \bar{R} w \hat{k}$$

para la region:  $\alpha_s < \theta < \alpha_s + \alpha$

La velocidad de descenso de magnitud constante, viene expresada por:

$$\vec{v}_z = -\operatorname{tg}(\varphi) \bar{R} w \hat{k}$$

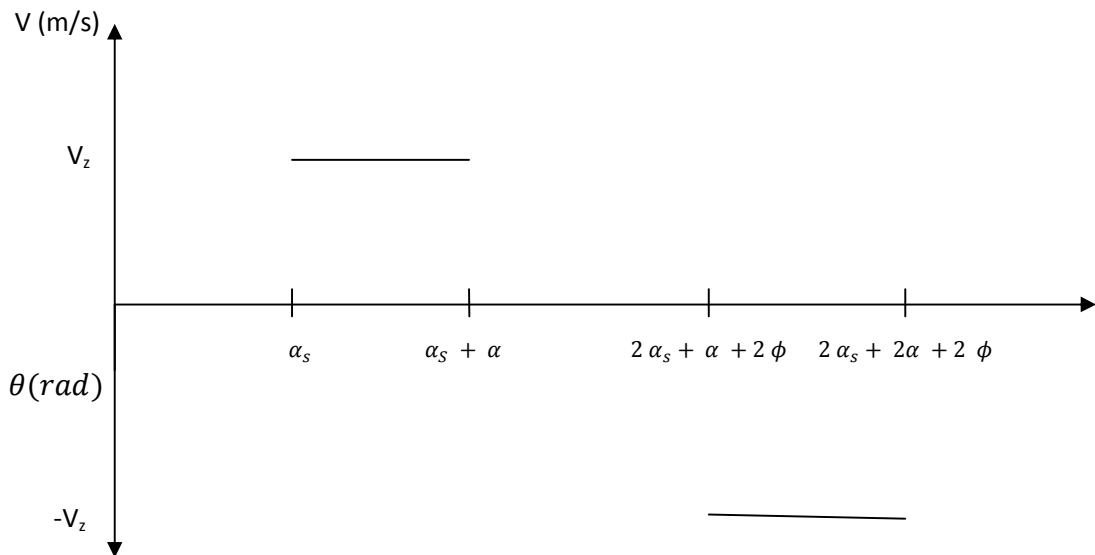
para la region:  $2\alpha_s + \alpha + 2\phi < \theta < 2\alpha_s + 2\alpha + 2\phi$

Lo descrito previamente se muestra en la figura IV. 3, donde se presenta el comportamiento de la rapidez de la barra de oscilación con relación al ángulo polar  $\theta$ , en cada revolución del rotor. Esto muestra que por cada revolución del rotor la barra oscilante realiza un recorrido ascendente y descendente vinculado al rotor

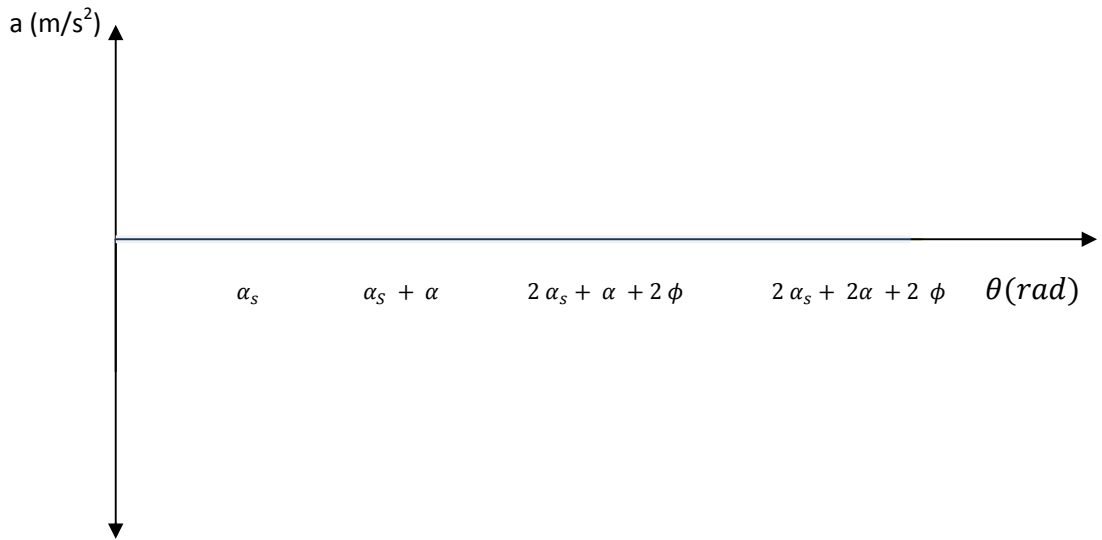
La velocidad es de magnitud constante, por lo tanto, la expresión para la aceleración de la barra oscilante viene dada por medio de la siguiente ecuación:

$$a = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \left( \frac{V_2 - V_1}{\Delta\tau} \right) = \frac{dv_z}{dt} \equiv 0$$

Esto indica que la barra oscilante en las condiciones de operación a una RPM constante, se mueve con rapidez constante en un movimiento ascendente y descendente en el canal del cuerpo de la bomba. Lo mencionado anteriormente se muestra en las figuras IV.3 y IV.4.



**Figura IV. 3:** Gráfico de velocidad contra tiempo para la barra oscilante, aquí  $\theta = \omega t$ .  
Fuente: Elaboración propia.



**Figura IV. 4:** Gráfico de la aceleración contra el tiempo para la barra oscilante, aquí  $\theta = \omega t$ .  
**Fuente:** Elaboración propia.

## C.- ANÁLISIS DE MATERIALES

### 1.-Análisis de tensión sobre la cavidad cilíndrica

Para el análisis de las tensiones, se considera a la camisa interna de la bomba como un cilindro de radio  $R$  sometido a una presión interna de trabajo  $P$ . El espesor del cilindro es  $h$  tal como se presenta en la figura IV.5.

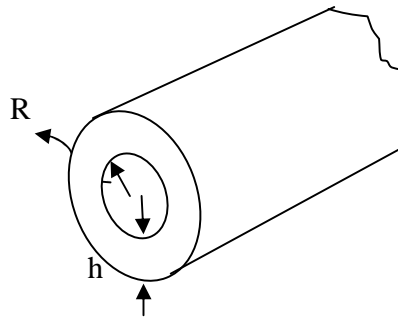


Figura IV.5: Cilindro de espesor  $h$ .

Fuente: Elaboración propia.

Para hacer el análisis de tensiones, se efectúa una separación del cilindro. Para eso se estudia una sección transversal del mismo. Planteando la condición de equilibrio se tiene:

1. Separando un elemento del cilindro, de dimensiones  $ds_1$  y  $ds_2$  y considerando que sobre ellos actúan las tensiones (ver la figura IV.6)  $\sigma_m$  y  $\sigma_t$  donde:

$\sigma_m$ : Tension normal

$\sigma_t$ : Tension axial

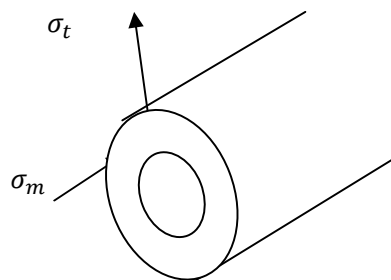


Figura IV.6: Muestra la tensión axial y normal sobre un elemento del cilindro.

Fuente: Elaboración propia.



Multiplicando las tensiones por  $\sigma_m$  y  $\sigma_t$  por las áreas correspondientes de las caras del elemento se obtienen las fuerzas:  $\sigma_m h d_s$  y  $\sigma_t h d_{s_1}$ . A este elemento se aplica la fuerza de presión normal  $P d_{s_1} d_{s_2}$ . Al proyectar todas las fuerzas sobre la normal se obtiene:

$$P d_{s_1} d_{s_2} - \sigma_m h d_{s_2} d\theta - \sigma_t h d_{s_1} d\varphi = 0$$

$$d\theta = \frac{d_{s_1}}{\rho_m}; d\varphi = \frac{d_{s_2}}{\rho_t}$$

Obteniendo la expresión:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{P}{h}$$

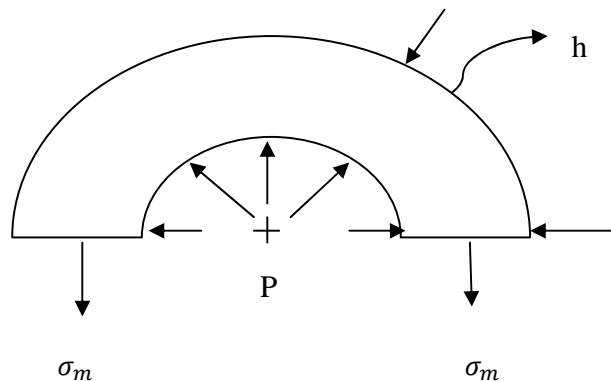
La relación obtenida anteriormente es conocida como la ecuación de Laplace.

Al proyectar todas las fuerzas sobre la dirección del eje del cilindro, es decir, la parte del cilindro definida por la sección normal.

Designando por P la fuerza resultante axial de las fuerzas extremas se encuentra que (ver la figura. IV.7).

$$\sigma_m (2\pi R h) \sin\theta = P$$

Con esta ecuación se obtiene la tensión  $\sigma_m$



**Figura IV.7: Sección del cilindro.**

Al aplicar condiciones de equilibrio sobre la sección del cilindro:

$$\sigma_m (2\pi R h) = P ; P \text{ es la fuerza resultante normal.}$$

La componente axial de las fuerzas de presión independientemente de la forma del fondo es:

$$P = \pi R^2 p$$

$$\text{Así: } \sigma_m = \frac{P.R}{2h}$$

En el caso de un cilindro  $\rho_m = \infty$

$\rho_t = R$  y de acuerdo a la ecuación de Laplace se obtiene:

$$\sigma_t = \frac{PR}{h}$$

La tensión circunferencial  $\sigma_t$  es dos veces mayor que la tensión meridional.

El elemento separado de la bóveda cilíndrica se encuentra en el estado tensional biaxial.

$$\sigma_1 = \sigma_t ; \sigma_2 = \sigma_m ; \sigma_3 = 0$$

La tensión equivalente será: (esta tensión es tomada del texto [2] pág. 279)

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - k\sigma_3 = \frac{PR}{h} ; \sigma_{eq} = \frac{PR}{h}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_{eq}}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \\ \sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3 \end{array} \right.$$

Ahora se efectuará un análisis sobre la carcasa interna de la bomba (camisa) de radio interior  $a$  y radio exterior  $b$  sometida a una presión interna  $P_a$  y una presión externa  $P_b$  tal como muestra la figura IV.8.ver: [2], pag.296.

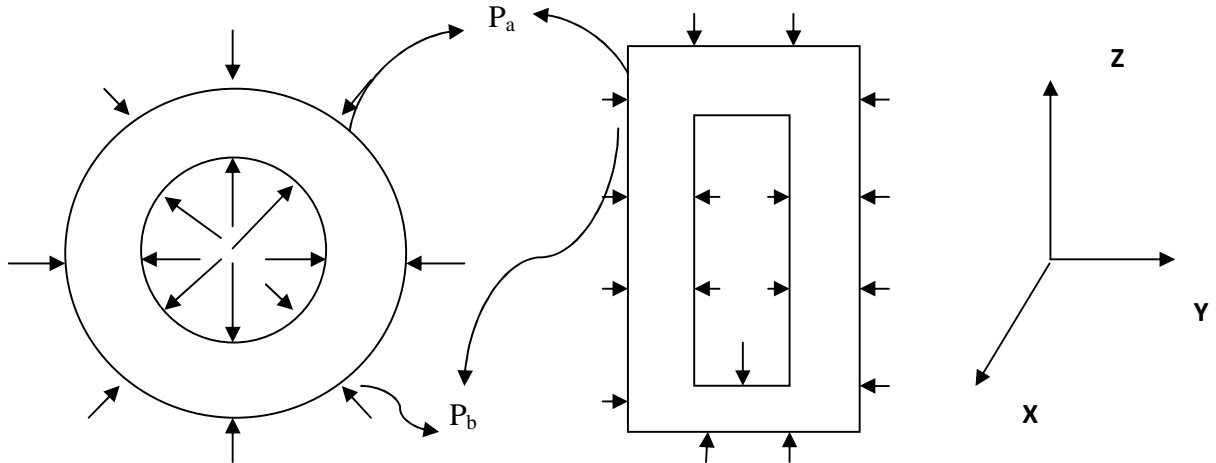


Figura IV.8: Cilindro sometido a presión interna y externa.

Fuente: Feodosiev Resistencia de Materiales, pág. 296.

Se asume que el cilindro de la bomba tiene fondo. Entonces aparece una fuerza axial de tracción cuya magnitud es:

$$F_t = P_a \pi a^2 - P_b \pi b^2$$

Y la tensión axial  $\sigma_z$  será:

$$\sigma_z = \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} = \frac{F_t}{A \text{ efectiva}}$$

Considerando que la tensión  $\sigma_z$  se distribuye uniformemente en la sección transversal y que la influencia restrictiva del fondo sobre los desplazamientos radiales del cilindro es pequeña.

Encontrando las tensiones sobre las paredes y los desplazamientos en el cilindro. Esto conocido como el problema de Lamé. La ecuación de equilibrio, por lo tanto, se expresa de la siguiente forma.

$$\frac{d}{dr} (\sigma_r r) - \sigma_t = 0 \text{ Se obtiene}$$

De acuerdo al desarrollo, llevado a cabo, en el texto [2] pag.295 se presenta la ecuación diferencial mostrada seguidamente:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0$$

Esta ecuación diferencial se escribe en forma compacta:

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right] = 0 \text{ y } \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ur) \right] = 0$$

Al resolver de esta ecuación  $\mu$  se consigue las tensiones. Esta variable se obtiene al resolver la ecuación diferencial previamente planteada.

De este modo resolviendo la expresión anterior, se consigue el desplazamiento

$$u = c_1 r + \frac{c_2}{r}; \text{ ec. IV. 1}$$

Como:

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \mu^2} \left( \frac{du}{dr} + \mu \frac{u}{r} \right) + \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_z; \text{ ec. IV. 2}$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - \mu^2} \left( \frac{u}{r} + \mu \frac{du}{dr} \right) + \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_z; \text{ ec. IV. 3}$$

Sustituyendo la ecuación IV.1 anterior en las ecuaciones ecuación IV. 2 y IV. 3 se tiene

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \mu^2} \left[ c_1(1 + \mu) - c_2(1 - \mu) \frac{1}{r^2} \right] + \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_z; \text{ ec. IV. 4}$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - \mu^2} \left[ c_1(1 + \mu) + c_2(1 - \mu) \frac{1}{r^2} \right] + \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_z; \text{ ec. IV. 5}$$

Empleando las condiciones de borde conseguimos  $c_1$  y  $c_2$  Como:

$$\begin{cases} r = a & \sigma_r = -P_a \\ r = b & \sigma_r = -P_b \end{cases}$$

$$\frac{E}{1-\mu^2} \left[ c_1(1+\mu) - c_2(1-\mu) \frac{1}{a^2} \right] + \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_z = -P_a; \text{ ec. IV. 6}$$

$$\frac{E}{1-\mu^2} \left[ c_1(1+\mu) - c_2(1-\mu) \frac{1}{b^2} \right] + \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_z = -P_b; \text{ ec. IV. 7}$$

Donde  $c_1$  y  $c_2$  son:

$$c_1 = \frac{1-\mu^2}{E} \left( \frac{1}{1+\mu} \right) \left( \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} \right) - \frac{\mu}{E} \sigma_z$$

$$c_2 = \frac{1-\mu^2}{E} \left( \frac{1}{1-\mu} \right) \left( \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} \right) (P_a - P_b)$$

Al sustituir los valores de  $c_1$  y  $c_2$  en la ecs. IV. 1 y IV.4, entonces:  $u$  y  $\sigma_{rt}$  serán:

$$u = \frac{1-\mu}{E} \left( \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} \right) r + \frac{1+\mu}{E} \left( \frac{a^2 b^2}{r} \right) \left( \frac{P_a - P_b}{b^2 - a^2} \right) - \frac{\mu}{E} \sigma_z r; \text{ ec. IV. 8}$$

$$\sigma_{rt} = \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} \mp \frac{a^2 b^2}{r^2} \left( \frac{P_a - P_b}{b^2 - a^2} \right); \text{ ec. IV. 9}$$

Donde  $u$  representa el desplazamiento radial.

Aquí:

$$\sigma_r = \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} - \frac{a^2 b^2}{r^2} \left( \frac{P_a - P_b}{b^2 - a^2} \right); \text{ ec. IV. 10}$$

$$\sigma_t = \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} + \frac{a^2 b^2}{r^2} \left( \frac{P_a - P_b}{b^2 - a^2} \right); \text{ ec. IV. 11}$$

La tensión axial,  $\sigma_z$  influye sobre la magnitud del desplazamiento radial  $\mu_z$ , cuando el cilindro se presiona en la dirección axial, se obtiene.

$$u = \frac{1 - 2\mu}{E} \left( \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} \right) r + \left( \frac{1 + \mu}{E} \right) \left( \frac{a^2 b^2}{r} \right) \left( \frac{P_a - P_b}{b^2 - a^2} \right); \text{ ec. IV. 12}$$

Cuando la fuerza axial es nula:

$$u = \frac{1 - \mu}{E} \left( \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} \right) r + \left( \frac{1 + \mu}{E} \right) \left( \frac{a^2 b^2}{r} \right) \left( \frac{P_a - P_b}{b^2 - a^2} \right); \text{ ec. IV. 13}$$

Para el caso particular donde el cilindro está sometido a la presión interior: En ese caso  $P_a = P$  y  $P_b = 0$

$$\sigma_{rt} = \frac{P a^2}{b^2 - a^2} \left( 1 \mp \frac{b^2}{r^2} \right); \text{ ec. IV. 14}$$

$$\sigma_t(r = a) = P \left( \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \right); \text{ ec. IV. 15}$$

Según las teorías de las tensiones tangenciales máximas (no existe fuerza axial  $\sigma_z = 0$ )

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3 = P \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} - (-P); \text{ ec. IV. 16}$$

$$\sigma_{eq} = P \frac{2b^2}{b^2 - a^2}; \text{ ec. IV. 17}$$

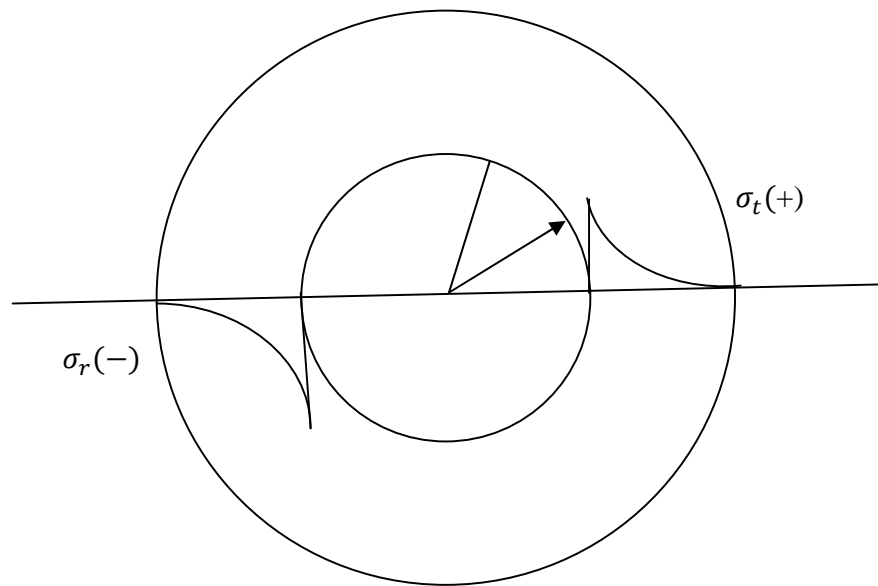
Si  $b = a + \delta$

$$\sigma_t(r = b) = P \frac{2a^2}{\delta(2a + \delta)}; \text{ ec. IV. 18}$$

Si  $\delta$  es pequeño:

$$\sigma_t(r = a) \approx \sigma_t(r = b) \cong P \frac{a}{\delta}$$

$$\sigma_{rt} = \mp P \frac{a^2}{r^2}; \text{ ec. IV. 19}$$



**Figura IV.9: Muestra el esfuerzo tangencial**

**Fuente: Feodosiev Resistencia de Materiales, pág. 298.**

El cilindro para el cual  $\frac{b}{a} > 4$  se considera de espesor infinitamente grande.

La presión a la cual se someterá el cilindro condicionará las propiedades del material. Por lo cual se recomienda que el límite de presión sea al menos el doble de la presión a tolerar.

Es decir si  $p = 3000 \frac{kgf}{cm^2}$ , entonces:

$$\sigma_{ft} = 6000 \frac{kgf}{cm^2}$$

Las dimensiones del diámetro exterior están limitadas por la presión interior de trabajo  $P$ . Para eso se utiliza un coeficiente de seguridad igual a dos (2). Conociendo el límite de presión del material, es decir, conocimiento:  $\sigma_{ft} = \sigma_{fc}$  se obtiene el diámetro interior.

Por ejemplo, si:

$$\sigma_r = -P$$

$$\sigma_t = P \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2}; \text{ec. IV. 19}$$

$$\sigma_z = P \frac{a^2}{b^2 - a^2}; \text{ec. IV. 20}$$

Como  $\sigma_1 = \sigma_t$ ;  $\sigma_3 = \sigma_r$  entonces:

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3 = P \frac{2b^2}{b^2 - a^2}; \text{ec. IV. 21}$$

Por efecto de las diferencias de presiones y las tensiones generadas el encaje del radio interno del cilindro aumentará si  $P_a \gg P_b$ , en consecuencia la pared interna del cilindro recibirá un desplazamiento positivo  $\mu$ ; aumentando así el radio interior del cilindro y el radio exterior del rotor disminuirá este efecto creará un desplazamiento positivo que contribuirá con el incremento de la holgura de la bomba, reduciendo así la eficiencia volumétrica, el desplazamiento teórico, el desplazamiento efectivo y la eficiencia mecánica de la bomba. Se debe escoger un material tal que su desplazamiento  $\Delta$  sea el menor posible esto lo determina el coeficiente de Poisson:  $\mu$  y el módulo de elasticidad E

Si consideramos que  $\Delta$  es el desplazamiento, en m siendo  $\Delta = u_2 - u_1$

Estimando el desplazamiento por medio de la siguiente ecuación

$$u = \frac{1 - \mu}{E} \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} r + \frac{1 + \mu}{E} \frac{a^2 b^2}{r} \left( \frac{P_a - P_b}{b^2 - a^2} \right)$$

Si se supone que  $P_a = 0$ ,  $P_b = P_k$  y se sustituye b y r por c, se obtiene:

$$u_1 = - \frac{1 - \mu}{E} \left( \frac{c^3}{c^2 - d^2} P_k \right) - \left( \frac{1 + \mu}{E} \right) \left( \frac{a^2 c}{c^2 - d^2} \right) P_k; \text{ec. IV. 22}$$

Por otro lado para encontrar  $\mu_2$  se supone lo siguiente:

$$P_b = 0; P_a = P_k \text{ y } a = r = c$$



$$u_2 = \frac{1 - \mu}{E} \left( \frac{c^3}{b^2 - c^2} P_k \right) + \left( \frac{1 + \mu}{E} \right) \left( \frac{b^2 c}{b^2 - c^2} \right) P_k; \text{ ec. IV. 23}$$

Si E es el módulo de elasticidad y  $\mu$  el coeficiente de Poisson se tiene que:

$$P_k = \frac{E \Delta}{2c^3} \frac{(c^2 - a^2)(b^2 - c^2)}{b^2 - a^2}; \text{ ec. IV. 24}$$

Donde  $P_k$  es la presión interna en la tubería.

## 2.- RELACIÓN DE ESFUERZOS SOBRE LOS ELEMENTOS MOVILES DE LA BOMBA.

### Análisis tensionar de una barra cilíndrica

Si se aplica, a la sección transversal de la barra un momento torsor se esta aplicando una torsión a la misma. Bajo estas condiciones el momento flector, fuerza axial y fuerza constante son nulos. Supongamos que la barra esta representada en la figura IV.10.

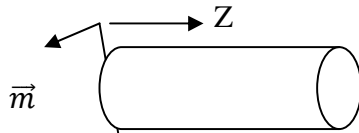


Figura IV.10 Momento torsor.

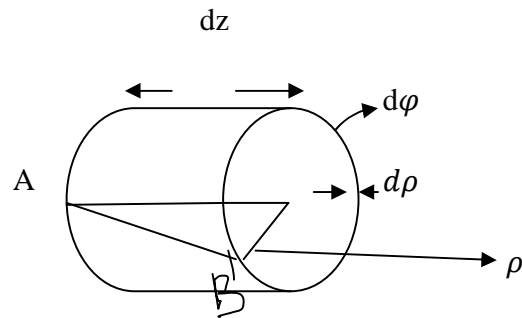
Fuente: Elaboración propia.

Si sobre la barra se aplica el momento torsor  $\vec{m}$  es fundamental por una parte estimar los desplazamientos angulares en función de los momentos exteriores, y por otra determinar las tensiones que aparecen en la barra. Si la misma es de sección circular se considera que cada sección transversal de ella gira sin deformarse en un plano con cierto ángulo. Todo esto como resultado de la acción de los momentos exteriores aplicados sobre la barra.

Si sobre la barra en la sección transversal circular se aplica un momento torsor constante

$$\vec{m}_t = \vec{m}$$

Separando la barra en dos secciones cuya longitud son el elemento de longitud  $dz$ , tal como se muestra en la figura IV.11



**FiguralV.11. Elemento sometido a esfuerzos**

La sección derecha del anillo gira hacia la izquierda en un ángulo  $d\phi$ . La generatriz del cilindro AB girará un ángulo  $\gamma$  pasando a ser AB'. El segmento BB' es igual por un lado, a  $\rho d\phi$  y por otro  $\gamma dz$ , esto, se expresa a continuación:

$$\gamma = \frac{\rho d\phi}{dz}; \text{ ec. IV. 25}$$

El ángulo  $\gamma$  representa el ángulo de distorsión de la superficie cilíndrica.

Aquí  $\frac{d\phi}{dz} = \theta$  y se denomina ángulo de torsión unitario.

Entonces  $\gamma = \rho\theta$

Por la ley de Hooke para el deslizamiento es:

$$\tau = G\theta\rho$$

Donde  $\tau$  es la tensión tangencial.

Las fuerzas elementales  $\tau df$  se reducen a un momento torsor

$$m_t = \int \tau\rho df$$

$m_t$  = Momento torsor.

La integral abarca toda el área de la sección transversal f

$$m_t = \int G\theta\rho^2 df = G\theta \int \rho^2 df$$

La integral  $\int \rho^2 df$  es el momento polar de inercia de la sección.

$$I_p = \int \rho^2 df$$

$I_p =$  momento polar de inercia.

Por lo tanto de  $m_t = G I_p \theta$ , se obtiene

$$\theta = \frac{m_t}{GI_p}; \text{ ec. IV. 26}$$

Al producto  $GI_p$  se conoce como la rigidez de la barra de la torsión.

El ángulo de giro mutuo de las secciones  $\varphi$  se expresa por medio del ángulo de torsión unitario  $\theta$ , es decir:

$$d\varphi = \frac{m_t dz}{GI_p}$$

Donde

$$\varphi = \int_0^l \frac{m_t dz}{I_p}$$

Si el momento torsor no varía a lo largo de la barra;  $m_t = m$  entonces:

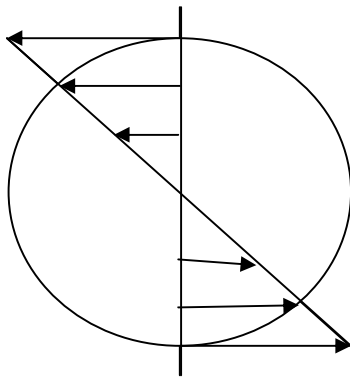
$$\varphi = \frac{m}{I_p}; \text{ ec. IV. 27}$$

Según la ley de Hooke para el deslizamiento  $\tau = G \theta \rho$ , se tiene que

$$\tau = \frac{m_t \rho}{I_p}$$

Donde  $\tau$  es la tensión tangencial que surge de la sección transversal de la barra.

De esta manera las tensiones tangenciales en la sección transversal se distribuye linealmente a lo largo del radio y tiene un máximo en los puntos más alejados del eje de la barra ver figura IV.12.



$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{m_t}{I_p} \rho_{m\acute{a}x}; \text{ ec. IV. 28}$$

$\frac{I_p}{\rho_{m\acute{a}x}} = w_p \text{ (cm}^3\text{)}$  es el m\u00f3dulo polar de la secci\u00f3n.

Por lo que:  $\tau_{m\acute{a}x} = \frac{m_t}{w_p}$

**Figura IV.12 Tensiones tangenciales**

**Fuente: Feodosiev Resistencia de Materiales.**

Las relaciones:

$$\varphi = \frac{m}{GI_p} \text{ y } \tau_{m\acute{a}x} = \frac{m_t}{w_p}$$

Son \u00fatiles en el c\u00e1lculo de la barra torsionada de secci\u00f3n transversal constante.

La energ\u00eda potencial de la deformaci\u00f3n, acumulada en la barra durante la torsi\u00f3n se estima al tomar un tramo de la barra torsionada de longitud  $dz$  la energ\u00eda acumulada en este elemento de la barra, es igual al trabajo de los momentos  $m_t$ , aplicado sobre los extremos.

$$dU = \frac{1}{2} m_t d\varphi$$

$$dU = \frac{m_t^2 dz}{2GI_p}$$

La energía potencial en toda la barra se obtiene integrando la expresión.

$$U = \int_0^l \frac{m_t^2 dz}{2 I_p}$$

La expresión de la energía potencial de la deformación acumulada viene dada en la barra por medio de la siguiente ecuación:

$$U = \frac{m_t^2 l}{2GI_p}; \text{ec. IV. 29}$$

Esta energía potencial es dependiente de los siguientes factores:

- 1.- Momento torsor, en N-m.
- 2.- Longitud de la barra, en m.
- 3.- Momento polar de inercia de la barra, en  $\text{kgm}^2$ .
- 4.- Módulo de elasticidad de la barra, en  $\text{kgf/cm}^2$ .

## CAPÍTULO V.

### CURVAS DE COMPORTAMIENTO Y PARÁMETROS DE OPERACIÓN DE LA BOMBA

Con el objeto de definir los parámetros de operación de la bomba de hélice circular es necesario recurrir a las relaciones que permiten la descripción del comportamiento de la misma, es decir: caudal de la bomba, presión y condiciones de máxima eficiencia.

#### 1.- CAUDAL DE LA BOMBA:

El caudal de la bomba se define como el producto del desplazamiento teórico de la bomba por etapas multiplicado por las R.P.M de operación de la misma.

$$Q = V_f \text{ RPM}; \text{ ec. II. 13}$$

Según las relaciones dadas en la ecuación del volumen,  $V_f$  está dado por:

$$V_f = \frac{H}{2} (R^2 - R_o^2) (\pi + \phi); \text{ ec. II. 4}$$

El caudal en barriles esta descrito por medio de la siguiente relación:

$$Q = 4528,6638 (R^2 - R_o^2) (\pi + \phi) \text{RPM}; \text{ ec. II. 14}$$

Aquí las variables  $\{H, R, R_o, \phi\}$ , son los parámetros de diseño que definen la forma del rotor y a su vez el volumen de fluido disponible por revolución de la bomba.

Asumiendo la recirculación de la bomba el caudal real de la misma estará dado por la ecuación.

$$Q = \frac{H}{2} (R^2 - R_o^2) (\pi + \phi) \text{RPM} - \frac{2}{3} \frac{\Delta P a^3}{\mu \text{tg}(\phi)}; \text{ ec. V. 1}$$

Esta relación es la utilizada para construir la tabla de caudal efectivo de la bomba contra la presión diferencial. Considerando que las dimensiones del rotor dadas en el

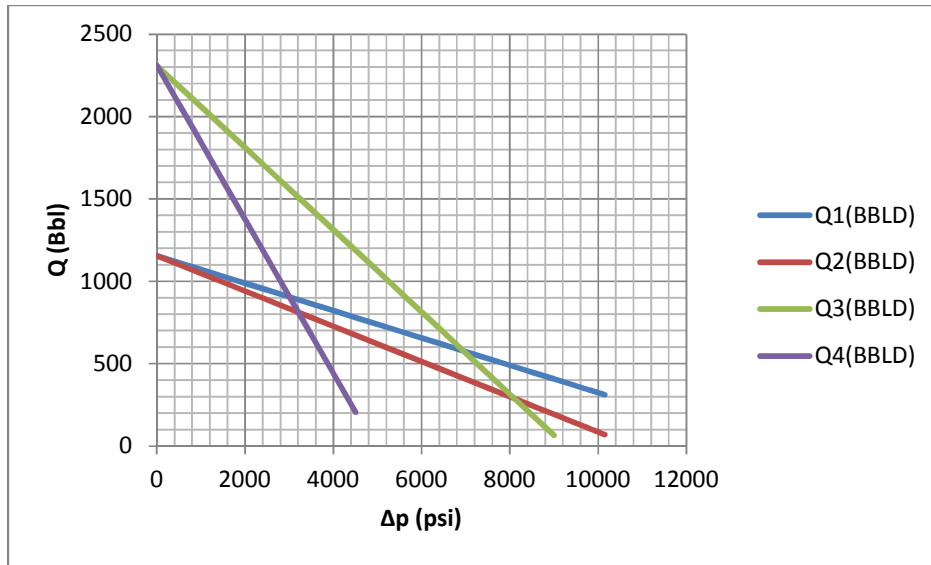
diseño son fijas y las propiedades del fluido son constantes a bajo condiciones isotérmicas, se tiene que el caudal teórico de la bomba disminuye linealmente con la presión. Esta es una de las características que describen las bombas rotatorias de desplazamiento positivo.

En la tabla V.1 se presenta el caudal efectivo contra presión diferencial para distintas viscosidades y a una RPM fija. En la figura V.1 se muestra la gráfica de los valores mostrados en la tabla V.1.

<b>tabla V.1: Caudal efectivo contra presión diferencial.</b>				
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,045</b>	<b>0,035</b>	<b>0,015</b>	<b>0,008</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Q1(BBLD)</b>	<b>Q2(BBLD)</b>	<b>Q3(BBLD)</b>	<b>Q4(BBLD)</b>
0	1154,60	1154,60	2309,20	2309,20
500	1113,03	1101,15	2184,49	2075,36
1000	1071,46	1047,70	2059,77	1841,52
1500	1029,89	994,25	1935,06	1607,68
2000	988,31	940,80	1810,34	1373,85
2500	946,74	887,36	1685,63	1140,01
3000	905,17	833,91	1560,92	906,17
3500	863,60	780,46	1436,20	672,33
4000	822,03	727,01	1311,49	438,49
4500	780,46	673,56	1186,78	204,65
5000	738,89	620,11	1062,06	0,00
5500	697,32	566,66	937,35	0,00
6000	655,74	513,21	812,63	0,00
6500	614,17	459,77	687,92	0,00
7000	572,60	406,32	563,21	0,00
7500	531,03	352,87	438,49	0,00
8000	489,46	299,42	313,78	0,00
8500	447,89	245,97	189,07	0,00
9000	406,32	192,52	64,35	0,00
9500	364,75	139,07	0,00	0,00
10000	323,17	85,62	0,00	0,00
10050	319,02	80,28	0,00	0,00
10100	314,86	74,94	0,00	0,00
<b>RPM</b>	<b>600</b>	<b>600</b>	<b>1200</b>	<b>1200</b>

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular. Autor: Danny Tejera





Gráfica V.1: Caudal efectivo contra presión diferencial correspondiente a la tabla V.1.

Fuente: Elaboración propia.

## 2.- COMPORTAMIENTO DE LA PRESIÓN:

La bomba de hélice circular es un dispositivo de bombeo multietapa que consiste en varias bombas acopladas en serie, bajo esta configuración la misma operará en condiciones donde el caudal entregado por cada etapa será prácticamente constante pero con un sustancial incremento en la presión del fluido a la salida de la bomba. Este último hecho se describe seguidamente considerando a este uno de las características fundamentales de este equipo de bombeo.

Considerando que cada etapa de la bomba esta conectada en serie y aplicando el principio de conservación de la materia (aplicado aquí al flujo másico), el caudal entregado a cada etapa de la bomba es relativamente constante, por lo tanto se escribe la siguiente relación:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n$$

donde  $Q_i$  indica el caudal de cada etapa en la bomba.

Con el propósito de efectuar un análisis sobre la relación de presión en la bomba se considera que la presión de salida es la suma de las presiones correspondientes a cada etapa de la bomba, lo cual se observa en la siguiente expresión:

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 + \dots + \Delta P_n$$

Aquí  $\Delta P_i$  es la presión correspondiente por cada etapa en la bomba. La expresión anterior se presenta en forma compacta de la manera siguiente:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^n \Delta P_i$$

Si la presión en las condiciones de operación del equipo se distribuye uniformemente a través de cada etapa se tiene que la presión correspondiente a cada etapa son iguales, esto permite escribir lo siguiente:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = \dots = \Delta P_n$$

La presión total es proporcional al número de etapas que posea la bomba, es decir, la presión total entregada por la bomba es igual al número de etapas multiplicada por el diferencial de presión en cada etapa:

$$\sum_{i=1}^n \Delta P_i = n \Delta P$$

Por lo que el diferencial de presión total de la bomba esta dado por:

$$\Delta P_t = n \Delta P$$

De esta ecuación se obtiene el diferencial de presión de trabajo de la bomba en cada etapa, este diferencial de presión esta dado por la expresión:

$$\Delta P = \frac{\Delta P_t}{n} ; ec. V. 2$$

Donde:

$\Delta P_t$  : Es el diferencial de presión de trabajo de la bomba.

$n$  : El número de etapas de la bomba.

### 3.- RELACIÓN DE POTENCIA DE LA BOMBA:

De acuerdo al principio de conservación de la energía, la energía suministrada a la bomba por unidad de tiempo es distribuida uniformemente a través de ella en todas sus etapas, de este modo aplicando este principio a la unidad de bombeo se tiene:

$$\dot{w}_t = \dot{w}_1 + \dot{w}_2 + \dot{w}_3 + \dots + \dot{w}_n \text{ ec.V.3}$$

Donde:  $\dot{w}_i$ , es la potencia por unidad de tiempo transferida a una etapa de la bomba.

La potencia hidráulica transferida al fluido en cada etapa por la bomba esta dada por la siguiente relación:

$$\dot{w}_i = \Delta P_i Q_i \text{ ec.V.4}$$

Donde:  $\Delta P_i$ , es el diferencial de presión por cada etapa.

$Q_i$ : es el caudal transferido entre las etapas de la bomba.

De las ecuaciones V.3 y V.4 se puede escribir:

$$\dot{w}_t = \Delta P_1 Q_1 + \Delta P_2 Q_2 + \Delta P_3 Q_3 + \dots + \Delta P_n Q_n$$

Si el caudal transmitido entre etapas es constante se expresa lo siguiente:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n$$

Por lo tanto la expresión anterior se convierte en:

$$\dot{w}_t = (\Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 + \dots + \Delta P_n)Q, \text{ ec. V.5}$$

Como la potencia hidráulica total de la bomba es igual a la presión diferencial de trabajo de la bomba multiplicado por el caudal teórico de la misma.

$$\dot{w}_t = \Delta P_t Q_t$$

La relación anterior, permite demostrar, por medio, de los términos entre paréntesis en la ec. V.5 que la presión diferencial total está dada por la ecuación:

$$\Delta P_t = \sum_{i=1}^n \Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 + \dots + \Delta P_n$$

Considerando que las presiones diferenciales correspondientes a cada etapa de la bomba son iguales

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 = \dots = \Delta P_n$$

La sumatoria anterior se expresa como

$$\Delta P_t = \sum_{i=1}^n \Delta P = n \Delta P \quad , \text{aquí } \Delta P = \Delta P_i$$

Por lo tanto la ec. V.5 se presenta de la siguiente manera

$$\dot{w}_t = n \Delta P Q ; \text{ ec V.6}$$

La igualdad anterior ec.V.6 muestra que la potencia hidráulica total suministrada a la bomba se distribuye uniformemente a través de todas las etapas de la misma.

$$Pot_h = n pot_e ; \text{ ec.V.7}$$

Aquí:  $Pot_h = \Delta P_t Q_t$

$$pot_e = \Delta P Q ; \text{ ec.V.8}$$

#### 4.- TORQUE DE OPERACIÓN REQUERIDO PARA LA BOMBA:

Para conseguir una relación, la cual vincule las variables físicas que permiten estimar el torque necesario para operar la bomba, se recurre al principio de conservación de la energía rotacional, es decir la energía rotacional suministrada por el motor de superficie es transferida directamente a la bomba. Si la bomba y el sistema de transmisión de potencia del sistema de bombeo giran a iguales RPM, se obtiene que la relación del torque son iguales y viene dadas por la siguiente ecuación:

$$\tau_m = \tau_h \text{ ec.V. 9}$$

De la igualdad anterior, se obtiene que la energía rotacional del motor este dada por la relación

$$E_m = \tau_m w t \text{ ec.V.10}$$

Si esta energía se transfiere directamente al fluido se obtiene:

$$E_m = E_h, \text{ ec.V.11}$$

Pero la energía hidráulica transmitida al fluido se logra por la potencia hidráulica multiplicada por el tiempo de operación, es decir:

$$E_h = \Delta P_t \cdot Q \cdot t, \text{ ec.V.12}$$

Aplicando el principio de conservación de la energía, se tiene: Si la energía rotacional del motor por unidad de tiempo se convierte en energía hidráulica en la bomba por unidad de tiempo igualando la ecs. V.10 y V.12

$$\tau_m w = \Delta P_t Q ; \text{ ec.V. 13}$$

donde  $Q = \frac{V}{t}$ , es la expresión del caudal.

w: es la rapidez angular del motor.

En la expresión anterior  $Pot_h = \Delta P_t Q$ , pero esta potencia hidráulica es la potencia transferida al fluido por unidad de tiempo es decir:

$$Pot_h = \frac{dE_h}{dt} = \Delta P_t \frac{dV_t}{dt} = \Delta P_t Q$$

De la ecuación V.13 se encuentra una relación para el requerimiento del torque, es decir.

$\tau_m w = \Delta P_t Q$ , despejando de esta relación al torque requerido por el motor para manejar la potencia hidráulica considerada

$$\tau_m = \frac{\Delta P_t Q}{w}; ec. V14.$$

Como el caudal en este tipo de bombas es igual al desplazamiento teórico multiplicado por las RPM en las condiciones de operación se tiene:

$$Q = V_t \cdot RPM, ec. V.15$$

La rapidez angular viene dada por la relación

$$w = \frac{2\pi}{60} RPM; ec. V16$$

Sustituyendo las ecuaciones V.15 y V.16 en V.14, se obtiene:

$$\tau_m = \frac{\Delta P_t V_t Rpm}{\left(\frac{2\pi}{60}\right) Rpm}$$

Simplificando las RPM, se construye una ecuación del torque necesario para la operación de la bomba a unos requerimientos de presión diferencial de operación  $\Delta P_t$  y del volumen teórico de diseño  $V_t$ .

$$\tau_m = \frac{30}{\pi} \Delta P_t V_t$$

$$\tau_m = 9,5493 \Delta P_t \cdot V_t, \text{ ec.V.17}$$

Esta es la relación del torque requerido por el motor bajo las condiciones de operación.

Donde:

$\Delta P_t$ : Presión diferencial en Pa.

$V_t$ : Desplazamiento teórico en m<sup>3</sup>.

$\tau_m$ : *Torque del arbol transmisor de potencia en N – m.*

En la deducción, al establecer la ec.V.11 se asume una eficiencia del 100%, esta condición ideal se adapta a condiciones reales de trabajo con la introducción de un factor de eficiencia f, este factor permitirá reescribir la ec.V.11 y por lo tanto la expresión para el torque necesario dado por:

$$\tau_m = \frac{9,5493 \Delta P_t \cdot V_t}{f}; \text{ ec.V. 18.}$$



## 5.- TIEMPO DE RELAJACIÓN DEL SISTEMA:

Se define al tiempo de relajación como el tiempo que demora el sistema de bombeo desde el arranque hasta las condiciones de operación estables, es decir, las condiciones de operación bajo RPM constantes. Para lograr esto es necesario considerar la potencia suministrada por sistema de transmisión esta conecta al motor con la unidad de bombeo y las condiciones de torque durante el arranque.

En el arranque la bomba operara bajo un régimen transitorio en el cual estará sometida a una aceleración angular constante, esta aceleración angular es la responsable del incremento progresivo de las RPM de motor hasta establecer las condiciones de operación.

En el arranque el torque sobre la bomba se obtiene por medio de la siguiente relación:

$$\tau_m = \bar{I} \alpha, \text{ ec.V.19}$$

Donde:

$\bar{I}$ : Es el momento polar de inercia de la bomba y el sistema de transmisión.

$\alpha$ : Es la aceleración angular, en radianes por segundo cuadrado.

Según la definición de la aceleración angular esta escrito en términos de la velocidad angular, De acuerdo a la siguiente expresión

$$\tau_m = \bar{I} \frac{dw}{dt}; \text{ ec.V.20}$$

Si durante la operación de arranque la aceleración angular es constante se muestra la siguiente igualdad

$$\text{si } \alpha \text{ es constante ; } \alpha = \frac{dw}{dt} = \frac{w}{t}$$

Entonces la expresión del torque será:

$$\tau_m = \bar{I} \frac{w}{t}; \text{ ec. V. 21}$$

Aplicando principio de conservación de la energía, se infiere que la energía suministrada por el motor por unidad de tiempo es igual a la energía entregada al fluido por la bomba en la misma unidad de tiempo obteniéndose la siguiente expresión:

$$\tau_m w = \Delta P_t Q; \text{ ec. V. 22}$$

De la relación entre el caudal y el desplazamiento teórico se tiene

$$\tau_m w = \Delta P_t \cdot V_t \cdot Rpm; \text{ ec. V. 23}$$

De la expresión anterior se sustituye las RPM en función de la relación de la rapidez angular

$$w = \frac{2\pi}{60} Rpm \Rightarrow Rpm = \frac{30}{\pi} w; \text{ ec. V. 24}$$

Por lo tanto de las ecuaciones V.23 y V.24 se consigue la siguiente ecuación:

$$\tau_m w = \Delta P_t V_t \left( \frac{30}{\pi} w \right)$$

Simplificando w se tiene:

$$\tau_m = \frac{30}{\pi} \Delta P_t V_t; \text{ ec. V. 25}$$

La expresión del torque presentada en la ec.V.21, se sustituye en la relación anterior para obtener

$$\bar{I} \frac{w}{t} = \Delta P_t V_t \left( \frac{30}{\pi} \right)$$

Es decir

$$\bar{I} \left( \frac{\pi}{30} Rpm \right) = \Delta P_t V_t \left( \frac{30}{\pi} \right) t$$

Despejando el tiempo en esta expresión, se obtiene una ecuación para el tiempo de relajación del sistema

$$t = \bar{I} \left( \frac{\pi}{30} \right)^2 \frac{Rpm}{\Delta P_t \cdot V_t}; ec.V.26$$

Como se presenta en la ecuación anterior, la misma es la expresión del tiempo de relajación, este depende de las propiedades de inercia de la bomba, la presión diferencial de operación, el desplazamiento teórico y las RPM de operación del sistema.

## 6.- OPERACIÓN BAJO CONDICIONES DE MÁXIMA EFICIENCIA:

La potencia suministrada por el motor no toda es transmitida íntegramente al fluido, ya que es necesario incorporar un coeficiente de eficiencia. Este índice de eficiencia se define como la razón existente entre la potencia hidráulica transmitida al fluido y la potencia mecánica transmitida por el motor impulsor del sistema.

En el libro de bombas de Manuel Viejo Zubicaray pág. 115, el mismo se refiere que la eficiencia de las bombas rotatorias varía según el diseño y la viscosidad del fluido de trabajo. Estos equipos pueden tener una eficiencia muy alta del orden del 80 al 85 %, cuando el fluido de trabajo posee una viscosidad entre 10000 y 15000 SSU.

Para la bomba de hélice circular la expresión que identifica la eficiencia es la siguiente:

$$E_f = \frac{Q \Delta P}{pot_{mec.}}; ec. V. 27$$

En esta ecuación Q representa el caudal real entregada por la bomba, este caudal se conoce por la relación:

$$Q = \frac{H}{2} (R^2 - Ro^2) (\pi + \phi) RPM - \frac{2}{3} \frac{\Delta P a^3}{\mu tg(\phi)}; ec. V. 1$$

Donde,  $V_f = \frac{H}{2} (R^2 - Ro^2) (\pi + \phi)$  entonces en la ecuación anterior se escribe la expresión del caudal de la siguiente manera:

$$Q = V_f RPM - \frac{2}{3} \frac{\Delta P a^3}{\mu tg(\phi)}$$

Con esta relación la eficiencia en función de los parámetros dados en las últimas ecuaciones, se expresa de la siguiente manera:

$$E_f = (V_f RPM - \frac{2}{3} \frac{\Delta P a^3}{\mu \operatorname{tg}(\varphi)}) \frac{\Delta P}{pot_{mec.}}; ec. V. 28$$

$$E_f = V_f RPM \frac{\Delta P}{pot_{mec.}} - \frac{2}{3} \frac{\Delta P^2 a^3}{\mu \operatorname{tg}(\varphi) pot_{mec.}}; ec. V. 29$$

Como se muestra en la relación anterior la eficiencia es una función cuadrática con respecto a la presión diferencial, en la representación funcional la curva representa como una parábola cóncava hacia abajo y posee un máximo, el cual se denomina en este análisis, el punto de máxima eficiencia. Con el propósito de encontrar el punto crítico, donde se corresponde la eficiencia máxima se procede de la siguiente forma:

La ecuación de la eficiencia se relaciona con la ayuda de un cambio de variable, el cual seguidamente se expresa:

$$E_f = A_1 x - B_1 x^2, ec. V.30$$

Donde las constantes  $A_1$  y  $B_1$  están representadas por:

$$A_1 = \frac{V_f RPM}{pot_{mec.}}$$

$$B_1 = \frac{2}{3} \frac{a^3}{\mu \operatorname{tg}(\varphi) pot_{mec.}}$$

Haciendo un cambio de variable en el cual  $x = \Delta P$ .

Aplicando las técnicas de extremo a la ecuación V.30, se obtiene:

$$\frac{dE_f}{dx} = A_1 - 2B_1 x$$

$$si \frac{dE_f}{dx} = 0 \rightarrow A_1 - 2B_1 x = 0$$

Entonces el punto crítico para esta función será:

$$x_{crítico} = \frac{A_1}{2B_1}$$

Este punto crítico es el punto en donde la eficiencia alcanza un máximo o un mínimo.

La prueba de la segunda derivada es lo que a continuación se presenta:

$$\frac{d^2 E_f}{dx^2} < 0$$

La eficiencia alcanza su valor máximo cuando su evaluación corresponde a su estimación en el punto crítico, es decir, el valor de la máxima eficiencia se logra al reemplazar  $x_{crítico}$  en la ecuación V.30.

$$E_{f_{máx}} = A_1 \left( \frac{A_1}{2B_1} \right) - 2B_1 \left( \frac{A_1}{2B_1} \right)^2$$

$$E_{f_{máx}} = \frac{A_1^2}{4B_1}$$

La eficiencia máxima será:

$$E_{f_{máx}} = \frac{A_1^2}{4B_1}$$

La relación anterior para la eficiencia máxima según las condiciones de operación conduce a la siguiente ecuación:

$$E_{f_{máx}} = \frac{3V_f^2 RPM^2 \mu \operatorname{tg}(\varphi)}{8a^3 \operatorname{pot}_{mec.}}; \text{ec. V. 31}$$

La expresión anterior permite obtener por medio de las condiciones de extremo la eficiencia máxima, bajo unas condiciones de operación dada y un fluido de viscosidad conocida, por lo que, esta indicará las condiciones de operación del equipo

bajo un régimen de máxima eficiencia. Esta máxima eficiencia se logra con la ec. V.31. En las condiciones de operación la presión diferencial de trabajo en la bomba esta dada por el punto crítico obtenido al efectuar las condiciones de extremo, esta presión diferencial crítica permite conseguir una expresión para el punto de operación de eficiencia máxima del equipo, lo anterior, trae como consecuencia que la presión diferencial en el punto crítico es:

$$x_{crítico} = \frac{A_1}{2B_1}$$

Si se reemplaza  $x_{crítico}$  por las expresiones de  $A_1$  y  $B_1$  se obtiene la siguiente ecuación:

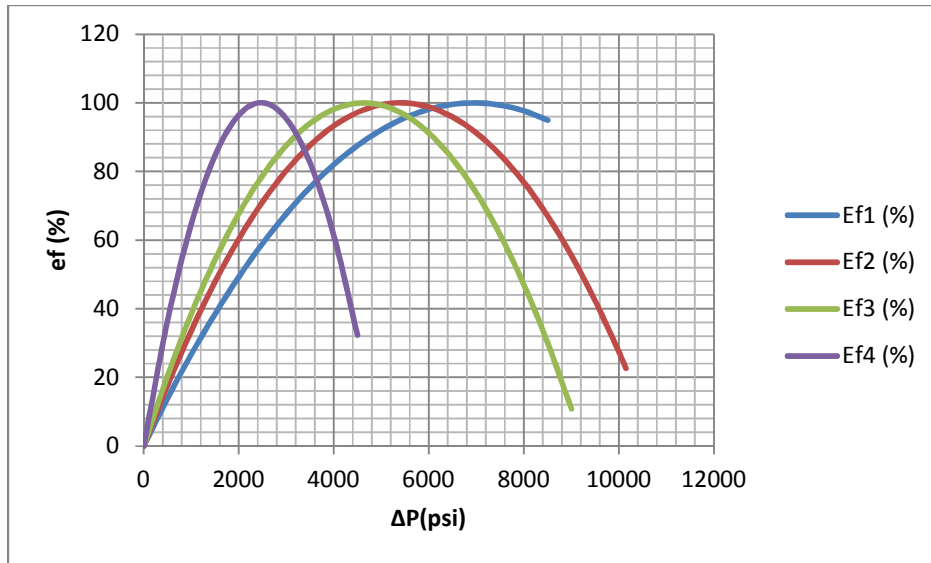
$$\Delta P_{crítico} = \frac{3V_f RPM \mu \operatorname{tg}(\varphi)}{4a^3}; \text{ ec. V. 32}$$

Esta expresión nos permite obtener una relación para estimar el diferencial de presión óptimo y establecer los parámetros de operación en las condiciones de máxima eficiencia del sistema de bombeo. Con la ecuación ec.V.30 y de acuerdo a las condiciones de diseño de la bomba, se simula el comportamiento de la eficiencia de la misma al variar el fluido de trabajo. Los valores de eficiencia afectados por la presión diferencial para un fluido específico se señala en la tabla V.2, en esta tabla se consideraron diferentes viscosidades y manteniendo la RPM constante. En la gráfica V.2 se presenta una representación de los valores mostrados en la tabla V.2.

<b>tabla V2: Eficiencia contra presión diferencial.</b>				
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,045</b>	<b>0,035</b>	<b>0,015</b>	<b>0,008</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Ef1 (%)</b>	<b>Ef2 (%)</b>	<b>Ef3 (%)</b>	<b>Ef4 (%)</b>
0	0,00	0,00	0,00	0,00
500	13,88	17,66	20,44	36,40
1000	26,73	33,60	38,54	64,60
1500	38,54	47,84	54,31	84,60
2000	49,31	60,35	67,74	96,39
2500	59,05	71,15	78,85	99,98
3000	67,74	80,24	87,62	95,37
3500	75,41	87,62	94,05	82,55
4000	82,03	93,27	98,15	61,53
4500	87,62	97,22	99,92	32,31
5000	92,17	99,45	99,36	0,00
5500	95,68	99,97	96,46	0,00
6000	98,15	98,77	91,23	0,00
6500	99,59	95,85	83,66	0,00
7000	99,99	91,23	73,76	0,00
7500	99,36	84,89	61,53	0,00
8000	97,68	76,83	46,97	0,00
8500	94,97	67,06	30,07	0,00
9000	0,00	55,58	10,84	0,00
9500	0,00	42,38	0,00	0,00
10000	0,00	27,46	0,00	0,00
10050	0,00	25,88	0,00	0,00
10100	0,00	24,28	0,00	0,00
10150	0,00	22,66	0,00	0,00
<b>RPM</b>	<b>600</b>	<b>600</b>	<b>1200</b>	<b>1200</b>

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular. Autor: Danny Tejera





**Gráfica V.2: Eficiencia contra presión diferencial.**  
**Fuente: Elaboración propia.**

## 7.- EFICIENCIA VOLUMETRICA:

La eficiencia volumétrica se conoce por medio de la relación escrita en la *ec. II. 7*, por lo tanto, se expresa a continuación:

$$E_v = \frac{Q_f - \bar{Q}_{s_t}}{Q_f} = \frac{Q}{Q_f}; ec. V. 33$$

Donde:

$Q$ : Representa al caudal efectivo de la bomba, en BBLD.

$Q_{s_t}$ : Representa al caudal teórico de la bomba sin pérdidas por recirculación, en BBLD.

La pérdida de caudal por efecto de la recirculación viene dada por la relación.

$$Q = \frac{H}{2} (R^2 - Ro^2) (\pi + \phi) RPM - \frac{2}{3} \frac{\Delta P a^3}{\mu tg(\phi)}$$

El caudal teórico de la bomba esta representado por la siguiente expresión:

$$Q_f = \frac{H}{2} (R^2 - Ro^2) (\pi + \phi) RPM$$

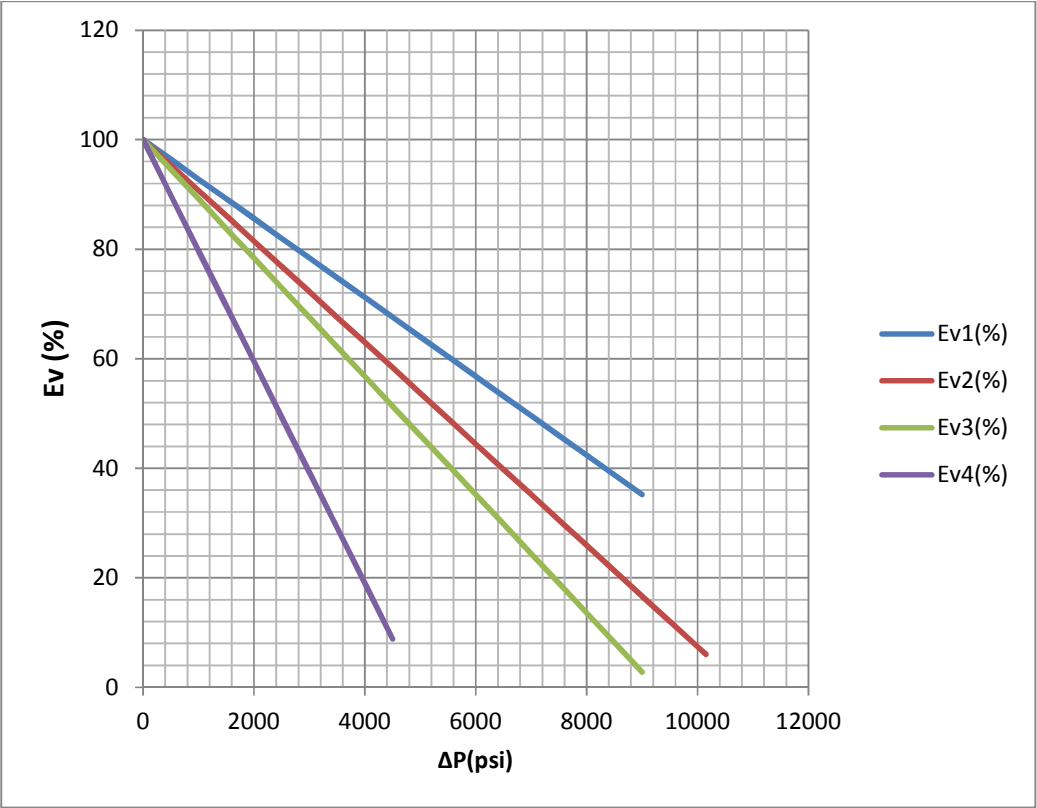
La ecuación de la eficiencia volumétrica es:

$$E_v = 1 - \frac{4}{3} \frac{\Delta P a^3}{\mu H (R^2 - Ro^2) (\pi + \phi) RPM tg(\phi)}; ec. V. 34$$

De la relación anterior se interpreta que la eficiencia volumétrica decrece linealmente con la presión. Esta tendencia es la mostrada en los valores presentados en la tabla V.3 y en la grafica V.3. Este comportamiento se presenta en la literatura usual de las bombas de desplazamiento positivo, consultar [11] pág. 197, [12] págs. 114-115y [17] pág. 661.

<b>Tabla V.3: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial.</b>				
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,045</b>	<b>0,035</b>	<b>0,015</b>	<b>0,008</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Ev1(%)</b>	<b>Ev2(%)</b>	<b>Ev3(%)</b>	<b>Ev4(%)</b>
0	100,00	100,00	100,00	100,00
500	96,40	95,37	94,60	89,87
1000	92,80	90,74	89,20	79,75
1500	89,20	86,11	83,80	69,62
2000	85,60	81,48	78,40	59,49
2500	82,00	76,85	73,00	49,37
3000	78,40	72,22	67,60	39,24
3500	74,80	67,60	62,19	29,12
4000	71,20	62,97	56,79	18,99
4500	67,60	58,34	51,39	8,86
5000	64,00	53,71	45,99	0,00
5500	60,39	49,08	40,59	0,00
6000	56,79	44,45	35,19	0,00
6500	53,19	39,82	29,79	0,00
7000	49,59	35,19	24,39	0,00
7500	45,99	30,56	18,99	0,00
8000	42,39	25,93	13,59	0,00
8500	38,79	21,30	8,19	0,00
9000	35,19	16,67	2,79	0,00
9500	0,00	12,05	0,00	0,00
10000	0,00	7,42	0,00	0,00
10050	0,00	6,95	0,00	0,00
10100	0,00	6,49	0,00	0,00
10150	0,00	6,03	0,00	0,00
<b>RPM</b>	<b>600</b>	<b>600</b>	<b>1200</b>	<b>1200</b>

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera



**Gráfica V.3: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a una RPM constante.**  
**Fuente: Elaboración propia.**

## **8.- CURVAS DE COMPORTAMIENTO:**

Las curvas de comportamiento de la bomba de hélice circular (BHC) esta relacionadas con las características de diseño de la bomba, propiedades del fluido a bombear y las condiciones de operación del equipo de bombeo.

Las características de diseño de la bomba están representadas básicamente en los siguientes parámetros:

- a.- holgura entre las partes móviles de la bomba.
- b.- radio del rotor.
- c.- radio interno de la cavidad.
- d.- altura interna de la cavidad.
- e.- variables de diseño que caracterizan la forma del rotor de la bomba de hélice circular.

Las propiedades del fluido están identificadas por medio de las siguientes variables.

- a.- densidad del fluido.
- b.- temperatura del fluido.
- c.- viscosidad del fluido.

Las condiciones de operación del equipo de bombeo se conocen por medio de los parámetros siguientes:

- a.- Profundidad de asentamiento de la bomba.
- b.- Revoluciones por minutos transmitidas al eje de la bomba.
- c.- Potencia necesaria para la operación del sistema de bombeo.

d.- Número de etapas de la bomba.

e.- Factor de potencia en las condiciones de operación del equipo de bombeo.

Seguidamente se presentan una serie de curvas de comportamiento de la bomba de hélice circular, en donde los parámetros de las propiedades del fluido y de diseño de la bomba son señalados en la data mostrada en la tabla V.28, los parámetros identificados en esta tabla corresponden a un diseño dado de la bomba de hélice circular. Con estos datos y las ecuaciones: *ec. V. 1*; *ec. V. 30* y *ec. V. 34* se obtienen la data en cada tabla para los valores mostrados de presión diferencial y RPM en cada tabla.

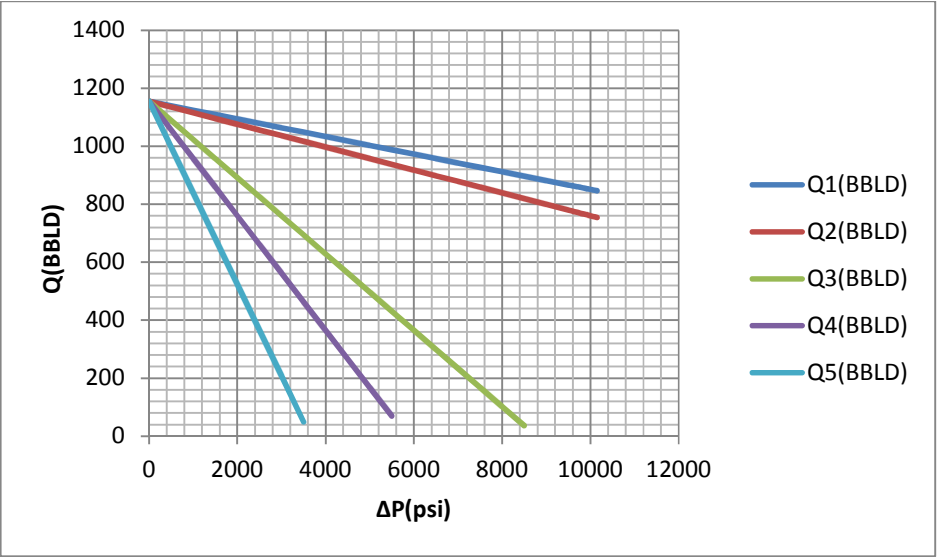
**1.- Caudal efectivo, eficiencia volumétrica y eficiencia mecánica a distintas viscosidades y a una RPM constante:**

**1.1.-Para una RPM= 600**

**a.- Caudal efectivo contra presión diferencial.**

<b>tabla V.4: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 600RPM.</b>					
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,052</b>	<b>0,04</b>	<b>0,012</b>	<b>0,008</b>	<b>0,005</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Q1(BBLD)</b>	<b>Q2(BBLD)</b>	<b>Q3(BBLD)</b>	<b>Q4(BBLD)</b>	<b>Q5(BBLD)</b>
0	1154,60	1154,60	1154,60	1154,60	1154,60
500	1139,42	1134,87	1088,83	1055,95	996,76
1000	1124,25	1115,14	1023,07	957,30	838,92
1500	1109,07	1095,41	957,30	858,65	681,08
2000	1093,89	1075,68	891,53	760,00	523,24
2500	1078,71	1055,95	825,76	661,35	365,40
3000	1063,54	1036,22	760,00	562,70	207,55
3500	1048,36	1016,49	694,23	464,05	49,71
4000	1033,18	996,76	628,46	365,40	0,00
4500	1018,01	977,03	562,70	266,75	0,00
5000	1002,83	957,30	496,93	168,09	0,00
5500	987,65	937,57	431,16	69,44	0,00
6000	972,48	917,84	365,40	0,00	0,00
6500	957,30	898,11	299,63	0,00	0,00
7000	942,12	878,38	233,86	0,00	0,00
7500	926,94	858,65	168,09	0,00	0,00
8000	911,77	838,92	102,33	0,00	0,00
<b>RPM</b>	<b>600</b>	<b>600</b>	<b>600</b>	<b>600</b>	<b>600</b>
<b><math>\Delta P_{crit}</math>(psi)</b>	<b>19018,90126</b>	<b>14629,92404</b>	<b>4388,977213</b>	<b>2925,984809</b>	<b>1828,740505</b>

**Fuente:** Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera



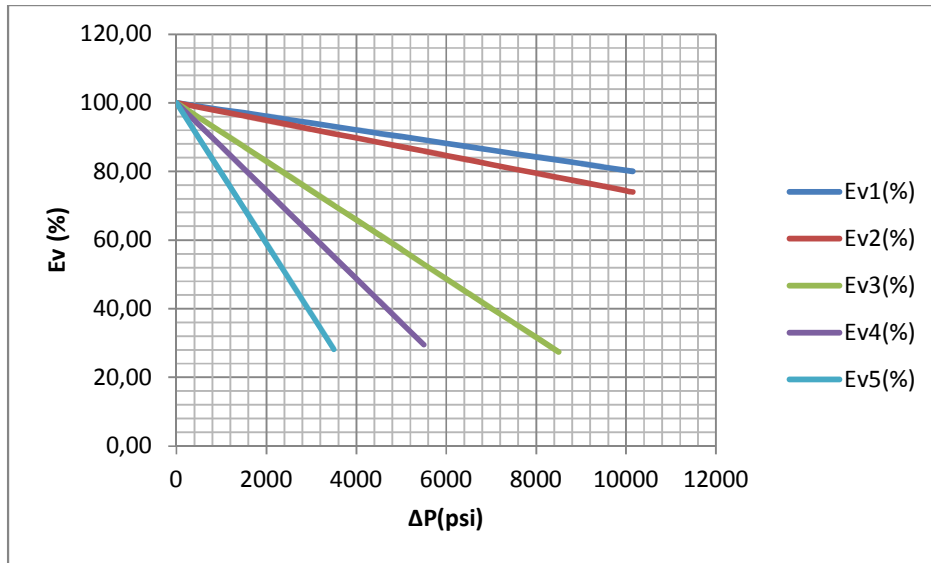
**Gráfico V.4: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 600RPM.**  
**Fuente: Elaboración propia.**



b.- Eficiencia volumétrica contra presión diferencial

<b>tabla V.5: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @600RPM.</b>					
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,052</b>	<b>0,04</b>	<b>0,012</b>	<b>0,008</b>	<b>0,005</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Ev1(%)</b>	<b>Ev2(%)</b>	<b>Ev3(%)</b>	<b>Ev4(%)</b>	<b>Ev5(%)</b>
0	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
500	98,69	98,29	94,30	91,46	86,33
1000	97,37	96,58	88,61	82,91	72,66
1500	96,06	94,87	82,91	74,37	58,99
2000	94,74	93,16	77,22	65,82	45,32
2500	93,43	91,46	71,52	57,28	31,65
3000	92,11	89,75	65,82	48,74	17,98
3500	90,80	88,04	60,13	40,19	4,31
4000	89,48	86,33	54,43	31,65	0,00
4500	88,17	84,62	48,74	23,10	0,00
5000	86,86	82,91	43,04	14,56	0,00
5500	85,54	81,20	37,34	6,01	0,00
6000	84,23	79,49	31,65	0,00	0,00
6500	82,91	77,79	25,95	0,00	0,00
7000	81,60	76,08	20,25	0,00	0,00
7500	80,28	74,37	14,56	0,00	0,00
8000	78,97	72,66	8,86	0,00	0,00
8500	77,65	70,95	3,17	0,00	0,00
<b>RPM</b>	<b>600,00</b>	<b>600,00</b>	<b>600,00</b>	<b>600,00</b>	<b>600,00</b>
<b><math>\Delta P_{crit}</math>(psi)</b>	19018,90	14629,92	4388,98	2925,98	1828,74

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera



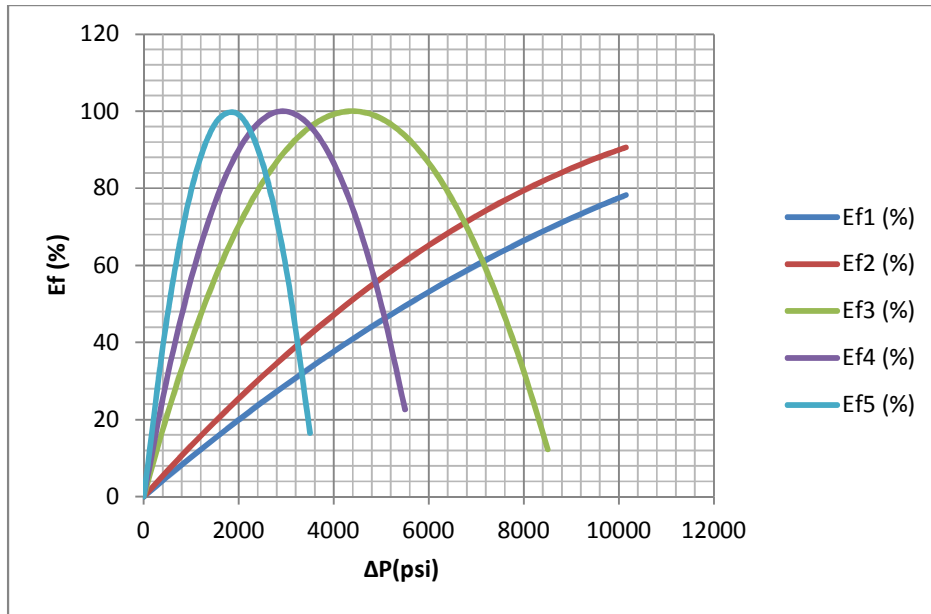
**Gráfico V.5 : Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 600 RPM.**

**Fuente: Elaboración propia.**

c.- Eficiencia contra presión diferencial.

<b>Tabla V.6: Eficiencia contra presión diferencial @600 RPM.</b>					
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,052</b>	<b>0,04</b>	<b>0,012</b>	<b>0,008</b>	<b>0,005</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Ef1 (%)</b>	<b>Ef2 (%)</b>	<b>Ef3 (%)</b>	<b>Ef4 (%)</b>	<b>Ef5 (%)</b>
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
500	5,19	6,72	21,49	31,26	47,21
1000	10,24	13,20	40,38	56,67	79,46
1500	15,15	19,45	56,67	76,25	96,77
2000	19,93	25,47	70,37	89,98	99,12
2500	24,56	31,26	81,48	97,88	86,53
3000	29,06	36,81	89,98	99,94	58,98
3500	33,42	42,12	95,90	96,15	16,48
4000	37,64	47,21	99,21	86,53	0,00
4500	41,72	52,06	99,94	71,06	0,00
5000	45,67	56,67	98,06	49,76	0,00
5500	49,47	61,06	93,59	22,61	0,00
6000	53,14	65,20	86,53	0,00	0,00
6500	56,67	69,12	76,87	0,00	0,00
7000	60,06	72,80	64,61	0,00	0,00
7500	63,32	76,25	49,76	0,00	0,00
8000	66,43	79,46	32,31	0,00	0,00
8500	69,41	82,44	12,26	0,00	0,00
9000	72,25	85,19	0,00	0,00	0,00
<b>RPM</b>	<b>600</b>	<b>600</b>	<b>600</b>	<b>600</b>	<b>600</b>
<b><math>\Delta P_{crit}</math>(psi)</b>	<b>19018,90</b>	<b>14629,92</b>	<b>4388,98</b>	<b>2925,98</b>	<b>1828,74</b>

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera



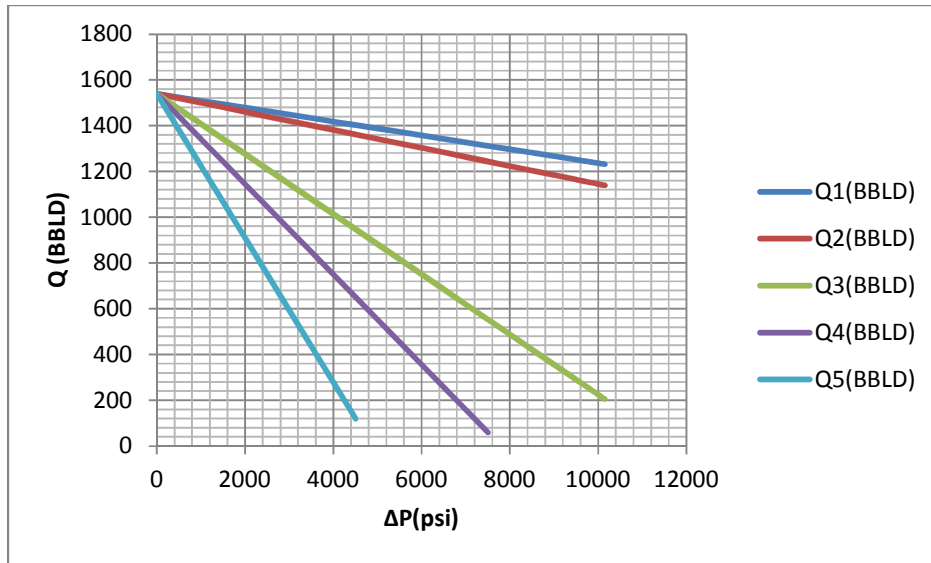
**Gráfico V.6: Eficiencia contra presión diferencial @600 RPM.**  
**Fuente: Elaboración propia.**

**1.2.-Para una RPM= 800**

**a.- Caudal efectivo contra presión diferencial:**

<b>Tabla V.7: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 800 RPM.</b>					
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,052</b>	<b>0,04</b>	<b>0,012</b>	<b>0,008</b>	<b>0,005</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Q1(BBLD)</b>	<b>Q2(BBLD)</b>	<b>Q3(BBLD)</b>	<b>Q4(BBLD)</b>	<b>Q5(BBLD)</b>
0	1539,47	1539,47	1539,47	1539,47	1539,47
500	1524,29	1519,74	1473,70	1440,82	1381,63
1000	1509,11	1500,01	1407,93	1342,17	1223,78
1500	1493,94	1480,28	1342,17	1243,51	1065,94
2000	1478,76	1460,55	1276,40	1144,86	908,10
2500	1463,58	1440,82	1210,63	1046,21	750,26
3000	1448,40	1421,09	1144,86	947,56	592,42
3500	1433,23	1401,36	1079,10	848,91	434,58
4000	1418,05	1381,63	1013,33	750,26	276,74
4500	1402,87	1361,90	947,56	651,61	118,90
5000	1387,70	1342,17	881,80	552,96	0,00
5500	1372,52	1322,44	816,03	454,31	0,00
6000	1357,34	1302,71	750,26	355,66	0,00
6500	1342,17	1282,98	684,50	257,01	0,00
7000	1326,99	1263,25	618,73	158,36	0,00
7500	1311,81	1243,51	552,96	59,71	0,00
8000	1296,63	1223,78	487,19	0,00	0,00
8500	1281,46	1204,05	421,43	0,00	0,00
<b>RPM</b>	<b>800</b>	<b>800</b>	<b>800</b>	<b>800</b>	<b>800</b>
<b><math>\Delta P_{crit}</math>(psi)</b>	25358,54	19506,57	5851,97	3901,31	2438,32

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

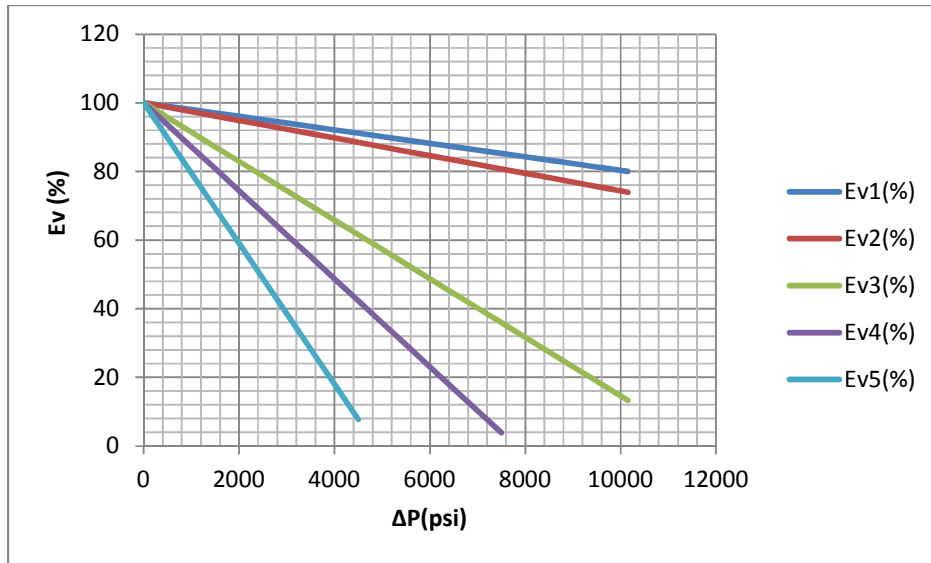


**Gráfico V.7: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 800 RPM.**  
**Fuente: Elaboración propia.**

**b.- Eficiencia volumétrica contra presión diferencial:**

<b>Tabla V.8: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 800 RPM.</b>					
<b>μ(Pa.s)</b>	<b>0,052</b>	<b>0,04</b>	<b>0,012</b>	<b>0,008</b>	<b>0,005</b>
<b>ΔP(ψi)</b>	<b>Ev1(%)</b>	<b>Ev2(%)</b>	<b>Ev3(%)</b>	<b>Ev4(%)</b>	<b>Ev5(%)</b>
0	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
500	99,01	98,72	95,73	93,59	89,75
1000	98,03	97,44	91,46	87,18	79,49
1500	97,04	96,16	87,18	80,78	69,24
2000	96,06	94,87	82,91	74,37	58,99
2500	95,07	93,59	78,64	67,96	48,74
3000	94,08	92,31	74,37	61,55	38,48
3500	93,10	91,03	70,10	55,14	28,23
4000	92,11	89,75	65,82	48,74	17,98
4500	91,13	88,47	61,55	42,33	7,72
5000	90,14	87,18	57,28	35,92	0,00
5500	89,16	85,90	53,01	29,51	0,00
6000	88,17	84,62	48,74	23,10	0,00
6500	87,18	83,34	44,46	16,69	0,00
7000	86,20	82,06	40,19	10,29	0,00
7500	85,21	80,78	35,92	3,88	0,00
8000	84,23	79,49	31,65	0,00	0,00
<b>RPM</b>	<b>800</b>	<b>800</b>	<b>800</b>	<b>800</b>	<b>800</b>
<b>ΔPcrit(ψi)</b>	25358,54	19506,57	5851,97	3901,31	2438,32

**Fuente:** Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. **Autor:** Danny Tejera



**Gráfica V.8: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 800 RPM.**  
**Fuente: Elaboración propia.**



c.- Eficiencia contra presión diferencial:

Tabla V.9: Eficiencia contra presión diferencial @ 800 RPM.					
$\mu$ (Pa.s)	0,052	0,04	0,012	0,008	0,005
$\Delta P$ (psi)	Ef1 (%)	Ef2 (%)	Ef3 (%)	Ef4 (%)	Ef5 (%)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
500	3,90	5,06	16,36	23,99	36,81
1000	7,73	9,99	31,26	44,69	65,20
1500	11,48	14,79	44,69	62,11	85,19
2000	15,15	19,45	56,67	76,25	96,77
2500	18,75	23,99	67,19	87,10	99,94
3000	22,26	28,39	76,25	94,66	94,69
3500	25,70	32,67	83,85	98,94	81,04
4000	29,06	36,81	89,98	99,94	58,98
4500	32,34	40,82	94,66	97,65	28,51
5000	35,55	44,69	97,88	92,07	0,00
5500	38,67	48,44	99,64	83,21	0,00
6000	41,72	52,06	99,94	71,06	0,00
6500	44,69	55,54	98,77	55,63	0,00
7000	47,59	58,89	96,15	36,91	0,00
7500	50,40	62,11	92,07	14,91	0,00
RPM	800	800	800	800	800
$\Delta P_{crit}$ (psi)	25358,54	19506,57	5851,97	3901,31	2438,32

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

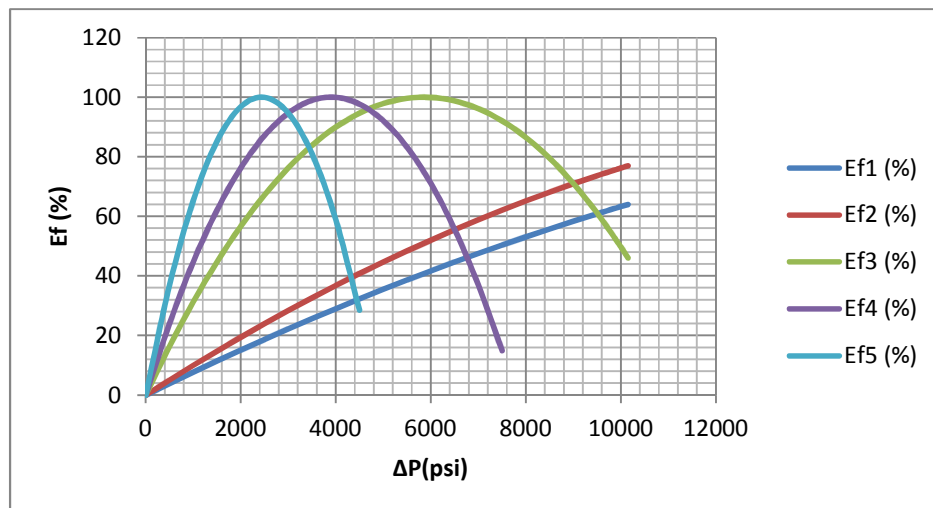


Gráfico V.9: Eficiencia contra presión diferencial @ 800 RPM.

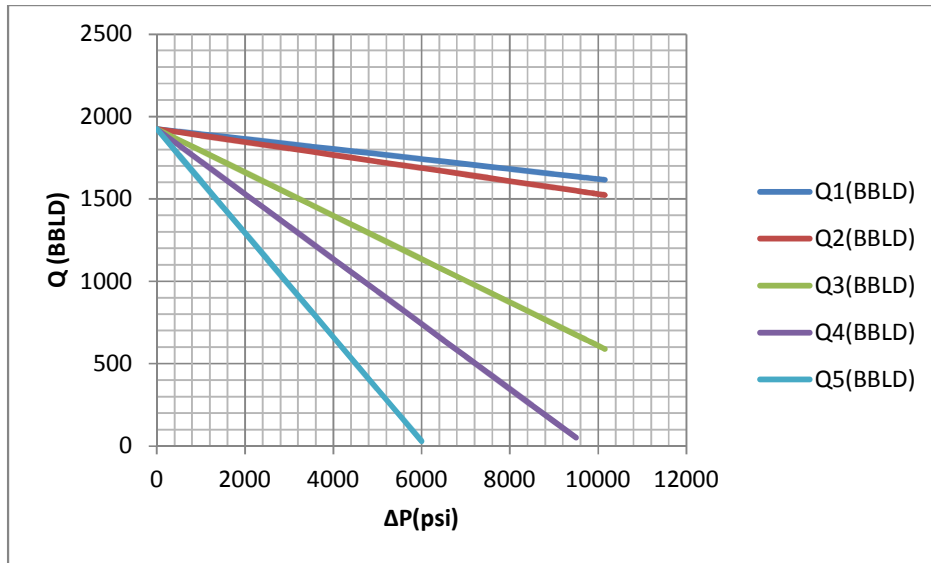
Fuente: Elaboración propia.

### 1.3.-Para una RPM= 1000

a.- Caudal efectivo contra presión diferencial:

<b>Tabla v.10: Caudal efectivo contra presión diferencial @1000 RPM.</b>					
$\mu$ (Pa.s)	<b>0,052</b>	<b>0,04</b>	<b>0,012</b>	<b>0,008</b>	<b>0,005</b>
$\Delta P$ (psi)	<b>Q1(BBLD)</b>	<b>Q2(BBLD)</b>	<b>Q3(BBLD)</b>	<b>Q4(BBLD)</b>	<b>Q5(BBLD)</b>
0	1924,33	1924,33	1924,33	1924,33	1924,33
500	1909,16	1904,60	1858,57	1825,68	1766,49
1000	1893,98	1884,87	1792,80	1727,03	1608,65
1500	1878,80	1865,14	1727,03	1628,38	1450,81
2000	1863,63	1845,41	1661,27	1529,73	1292,97
2500	1848,45	1825,68	1595,50	1431,08	1135,13
3000	1833,27	1805,95	1529,73	1332,43	977,29
3500	1818,09	1786,22	1463,96	1233,78	819,45
4000	1802,92	1766,49	1398,20	1135,13	661,61
4500	1787,74	1746,76	1332,43	1036,48	503,77
5000	1772,56	1727,03	1266,66	937,83	345,92
5500	1757,39	1707,30	1200,90	839,18	188,08
6000	1742,21	1687,57	1135,13	740,53	30,24
6500	1727,03	1667,84	1069,36	641,88	0,00
7000	1711,86	1648,11	1003,59	543,23	0,00
7500	1696,68	1628,38	937,83	444,58	0,00
8000	1681,50	1608,65	872,06	345,92	0,00
8500	1666,32	1588,92	806,29	247,27	0,00
<b>RPM</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>
<b><math>\Delta P_{crit}</math>(psi)</b>	31698,17	24383,21	7314,96	4876,64	3047,90

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

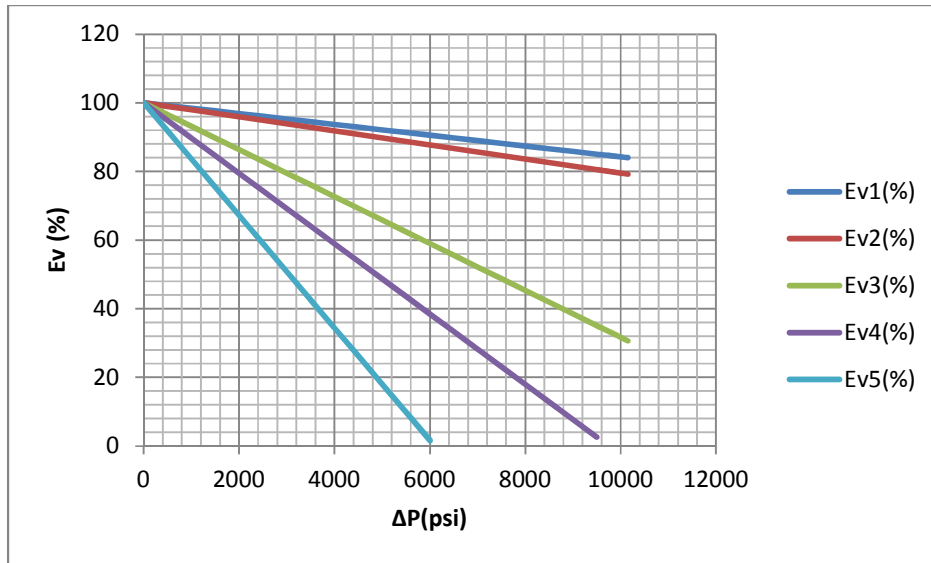


**Gráfico v.10: Caudal efectivo contra presión diferencial @1000 RPM.**  
**Fuente: Elaboración propia.**

**b.- Eficiencia volumétrica contra presión diferencial:**

<b>Tabla V.11: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 1000 RPM.</b>					
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,052</b>	<b>0,04</b>	<b>0,012</b>	<b>0,008</b>	<b>0,005</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Ev1(%)</b>	<b>Ev2(%)</b>	<b>Ev3(%)</b>	<b>Ev4(%)</b>	<b>Ev5(%)</b>
0	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
500	99,21	98,97	96,58	94,87	91,80
1000	98,42	97,95	93,16	89,75	83,60
1500	97,63	96,92	89,75	84,62	75,39
2000	96,85	95,90	86,33	79,49	67,19
2500	96,06	94,87	82,91	74,37	58,99
3000	95,27	93,85	79,49	69,24	50,79
3500	94,48	92,82	76,08	64,11	42,58
4000	93,69	91,80	72,66	58,99	34,38
4500	92,90	90,77	69,24	53,86	26,18
5000	92,11	89,75	65,82	48,74	17,98
5500	91,32	88,72	62,41	43,61	9,77
6000	90,54	87,70	58,99	38,48	1,57
6500	89,75	86,67	55,57	33,36	0,00
7000	88,96	85,65	52,15	28,23	0,00
7500	88,17	84,62	48,74	23,10	0,00
8000	87,38	83,60	45,32	17,98	0,00
8500	86,59	82,57	41,90	12,85	0,00
<b>RPM</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>
<b><math>\Delta P_{crit}</math>(psi)</b>	31698,17	24383,21	7314,96	4876,64	3047,90

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

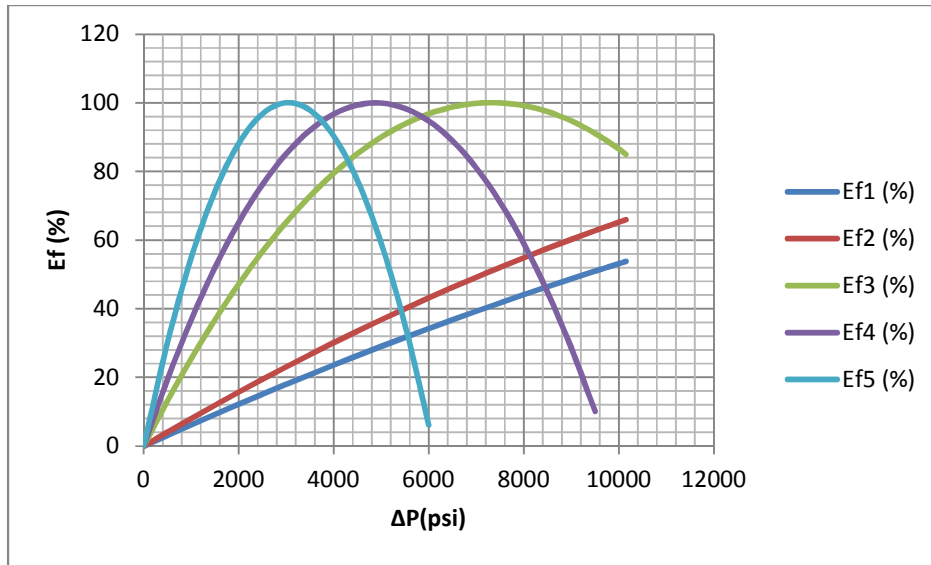


**Gráfico V.11: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 1000 RPM.**  
**Fuente: Elaboración propia.**

c.- Eficiencia contra presión diferencial:

<b>TablaV.12: Eficiencia contra presión diferencial @ 1000 RPM.</b>					
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,052</b>	<b>0,04</b>	<b>0,012</b>	<b>0,008</b>	<b>0,005</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Ef1 (%)</b>	<b>Ef2 (%)</b>	<b>Ef3 (%)</b>	<b>Ef4 (%)</b>	<b>Ef5 (%)</b>
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
500	3,13	4,06	13,20	19,45	30,12
1000	6,21	8,03	25,47	36,81	54,85
1500	9,24	11,93	36,81	52,06	74,21
2000	12,22	15,73	47,21	65,20	88,18
2500	15,15	19,45	56,67	76,25	96,77
3000	18,03	23,09	65,20	85,19	99,98
3500	20,86	26,65	72,80	92,03	97,80
4000	23,65	30,12	79,46	96,77	90,24
4500	26,38	33,50	85,19	99,40	77,30
5000	29,06	36,81	89,98	99,94	58,98
5500	31,69	40,03	93,84	98,37	35,27
6000	34,27	43,16	96,77	94,69	6,19
6500	36,81	46,21	98,76	88,92	0,00
7000	39,29	49,17	99,81	81,04	0,00
7500	41,72	52,06	99,94	71,06	0,00
8000	44,11	54,85	99,12	58,98	0,00
8500	46,44	57,57	97,38	44,79	0,00
<b>RPM</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>
<b><math>\Delta P_{crit}</math>(psi)</b>	<b>31698,17</b>	<b>24383,21</b>	<b>7314,96</b>	<b>4876,64</b>	<b>3047,90</b>

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera



**Gráfico V.12: Eficiencia contra presión diferencial @ 1000 RPM.**  
**Fuente: Elaboración propia.**

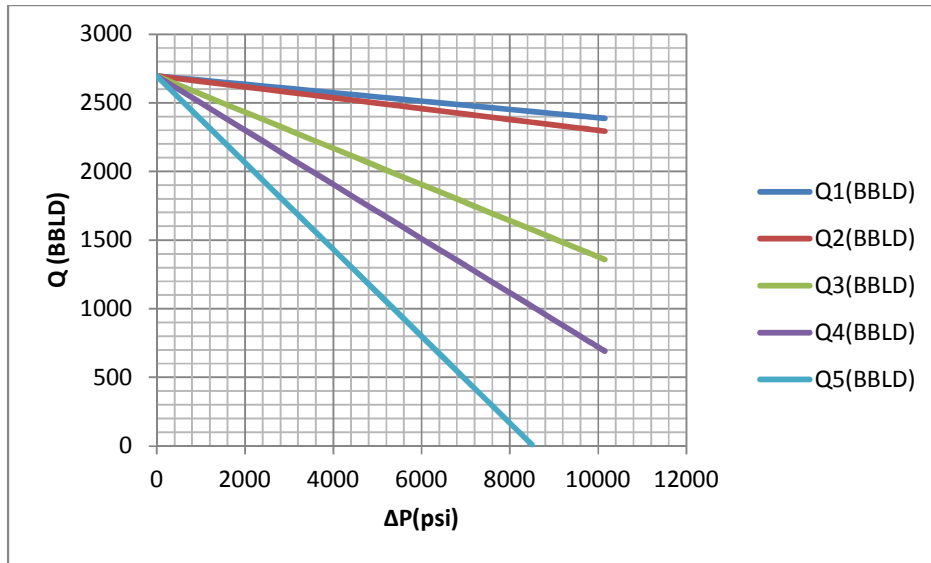
**1.4.-Para una RPM= 1400**

a.- Caudal efectivo contra presión diferencial:

<b>Tabla V.13: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 1400 RPM.</b>					
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,052</b>	<b>0,04</b>	<b>0,012</b>	<b>0,008</b>	<b>0,005</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Q1(BBLD)</b>	<b>Q2(BBLD)</b>	<b>Q3(BBLD)</b>	<b>Q4(BBLD)</b>	<b>Q5(BBLD)</b>
0	2694,07	2694,07	2694,07	2694,07	2694,07
500	2678,89	2674,34	2628,30	2595,42	2536,23
1000	2663,71	2654,61	2562,53	2496,77	2378,38
1500	2648,54	2634,88	2496,77	2398,11	2220,54
2000	2633,36	2615,15	2431,00	2299,46	2062,70
2500	2618,18	2595,42	2365,23	2200,81	1904,86
3000	2603,00	2575,69	2299,46	2102,16	1747,02
3500	2587,83	2555,96	2233,70	2003,51	1589,18
4000	2572,65	2536,23	2167,93	1904,86	1431,34
4500	2557,47	2516,50	2102,16	1806,21	1273,50
5000	2542,30	2496,77	2036,40	1707,56	1115,66
5500	2527,12	2477,04	1970,63	1608,91	957,82
6000	2511,94	2457,31	1904,86	1510,26	799,98
6500	2496,77	2437,58	1839,10	1411,61	642,14
7000	2481,59	2417,85	1773,33	1312,96	484,29
7500	2466,41	2398,11	1707,56	1214,31	326,45
8000	2451,23	2378,38	1641,79	1115,66	168,61
8500	2436,06	2358,65	1576,03	1017,01	10,77
<b>RPM</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>
<b><math>\Delta P_{crit}</math>(psi)</b>	44377,44	34136,49	10240,95	6827,30	4267,06

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera



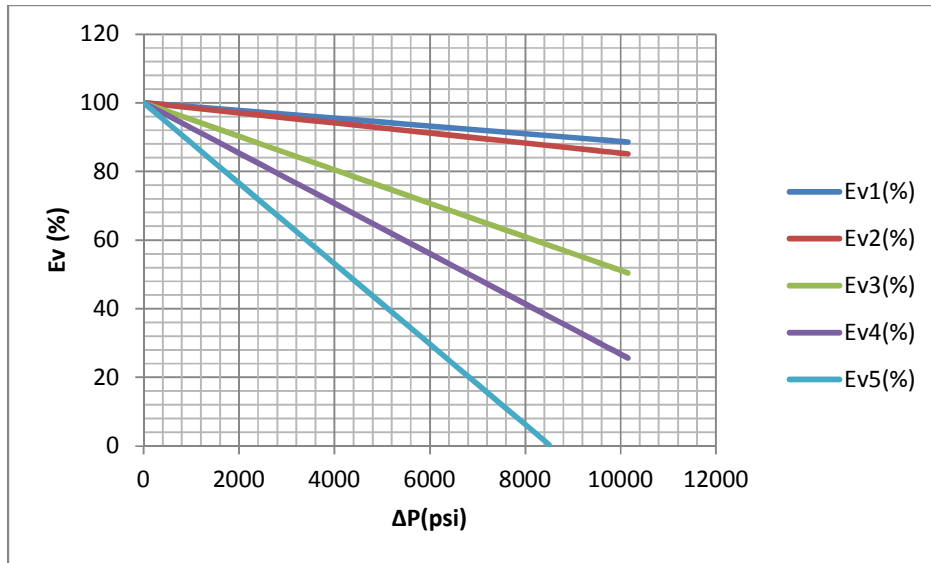


**Gráfico V.13: Caudal efectivo contra presión diferencial @ 1400 RPM.**  
**Fuente: Elaboración propia.**

**b.- Eficiencia volumétrica contra presión diferencial:**

<b>Tabla V.14: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 1400 RPM.</b>					
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,052</b>	<b>0,04</b>	<b>0,012</b>	<b>0,008</b>	<b>0,005</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Ev1(%)</b>	<b>Ev2(%)</b>	<b>Ev3(%)</b>	<b>Ev4(%)</b>	<b>Ev5(%)</b>
0	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
500	99,44	99,27	97,56	96,34	94,14
1000	98,87	98,54	95,12	92,68	88,28
1500	98,31	97,80	92,68	89,01	82,42
2000	97,75	97,07	90,24	85,35	76,56
2500	97,18	96,34	87,79	81,69	70,71
3000	96,62	95,61	85,35	78,03	64,85
3500	96,06	94,87	82,91	74,37	58,99
4000	95,49	94,14	80,47	70,71	53,13
4500	94,93	93,41	78,03	67,04	47,27
5000	94,37	92,68	75,59	63,38	41,41
5500	93,80	91,94	73,15	59,72	35,55
6000	93,24	91,21	70,71	56,06	29,69
6500	92,68	90,48	68,26	52,40	23,84
7000	92,11	89,75	65,82	48,74	17,98
7500	91,55	89,01	63,38	45,07	12,12
8000	90,99	88,28	60,94	41,41	6,26
8500	90,42	87,55	58,50	37,75	0,40
<b>RPM</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>
<b><math>\Delta P_{crit}</math>(psi)</b>	44377,44	34136,49	10240,95	6827,30	4267,06

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

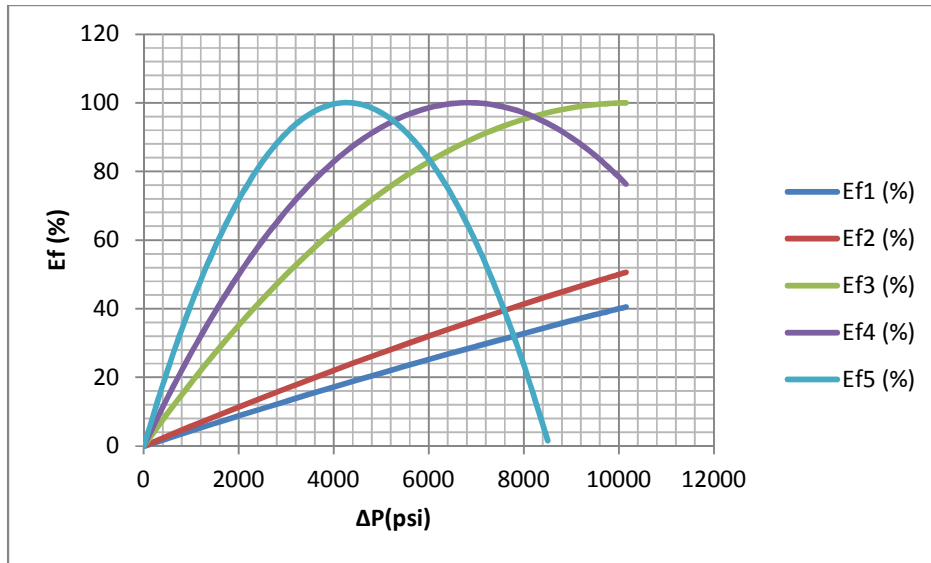


**Gráfico V.14: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial @ 1400 RPM.  
Fuente: Elaboración propia.**

c.- Eficiencia contra presión diferencial:

<b>Tabla V.15: Eficiencia contra presión diferencial @ 1400 RPM.</b>					
<b><math>\mu</math>(Pa.s)</b>	<b>0,052</b>	<b>0,04</b>	<b>0,012</b>	<b>0,008</b>	<b>0,005</b>
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	<b>Ef1 (%)</b>	<b>Ef2 (%)</b>	<b>Ef3 (%)</b>	<b>Ef4 (%)</b>	<b>Ef5 (%)</b>
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
500	2,24	2,91	9,53	14,11	22,06
1000	4,46	5,77	18,58	27,15	41,38
1500	6,65	8,60	27,15	39,11	57,95
2000	8,81	11,37	35,24	50,01	71,77
2500	10,95	14,11	42,86	59,83	82,85
3000	13,06	16,80	50,01	68,57	91,18
3500	15,15	19,45	56,67	76,25	96,77
4000	17,21	22,06	62,86	82,85	99,61
4500	19,25	24,63	68,57	88,38	99,70
5000	21,26	27,15	73,81	92,84	97,05
5500	23,25	29,63	78,57	96,22	91,65
6000	25,21	32,06	82,85	98,53	83,51
6500	27,15	34,46	86,66	99,77	72,62
7000	29,06	36,81	89,98	99,94	58,98
7500	30,94	39,11	92,84	99,03	42,60
8000	32,80	41,38	95,21	97,05	23,47
8500	34,64	43,60	97,11	94,00	1,59
<b>RPM</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>	<b>1400</b>
<b><math>\Delta P_{crit}</math>(psi)</b>	<b>44377,44</b>	<b>34136,49</b>	<b>10240,95</b>	<b>6827,30</b>	<b>4267,06</b>

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera



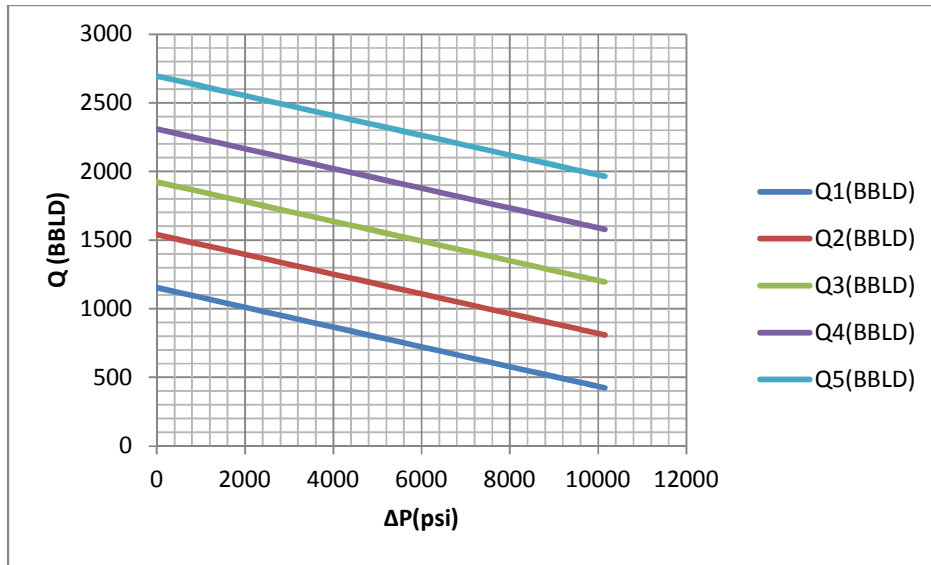
**Gráfico V.15: Eficiencia contra presión diferencial @ 1400 RPM.**  
**Fuente: Elaboración propia.**

## 2.- Curvas de comportamiento a una RPM variable y viscosidad constante

### 2.1.- Curvas para una viscosidad 0,052 Pa.s y a= 0,004 in.

<b>Tabla V.16: Caudal efectivo contra presión diferencial a diferentes RPM.</b>					
<b>μ(Pa.s)</b>	<b>0,052</b>	<b>0,052</b>	<b>0,052</b>	<b>0,052</b>	<b>0,052</b>
<b>ΔP(psi)</b>	<b>Q1(BBLD)</b>	<b>Q2(BBLD)</b>	<b>Q3(BBLD)</b>	<b>Q4(BBLD)</b>	<b>Q5(BBLD)</b>
0	1154,60	1539,47	1924,33	2309,20	2694,07
500	1118,62	1503,49	1888,36	2273,22	2658,09
1000	1082,65	1467,52	1852,38	2237,25	2622,12
1500	1046,67	1431,54	1816,41	2201,27	2586,14
2000	1010,70	1395,57	1780,43	2165,30	2550,17
2500	974,72	1359,59	1744,46	2129,32	2514,19
3000	938,75	1323,62	1708,48	2093,35	2478,22
3500	902,77	1287,64	1672,51	2057,37	2442,24
4000	866,80	1251,67	1636,53	2021,40	2406,27
4500	830,82	1215,69	1600,56	1985,42	2370,29
5000	794,85	1179,72	1564,58	1949,45	2334,32
5500	758,87	1143,74	1528,61	1913,47	2298,34
6000	722,90	1107,77	1492,63	1877,50	2262,37
6500	686,92	1071,79	1456,66	1841,52	2226,39
7000	650,95	1035,81	1420,68	1805,55	2190,41
7500	614,97	999,84	1384,71	1769,57	2154,44
8000	579,00	963,86	1348,73	1733,60	2118,46
8500	543,02	927,89	1312,76	1697,62	2082,49
<b>RPM</b>	<b>600</b>	<b>800</b>	<b>1000</b>	<b>1200</b>	<b>1400</b>

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera



**Gráfico V.16: Caudal efectivo contra presión diferencial a diferentes RPM.**  
**Fuente: Elaboración propia.**

<b>Tabla V.17: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a diferentes RPM.</b>					
$\mu$ (Pa.s)	0,052	0,052	0,052	0,052	0,052
$\Delta P$ (psi)	Ev1(%)	Ev2(%)	Ev3(%)	Ev4(%)	Ev5(%)
0	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
500	96,88	97,66	98,13	98,44	98,66
1000	93,77	95,33	96,26	96,88	97,33
1500	90,65	92,99	94,39	95,33	95,99
2000	87,54	90,65	92,52	93,77	94,66
2500	84,42	88,32	90,65	92,21	93,32
3000	81,31	85,98	88,78	90,65	91,99
3500	78,19	83,64	86,91	89,09	90,65
4000	75,07	81,31	85,04	87,54	89,32
4500	71,96	78,97	83,17	85,98	87,98
5000	68,84	76,63	81,31	84,42	86,65
5500	65,73	74,29	79,44	82,86	85,31
6000	62,61	71,96	77,57	81,31	83,98
6500	59,49	69,62	75,70	79,75	82,64
7000	56,38	67,28	73,83	78,19	81,31
7500	53,26	64,95	71,96	76,63	79,97
8000	50,15	62,61	70,09	75,07	78,63
RPM	<b>600</b>	<b>800</b>	<b>1000</b>	<b>1200</b>	<b>1400</b>

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

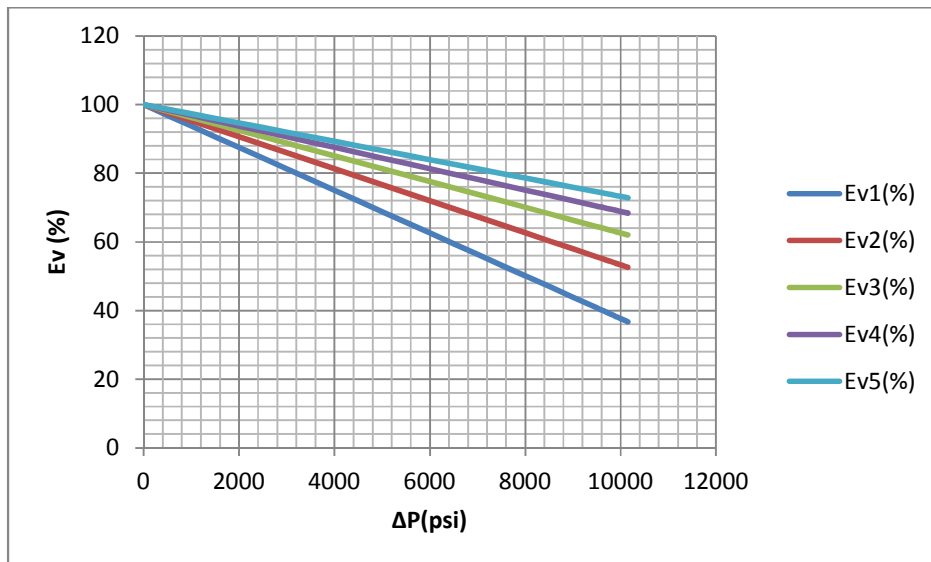


Gráfico V.17: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a diferentes RPM.

Fuente: Elaboración propia.



Tabla V.18: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM.					
$\mu$ (Pa.s)	0,052	0,052	0,052	0,052	0,052
$\Delta P$ (psi)	Ef1 (%)	Ef2 (%)	Ef3 (%)	Ef4 (%)	Ef5 (%)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
500	12,07	9,13	7,34	6,13	5,27
1000	23,37	17,82	14,40	12,07	10,40
1500	33,89	26,08	21,18	17,82	15,38
2000	43,64	33,89	27,67	23,37	20,22
2500	52,61	41,28	33,89	28,73	24,92
3000	60,80	48,22	39,83	33,89	29,48
3500	68,21	54,73	45,50	38,86	33,89
4000	74,85	60,80	50,88	43,64	38,17
4500	80,71	66,43	55,98	48,22	42,30
5000	85,80	71,63	60,80	52,61	46,28
5500	90,11	76,39	65,34	56,80	50,12
6000	93,64	80,71	69,60	60,80	53,83
6500	96,39	84,60	73,59	64,60	57,38
7000	98,37	88,05	77,29	68,21	60,80
7500	99,57	91,06	80,71	71,63	64,07
8000	100,00	93,64	83,86	74,85	67,20
RPM	600	800	1000	1200	1400

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

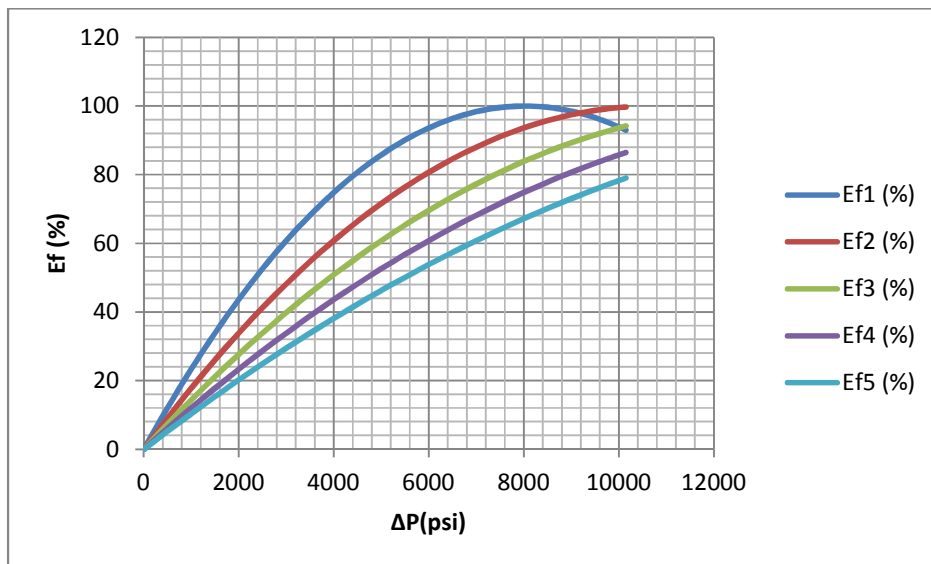


Gráfico V.18: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM.

Fuente: Elaboración propia.

2.2.- Curvas para una viscosidad de 0,012 Pa.s y a=0,003 in

Tabla V.19: Caudal efectivo contra presión diferencial a distintas RPM.					
$\mu$ (Pa.s)	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012
$\Delta P$ (psi)	Q1(BBLD)	Q2(BBLD)	Q3(BBLD)	Q4(BBLD)	Q5(BBLD)
0	1154,60	1539,47	1924,33	2309,20	2694,07
500	1088,83	1473,70	1858,57	2243,43	2628,30
1000	1023,07	1407,93	1792,80	2177,67	2562,53
1500	957,30	1342,17	1727,03	2111,90	2496,77
2000	891,53	1276,40	1661,27	2046,13	2431,00
2500	825,76	1210,63	1595,50	1980,36	2365,23
3000	760,00	1144,86	1529,73	1914,60	2299,46
3500	694,23	1079,10	1463,96	1848,83	2233,70
4000	628,46	1013,33	1398,20	1783,06	2167,93
4500	562,70	947,56	1332,43	1717,30	2102,16
5000	496,93	881,80	1266,66	1651,53	2036,40
5500	431,16	816,03	1200,90	1585,76	1970,63
6000	365,40	750,26	1135,13	1520,00	1904,86
6500	299,63	684,50	1069,36	1454,23	1839,10
7000	233,86	618,73	1003,59	1388,46	1773,33
7500	168,09	552,96	937,83	1322,69	1707,56
8000	102,33	487,19	872,06	1256,93	1641,79
RPM	600	800	1000	1200	1400

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

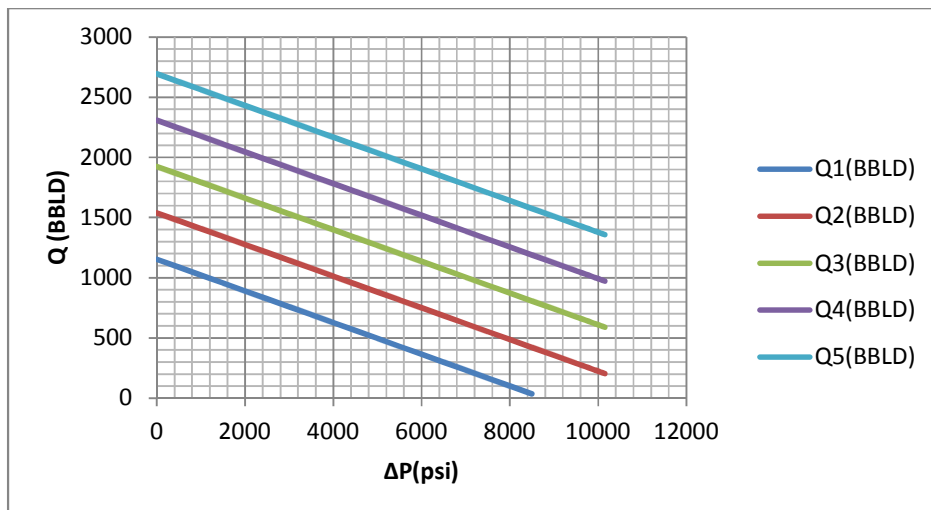


Gráfico V.19: Caudal efectivo contra presión diferencial a distintas RPM.  
Fuente: Elaboración propia.

<b>Tabla V.20: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a distintas RPM.</b>					
$\mu$ (Pa.s)	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012
$\Delta P$ (psi)	Ev1(%)	Ev2(%)	Ev3(%)	Ev4(%)	Ev5(%)
0	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
500	94,30	95,73	96,58	97,15	97,56
1000	88,61	91,46	93,16	94,30	95,12
1500	82,91	87,18	89,75	91,46	92,68
2000	77,22	82,91	86,33	88,61	90,24
2500	71,52	78,64	82,91	85,76	87,79
3000	65,82	74,37	79,49	82,91	85,35
3500	60,13	70,10	76,08	80,06	82,91
4000	54,43	65,82	72,66	77,22	80,47
4500	48,74	61,55	69,24	74,37	78,03
5000	43,04	57,28	65,82	71,52	75,59
5500	37,34	53,01	62,41	68,67	73,15
6000	31,65	48,74	58,99	65,82	70,71
6500	25,95	44,46	55,57	62,98	68,26
7000	20,25	40,19	52,15	60,13	65,82
7500	14,56	35,92	48,74	57,28	63,38
8000	8,86	31,65	45,32	54,43	60,94
RPM	600	800	1000	1200	1400

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

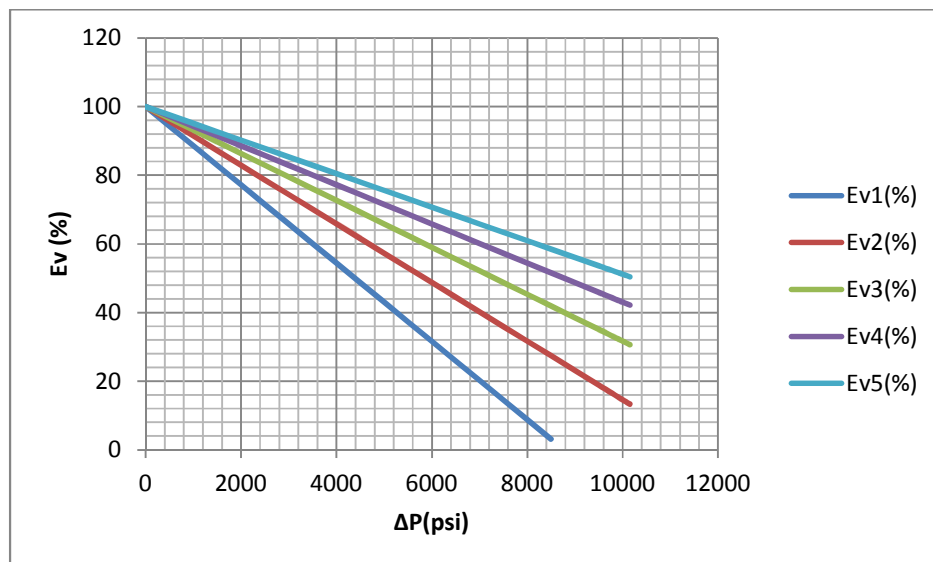


Gráfico V.20: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a distintas RPM.  
Fuente: Elaboración propia.

<b>Tabla V.21: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM.</b>					
$\mu$ (Pa.s)	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012
$\Delta P$ (psi)	Ef1 (%)	Ef2 (%)	Ef3 (%)	Ef4 (%)	Ef5 (%)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
500	21,49	16,36	13,20	11,07	9,53
1000	40,38	31,26	25,47	21,49	18,58
1500	56,67	44,69	36,81	31,26	27,15
2000	70,37	56,67	47,21	40,38	35,24
2500	81,48	67,19	56,67	48,85	42,86
3000	89,98	76,25	65,20	56,67	50,01
3500	95,90	83,85	72,80	63,85	56,67
4000	99,21	89,98	79,46	70,37	62,86
4500	99,94	94,66	85,19	76,25	68,57
5000	98,06	97,88	89,98	81,48	73,81
5500	93,59	99,64	93,84	86,05	78,57
6000	86,53	99,94	96,77	89,98	82,85
6500	76,87	98,77	98,76	93,27	86,66
7000	64,61	96,15	99,81	95,90	89,98
7500	49,76	92,07	99,94	97,88	92,84
8000	32,31	86,53	99,12	99,21	95,21
8500	12,26	79,52	97,38	99,90	97,11
RPM	600	800	1000	1200	1400

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

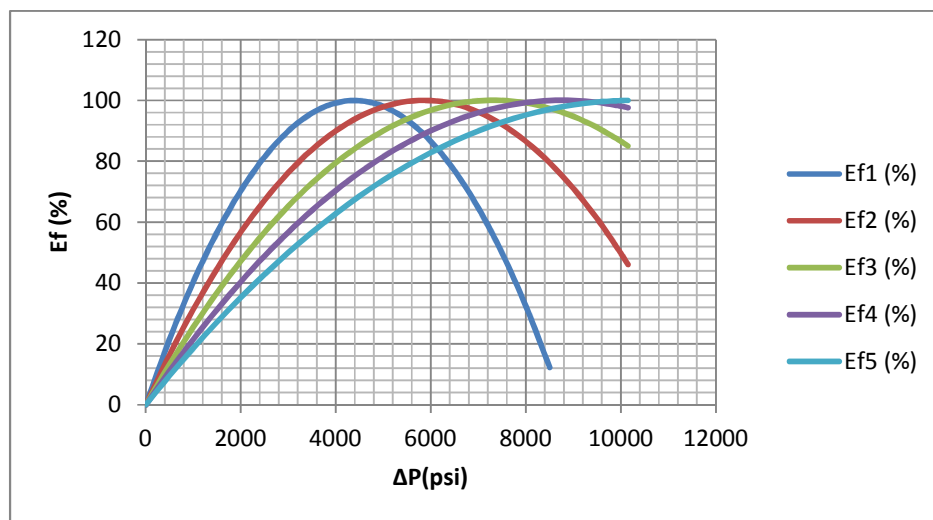


Gráfico V.21: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM.

Fuente: Elaboración propia.

### 2.3.- Curvas para una viscosidad 0,012 Pa.s y a=0,004 in

Tabla V.22: Caudal efectivo contra presión diferencial a distintas RPM.					
$\mu$ (Pa.s)	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012
$\Delta P$ (psi)	Q1(BBLD)	Q2(BBLD)	Q3(BBLD)	Q4(BBLD)	Q5(BBLD)
0	1154,60	1539,47	1924,33	2309,20	2694,07
500	998,71	1383,57	1768,44	2153,31	2538,17
1000	842,82	1227,68	1612,55	1997,42	2382,28
1500	686,92	1071,79	1456,66	1841,52	2226,39
2000	531,03	915,90	1300,76	1685,63	2070,50
2500	375,14	760,01	1144,87	1529,74	1914,61
3000	219,25	604,11	988,98	1373,85	1758,71
3500	63,35	448,22	833,09	1217,95	1602,82
4000	0,00	292,33	677,20	1062,06	1446,93
4500	0,00	136,44	521,30	906,17	1291,04
5000	0,00	0,00	365,41	750,28	1135,14
5500	0,00	0,00	209,52	594,39	979,25
6000	0,00	0,00	53,63	438,49	823,36
6500	0,00	0,00	0,00	282,60	667,47
7000	0,00	0,00	0,00	126,71	511,58
7500	0,00	0,00	0,00	0,00	355,68
8000	0,00	0,00	0,00	0,00	199,79
<b>RPM</b>	<b>600</b>	<b>800</b>	<b>1000</b>	<b>1200</b>	<b>1400</b>

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

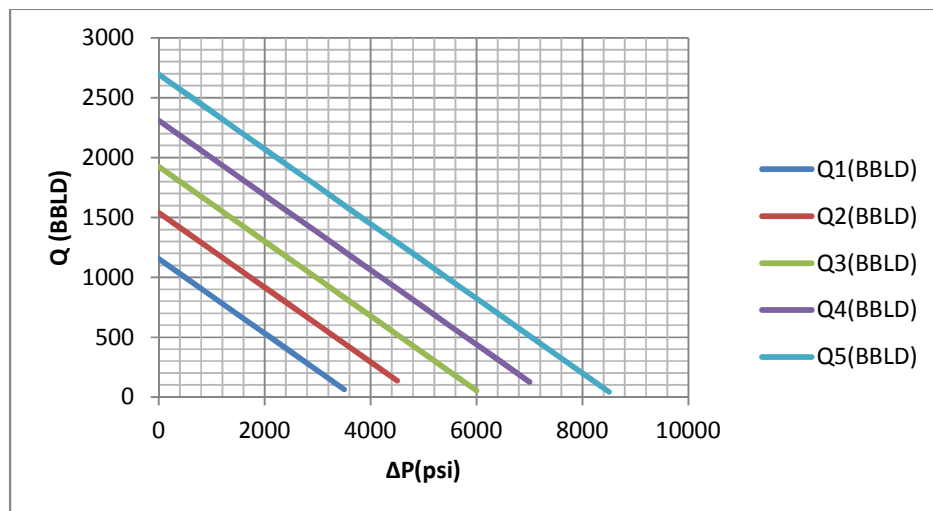


Gráfico V.22: Caudal efectivo contra presión diferencial a distintas RPM.  
Fuente: Elaboración propia.

<b>Tabla V.23: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a distintas RPM.</b>					
$\mu$ (Pa.s)	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012
$\Delta P$ (psi)	Ev1 (%)	Ev2 (%)	Ev3 (%)	Ev4 (%)	Ev5 (%)
0	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
500	86,50	89,87	91,90	93,25	94,21
1000	73,00	79,75	83,80	86,50	88,43
1500	59,49	69,62	75,70	79,75	82,64
2000	45,99	59,49	67,60	73,00	76,85
2500	32,49	49,37	59,49	66,25	71,07
3000	18,99	39,24	51,39	59,49	65,28
3500	5,49	29,12	43,29	52,74	59,49
4000	0,00	18,99	35,19	45,99	53,71
4500	0,00	8,86	27,09	39,24	47,92
5000	0,00	0,00	18,99	32,49	42,13
5500	0,00	0,00	10,89	25,74	36,35
6000	0,00	0,00	2,79	18,99	30,56
6500	0,00	0,00	0,00	12,24	24,78
7000	0,00	0,00	0,00	5,49	18,99
7500	0,00	0,00	0,00	0,00	13,20
8000	0,00	0,00	0,00	0,00	7,42
RPM	600	800	1000	1200	1400

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

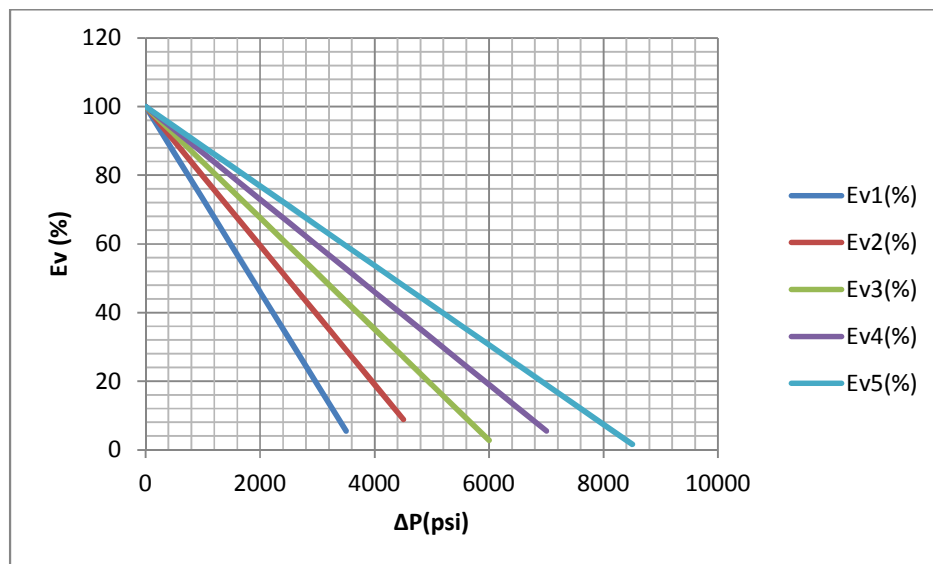


Gráfico Tabla V.23: Eficiencia volumétrica contra presión diferencial a distintas RPM.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla V.24: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM.					
$\mu$ (Pa.s)	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012
$\Delta P$ (psi)	Ef1 (%)	Ef2 (%)	Ef3 (%)	Ef4 (%)	Ef5 (%)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
500	46,72	36,40	29,78	25,18	21,81
1000	78,85	64,60	54,31	46,72	40,93
1500	96,39	84,60	73,59	64,60	57,38
2000	99,36	96,39	87,62	78,85	71,15
2500	87,74	99,98	96,39	89,44	82,25
3000	61,53	95,37	99,92	96,39	90,66
3500	20,74	82,55	98,20	99,70	96,39
4000	0,00	61,53	91,23	99,36	99,45
4500	0,00	32,31	79,01	95,37	99,83
5000	0,00	0,00	61,53	87,74	97,53
5500	0,00	0,00	38,81	76,46	92,55
6000	0,00	0,00	10,84	61,53	84,89
6500	0,00	0,00	0,00	42,96	74,55
7000	0,00	0,00	0,00	20,74	61,53
7500	0,00	0,00	0,00	0,00	45,84
8000	0,00	0,00	0,00	0,00	27,46
RPM	600	800	1000	1200	1400

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

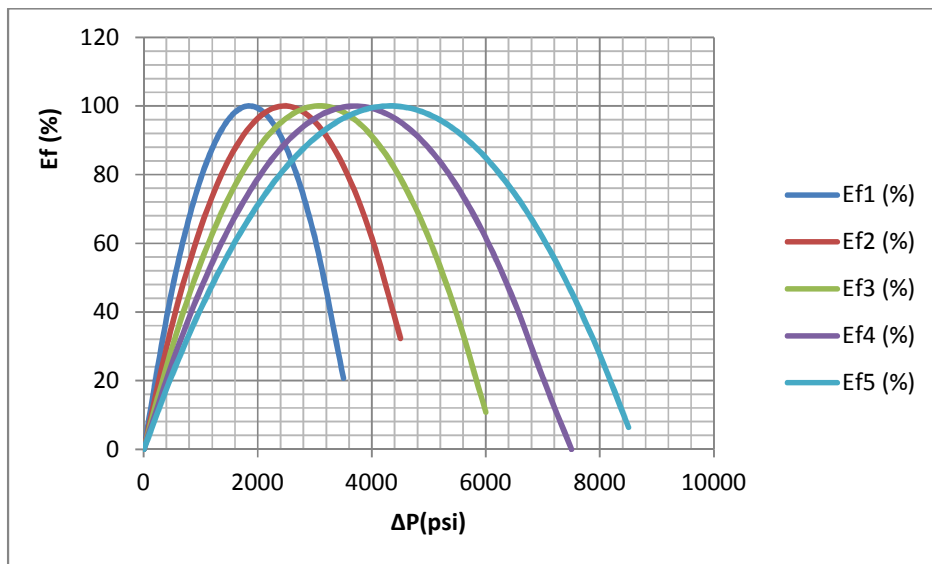


Gráfico N°24: Eficiencia contra presión diferencial a distintas RPM.

Fuente: Elaboración propia.

### 3.- Caudal efectivo contra RPM a una presión diferencial de operación para un fluido a una viscosidad constante.

#### 3.1.- Para una viscosidad de 0,04 Pa.s

Tabla V.25: Caudal efectivo contra RPM a una $\Delta P$ de operación.					
$\Delta P$ (psi)	2500	3000	3500	4000	5000
RPM	Q1(BBLD)	Q2(BBLD)	Q3(BBLD)	Q4(BBLD)	Q5(BBLD)
500	516,3248618	427,1565114	337,988161	248,8198105	70,48310966
700	890,3177918	798,9746982	707,6316046	616,288511	433,6023239
900	1498,061586	1451,293922	1404,526258	1357,758594	1264,223266
1100	1882,928231	1836,160567	1789,392903	1742,62524	1649,089912
1300	2267,794877	2221,027213	2174,259549	2127,491885	2033,956557

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

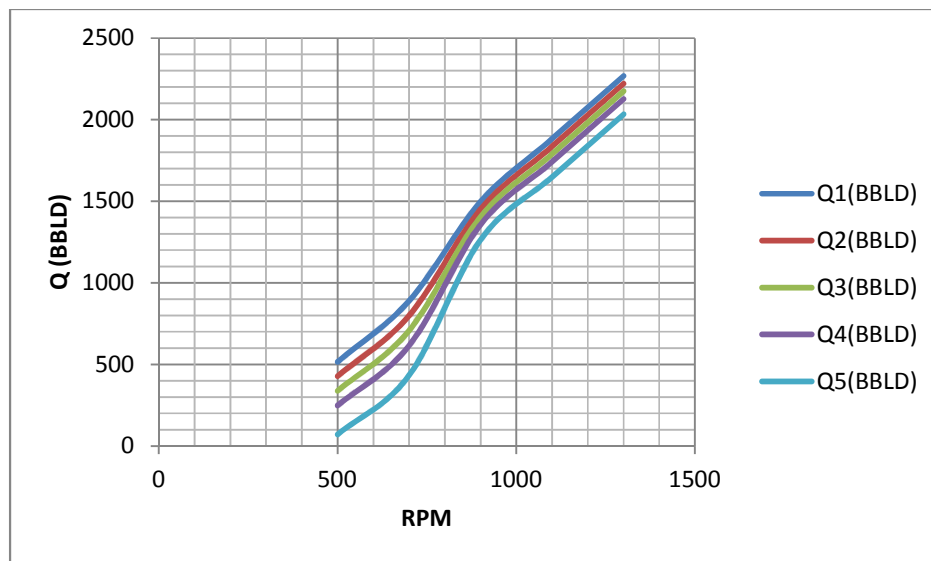


Gráfico V.25: Caudal efectivo contra RPM a una  $\Delta P$  de operación.

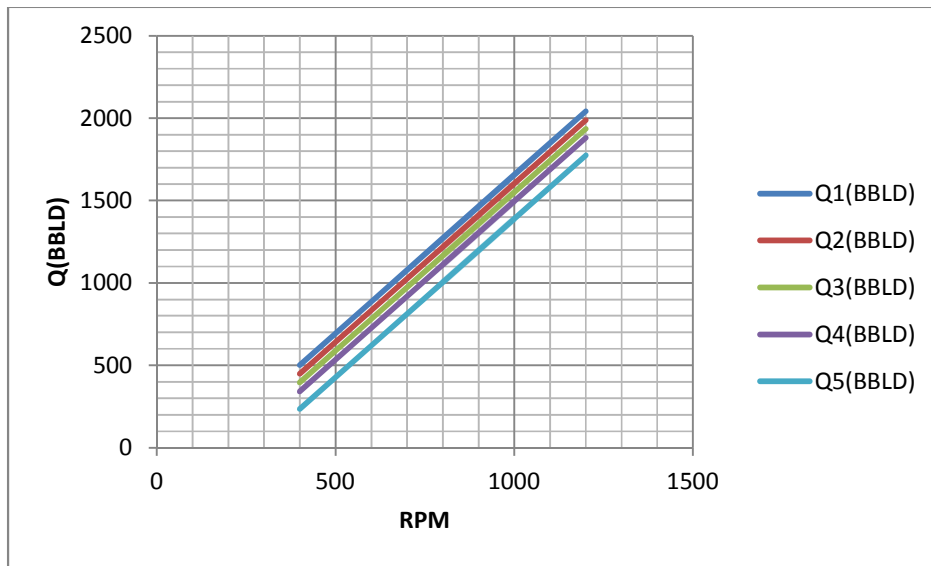
Fuente: Elaboración propia.



**3.2.- Para una viscosidad de 0,035 Pa.s**

<b>Tabla V.26: Caudal efectivo contra RPM a una <math>\Delta P</math> de operación.</b>					
<b><math>\Delta P</math>(psi)</b>	2500	3000	3500	4000	5000
<b>RPM</b>	<b>Q1(BBLD)</b>	<b>Q2(BBLD)</b>	<b>Q3(BBLD)</b>	<b>Q4(BBLD)</b>	<b>Q5(BBLD)</b>
400	502,4894974	449,0407387	395,5919799	342,1432212	235,2457037
600	887,3561431	833,9073843	780,4586256	727,0098668	620,1123493
800	1272,222789	1218,77403	1165,325271	1111,876512	1004,978995
1000	1657,089434	1603,640676	1550,191917	1496,743158	1389,845641
1200	2041,95608	1988,507321	1935,058562	1881,609804	1774,712286

**Fuente:** Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. **Autor:** Danny Tejera



**Gráfico V.26: Caudal efectivo contra RPM a una  $\Delta P$  de operación.**

**Fuente:** Elaboración propia.

### 3.3.- Para una viscosidad de 0,012 Pa.s

Tabla V. 27: Caudal efectivo contra RPM a una $\Delta P$ de operación.					
$\Delta P$ (psi)	2500	3000	3500	4000	5000
RPM	Q1(BBLD)	Q2(BBLD)	Q3(BBLD)	Q4(BBLD)	Q5(BBLD)
500	633,3314772	567,5644498	501,7974224	436,030395	304,4963403
700	1018,198123	952,4310954	886,664068	820,8970406	689,3629859
900	1403,064768	1337,297741	1271,530714	1205,763686	1074,229632
1100	1787,931414	1722,164387	1656,397359	1590,630332	1459,096277
1300	2172,79806	2107,031032	2041,264005	1975,496977	1843,962923

Fuente: Data extraída del programa de simulación del comportamiento de la bomba de hélice circular, basada en los valores mostrados en la tabla V.28 pág. 171. Autor: Danny Tejera

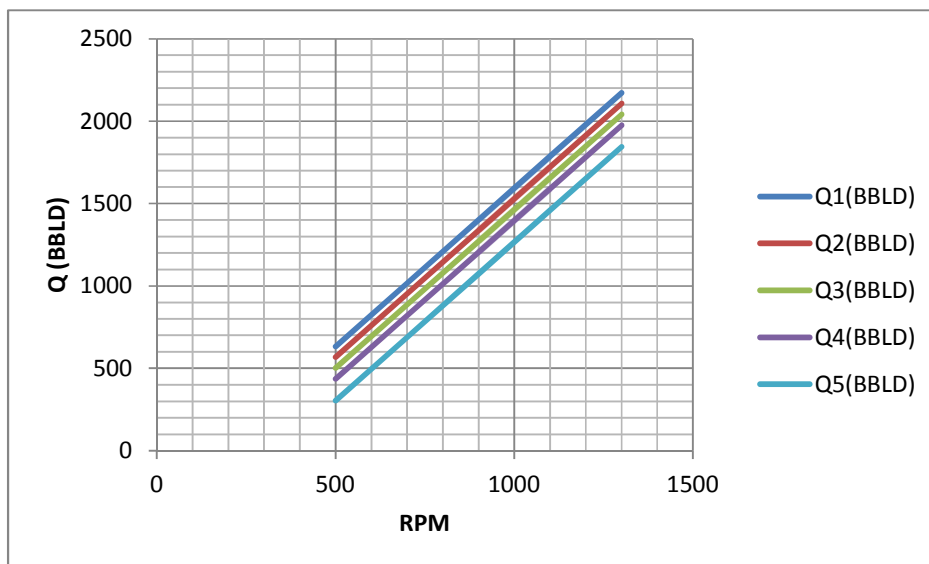


Gráfico V.27: Caudal efectivo contra RPM a una  $\Delta P$  de operación.

Fuente: Elaboración propia.

Los parámetros de diseños de la bomba para los cuales se estimaron las curvas de comportamiento están dados en la tabla V.28, presentada a continuación.

**Tabla V.28: Parámetros de estimación para obtener las curvas de comportamiento de la bomba de hélice circular.**

<b>Variables en unidades del S.I.:</b>					
	<b>Diseño 1</b>	<b>Diseño 2</b>	<b>Diseño 3</b>	<b>Diseño 4</b>	<b>Diseño 5</b>
<b>H(m)</b>	0,090795377	0,090795377	0,090795377	0,090795377	0,090795377
<b>R(m)</b>	0,041275	0,041275	0,041275	0,041275	0,041275
<b>Ro(m)</b>	0,01905	0,01905	0,01905	0,01905	0,01905
<b><math>\Pi</math></b>	3,14159265	3,14159265	3,14159265	3,14159265	3,14159265
<b><math>\phi</math>(rad)</b>	0,34906585	0,34906585	0,34906585	0,34906585	0,34906585
<b><math>\mu</math>(pa.s)</b>	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012
<b>a(m)</b>	0,0001143	0,0001143	0,0001143	0,0001143	0,0001143
<b>L(m)</b>	----	----	----	----	----
<b><math>\varphi</math>(rad)</b>	0,610865238	0,610865238	0,610865238	0,610865238	0,610865238
<b>RPM</b>	500	700	900	1100	1300
<b>Kt</b>	4528,6638	4528,6638	4528,6638	4528,6638	4528,6638
<b><math>\Delta P</math>(pa)</b>	55158058,4	17021776,82	4255444,206	7092636,835	73761009,91
<b>Hz(m)</b>	0,090795377	0,090795377	0,090795377	0,090795377	0,090795377
<b>Kt1</b>	362293,1004	362293,1004	362293,1004	362293,1004	362293,1004
<b>a(in)</b>	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045
<b><math>\phi</math>(grad)</b>	20	20	20	20	20
<b><math>\varphi</math>(grad)</b>	35	35	35	35	35

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La descripción de la bomba de hélice circular esta dada por las leyes físicas relacionadas que caracterizan el comportamiento de este equipo de bombeo a determinadas condiciones de operación y al manejar un fluido en particular. Estas leyes son el producto de la interacción existente entre la bomba y el fluido de trabajo, condicionada por las condiciones de operación del equipo de bombeo. Estos tres factores determinan las curvas de comportamiento de la bomba mostradas en las figuras V.1 hasta V.27.

De estas gráficas de comportamiento se interpreta lo siguiente:

- 1.- La forma características de las curvas de comportamiento de las figuras V.1, V.2 y V.3, muestran que la bomba multietapa de hélice circular es un equipo cuyas características pertenecen a la familia de las bombas rotatorias de desplazamiento positivo.
- 2.- La curva de comportamiento descrita en la figura V.1 se observa que el caudal efectivo en la bomba multietapa de hélice circular la cual muestra un decrecimiento lineal el mismo depende de la presión diferencial de la bomba. La disminución en el caudal esta relacionado con la holgura de la bomba. La pendiente de la recta en la curva de comportamiento de caudal contra presión es afectada relevantemente al variar los parámetros de holgura de la bomba, debido a esto las perdidas por recirculación por etapas en el equipo de bombeo son menores, con el manejo de fluidos de mayor viscosidad.
- 3.- El diseño de la bomba de hélice circular para valores menores de holgura, muestra mayores valores de eficiencia volumétrica tal como se presenta en las tablas V.19 - V.22 y en las figuras V.20 y V.23, favoreciendo al caudal real de la bomba, maximizando así la cantidad de crudo obtenido por revolución en el uso de este sistema de bombeo.
- 4.- El control de las variables holgura y viscosidad del fluido permitirá la operación óptima del equipo de bombeo. Estas condiciones óptimas de operación de encuentran en la región para la cual se alcanzan las condiciones de máxima eficiencia para la

operación del equipo de bombeo, es decir en regiones cercanas al máximo de la eficiencia mecánica.

5.- Las gráficas V.16, V.19 y V.22 muestra que el caudal efectivo de la bomba es directamente proporcional a las RPM de operación de la misma, es decir, a mayor RPM de operación en la bomba de hélice circular, mayor será el caudal efectivo de la bomba.

6.- El resultado mostrado en el capítulo III, sección 4, en la cual se demuestra, que la relación entre los productos de inercia para el rotor de la bomba están dados por:

$$I_{yz} = I_{xy} = I_{xz} = 0$$

Esto muestra las propiedades altamente simétricas en el diseño del rotor de la bomba.

7.- El centro de masas del rotor de la bomba de hélice circular se encuentra centrado en el rotor y a la altura media de la etapa, esto permitirá una operación sin empujes axiales, ni radiales, debido al balance en la distribución de masa en el rotor de la bomba.

8.- El tiempo de relajación del sistema, tal como muestra en la ecuación V.21 es directamente proporcional a la RPM de operación de la bomba.

9.- Si la rotación del rotor de la bomba es uniforme, el movimiento de las barras de oscilación del equipo de bombeo tal como se muestra en la figura IV.3 es un movimiento rectilíneo uniforme durante el ascenso y descenso de la barra oscilante.

10.- En las gráficas V.6 y V.8, la bomba de hélice circular presenta un mayor parámetro de eficiencia volumétrica y mecánica en aplicaciones a fluidos de alta viscosidad. Esto demuestra que el diseño propuesto presenta excelente comportamiento al manejar crudos medianos, pesados y extra pesados.

11.- Tal como se indica en la figura V.24 la presión de máxima eficiencia de la bomba es la mitad de la presión máxima de operación para la cual el caudal efectivo de la bomba es nulo.

12.- La eficiencia mecánica de la bomba presenta el comportamiento de una función cuadrática con respecto a la presión, esta función alcanza su valor máximo en las condiciones de presión definidas como condiciones de máxima eficiencia para este equipo de bombeo.

13.- Tal como se indica en las figuras V.25, V.26 y V.27, el caudal efectivo se incrementa al aumentar las RPM de operación, pero este comportamiento muestra un decrecimiento sensible con relación al incremento mostrado en la presión diferencial para una viscosidad constante.

## CONCLUSIONES

Las curvas de comportamiento obtenidas, mediante este estudio permiten concluir lo siguiente:

- 1.- En la bomba multietapa de hélice circular se identifica un principio de bombeo característico a las bombas de desplazamiento positivo.
- 2.- El sistema de bombeo de la bomba de hélice circular operara sin presentar ningún tipo de empuje axial ya que el esfuerzo axial entre pares consecutivos del rotor multietapa se anulan mutuamente. Esto representa una ventaja relevante porque el rotor de la bomba trabajará sin presentar desgastes prematuros por existencia de cargas axiales en el mismo durante la operación de bombeo.
- 3.- El rotor de la bomba de hélice circular rota sin presentar oscilaciones axiales y radiales esto gracias a los resultados obtenidos de los productos de inercia y centro de masas del rotor.
- 4.- El centro de masa del rotor por etapas, está ubicado en el centro del rotor en la dirección axial a una distancia igual a la mitad de la altura de la cavidad interna de la carcasa de la bomba en la etapa respectiva.
- 5.- El Caudal efectivo de la bomba de hélice circular representa un comportamiento lineal decreciente con respecto a la presión diferencial en la bomba, tal como las bombas de desplazamiento positivos.
- 6.- La eficiencia volumétrica en la bomba de hélice circular representa un comportamiento lineal decreciente con respecto a la presión diferencial en la misma, tal como registran el comportamiento de las bombas de desplazamiento positivos.
- 7.- La eficiencia mecánica contra presión diferencial en la bomba de hélice circular esta representado por una parábola cóncava hacia abajo, ajustando su comportamiento al de las bombas de desplazamiento positivo.

8.- La bomba de hélice circular es una bomba de desplazamiento positivo, cuyos elementos constitutivos son:

a.- Carcasa externa.

b.- Eje con múltiples rotores.

c.- Unidades de separación de etapas y conducción de fluidos.

d.- Barras de oscilación.

e.- Adaptadores a la tubería de producción.

f.- Unidades receptoras de sellos y cojinete.

9.- La colocación del rotor y las barras de oscilación del diseño imponen ubicar un número de etapas par en la bomba, gracias a estas condiciones de diseño en el rotor, se anulan los esfuerzos axiales por etapas consecutivas, debido a la presión ejercida por el fluido en cada etapa de la bomba.

10.- La potencia hidráulica total suministrada a la bomba se distribuye uniformemente a través de todas las etapas de la misma.

11.- La barra de oscilación como elemento móvil de la bomba, presenta un movimiento rectilíneo uniforme en la dirección axial. El movimiento de la barra oscilante se debe a la posición de trabajo de la bomba, este movimiento es vertical ascendente y descendente presentando un movimiento oscilatorio realizando una oscilación completa por cada revolución del rotor de la bomba.

12.- La presión a la cual se someterá el cilindro dentro de la cavidad estará condicionada a las propiedades del material. Por lo tanto el límite de presión a tolerar del material debe ser por lo mínimo el doble de la presión de trabajo.

13.- El desplazamiento que afecta a la holgura de la bomba esta determinado por el coeficiente de Poisson, este a su vez está relacionado con la presión de trabajo del



equipo de bombeo y la presión en el espacio anular existente entre de la tubería y la bomba.

14.- La energía de deformación en la barra del rotor se incrementa y es proporcional al producto del cuadrado del momento de torsión y a la longitud de la barra.

15.- Las curvas de eficiencia del equipo indican que la bomba debe operar en condiciones cercanas a la región de máxima eficiencia. Esta región establecen las condiciones de presión y caudal para la operación de la bomba.

16.- El enorme interés económico que representan los fluidos obtenido de los pozos petroleros es necesario que la bomba de hélice circular opere con parámetros de eficiencia volumétrica relativas por el orden de  $70\% \leq E_v \leq 95\%$  para así de este modo optimizar la obtención del fluido proveniente del yacimiento.

17.- Las características de bombeo mostradas por las curvas de comportamiento de la bomba de hélice circular (BHC) en la aplicación de crudos de altas viscosidades. Demuestran que este equipo de bombeo presenta un excelente comportamiento en el manejo de crudo proveniente de yacimientos de crudos medianos, pesados y extra pesados. Mostrando un potencial de aplicación en los campos petroleros de la faja petrolífera del Orinoco.

18.- Los parámetros de eficiencia mecánica para este equipo de bombeo se espera que este entre el 80% y el 95%, ya que, al operar en regiones cercana a las condiciones de máxima eficiencia garantizará la optimización de la energía transferida al fluido.

## **RECOMENDACIONES:**

### **A.-Recomendaciones para la descripción y diseño de la bomba multietapa de hélice circular adecuada:**

- 1.- Establecer los parámetros de presión diferencial y caudal real requeridos para el equipo de bombeo.
- 2.-Tomar en cuenta las condiciones de operación en la región de máxima eficiencia, fijando una región centrada, de ser posible, en la presión de máxima eficiencia.
- 3.-Debido a que cada etapa de la bomba representa una bomba de desplazamiento positivo, operan normalmente a una presión que oscila entre 150 y 250 psi. Estos valores representaran los valores referentes para la presión de operación por etapa. Es recomendable dejar que cada etapa de la bomba de hélice circular opere a una presión de 25 a 50 psi, lo cual garantizará que para una presión diferencial de 4000 a 5000 psi se amerite un número de etapas por el orden de 100 a 150 por unidad de bombeo.
- 4.- Seleccionar con el número de etapas de la bomba fijo, establecer los parámetros de diseño que garanticen los requerimientos de presión diferencial, caudal efectivo y RPM de operación. Los parámetros a considerar son los siguientes:
  - a.- El tamaño (altura) de la bomba.
  - b.- Forma del rotor que cumpla con los requerimientos del diseño.
  - c.- Diámetro del rotor y la cavidad de la bomba.
  - d.- Definir la holgura adecuada al diseño planteado.
  - e.- Basado en la viscosidad del fluido, las RPM y los parámetros mencionados anteriormente determinar las variables deseadas para el sistema de bombeo y estos deben ser iguales o muy cercano a los parámetros de la bomba. Los parámetros a estimar son los siguientes:

- e.1. - El caudal teórico.
- e.2.- La eficiencia volumétrica.
- e.3.- La potencia mecánica requerida por el motor para satisfacer las necesidades del diseño.
- e.4.- La eficiencia hidráulica del sistema.
- e.5.- Curvas de comportamiento teóricas del sistema de bombeo basado en la interacción con el fluido-bomba.

**B.- Recomendaciones para el asentamiento de la bomba en el pozo:**

1.- Partiendo de la tasa de flujo aportada por el pozo y algunas propiedades del yacimiento y el fluido de la formación, esto se establecerá por medio de la ley de Darcy, y el conocimiento de variables numeradas a continuación.

- 1.1.- Presión de fondo.
- 1.2.- Temperatura del fluido.
- 1.3.- Permeabilidad de la formación.
- 1.4.- Viscosidad del fluido.
- 1.5.- Área de drenaje.
- 1.6.- Factor de daño a la formación.
- 1.7.- Curvas de declinación de producción del pozo.
- 1.8.- Análisis PVT del fluido en el yacimiento.

2.- Conociendo la capacidad de aporte de la formación productora y el nivel máximo de crudo con respecto a la zona de cañoneo se escoge una profundidad de asentamiento de la bomba de 300 pies por debajo del nivel máximo de fluido, esto

garantizará una operación con una presión total de succión óptima para evitar que la bomba opere en cavitación.

3.- La profundidad a la salida de la bomba está dada por la relación.

$H_{descarga} = \text{Profundidad de asentamiento} + \text{altura de la bomba.}$

$$H_{descarga} = H_{Asent.} + H_{bomba}$$

4.- la presión absoluta en la descarga de la bomba deberá ser mayor que la presión hidrostática de la columna de crudo desde la bomba hasta el cabezal, más la pérdida de la presión por fricción en la tubería de producción, más la presión en el cabezal  $P_{cab}$ , es decir:

$$P_{bomba} \geq P_{hidros.} + P_{fric.} + P_{cab.}$$

La condición anterior garantizará obtener una presión de cabezal en condiciones de operación de la bomba.

5.- Con la presión de operación del sistema y las curvas de comportamiento, se leerán los parámetros de eficiencia volumétrica, eficiencia mecánica y caudal efectivo de la bomba a una RPM específica de operación.

6.- Con la presión diferencial de la bomba se estimará el número de etapas de la misma, tomando en cuenta una presión de:  $50 \text{ psi} \leq \Delta P_{etapa} \leq 80 \text{ psi}$ , para cada etapa de la bomba, con esto se obtendrá en número de etapas de la bomba por medio de la relación:

$$N = \frac{\Delta P_{bomba}}{\Delta P_{etapa}}$$

Si  $\Delta P_{etapa} = 50 \text{ psi}$

$$N = \frac{\Delta P_{bomba}}{50 \text{ psi}}$$

6.- Con la tasa de producción requerida se obtiene una relación de potencia hidráulica en condiciones de operación de la bomba.

$$Pot_h = \Delta P_{bomba} Q$$

7.- La potencia mecánica de la unidad motriz se determina tomando un parámetro de eficiencia en el intervalo  $80\% \leq E_f \leq 95\%$ .

Con el parámetro de eficiencia fijo se estima la potencia mecánica de la unidad motora por medio de la relación:

$$pot_{mec.} = \frac{Pot_h}{E_f}$$

$$pot_{mec.} = \frac{\Delta P_{bomba} Q}{E_f}$$

8.-La sensibilidad del diseño a la holgura de la bomba impone el uso de dispositivos que permitan el control de arena proveniente del pozo, en caso de usar el equipo de bombeo en aplicaciones en las cuales existan arenas no consolidadas.

## BIBLIOGRAFÍA:

1. Acuña Mirian Balestrini. (2006) Como se Elabora el Proyecto de Investigación. Consultores Asociados Servicio Editorial.248 p.
2. B. Demidovich y otros. (1989) Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático. Fondo Editorial Suramericana. 519 p.
3. Beer Ferdinand P. y Russell Johnston. Jr. (1993). Mecánica de Materiales. 2da. Edición. Editorial Mc GRAW-HILL. 738 p.
4. Feodosiev, V.I. (1980) Resistencia de materiales, 2da ed. Editorial Mir.579 p.
5. Ferdinand P. Beer y Johnston E. Russell. (1990) Mecánica Vectorial para Ingenieros (Estática). Mc GRAW-HILL. 472 p.
6. Hernández Sampieri Roberto, Fernández C. Carlos y Baptista L. Pilar (2006) Metodología de la Investigación. México: McGraw Hill de México, S.A. 850 p.
7. Higdon Archie, Stiles William B. y Arthur W. Davis. (1982) Ingeniería Mecánica (Dinámica Vectorial).Editorial PRENTICE/HALL INTERNATIONAL. 776 p.
8. Higdon Archie, Stiles William B. y Arthur W. Davis. (1982) Ingeniería Mecánica (Estática).Editorial PRENTICE/HALL INTERNATIONAL.
9. J.L. Meriam. Estática, 2da. Edición. Editorial. Reverté. 452 p.
10. J.L. Meriam. Dinámica, 2da. Edición. Editorial. Reverté. 629 p.
11. Landau L.D y Lifshitz E.M. (1982) Teoría de la Elasticidad V.7. Editorial Reverté. 226 p.
12. Leithold Louis. (1992) El Cálculo con Geometría Analítica. Editorial Harla, S.A. 1563 p.
13. McNaughton Kenneth. (1992) Bombas Selección, Usos y Mantenimiento. Editorial Mc GRAW-HILL. 373 p.
14. Piskunov N. (1997) Calculo Diferencial e Integral. Limusa Noriega Editores. 1019 p.
15. Revard James M. (1995) Progressing Cavity Pump Handbook. Penn Well Books.
16. . Robert W. Fox, Alan T. Mc. Donald. (1995) Introducción a la mecánica de los fluidos. 4ta. Edición. Mc GRAW-HILL. 916 p.
17. Roca Vila. (1980) Introducción de la Mecánica de los Fluidos. EDITORIAL LIMUSA S.A. 489 p.
18. Roy Maurice. (1970) Mecánica I. Cuerpos Rígidos. MARCOMBO, S.A. 453 p.
19. Roy Maurice. (1970) Mecánica II. Medios Continuos. MARCOMBO, S.A. 483 p.
20. Singer Ferdinand L. (1979) Mecánica para Ingenieros. Estática. 3ra. edición. Editorial HARLA. 328 p.
21. Singer Ferdinand L. (1979) Mecánica para Ingenieros. Dinámica. 3ra. edición. Editorial HARLA.738 p.
22. Spiegel Murray R y Abellanas Lorenzo. (1988) Fórmulas y Tablas de Matemática aplicada. Mc GRAW-HILL. 326 p.
23. Streeter Victor L, E. Wylie Benjamin. (1995) Mecánica de los Fluidos. 8va. Edición. Editorial Mc GRAW-HILL. 594 p.

24. William Anthony Granville. (1991) Cálculo Diferencial e Integral. Editorial Limusa. 686 p.

25. Zubicaray Manuel Viejo, Fernández Javier Álvarez. (2009) Bombas, Teoría, diseño y Aplicaciones. 3ra. Edición. EDITORIAL LIMUSA S.A. 239 p.

## APÉNDICE A:

### ECUACIÓN DEL FLUJO EN FUNCIÓN DEL DIFERENCIAL DE PRESION

Debido a que en la bomba de hélice circular el rotor actúa como un pistón que comprime al fluido contra la carcasa de la bomba, es necesario obtener una relación que permita obtener la fuga del flujo entre el rotor y la carcasa de la bomba. Como la separación entre estos elementos es muy pequeña se puede estimar que la pérdida de fluido por recirculación es un flujo entre placas paralelas infinitas.

Estimar la relación existente entre el caudal y la presión requiere del uso de un volumen de control de tal manera que el flujo neto a través de la superficie de control sea cero, es decir, no existe momento a través de las caras del volumen de control. Para desarrollar esto consideramos las fuerzas normales debidas a la presión del fluido que actúan sobre las caras del volumen de control y las fuerzas tangenciales debidas a los esfuerzos de cortes que actúan en estas caras.

Las fuerzas de presión en la cara derecha del volumen de control son:

$$-\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) dydz$$

Las fuerzas de presión en la cara izquierda del volumen de control son:

$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) dydz$$

La fuerza de corte en el centro del elemento es  $\tau_{yx}$ , por lo tanto la fuerza de corte en la cara inferior del elemento es:

$$-\left(\tau_{yx} - \frac{d\tau_{yx}}{dy} \frac{dy}{2}\right) dx dz$$

La fuerza de corte en la cara superior del elemento es:

$$\left(\tau_{yx} + \frac{d\tau_{yx}}{dy} \frac{dy}{2}\right) dx dz$$

. Puesto que no hay fuerza neta no equilibrada actuante sobre el elemento de control tenemos:

$$F_{rx} = 0$$



Por lo tanto

$$-\frac{P}{x} + \frac{d\tau_{yx}}{dy} = 0$$

Lo cual se puede escribir como

$$\frac{d\tau_{yx}}{dy} = \frac{dP}{dx}$$

Integrando esta ecuación, se obtiene

$$\tau_{yx} = \left(\frac{P}{x}\right)y + C_1$$

Lo que indica que el esfuerzo de corte varia linealmente con Y.

Considerando al fluido de trabajo como Newtoniano, en el cual

$\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy}$ , entonces de la relación anterior se puede escribir

$$\mu \frac{du}{dy} = \left(\frac{P}{x}\right)y + C_1$$

Al resolver esta ecuación diferencial de variables separables resulta

$$u = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right) y^2 + \frac{C_1}{\mu} y + C_2$$

Con el objeto de evaluar las constantes  $C_1$  y  $C_2$  se aplican las condiciones de frontera en donde

$$y = 0 ; u = 0 \text{ para el cual } C_2 = 0$$

$$y = a ; u = 0$$

De la segunda relación anterior se obtiene:

$$0 = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right) a^2 + \frac{C_1 a}{\mu}$$

Esto permite definir  $C_1$  como

$$C_1 = -\frac{1}{2} \left(\frac{P}{x}\right) a$$

Sustituyendo  $C_1$  en la ecuación de  $u$  tenemos:

$$u = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right) y^2 - \frac{1}{2\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right) ay$$

$$u = \frac{a^2}{2\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right) \left[ \left( \frac{y}{a} \right)^2 - \left( \frac{y}{a} \right) \right] \text{ Con esta expresión se obtiene el perfil de velocidad.}$$

La distribución del esfuerzo de corte está definida por la relación

$$\tau_{yx} = \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right) y + C_1 = a \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right) \left[ \frac{y}{a} - \frac{1}{2} \right]$$

El flujo volumétrico se determina por medio de la relación

$$Q = \int \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

Para una profundidad  $l$  en la dirección de  $z$

$$Q = \int_0^a u l dy$$

Por lo que

$$\frac{Q}{S} = \int_0^a \frac{1}{2\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right) (y^2 - ay) dy$$

Evaluando la integral tenemos

$$\frac{Q}{S} = -\frac{1}{12\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right) a^3$$

Asumiendo que la presión varía linealmente con  $x$

$$\frac{P}{x} = \frac{P_2 - P_1}{L} = -\frac{\Delta P}{L}$$

Y sustituyendo en la expresión del flujo volumétrico, tenemos:

$$\frac{Q}{S} = -\frac{1}{12\mu} \left( \frac{-\Delta P}{L} \right) a^3$$

Lo cual permite obtener la ecuación del flujo perdido por recirculación en función de la caída de presión.

$$\frac{Q}{S} = \frac{a^3 \Delta P}{12\mu L}$$

## APÉNDICE B:

### Descripción de la forma del rotor

La descripción analítica del rotor de la bomba de hélice circular es de vital importancia debido a que por medio de esta curva se pueden estimar los siguientes parámetros:

- 1.- Volumen de material por rotor.
- 2.- Desplazamiento teórico de la bomba.
- 3.- propiedades de inercia rotacional del rotor.
- 4.- Centro de masa del rotor.

En la figura B.1 se muestra una vista del rotor de la bomba de hélice circular y en la figura B.2 se muestra una vista desplegada del rotor de la bomba para un radio  $r=R$ . La descripción analítica del rotor particularmente, cuando  $\phi = 0$ , se muestra en las ecuaciones B.1 y B.2.

$$Z_i(\theta) = \begin{cases} \frac{H}{\pi}\theta; \text{ para } 0 \leq \theta \leq \pi \\ \left(2 - \frac{\theta}{\pi}\right)H; \text{ para } \pi \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} ; \text{ ec. B. 1}$$

$$Z_s(\theta) = \begin{cases} \frac{H}{\pi}\theta + E_b, \text{ para } 0 \leq \theta \leq \pi \\ \left(2 - \frac{\theta}{\pi}\right)H + E_b; \text{ para } \pi \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} ; \text{ ec. B. 2}$$

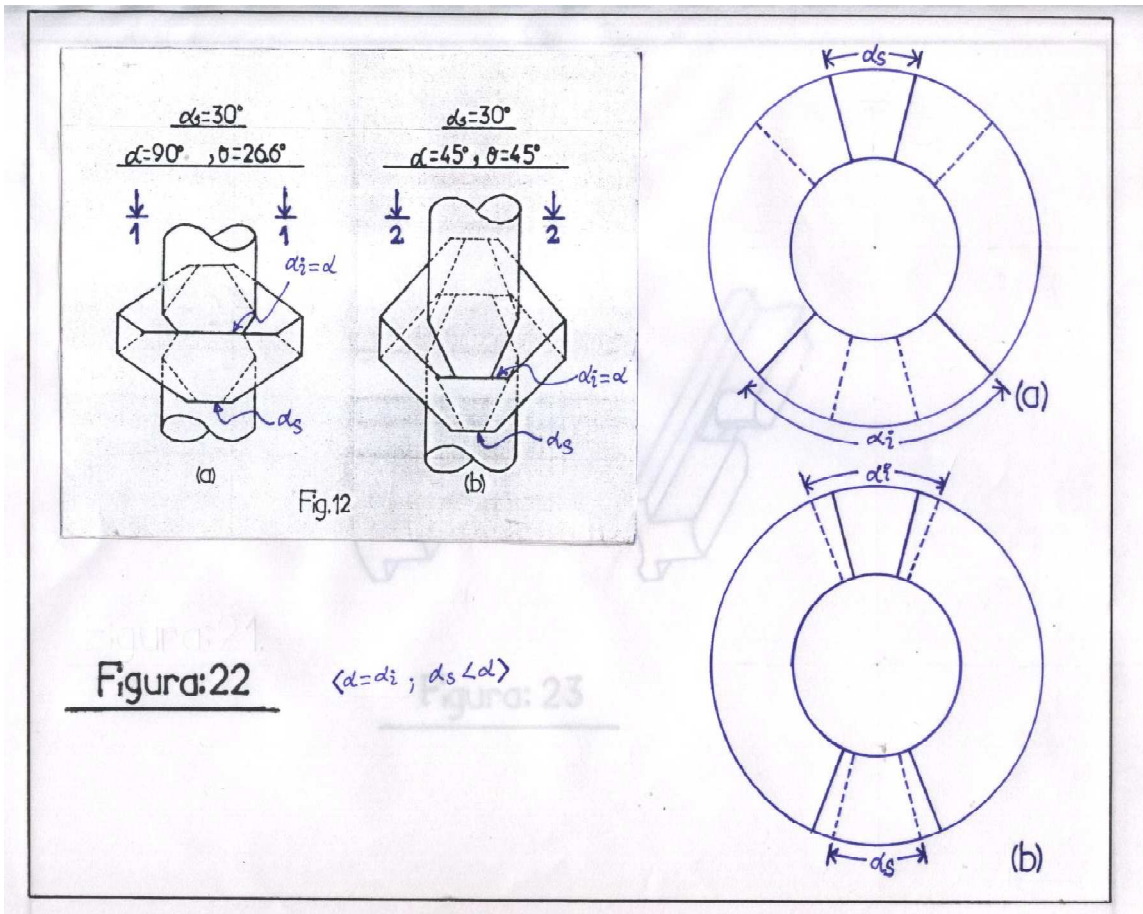
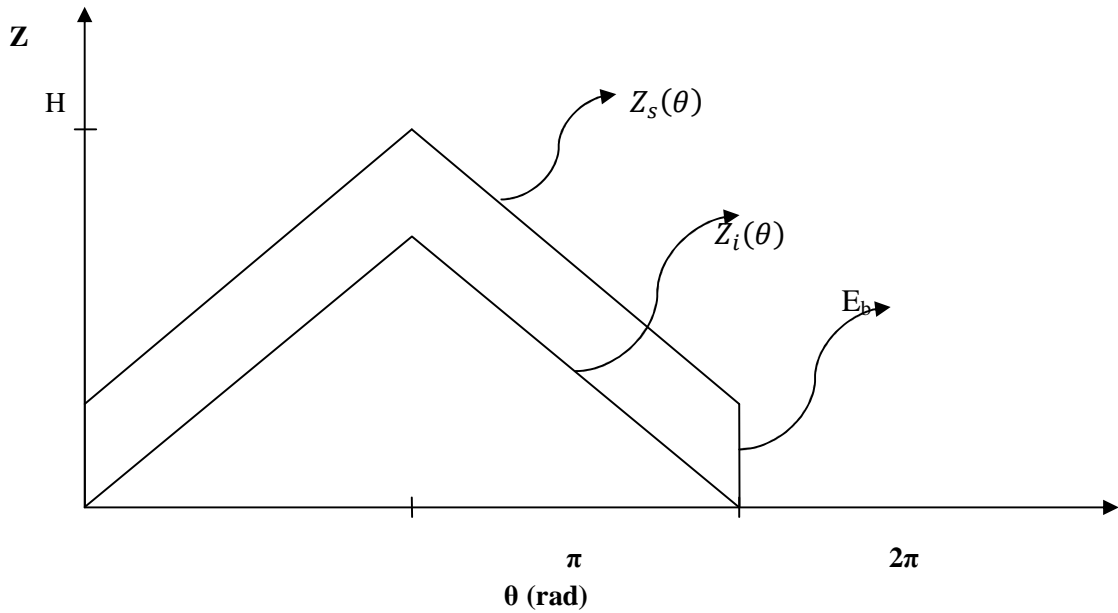


Figura B.1: rotores de la bomba de hélice circular.  
Fuente: Elaboración propia.



**Figura B.2:** vista desplegada del rotor de la bomba para un radio  $r=R$ , mostrando un corte con la hélice circular.

**Fuente:** Elaboración propia.

En las ecuaciones B.1 y B.2  $Z_i(\theta)$  y  $Z_s(\theta)$  representan la forma de la curva inferior y superior de la hélice circular que definen al rotor. Estas curvas están definidas para una región radial definida por el intervalo  $R_i \leq r \leq R_e$ . Para una distancia  $Z$ , que determina la cota de la hélice a una distancia radial  $r = R_j$ , para esto es necesario establecer las relaciones de altura de la hélice a las distancias radiales  $R_i$  y  $R_e$ . Estas relaciones de cotas en la hélice circular a una distancia radial esta caracterizada por medio del ángulo polar  $\theta$  definido en  $0 \leq \theta \leq \pi$ , el radio de la hélice y el ángulo definido por la pendiente de la hélice  $\gamma_i$  y  $\gamma_e$  para un radio  $R_i \leq r \leq R_e$  ver figura B.3.

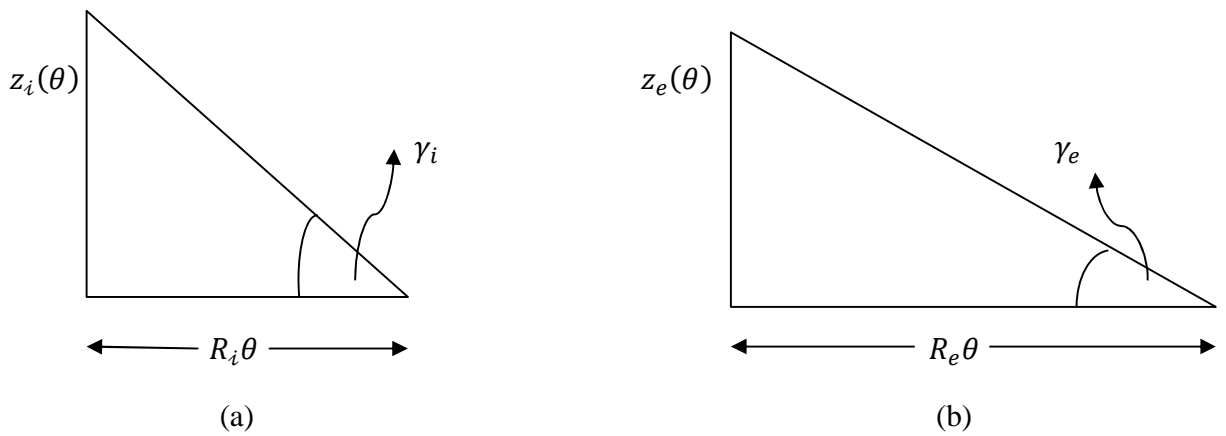
$$\begin{cases} z_i(\theta) = \operatorname{tg}(\gamma_i)R_i\theta \\ z_e(\theta) = \operatorname{tg}(\gamma_e)R_e\theta \end{cases}$$

Como  $z_i(\theta) = z_e(\theta)$ , para  $R_i \leq r \leq R_e$ , tenemos que:

$$\operatorname{tg}(\gamma_i)R_i = \operatorname{tg}(\gamma_e)R_e$$

De las relaciones de pendientes para los radios  $R_i$  y  $R_e$  se obtienen:

$$\operatorname{tg}(\gamma_i) = \frac{H}{\pi R_i} ; \frac{H}{\pi R_e} = \operatorname{tg}(\gamma_e)$$



**Figura B.3:** a) relación de cota en la hélice circular para los radios  $R_i$ . b) relación de cota en la hélice circular para el radio  $R_e$ .

Fuente: Elaboración propia.

Por medio de estas relaciones se evidencia que el ángulo  $\gamma$  cambia con respecto al radio, guardando la siguiente relación geométrica entre sus proporciones dadas por medio de la ecuación:

$$tg(\gamma_i)R_i = tg(\gamma_e)R_e = \frac{H}{\pi}$$

La descripción analítica dadas en las ecuaciones B.1 y B.2 están limitadas por la condición  $\phi = 0$ . Esta condición permite encontrar la relación más simple del rotor de la bomba. La descripción analítica de la hélice para un caso general en el cual  $\phi \neq 0$  se indica por medio de las ecuaciones B.3 y B.4.

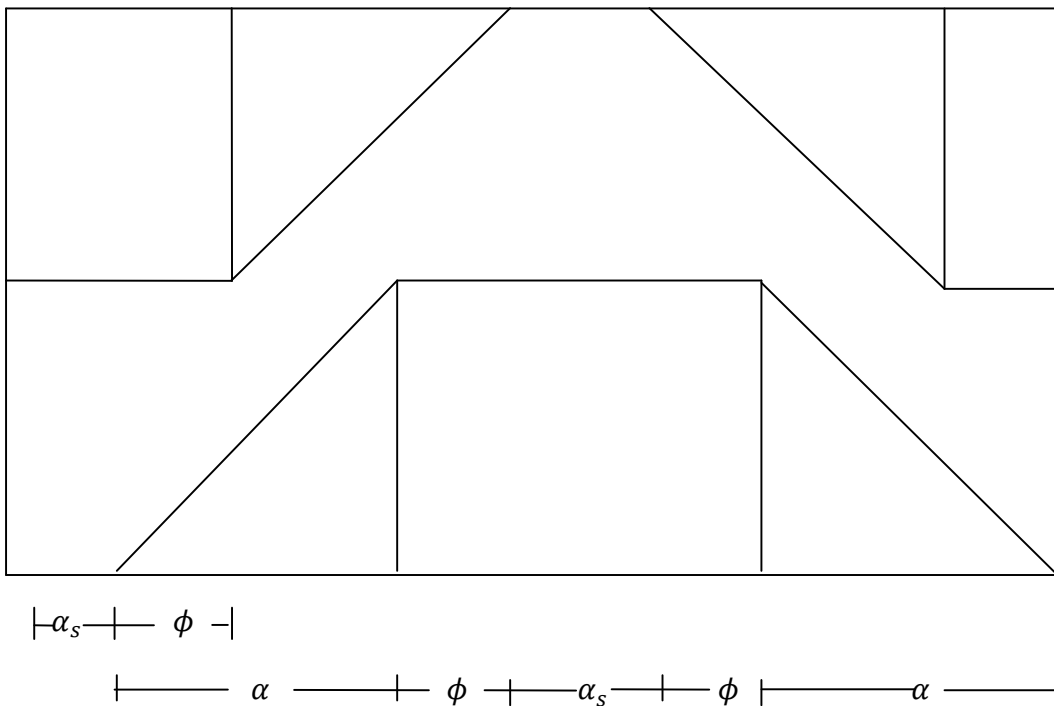
a.- Curva superior del rotor ( $Z_s$ ):

$$Z_s = \left\{ \begin{array}{l} \frac{H}{2} ; 0 \leq \theta \leq \alpha_s \\ \frac{H}{2} ; \alpha_s \leq \theta \leq \alpha_s + \phi \\ \frac{H}{2} + tg(\phi)r [\theta - (\alpha_s + \phi)] ; \alpha_s + \phi \leq \theta \leq \alpha_s + \alpha \\ \frac{H}{2} + tg(\phi)r [\theta - (\alpha_s + \phi)] ; \alpha_s + \alpha \leq \theta \leq \alpha_s + \alpha + \phi \\ H ; \alpha_s + \alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + \alpha + \phi \\ H - r tg(\phi)[\theta - (2\alpha_s + \alpha + \phi)]; 2\alpha_s + \alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + \alpha + 2\phi \\ H - r tg(\phi)[\theta - (2\alpha_s + \alpha + \phi)] ; 2\alpha_s + \alpha + 2\phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + 2\alpha + \phi \\ \frac{H}{2} ; 2\alpha_s + 2\alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + 2\alpha + 2\phi \end{array} \right. \quad \text{ec.B.3}$$

b.- Curva inferior del rotor ( $Z_i$ ):

$$Z_i = \begin{cases} 0; & 0 \leq \theta \leq \alpha_s \\ \operatorname{tg}(\varphi) r (\theta - \alpha_s); & \alpha_s \leq \theta \leq \alpha_s + \phi \\ \operatorname{tg}(\varphi) r (\theta - \alpha_s); & \alpha_s + \phi \leq \theta \leq \alpha_s + \alpha \\ \frac{H}{2}; & \alpha_s + \alpha \leq \theta \leq \alpha_s + \alpha + \phi \\ H; & \alpha_s + \alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + \alpha + \phi \\ \frac{H}{2}; & 2\alpha_s + \alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + \alpha + 2\phi \\ \frac{H}{2} - \operatorname{tg}(\varphi) r [\theta - (2\alpha_s + \alpha + 2\phi)]; & 2\alpha_s + \alpha + 2\phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + 2\alpha + \phi \\ \frac{H}{2} - \operatorname{tg}(\varphi) r [\theta - (2\alpha_s + \alpha + 2\phi)]; & 2\alpha_s + 2\alpha + \phi \leq \theta \leq 2\alpha_s + 2\alpha + 2\phi \end{cases} \quad \text{ec.B.4}$$

En las ecuaciones B.3 y B.4 se observa que el ángulo  $\phi$  puede ser distinto de cero. Para esta descripción analítica se obtienen la figura B.4



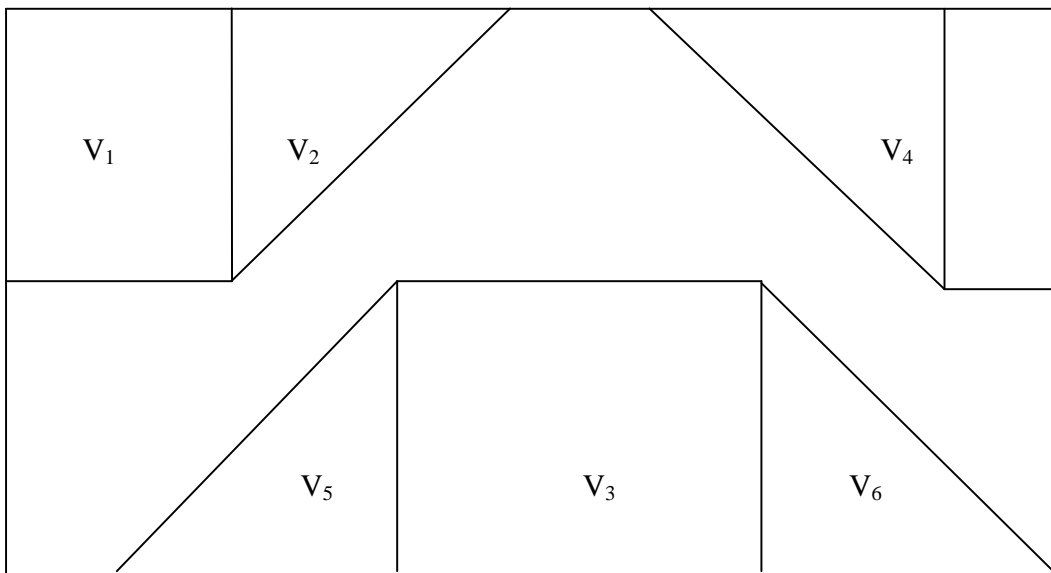
**Figura B.4:** muestra de vista en forma desarrollada del rotor para  $\phi \neq 0$  a una distancia  $r$ .  
Fuente: Elaboración propia.

## APÉNDICE C:

### DESPLAZAMIENTO TEÓRICO DE LA BOMBA:

Para definir el volumen de fluido por revolución de la bomba, es necesario desarrollar un modelo basado en la geometría del rotor y la camisa de la bomba. Esto permitirá hallar cuanto volumen está disponible para el fluido, para ello establecemos por medio de la figura 1 las regiones disponibles para el fluido. Esta figura muestra un despliegue de la vista a un radio del rotor R en el cual se establecen las regiones  $R_I, R_{II}, R_{III}, R_{IV}, R_V$  y  $R_{VI}$ , en las cuales se observa la siguiente relación.

$$V_1 = V_3 \text{ y } V_2 = V_4 = V_5 = V_6, \text{ relación I}$$



**Figura II.1** Vista del despliegue del rotor a un radio R.  
Fuente: Elaboración propia

Por lo tanto definimos a:

$V_t =$  *Volumen disponible para el fluido por revolución*, como la suma de los volúmenes existentes en las regiones  $R_I, R_{II}, R_{III}, R_{IV}, R_V$  y  $R_{VI}$

De la figura 1 podemos escribir que este volumen es:

$$V_t = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6$$

Considerando la simetría entre las regiones dadas por la relación I, tenemos:

$$V_t = 2V_1 + 4V_2, \text{ ec. II.1, donde}$$



$V_1$ : Volumen bajo el cilindro circular recto.

$V_2$ : Volumen bajo la hélice circular.

Para evaluar el volumen bajo el cilindro circular recto se evalúa la integral doble

$$V_1 = \int_0^{\alpha_s + 2\phi} \int_{R_0}^R Z \rho d\rho d\theta ,$$

El volumen bajo la hélice está limitado por la región acotada por los límites de integración:

$$0 \leq \theta \leq \alpha_s + 2\phi$$

$$R_0 \leq \rho \leq R$$

Por lo tanto al integrar resulta

$$V_1 = \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 \alpha \frac{(R^2 - R_0^2)}{2} (\alpha_s + 2\phi) , \text{ ec. II. 2}$$

Agrupando términos encontramos que el volumen en la región I es:

$$V_1 = \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 \frac{(R^2 - R_0^2)}{2} [\alpha(\alpha_s + 2\phi)]$$

Para evaluar el volumen admisible al fluido en la región II, se utiliza la integral de volumen en coordenadas polares para la región II, es decir.

$$V_2 = \int_{\alpha_s}^{\alpha_s + \alpha} \int_{R_0}^R Z \rho d\rho d\theta ,$$

tomando Z en la región II bajo la hélice circular definida por la región:

$$0 \leq \theta \leq \alpha_s + 2\phi$$

$$R_0 \leq \rho \leq R$$

Para la cual Z estará dada por:

$$Z = \tan(\varphi_0) R_0 (\theta - \alpha_s)$$

$V_2 = \int_{\alpha_s}^{\alpha_s + \alpha} \int_{R_0}^R \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 (\theta - \alpha_s) \rho d\rho d\theta$ , al integrar respecto a  $\rho$  y  $\theta$  se obtiene

$$V_2 = \operatorname{tg}(\varphi_0) R_0 \left( \frac{R^2 - R_0^2}{2} \right) \{[(\alpha_s + \alpha)^2 - \alpha_s^2] - \alpha_s [(\alpha_s + \alpha) - \alpha_s]\}$$

$$V_2 = \frac{\operatorname{tg}(\varphi_0) R_0}{4} (R^2 - R_0^2) \alpha^2 \quad \text{ec. II.3}$$

Tomando la ec. II.1

$V_t = 2V_1 + 4V_2$  y sustituyendo las ecs. 2 y 3 en la ec.1 tenemos

$$V_t = tg(\varphi_o)Ro(R^2 - Ro^2)\alpha^2 + tg(\varphi_o)Ro(R^2 - Ro^2)(\alpha\alpha_s + 2\alpha\phi)$$

En la ecuación anterior agrupando términos y simplificando

$$V_t = tg(\varphi_o)Ro(R^2 - Ro^2)[\alpha^2 + \alpha\alpha_s + 2\alpha\phi]$$

$$V_t = tg(\varphi_o)Ro(R^2 - Ro^2)[\alpha^2 + \alpha\alpha_s + 2\alpha\phi]$$

$$V_t = \frac{H}{2\alpha}(R^2 - Ro^2)[\alpha + \alpha_s + \phi + \phi]\alpha,$$

De las propiedades geométricas del rotor, se obtiene la relación  $\alpha + \alpha_s + \phi = \pi$ , por lo tanto la expresión para el volumen teórico esta expresada por la ecuación II.4.

$$V_t = \frac{H}{2}(R^2 - Ro^2)(\pi + \phi), \quad \text{e c. II.4}$$

## APÉNDICE D:

### VOLUMEN DEL ROTOR:

#### Descripción del volumen del rotor en término de las relaciones angulares

El método para hallar el volumen del rotor consiste en tomar el volumen de la cavidad interna de la bomba en cada etapa y restarle el volumen disponible para el fluido dentro de esta cavidad, esto se representa por medio de la ecuación:

$$V_m = \pi R^2 H - V_f, \text{ ec.D.1}$$

Aquí  $V_f = V_t$  es decir el volumen disponible para el fluido representa al desplazamiento teórico por revolución de la bomba.

Por lo tanto el volumen del rotor esta dado por medio de la relación

$$V_m = \pi R^2 H - \frac{H}{2} (R^2 - Ro^2) (\pi + \phi)$$

En el caso en el cual  $\phi = 0$  el volumen de material esta dado por medio de la ecuación

$$V_m = \frac{\pi H}{2} (R^2 + Ro^2)$$

Para desarrollar una solución al volumen ocupado por el rotor dentro de la cavidad se recurrirá a la definición de la integral volumétrica, esto proveerá otro método de estimación del volumen del rotor. Al plantear la integral volumétrica tenemos:

$$V_m = \int_{\theta_0}^{\theta} \int_{R_0}^R z r dr d\theta$$

Tomando en cuenta la ecuación para Z para la cual se tomará en cuenta las ecuaciones B.3 y B.4 y desarrollando las integrales dobles correspondientes (ver apéndice B) se obtiene que el volumen de material esta dado por la ecuación siguiente:

$$V_m = (2\alpha_s \alpha + 2\alpha^2 + 2\phi \alpha) \operatorname{tg}(\phi_0) Ro R^2 - \\ - \operatorname{tg}(\phi_0) Ro R^2 [\alpha^2 + \alpha \alpha_s + \alpha \phi] + \operatorname{tg}(\phi_0) Ro^3 [\alpha^2 + \alpha \alpha_s + 2\alpha \phi]$$

Simplificando términos semejantes tenemos:

$$V_m = \operatorname{tg} \phi_0 Ro R^2 (\alpha_2 \alpha + \alpha^2) + \operatorname{tg}(\phi_0) Ro^3 [\alpha^2 + \alpha \alpha_s + 2\alpha \phi]$$

Lo cual se convierte convenientemente en:

$$V_m = \operatorname{tg}(\varphi_o) R_o [R^2(\alpha_s \alpha + \alpha^2) + R_o^2(\alpha^2 + \alpha \alpha_s + 2\alpha \phi)]$$

Usando la relación entre  $Z$  y el ángulo polar podemos escribir:

$$\frac{H}{2} = \operatorname{tg}(\varphi_o) R_o \alpha \Rightarrow \operatorname{tg}(\varphi_o) R_o = \frac{H}{2\alpha}$$

Por lo que el volumen de material se convierte en

$$V_m = \frac{H}{2\alpha} [R^2(\alpha_s + \alpha)\alpha + R_o^2(\alpha + \alpha_s + 2\phi)\alpha]$$

Simplificando  $\alpha$  tenemos:

$$V_m = \frac{H}{2} [R^2(\alpha_s + \alpha) + R_o^2(\alpha + \alpha_s + \phi + \phi)]$$

Y usando la propiedad existente entre las relaciones angulares dadas por:

$$\pi = \alpha + \alpha_s + \phi$$

Podemos escribir finalmente que la expresión del volumen de material esta dado por la ecuación siguiente:

$$V_m = \frac{H}{2} [R^2(\alpha_s + \alpha) + R_o^2(\pi + \phi)], \text{ ec.III.5}$$

donde  $V_m$ : Volumen del rotor en  $\text{m}^3$ .

Esto permite hallar una expresión más genérica sobre el volumen del rotor con respecto a los parámetros dados por las relaciones angulares.

Note que en esta ecuación el volumen de material esta en función de los ángulos  $\{\alpha_s, \phi, \alpha\}$ , la altura de la cavidad interna de la bomba, el radio del cilindro interno del rotor ( $R_o$ ) y el radio interno de la cavidad ( $R$ ). Todas las magnitudes mencionadas anteriormente son los parámetros que caracterizan la forma del rotor y permitirán el diseño del mismo.

Para el caso particular en que:

$$\phi = \alpha_s = 0$$

El ángulo  $\alpha = \pi$ , por lo tanto el volumen de material disponible esta dado por medio de la relación obtenida anteriormente

$$V_m = \frac{\pi H}{2} (R^2 + R_o^2)$$

## APÉNDICE E:

### MASA DEL MATERIAL POR ETAPA DE LA BOMBA

Un método para obtener la masa del rotor consiste en la aplicación de la integración directa de la región del volumen ocupado por el rotor de la hélice circular, es decir por medio de la integral de volumen

$$m = \iiint \rho dv$$

Si la densidad del material del rotor es constante tenemos

$$m = \rho \iiint dv$$

Debido a la conveniencia geométrica de la distribución de masa del rotor de la bomba de hélice circular se usara el elemento de volumen en coordenadas cilíndricas.

$$m = \int_{\theta_0}^{\theta} \int_{R_0}^R \rho z r dr d\theta$$

En la integral anterior la variable  $Z$ , esta determinada por medio de la ecuación:  $Z=Z_s-Z_i$ ,  $Z_s$  y  $Z_i$  están dadas por medio de las ecuaciones B.3 y B.4. Una vez planteada la integral la solución de la misma nos permite encontrar de manera directa que la masa del rotor esta dada por medio de la ecuación:

$$m = \rho \frac{H}{2} [R^2 (\alpha_s + \alpha) + R_0^2 (\pi + \phi)]$$

En el caso particular en el cual  $\phi = \alpha_s = 0$  y  $\alpha = \pi$ , la masa del material está dada por medio de la ecuación:

$$m = \rho \frac{\pi H}{2} (R^2 + R_0^2)$$

## APÉNDICE F:

### MOMENTO DE INERCIA:

Para la descripción del momento de inercia es necesario referir que esta propiedad física del rotor depende directamente de la forma del mismo.

Momento de inercia sobre el eje z-z, esta definido por la integral

$I_{zz} = \iiint (x^2 + y^2) dm$ , donde la integral planteada depende de la distribución de masas del rotor a considerar.

Donde  $dm = \rho dv$

Al considerar el elemento de volumen  $dv$  en un sistema de coordenadas cilíndricas se obtiene

Para la zona de la hélice tenemos:

$$I_{zz} = \int (x^2 + y^2) dm$$

$$I_{zz} = \iiint r^2 \rho dv$$

Aquí el elemento de volumen en coordenadas cilíndricas está definido por medio de la relación  $dv = r dr d\theta dz$

La integral del momento de inercia escrita en forma desarrollada para toda la región de integración se define por medio de:

$$I_{zz} = \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \int_0^{H_c} \rho r^2 r dr d\theta dz + \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \int_{Z_i(\theta)}^{Z_s(\theta)} \rho r^2 r dr d\theta dz + \\ + \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} \int_{Z_i(\theta)}^{Z_s(\theta)} \rho r^2 r dr d\theta dz$$

Cada integral describe lo siguiente:

La primera integral describe el momento de inercia de la zona del cilindro circular que conforma al eje de la bomba y cuya altura es igual a la altura de la etapa de la bomba, la segunda integral se define para la región del rotor definida para  $0 \leq \theta \leq \pi$  y representa el momento polar de inercia de esta porción de la hélice y la tercera integral definida la zona del rotor definida por medio de  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$  y representa el momento polar de inercia de la hélice circular para esta región.

Resolviendo cada integral por separado se obtiene:

Para  $I_{zz1}$ :

$$I_{zz1} = \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \int_0^{H_c} \rho r^2 r dr d\theta dz$$

$$I_{zz1} = \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \int_0^{H_c} \rho r^3 dr d\theta dz$$

Al resolver esta integral se obtiene:

$$I_{zz1} = \rho(2\pi) \left( \frac{R_i^4}{4} \right) H_c$$

Simplificando en la ecuación anterior

$$I_{zz1} = \rho\pi \left( \frac{R_i^4}{2} \right) H_c$$

Recordando que la masa del cilindro que representa a la porción del volumen del eje de la bomba, cuya altura es igual a la altura de la etapa de la misma esta dada por:

$$m_c = \rho v_c = \rho\pi R_i^2 H_c$$

por lo tanto el momento de inercia de esta porción del eje esta dado por:

$$I_{zz1} = m_c \left( \frac{R_i^2}{2} \right)$$

Para  $I_{zz2}$ :

$$I_{zz2} = \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \int_{Z_i(\theta)}^{Z_s(\theta)} \rho r^2 r dr d\theta dz$$

Como  $Z$  y  $\theta$  no dependen de  $r$  se obtiene luego de integrar:

$$I_{zz2} = \frac{\rho(R_e^4 - R_i^4)}{4} \int_0^\pi (Z_s(\theta) - Z_i(\theta)) d\theta$$

Para la región  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $Z_s(\theta) - Z_i(\theta) = E_b$  por lo que el momento de inercia para esta porción de la hélice esta dado por:

$$I_{zz2} = \frac{\rho(R_e^4 - R_i^4)}{4} E_b \pi$$

Para  $I_{zz3}$ :

$$I_{zz3} = \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} \int_{Z_i(\theta)}^{Z_s(\theta)} \rho r^2 r dr d\theta dz$$

Igual que el caso anterior se considera que  $Z$  y  $\theta$  no dependen de  $r$  por lo tanto la integral triple se convierte en:

$$I_{zz3} = \frac{\rho(R_e^4 - R_i^4)}{4} \int_0^\pi (Z_s(\theta) - Z_i(\theta)) d\theta$$

Ahora  $Z_s(\theta) - Z_i(\theta)$  están definidos para la región  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ , es decir:  $Z_s(\theta) - Z_i(\theta) = E_b$  por lo que el momento de inercia para esta porción de la hélice esta dado por:

$$I_{zz3} = \frac{\rho(R_e^4 - R_i^4)}{4} E_b \pi$$

Con esto se demuestra que  $I_{zz3} = I_{zz2}$ , esto es de esperar debido a que las hélices definidas en estas regiones son simétricas respecto a un plano que pasa por el eje  $Z$  y el rayo  $\theta = 0$ .

Recordando que la masa de la porción de la hélice en cada región esta dada por medio de la relación

$$m_H = \rho \cdot \pi E_b (R_e^2 - R_i^2)$$

Por lo que

$$I_{zz3} = I_{zz2} = \frac{m_H (R_e^2 + R_i^2)}{4}$$

Con los resultados anteriores se puede escribir la expresión del momento de inercia dado por la suma de los resultados de las integrales:

$$I_{zz} = I_{zz1} + I_{zz2} + I_{zz3}$$

Por lo tanto el momento de inercia del rotor por etapa esta dado por medio de la ecuación:



$$I_{zz} = \frac{m_c R_i^2}{2} + \frac{m_H (R_e^2 + R_i^2)}{2}$$

Para la bomba de longitud L, el momento de inercia total esta dado por la suma del momento de inercia de cada etapa obtenido por la ecuación anterior más el momento polar de inercia del cilindro del rotor que une las etapas en la unidad de separación de etapas. Si en la unidad de separación de etapas este cilindro posee una altura  $H_{cs}$  y un radio  $R_i$  para el cual el momento polar de inercia de esta pieza esta dado por medio de la ecuación:

$$I_{zcs} = m_{cs} \left( \frac{R_i^2}{2} \right)$$

Como la masa está dada por:

$$m_{cs} = \rho v_{cs} = \rho \pi R_i^2 H_{cs}$$

Tenemos que la relación para el momento de inercia total está dada, para un número de etapa N por medio de la relación:

$$I_{zz} = \left( \frac{m_c R_i^2}{2} + \frac{m_H (R_e^2 + R_i^2)}{2} \right) N + m m_{cs} \left( \frac{R_i^2}{2} \right)$$

Donde  $m = N - 1$ , por lo tanto la relación para el momento de inercia con respecto a las propiedades geométricas del rotor es:

$$I_{zz} = \rho \pi N \left( \frac{R_i^4}{2} \right) H_c + \frac{\rho N E_b \pi (R_e^4 - R_i^4)}{2} + \rho \pi (N - 1) \left( \frac{R_i^4}{2} \right) H_{cs}$$

Donde:

N: representa al número de etapas de la bomba.

$\rho$ : Representa la densidad del rotor.

$H_c$ : Altura de la cavidad interna.

$R_i$ : Radio interno del rotor.

$R_e$ : Radio externo del rotor.

$H_{cs}$ : Altura del cilindro del rotor en la unidad de separación de etapas.

## APÉNDICE G:

### PRODUCTOS DE INERCIA:

Debido a la simetría presente en el diseño del rotor de la bomba de hélice circular es necesario evaluar otra propiedad de inercia conocida como los productos de inercia. Este análisis permitirá evaluar los productos de inercia con respecto al eje del rotor cuyas coordenadas son  $(0,0,Z)$ .

De la definición de los productos de inercia tenemos:

$$I_{xz} = - \int xz dm$$

$$I_{xy} = - \int xy dm$$

$$I_{yz} = - \int yz dm$$

Al usar coordenadas cilíndricas tenemos

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

El elemento de masa para el rotor está dado por la relación  $dm = \rho dv$ , donde  $dv$  es el elemento de volumen del rotor en coordenadas cilíndricas.

Por lo que las ecuaciones de producto de inercia se escribirán en la forma:

$$I_{xz} = - \int xz \rho dv$$

$$I_{xy} = - \int xy \rho dv$$

$$I_{yz} = - \int yz \rho dv$$

Las integrales escritas anteriormente están limitadas por el contorno volumétrico del rotor, de tal modo que al evaluar estas integrales obtenemos:

1.- Producto de inercia  $I_{xz}$ :

$$I_{xz} = - \int xz \rho dv$$

La integral escrita anteriormente, en forma desarrollada en la región de integración definida por el volumen del rotor, esta dada por medio de la integral:

$$I_{xz} = -\left( \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \int_0^H \rho r^2 \cos\theta z dz d\theta dr + \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \int_{z_i}^{z_s} \rho r^2 \cos\theta z dz d\theta dr + \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} \int_{z_i}^{z_s} \rho r^2 \cos\theta z dz d\theta dr \right); \text{ ec. G. 1}$$

Al integrar respecto a Z y tomar en cuenta los límites de integración tenemos para  $z_s^2 - z_i^2$  en las regiones indicadas:

a) Región:  $0 \leq \theta \leq \pi$

$$z_s^2 - z_i^2 = \left(\frac{H}{\pi}\theta + E_b\right)^2 - \left(\frac{H}{\pi}\theta\right)^2$$

Por lo tanto al simplificar tendremos:

$$z_s^2 - z_i^2 = \frac{2HE_b\theta}{\pi} + E_b^2$$

b) Región:  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$

$$z_s^2 - z_i^2 = \left(2H + E_b - \frac{H}{\pi}\theta\right)^2 - \left(2H - \frac{H}{\pi}\theta\right)^2$$

Por lo que al simplificar la expresión anterior obtenemos:

$$z_s^2 - z_i^2 = 4HE_b + E_b^2 - \frac{2E_bH\theta}{\pi}$$

Integrando cada una de las integrales dadas en la ec. G.1 tenemos

Para  $I_{1xz}$ :

$$I_{1xz} = \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \int_0^H \rho r^2 \cos\theta z dz d\theta dr = \frac{\rho H^2 R_i^2}{6} \sin\theta \Big|_0^{2\pi} = 0$$

Para  $I_{2xz}$ :

$$I_{2xz} = \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \int_{z_i}^{z_s} \rho r^2 \cos\theta z dz d\theta dr = \frac{4HE_b\rho(R_e^3 - R_i^3)}{6\pi}$$

Para  $I_{3xz}$ :

$$I_{3xz} = \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} \int_{z_i}^{z_s} \rho r^2 \cos \theta z dz d\theta dr = -\frac{4HE_b\rho(R_e^3 - R_i^3)}{6\pi}$$

Por lo tanto como  $I_{xz} = -(I_{1xz} + I_{2xz} + I_{3xz})$ , se obtiene que  $I_{xz} = 0$

El momento polar de inercia  $I_{xz}$  es nulo.

2.- Producto de inercia  $I_{xy}$ :

$$I_{xy} = - \int xy \rho dv$$

La integral anterior descrita en términos del elemento de volumen del rotor y la región de integración, esta dada por medio de:

$$I_{xy} = - \left( \int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^3 \sin \theta \cos \theta d\theta dr dz + \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \int_{z_i}^{z_s} \rho r^3 \sin \theta \cos \theta dz d\theta dr + \right. \\ \left. + \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} \int_{z_i}^{z_s} \rho r^3 \sin \theta \cos \theta dz d\theta dr \right); \text{ ec. G. 2}$$

Dividiendo la integral anterior en tres integrales, obtenemos:

Para  $I_{1xy}$ :

$$I_{1xy} = \int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^3 \sin \theta \cos \theta d\theta dr dz \equiv 0$$

Para  $I_{2xy}$ :

$$I_{2xy} = \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \int_{z_i}^{z_s} \rho r^3 \sin \theta \cos \theta dz d\theta dr$$

Para esta región de integración la diferencia entre  $z_s - z_i$  esta dada por:

$$z_s - z_i = \frac{H\theta}{\pi} + E_b - \frac{H\theta}{\pi}$$

Simplificando en la expresión anterior obtenemos:

$$z_s - z_i = E_b$$

Sustituyendo el resultado obtenido anteriormente en la integral  $I_{2_{xy}}$  y luego de integración se obtiene que:

$$I_{2_{xy}} = \int_{R_i}^{R_e} \int_0^\pi \int_{z_i}^{z_s} \rho r^3 \operatorname{sen} \theta \cos \theta \, dz \, d\theta \, dr \equiv 0$$

Para  $I_{3_{xy}}$ :

$$I_{3_{xy}} = \int_{R_i}^{R_e} \int_\pi^{2\pi} \int_{z_i}^{z_s} \rho r^3 \operatorname{sen} \theta \cos \theta \, dz \, d\theta \, dr$$

Para esta región de integración la diferencia entre  $z_s - z_i$  esta dada por:

$$z_s - z_i = 2H + \frac{H\theta}{\pi} + E_b - \frac{H\theta}{\pi} - 2H$$

Al simplificar en la expresión anterior obtenemos:

$$z_s - z_i = E_b$$

Usando este resultado en la integral  $I_{3_{xy}}$  se obtiene:

$$I_{3_{xy}} = \int_{R_i}^{R_e} \int_\pi^{2\pi} \int_{z_i}^{z_s} \rho r^3 \operatorname{sen} \theta \cos \theta \, dz \, d\theta \, dr \equiv 0$$

Debido a que el producto de inercia  $I_{xy}$  está determinado por medio de

$$I_{xy} = I_{1_{xy}} + I_{2_{xy}} + I_{3_{xy}}$$

Se obtiene que  $I_{xy} = 0$ .

3.- Producto de inercia  $I_{yz}$ :

El producto de inercia  $I_{yz}$ , esta definido por medio de la integral

$$I_{yz} = - \int yz \rho \, dv$$

Esta integral en forma desarrollada esta descrita por medio de la integral triple:

$$I_{yz} = -\left(\int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \text{sen}\theta z d\theta dr dz + \int_{R_i}^{R_e} \int_0^\pi \int_{z_i}^{z_e} \rho r^2 \text{sen}\theta z dz d\theta dr + \int_{R_i}^{R_e} \int_\pi^{2\pi} \int_{z_i}^{z_e} \rho r^2 \text{sen}\theta z dz d\theta dr\right); \text{ ec. G. 3}$$

Separando la integral anterior en tres integrales tenemos:

Para  $I_{1yz}$ :

$$I_{1yz} = \int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \text{sen}\theta z d\theta dr dz \equiv 0$$

Para  $I_{2yz}$ :

$$I_{2yz} = \int_{R_i}^{R_e} \int_0^\pi \int_{z_i}^{z_e} \rho r^2 \text{sen}\theta z dz d\theta dr$$

Para esta integral en la región definida por  $0 \leq \theta \leq \pi$ , la expresión  $z_s^2 - z_i^2$  es igual a:

$$z_s^2 - z_i^2 = \frac{2HE_b\theta}{\pi} + E_b^2$$

Por lo tanto al sustituir esto en la integral anterior e integrando se obtiene

$$I_{2yz} = \frac{E_b \rho H_c (R_e^3 - R_i^3)}{3}$$

Para  $I_{3yz}$ :

$$I_{3yz} = \int_{R_i}^{R_e} \int_\pi^{2\pi} \int_{z_i}^{z_e} \rho r^2 \text{sen}\theta z dz d\theta dr$$

Para esta integral la evaluación de las variables  $z_s^2 - z_i^2$  en la región  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$  resulta

$$z_s^2 - z_i^2 = 4HE_b + E_b^2 - \frac{2E_b H \theta}{\pi}$$

Por lo que al sustituir este resultado en la integral  $I_{3yz}$  y luego de integrar se obtiene:

$$I_{3yz} = -\frac{E_b \rho H_c (R_e^3 - R_i^3)}{3}$$

De la expresión anterior se nota que  $I_{3yz} = -I_{2yz}$ , por lo tanto el producto de inercia  $I_{yz}$  se puede escribir como siguiente suma:

$$I_{yz} = I_{1yz} + I_{2yz} + I_{3yz}$$

De la ecuación anterior se puede observar que  $I_{yz}$  es cero.

Por lo tanto de los resultados obtenidos anteriormente se obtiene que:

$$I_{yz} = I_{xy} = I_{xz} = 0$$

Lo cual evidencia las propiedades altamente simétricas del diseño del rotor de la bomba de hélice circular. Con respecto al eje de rotación Z y con respecto a los ejes X y Y.

## APÉNDICE H: CENTRO DE MASA:

Una propiedad importante en el diseño del rotor está determinado por el centro de masas, las coordenadas del centro de masa del rotor permitirán predecir y corregir oscilaciones o vibraciones mecánicas no deseadas en el diseño. Para obtener las coordenadas del centro de masas se usará la definición vectorial de esta magnitud física dada en la ecuación H.1.

$$m\vec{r}_{oc} = \int (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})dm ; ec. H. 1$$

El vector definido por  $\vec{r}_{oc} = \bar{x}\hat{i} + \bar{y}\hat{j} + \bar{z}\hat{k}$  define la posición del centro de masa del rotor. En forma desarrollada la ec.H.1 puede escribirse como:

$$m(\bar{x}\hat{i} + \bar{y}\hat{j} + \bar{z}\hat{k}) = \hat{i} \int x dm + \hat{j} \int y dm + \hat{k} \int z dm ; ec. H. 2$$

Debido a que la determinación del centro de masas del rotor está definido por la distribución de masas del mismo, esta distribución depende naturalmente de la distribución geométrica del mismo, por lo tanto el elemento de masa en la ecuación H.1 se cambiará por un elemento volumétrico. Tomando en cuenta la conveniencia de utilizar coordenadas cilíndricas en el elemento de volumen se pueden escribir todas las integrales de la ec.H.2 tomando en cuenta que:

$$x = r \cos \theta ; y = r \sin \theta$$

Evaluando cada una de las integrales dadas en la ec.H.2 se obtiene la coordenada del centro de masa con respecto a los ejes X,Y, Z.

1.- Coordenada del centro de masas con respecto al eje X:

De la ec.HG.2 tenemos

$$m\bar{x} = \int x dm ; ec. H. 3$$

Como  $dm = \rho dv$  y  $dv = r dr d\theta dz$ , donde  $dv$  es el elemento de volumen en coordenadas cilíndricas. Realizando el cambio en la ec. H.3 a coordenadas cilíndricas se obtiene en forma desarrollada.

$$m\bar{x} = \int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \cos \theta d\theta dr dz + \int_{z_i(\theta)}^{z_s(\theta)} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \cos \theta d\theta dr dz$$

En la expresión anterior la primera integral representa la región del cilindro circular recto del rotor para el cual  $0 \leq r \leq R_i$  ;  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  y  $0 \leq z \leq H$ . La segunda integral está integrada sobre la región de las hélices circulares limitadas por:  $R_i \leq r \leq R_s$  ;  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  y  $z_i(\theta) \leq z \leq z_s(\theta)$ .



Evaluando las integrales anteriores tenemos:

$$\int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \cos \theta \, d\theta dr dz = 0$$

$$\int_{z_i(\theta)}^{z_s(\theta)} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \cos \theta \, d\theta dr dz = 0$$

Por lo tanto la coordenada del centro de masa con respecto al eje X es nula.

$$\bar{x} = 0$$

2.- Coordenada del centro de masas con respecto al eje Y:

De la ec.H.2 tenemos

$$m\bar{y} = \int y dm; \text{ ec. H. 4}$$

Como  $dm = \rho dv$  y  $dv = r dr d\theta dz$  y realizando el cambio en la ec. H.4 a coordenadas cilíndricas se obtiene en forma desarrollada.

$$m\bar{y} = \int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \sin \theta \, d\theta dr dz + \int_{z_i(\theta)}^{z_s(\theta)} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \sin \theta \, d\theta dr dz$$

En la expresión anterior la primera integral representa la región del cilindro circular recto del rotor definido por la región:  $0 \leq r \leq R_i$ ;  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  y  $0 \leq z \leq H$ . La segunda integral esta definida por la región de las hélices circulares limitadas por:  $R_i \leq r \leq R_s$ ;  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  y  $z_i(\theta) \leq z \leq z_s(\theta)$ .

Evaluando las integrales anteriores tenemos:

$$\int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \sin \theta \, d\theta dr dz = 0$$

$$\int_{z_i(\theta)}^{z_s(\theta)} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{2\pi} \rho r^2 \sin \theta \, d\theta dr dz = 0$$

Por lo tanto la coordenada del centro de masa con respecto al eje Y es nula.

$$\bar{y} = 0$$

3.-Coordenada del centro de masas con respecto al eje Z:

De la ec.H.2 tenemos

$$m\bar{y} = \int y dm ; ec. H. 5$$

Como  $dm = \rho dv$  y  $dv = r dr d\theta dz$  y realizando el cambio en la ec. H.5 a coordenadas cilíndricas se obtiene en forma desarrollada.

$$m\bar{z} = \int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho z r d\theta dr dz + \int_{z_i}^{z_s} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \rho z r d\theta dr dz + \int_{z_i}^{z_s} \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} \rho z r d\theta dr dz ; ec. H. 6$$

Determinando cada una de las integrales por separado tenemos:

$$I_{z1} = \int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho z r d\theta dr dz$$

$$I_{z2} = \int_{z_i}^{z_s} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \rho z r d\theta dr dz$$

$$I_{z3} = \int_{z_i}^{z_s} \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} \rho z r d\theta dr dz$$

a.- Para la integral  $I_{z1}$ :

$$\int_0^H \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \rho z r d\theta dr dz = \frac{\pi \rho H_c^2 R_i^2}{2}$$

Aquí

$$I_{z1} = \frac{\pi \rho H_c^2 R_i^2}{2} = \frac{m_c H_c}{2}$$

Donde  $m_c = \pi H_c \rho R_i^2$

b.- Para la integral  $I_{z2}$ :

$$\int_{z_i}^{z_s} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \rho z r d\theta dr dz = \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \frac{\rho}{2} r (z_s^2 - z_i^2) dr d\theta = \frac{\rho}{4} (R_e^2 - R_i^2) \int_0^{\pi} (z_s^2 - z_i^2) d\theta$$

Para esta integral en la región definida por  $0 \leq \theta \leq \pi$ , la expresión  $z_s^2 - z_i^2$  es igual a:

$$z_s^2 - z_i^2 = \frac{2HE_b\theta}{\pi} + E_b^2$$

Por lo tanto al integrar se obtiene:

$$\int_{z_i}^{z_s} \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{\pi} \rho z r d\theta dr dz = \frac{\pi\rho E_b}{4} (R_e^2 - R_i^2) (H + E_b)$$

Es decir:

$$I_{z2} = \frac{\pi\rho E_b}{4} (R_e^2 - R_i^2) (H + E_b)$$

c.- Para la integral  $I_{z3}$ :

$$\int_{z_i}^{z_s} \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} \rho z r d\theta dr dz = \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} \frac{\rho}{2} r (z_s^2 - z_i^2) dr d\theta = \frac{\rho}{4} (R_e^2 - R_i^2) \int_{\pi}^{2\pi} (z_s^2 - z_i^2) d\theta$$

Para esta integral en la región definida por  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ , la expresión  $z_s^2 - z_i^2$  es igual a:

$$z_s^2 - z_i^2 = 4HE_b + E_b^2 - \frac{2HE_b\theta}{\pi}$$

Por lo tanto al integrar se obtiene:

$$\int_{z_i}^{z_s} \int_{R_i}^{R_e} \int_{\pi}^{2\pi} \rho z r d\theta dr dz = \frac{\pi\rho E_b}{4} (R_e^2 - R_i^2) (H + E_b)$$

Esto demuestra que  $I_{z3} = I_{z2}$

Por lo que en la integral de la ec. H.6 se escribe:

$$m\bar{z} = I_{z1} + I_{z2} + I_{z3}$$

Al sustituir  $I_{z1}$ ,  $I_{z2}$  e  $I_{z3}$  se tiene:

$$m\bar{z} = \frac{\pi\rho H_c^2 R_i^2}{2} + \frac{\pi\rho E_b}{2} (R_e^2 - R_i^2) (H + E_b)$$

De la propiedad geométrica del rotor se tiene que  $H_c = H + E_b$ , al sustituir  $H + E_b$  en la ecuación anterior tenemos:

$$m\bar{z} = \frac{\pi\rho H_c^2 R_i^2}{2} + \frac{\pi\rho E_b}{2} (R_e^2 - R_i^2) H_c ; \text{ec. H. 7}$$

Considerando la expresión de la masa total del rotor:

$m = \rho v$  ; donde  $v$  es el volumen del rotor dentro de la cavidad. Este volumen esta dado por la relación.

$$v = \pi\rho[(H + E_b)R_i^2 + (R_e^2 - R_i^2)E_b]$$

Sustituyendo la relación anterior en la ecuación G.7 se obtiene que la relación del centro de masas con respecto al eje Z esta dado por:

$$\bar{z} = \frac{H_c^2 R_i^2 + E_b (R_e^2 - R_i^2) H_c}{2[(H + E_b)R_i^2 + (R_e^2 - R_i^2)E_b]}$$

Simplificando en la ecuación anterior se obtiene que la coordenada del centro de masas con respecto al eje Z esta dado por:

$$\bar{z} = \frac{H_c}{2}$$

Donde  $H_c$ , representa la altura de la cavidad. Esto demuestra que la coordenada del centro masa con respecto al eje Z esta ubicada a la altura media de la cavidad.

La coordenada del centro de masa para el rotor de la bomba esta dada por la  $(0,0, \frac{H_c}{2})$ .

**ANEXOS I:**

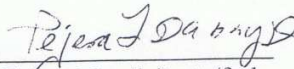
**1.- Documento de búsqueda de patente.**

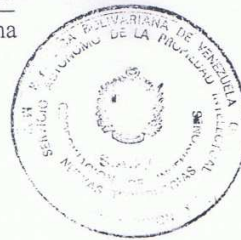


**BUSQUEDA NACIONAL DE ANTECEDENTES TECNICOS**

04-0369

<b>TITULO DE LA BUSQUEDA:</b>		
<b>BOMBA MULTIETAPA DE HELICE CIRCULAR COMPUESTA</b>		
<b>ESTRATEGIA DE BUSQUEDA:</b>		
Clasificación: F04C 2/107 Complementarias: F04C Palabras claves: BOMBA, MÚLTIPLE, ETAPAS, HELICE, CAVIDADES		
<b>RESULTADO DE LA BUSQUEDA:</b>		
En la base de datos nacional no se recuperó ninguna solicitud que incluyera las características citadas en el resumen de la solicitud de búsqueda y en los dibujos anexos.		
<b>OBSERVACIONES:</b>		
Si el interés es eventualmente efectuar a futuro una solicitud de patente, se recomienda realizar una búsqueda internacional.		
<b>EXAMINADOR:</b>	<b>SOLICITANTE:</b>	<b>RECIBO:</b>
Ing. Iván Rojas	Marianella Montilla	57325

  
 Firma del solicitante/fecha  
 (Recibido)



## **ANEXOS II:**

### **2.- Documentos de patente.**

1.-DIRECCION DE \_\_\_\_\_

2.-REGISTRO Nº \_\_\_\_\_

3.-NOMBRE DEL INTERESADO Y/O PRESENTANTE  
DANNY DAVID TEJERA LADERA

4.-DIRECCION DEL INTERESADO Y/O PRESENTANTE  
URBANIZACION SOROCAIMA III, C/SOROCAIMA C/C PIAR, Nº 24, INTERCO-  
MUNAL MARACAY-TURMERO, 5.-TELEFONO 0243-2690853  
CELULAR: 0416-3430915

6.-TIPO DE TRAMITE  
SOLICITUD DE PATENTE

7.-CODIGO DEL TRAMITE \_\_\_\_\_

8.-UNIDAD A LA CUAL VA DIRIGIDA LA DOCUMENTACION  
COORDINACION DE INVENCION Y NUEVAS TECNOLOGIAS

9.-Ns. DE DOCUMENTOS PRESENTADOS \_\_\_\_\_

10.-OMISION O IRREGULARIDADES OBSERVADAS EN LA DOCUMENTACION  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

11.-OBSERVACIONES  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



12.-FIRMA DEL FUNCIONARIO RECEPTOR

13.-CARACAS, DE DE

14.-HORA, .

ANEXO FP - 01



REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA



Serviio Autónomo de la Propiedad Intelectual  
Ministerio de la Producción y el Comercio



(11) N° de publicación:

(21) Número de solicitud: N° 34901

(51) Int. Cl.:

(19)

TIPO DE PATENTE:

Invencción

Diseño Industrial

Modelo de Utilidad

(22) Fecha de presentación:

(73) Titular/es:

DANNY DAVID TEJERA LADERA

(30) Prioridad:

(72) Inventor/es:

DANNY DAVID TEJERA LADERA

(45) Fecha de anuncio de la concesión:

(74) Agente:

(45) Fecha de la publicación del folleto de patente:

(54) Título: BOMBA MULTITAPA DE HELICE CIRCULAR COMPUESTA

(57) Resumen y dibujo: Esta invención relacionada con el manejo de fluidos, consiste en una bomba multitapa de desplazamiento positivo de hélice circular compuesta, conformada por: unidades oscilantes, rotor con múltiples hélice circulares compuestas, unidades de separadores de etapas y conducción de fluidos, así como la carcasa externa del cuerpo de la bomba entre otros. El sistema es de fácil construcción, diseñado para prestar un servicio eficiente, reduciendo los costos de producción y mantenimiento del mismo. El diseño es adecuado para el manejo de fluidos en pozos petroleros que presenten un porcentaje de agua y sedimento apreciable, así como altos valores de viscosidad.

ANEXO FP - 01

## GLOSARIO DE TÉRMINOS:

**Baleros.** Conocidos como rodamientos. En muchas bombas son lubricados por el mismo líquido que se maneja; si éste es aceite, se logra un excelente lubricante.

**Bomba de desplazamiento positivo:** Son equipos de bombeo caracterizados por desarrollar presión reduciendo el tamaño de un volumen determinado en el cual un fluido está completamente confinado.

**Caudal efectivo:** Es conocido, como el caudal real entregado por una bomba sometida a una presión diferencial en condiciones de operación. Este caudal está drásticamente afectado entre algunos factores, por la holgura de la bomba. Si los valores de la holgura se incrementan el caudal efectivo se reduce significativamente.

**Deslizamiento.** (Slip) Es la cantidad de líquido que regresa de la descarga a la succión, a través de los claros que existen entre los dientes y entre la pared lateral de los engranes y la carcasa.

**Desplazamiento.** Es la cantidad teórica de líquido que los elementos giratorios pueden desplazar sin carga o presión.

En una bomba de engranes, por ejemplo, el desplazamiento es la suma de los volúmenes existentes entre los dientes.

**Eficiencia volumétrica:** Es la relación existente entre el caudal real bombeado por una bomba rotatoria y el caudal teórico de la misma. Se expresa por lo general en términos de porcentaje.

**Gasto.** Es la cantidad real del líquido que sale de ella, y es igual al desplazamiento de la bomba menos el retorno o recirculación.

**Hélice circular:** Es la hélice trazada sobre un cilindro circular recto tomando en cuenta un ángulo de inclinación constante con respecto a la base del cilindro.

**La carga neta positiva de succión, disponibles (NPSH)<sub>A</sub>:** Es la presión total de succión disponible en el sistema en la conexión de succión de la bomba menos la presión de vapor del líquido a la temperatura de bombeo. La (NPSH)<sub>A</sub> para una bomba rotatoria se suele expresar en psi. El usuario es quien debe determinar la (NPSH)<sub>A</sub>.

**La carga neta positiva de succión requerida (NPSH)<sub>R</sub>:** Es la presión total de succión requerida por la bomba en su conexión de succión, menos la presión de vapor del líquido a la temperatura de bombeo. La (NPSH)<sub>R</sub> para una bomba rotatoria se suele expresar en psi. El usuario es quien debe determinar la (NPSH)<sub>R</sub>.

**Número de Reynolds ( $N_{Re}$ ):** Se define por medio de la relación:

$$N_{Re} = dv\rho/\mu$$

**Presión diferencial:** Es la diferencia de presión existente entre la presión a la salida de la bomba en la zona de descarga y la presión en la admisión de la bomba.

**Presión hidrostática:** Es la presión debida a una columna estática de líquido, esta presión se incrementa con la altura de la columna de líquido siendo el coeficiente de proporcionalidad el gradiente de presión del líquido utilizado.

**Retorno:** Es directamente proporcional a la presión de descarga e inversamente proporcional a la viscosidad del líquido. El retorno no varía con la velocidad de la bomba.

El efecto del claro en el retorno o recirculación puede apreciarse más cuantitativamente si usamos la siguiente fórmula:

$$Q_2 = \frac{\Delta p \times b \times d^3}{12\mu l}$$

**Tiempo de relajación:** Es el tiempo contado desde el arranque de la bomba hasta que esta alcance las condiciones estables de operación, en este trabajo este tiempo se estima en milisegundos.

**Viscosidad:** es el índice de la velocidad cortante del material bombeado y es importante para la selección y aplicación correctas de una bomba rotatoria.

La viscosidad absoluta (o dinámica),  $\mu$ , se suele expresar en poises (dinas /cm<sup>2</sup>) o en cent poises. En unidades inglesas la viscosidad absoluta se expresa en como  $\text{lb}_n$  (ft) (s). La viscosidad cinemática  $\nu$ , se expresa en Stokes, cm<sup>3</sup>/s o en centestones. En unidades inglesas,  $\nu$  tiene los valores de ft<sup>2</sup>/s. Las dos viscosidades están relacionadas por  $\nu = \mu/\rho$ , en donde  $\rho$  es la densidad del líquido o bien por  $\nu = \mu/s_g$ , en donde  $s_g$  es la densidad relativa.