

APÉNDICE A

EQUIPO EMPLEADO PARA CEMENTACIÓN

El equipo de cementación en la superficie es el mismo tanto para cementación de una etapa como para multietapas. Los principales componentes del equipo de cementación que se encuentran en la superficie son:

- Mezcladores
- Unidad de bombeo/desplazamiento
- Cabezal de cementación

A-1. Equipos de Mezclado

El cemento seco debe ser mezclado con la cantidad apropiada de agua para asegurar que las propiedades del cemento y de la lechada sean las de diseño.

Para la mayoría de las lechadas, el mezclador a chorro (jet mixer) produce una mezcla uniforme. El mezclador a chorro (Fig.A-1A) es simple, confiable, robusto y puede manejar hasta 50 sacos por minuto. Otro tipo de mezclador es el mezclador con recirculación (Fig.A-1B), que actualmente ha desplazado al viejo modelo jetmixer debido a su uniformidad en la lechada y capacidad de operar lechadas de altas densidades.



Fig.A-1A. Mezclador a Chorro

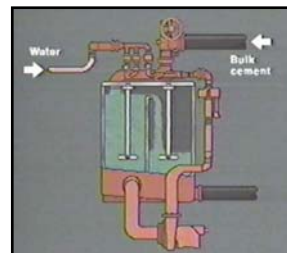


Fig.A-1B. Mezclador con Recirculación

A-2. Camiones de Bombeo

La unidad típica de bombeo de lechada (Fig.A-2) está montada en un camión. Contiene motores Diesel y tanques de desplazamiento que están graduados con precisión para poder controlar los volúmenes de agua y lodo y colocar la lechada en el hoyo de manera apropiada.



Fig.A-2. Camión Cementero Típico con Tanques de Desplazamiento

A-3. Cabezal de Cementación

El cabezal de cementación se coloca especialmente para la operación de cementación. Provee una conexión entre las líneas de alta presión, provenientes del camión cementero, y la tubería de revestimiento. Además sirve como recinto para los tapones (Fig.A-3).

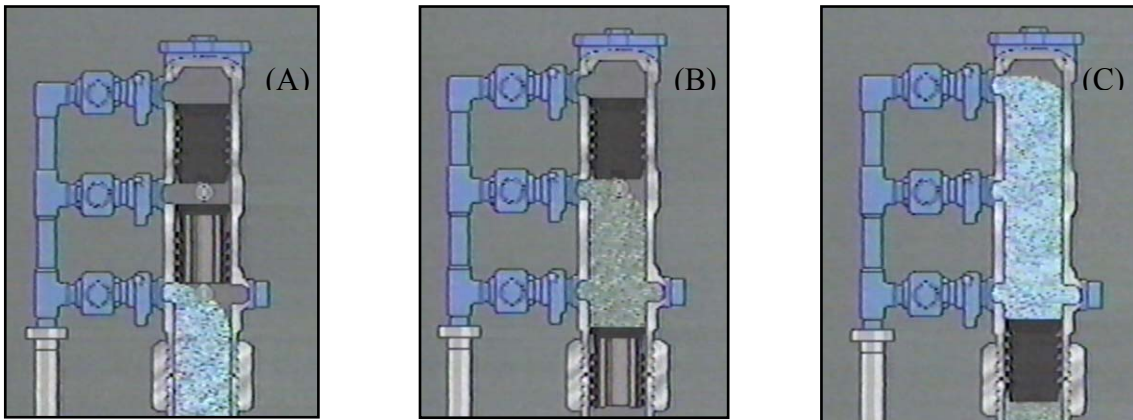


Fig.A-3. Cabezal de Cementación. A) Bombeo de fluido lavador. B) Bombeo de lechada de cemento. C) Bombeo de fluido de desplazamiento

Los componentes más comunes del equipo de cementación bajo la superficie se muestran en la figura A-4 y son cementados junto con la tubería de revestimiento.

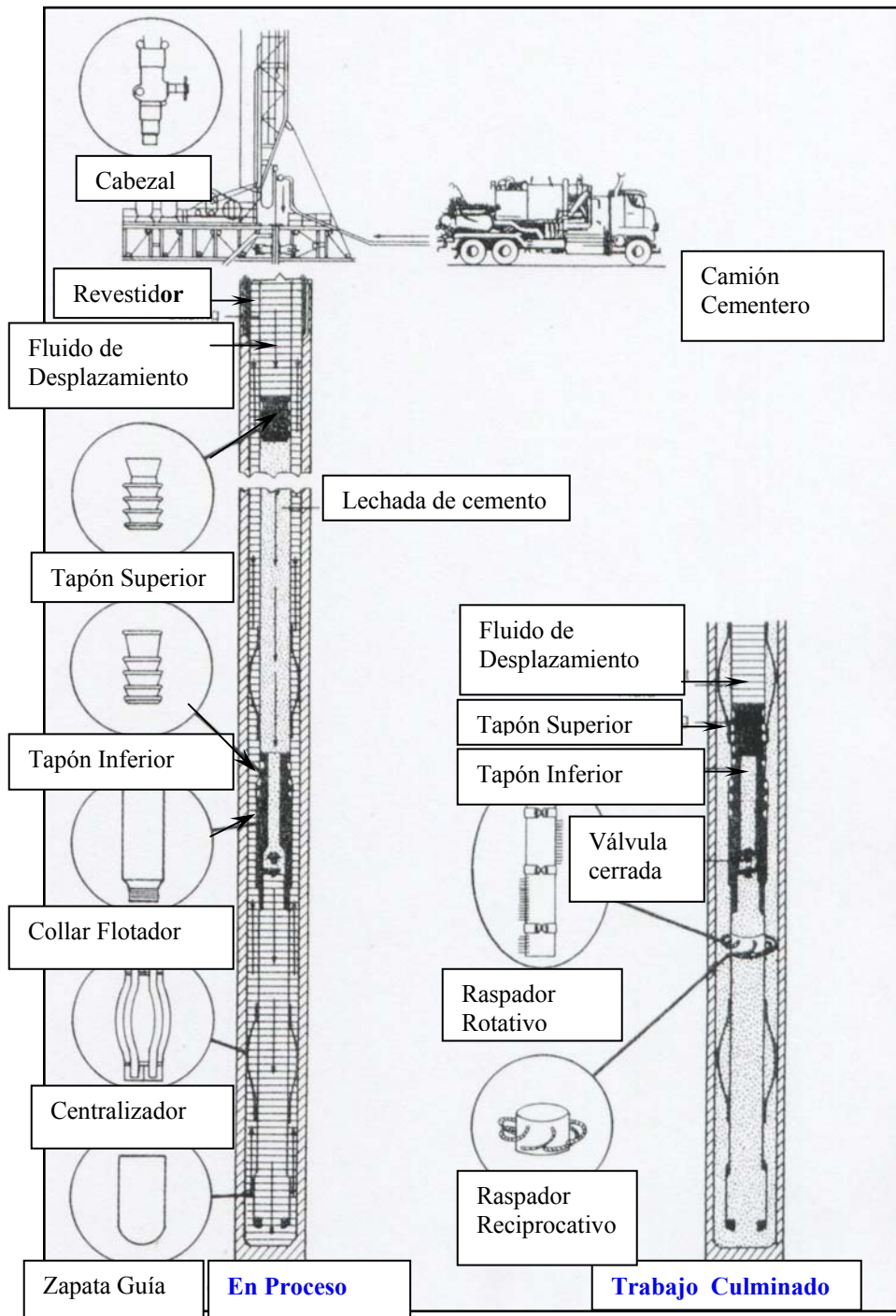


Fig.A-4. Equipo de la Cementación Entre Dos Tapones

A-4. Zapata Guía/Flotadora

En la mayoría de los casos, excepto en ciertos pozos superficiales, se coloca una zapata de punta redondeada (Fig.A-5) en la junta inferior para guiar la tubería de revestimiento por dentro del pozo pasando por las irregularidades encontradas durante la bajada. Las zapatas pueden no tener válvulas, tener una válvula de retención (check) o tener una de llenado automático.



Fig.A-5. Zapata Guía

Cuando se usan zapatas guías o collares, la flotación de la tubería es controlada por la cantidad de fluido situado dentro de ella. El dispositivo de flotación mantiene la tubería sellada, por lo que el fluido de perforación soporta una parte del peso de la tubería. A medida que ésta desciende, la fuerza de flotación va aumentando retardando la bajada del revestidor. Eventualmente, el revestidor dejará de bajar debido a que la fuerza de flotación se lo impide. Para continuar la bajada se añade fluido de perforación al interior de la sarta. El peso adicional del lodo permite que la sarta siga bajando por el hoyo.

A-5. Collar Flotador

Los collares (Fig.A-6) tienen básicamente las mismas características que las zapatas. Son conocidos como collar con desvío (los cuales no poseen válvulas), collar flotador y collar de llenado automático. Se colocan una o más juntas por encima de la zapata.

El collar (al igual que la zapata), además de sus funciones de flotación y llenado (Fig.A-6A), actúa como asiento para el tapón una vez que es bombeado hacia el fondo.

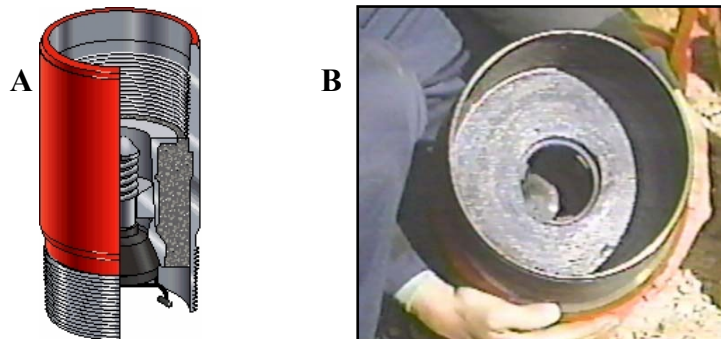


Fig.A-6. Collar Flotador

A-6.Tapones Limpiadores

Los tapones limpiadores son usados para separar al cemento de los fluidos que lo preceden y de los fluidos que los siguen (Fig.A-7). El tapón inferior está temporalmente sellado con una membrana, y previene que la lechada se contamine con el fluido lavador. Además remueve el lodo de las paredes del revestidor; y evita que este lodo se acumule debajo del tapón superior y que sea depositado al rededor de las juntas inferiores. El tapón superior evita que la lechada de cemento se contamine con el fluido de desplazamiento.



Fig.A-7. Tipos de Tapones Limpiadores

A-7. Centralizadores y Efectos de Centralización

Debido a que los hoyos nunca son perforados perfectamente rectos (Fig.A-8A), el revestidor presenta una tendencia normal a hacer contacto con el hoyo en varios intervalos (Fig.A-8B). Esta situación puede resultar en la formación de canales y colocación incompleta de cemento (Fig.A-8C). Para evitar lo anterior, se colocan a la sarta, centralizadores (Fig.A-8D), obteniéndose una distribución más efectiva del cemento (*Apéndice B*).

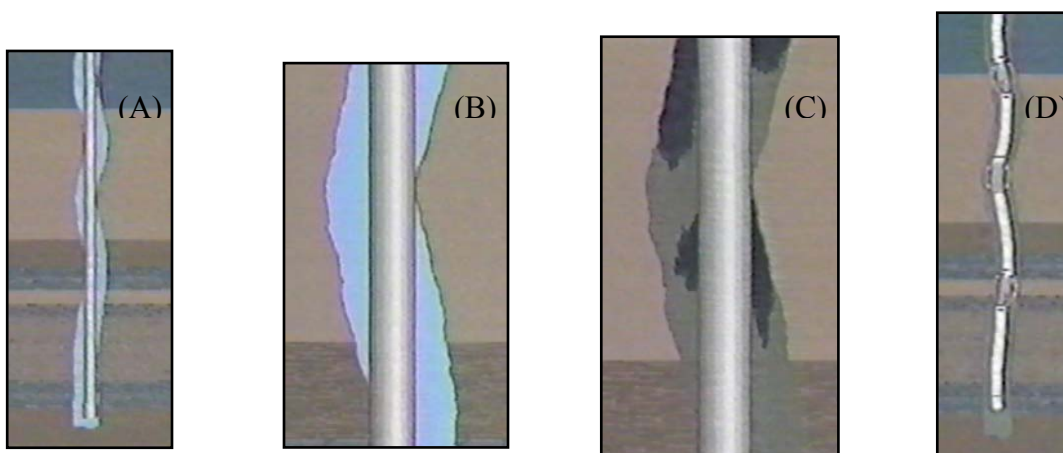


Fig.A-8. Solventado Contacto Mediante Centralización

El centrado del revestidor se usa para

- Mejorar la eficiencia del desplazamiento
- Prevenir el pegamiento diferencial
- Mantener al revestidor fuera de las ranuras del hoyo

Además, se ha demostrado que el empleo de centralizadores reduce el arrastre de la tubería ^[4]. Para una información más detallada sobre la importancia del centrado de la tubería refiérase al *Apéndice B: Remoción de lodo*.

Existen dos tipos generales de centralizadores en el mercado, flexibles y rígidos. Los flexibles (Fig.A-9) tienen una mayor habilidad para proveer standoff (Ver *Apéndice B*) cuando el agujero es amplio y son los más utilizados. El tipo rígido (Fig.A-10) provee un buen standoff cuando el hoyo es estrecho. Para los revestidores colgantes deben usarse centralizadores de tolerancia especial.



Fig.A-9. Centralizador Flexible

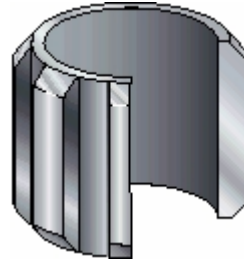


Fig.A-10. Centralizador Rígido

A-8. Limpiadores y Raspadores

Son usados principalmente para remover el revoque cuando la tubería es movida (Ver *Apéndice B*). También ayuda a romper el lodo gelificado. Se emplean generalmente en pozos superficiales donde daños a la formación no son graves. Hay disponibles del tipo rotativo (Fig.A-11) y del tipo reciprocativo (Fig.A-12). Estos dispositivos son poco empleados en revestidores colgantes debido a sus cerradas tolerancias.

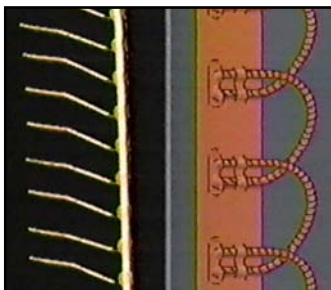


Fig.A-11. Raspadores Rotativos

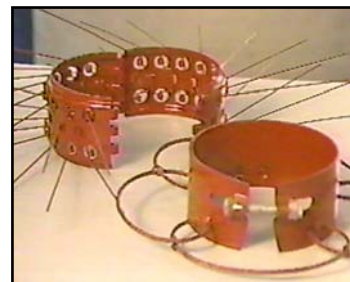


Fig.A-12. Raspadores Reciprocativos

Los limpiadores del tipo rotativo se colocan a través de la zona de interés y unos 20 ft por encima de la zona. Los del tipo reciprocativo se separan unos 15 ft a través de la zona y unos 20 ft por encima y por debajo. Al reciprocar el revestimiento, el movimiento debe exceder la distancia entre limpiadores para evitar que el revoque y la viruta se acumulen al final de cada carrera.

Cuando se usan limpiadores, la circulación de lodo siempre debe comenzar antes de mover la tubería; y, al inicio, la tubería debe moverse lentamente. Si no se ha planeado mover la tubería no deben utilizarse estos dispositivos. Es recomendable mover la tubería (Fig.A-13) para aumentar la remoción de lodo (*Apéndice B*).



Fig.A-13. Movimiento de la tubería

A-9 Agitadores

Los agitadores (Fig.A-14) se emplean para fomentar la turbulencia del flujo. Actualmente no se estila el empleo de agitadores.



Fig. A-14. Agitadores

APÉNDICE B

EFFECTO DE CENTRADO Y MOVIMIENTO DE LA TUBERÍA SOBRE LA REMOCIÓN DE LODO Y CEMENTACIÓN

B-1. Centrado de la tubería

El centrado es esencial para proveer un espacio anular con rutas abiertas para el flujo. Si la tubería no está bien centrada, se acumulará lodo en la zona estrecha del anular. Experiencias de campo indican que se requiere un Standoff mínimo de 67% para proveer una mayor posibilidad de remoción de lodo en el lado estrecho del anular [8, 31].

La dificultad de mantener flujo turbulento a través de un anillo excéntrico se muestra en la figura B-1.

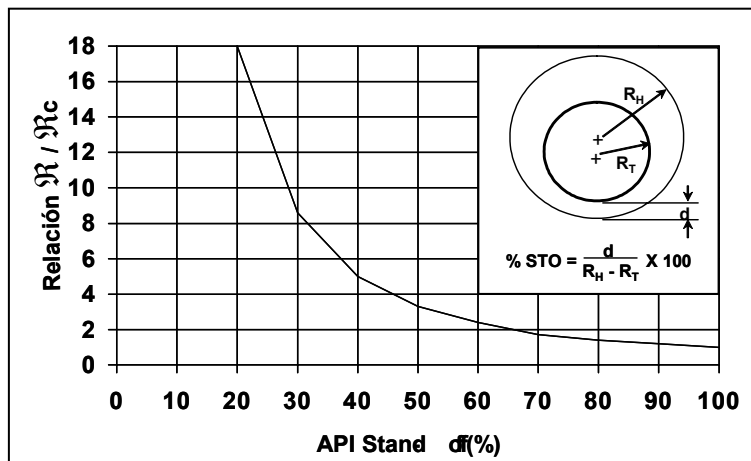


Fig.B-1. StandOff Necesario para Obtener Turbulencia

La carga lateral impuesta sobre el centralizador es el efecto combinado del espaciado, peso del revestidor, ángulo del hoyo, peso del revestidor por debajo del centralizador y del desvío (un efecto menor). Las ecuaciones para calcular la carga lateral están disponibles en el *Oil's Cementing Handbook*, P.44. (También API Spec 10D). El centrado del revestidor se dificulta cuando el ángulo de desvío es grande, porque se incrementan las cargas en el centralizador.

Algunas consideraciones importantes de diseño en centrado son la posición, método de instalación y espaciamiento entre centralizadores. Los centralizadores deben posicionarse en el revestidor

- A lo largo de intervalos que requieran cementación efectiva
- Adyacentes a (o algunas veces pasando a través) de intervalos sujetos a pegamiento diferencial.

y deben ser usados en revestidores que pasan a través de desvíos acentuados y propensos a atascarse.

Para un correcto posicionamiento se requiere de un registro del calibrador de pozo o “caliper”. El método de instalación depende del tipo de centralizador: de cuerpo sólido, de cuerpo dividido o bisagras, etc.

Los centralizadores son mantenidos en su posición relativa en el revestidor por los “retenedores” o collares de parada mecánica solidarios al retenedor. Aunque existen opiniones en contra, el dispositivo de restricción generalmente debe estar colocado por dentro en los centralizadores flexibles de manera que el centralizador sea halado y no empujado dentro del hoyo.

La curva carga-deflexión (Fig.B-2) debe ser usada para determinar el espacio requerido para alcanzar un Standoff deseado

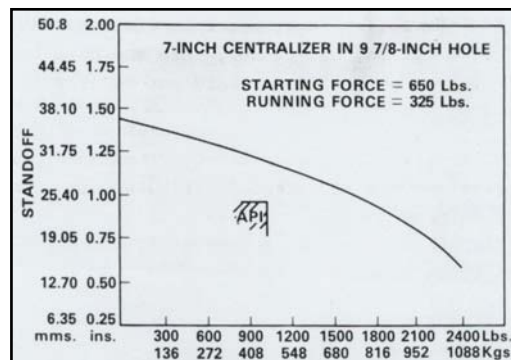


Fig.B-2. Ejemplo de curva Carga-Deflexión

El standoff requerido para prevenir pegamiento diferencial es generalmente menor que el requerido para centrar el revestimiento por eficiencia de desplazamiento^[4].

Aunque cada caso particular es distinto, las prácticas generales para centrar revestidores en hoyos verticales se resumen en la Tabla 4.1

Sarta Superficial	Debe ser colocado un centralizador inmediatamente sobre la zapata y uno en el tope de cada una de las seis juntas en el fondo, para asegurar centralización y distribución uniforme del cemento en esta sección crítica. Los centralizadores también deben ser colocados en las zonas críticas de arenas acuosas.
Sarta Intermedia	Debe ser colocado un centralizador inmediatamente sobre la zapata y uno en el tope de cada una de las seis juntas en el fondo. También deben colocarse centralizadores a lo largo del intervalo de cementación para asegurar distribución uniforme del cemento en zonas críticas.
Revestidor de Producción	Debe ser colocado un centralizador inmediatamente sobre la zapata y uno en el tope de cada una de las seis juntas en el fondo. Deben ser colocados en cada junta a lo largo del intervalo de producción y extendiéndose 100 ft por encima (y por debajo, si es aplicable). También se debe proceder con centralizadores en otras zonas problemáticas, ranuras para cuñas, zonas de pegamiento, etc.
Liners	Use centralizadores si la holgura del hoyo lo permite.
Etapa de Cementación	Los centralizadores deben ser colocados a lo largo del intervalo de cementación por encima del collar de la etapa y una junta por debajo, puesto que no hay movimiento en dichos trabajos. Cuando se utiliza, el obturador (packer) externo actúa como el centralizador inferior.

Tabla B-1. Reglas generales para centralizar en Hoyos Verticales^[4]

B-2. Movimiento de la tubería

La clave en cualquier trabajo de cementación es la sustitución del lodo de perforación por lechada de cemento. No importa cuan bien diseñada esté la lechada de cemento, si no se remueve previamente el lodo gelificado, no podrá hacer su trabajo ^[4].

Después de bajar el revestimiento hasta la profundidad requerida, se procede a circular el sistema, tanto como sea necesario (10 minutos aproximadamente), hasta remover el lodo gelificado. La circulación del lodo se realiza a través del mismo cabezal de cementación (Fig.A-3), con la finalidad de evitar paradas, ya que bajo condiciones estáticas puede desarrollarse rápidamente una alta resistencia al gel, la cual puede reducir drásticamente la eficiencia de desplazamiento del lodo en el espacio anular.

Para permitir el movimiento de la tubería de revestimiento mientras se circulan los fluidos, se emplea una tubería de alta presión flexible (Fig.B-3), que va desde las bombas Triplex hasta el cabezal de cementación (Fig. A-3).

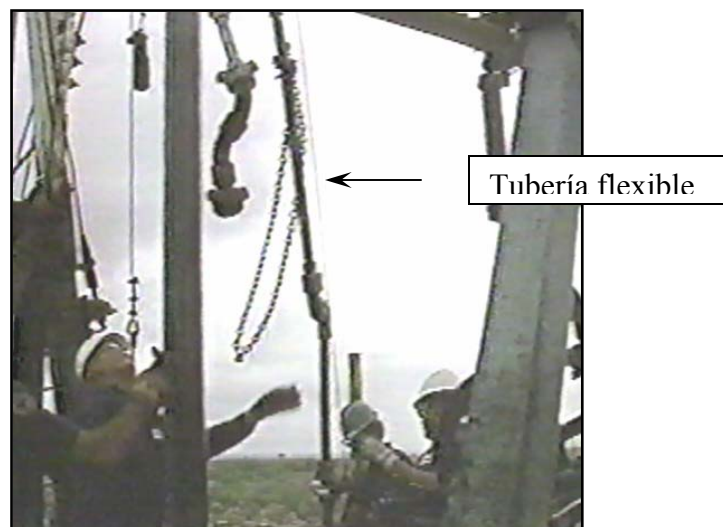


Fig.B-3. Tubería flexible de Alta Presión

El movimiento de la tubería de revestimiento es un factor fundamental para el rompimiento del lodo gelificado, y para aumentar la eficiencia del barrido del lodo que se encuentra previamente dentro del hoyo^[4,6], es decir, empujar el cemento a través del lodo gelificado. Esto se debe a que, como la tubería siempre se encuentra al menos un poco descentrada, existe siempre un lado ancho y un lado estrecho del anular haciendo que se forme una “medialuna” en vez de un anillo uniforme. El flujo necesita más energía para pasar a través del lado estrecho, por lo que el flujo en el anular no es uniforme (Figura B-4). Si la tubería no es movida, este comportamiento se mantiene permanentemente obteniéndose como consecuencia una distribución de cemento defectuosa (Fig.B-5A).

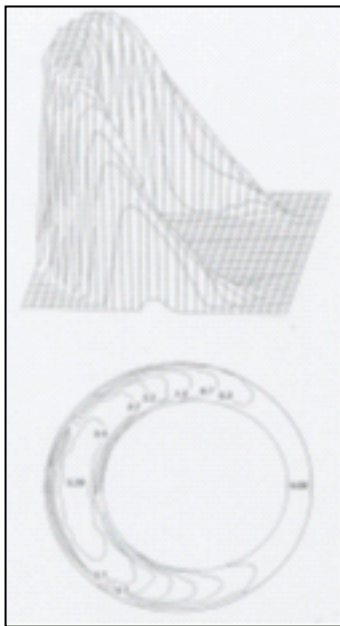


Fig.B-4. Perfil de Flujo en Anillo Excéntrico

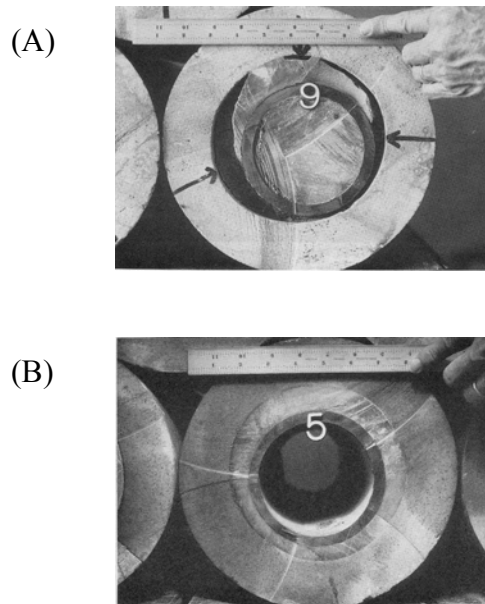


Fig.B-5. Sello de cemento. (A) Anillo Excéntrico. (B) Anillo Concéntrico

Al rotar la tubería se logra que el espacio del anular que en un instante es estrecho, sea luego espacio ancho. Este movimiento proporciona un efectivo desplazamiento del lodo por los fluidos lavadores, una mejor sustitución del espacio por la lechada de

cemento y por lo tanto, un sello de cemento más efectivo (Fig.B-5B). Al reciprocarse la tubería, ésta cambia de lugar en el hoyo (lado bajo al lado alto, etc.) y este constante “halar y empujar” la tubería también mejora la remoción de lodo ^[3,8].

Estudios realizados por Chevron han determinado que si la tubería no es movida, solamente el 50% de los trabajos de cementación son exitosos. Manteniendo las mismas condiciones pero incorporando movimiento de la tubería, el porcentaje de trabajos exitosos se incrementa hasta un 90%. Además, existen múltiples estudios acerca de los efectos del movimiento de la tubería sobre la calidad de la cementación ^[1,4,8], y todos concluyen que “al mover la tubería aumenta la calidad de la cementación”.

La rotación debe ser de 10 a 20 RPM ^[8] y la reciprocación debe tener una carrera de 10 a 20 ft. con una a dos carreras cada uno a dos minutos.

El movimiento comienza con la circulación de lodo inicial, se mantiene durante el bombeo de la lechada y continúa hasta que se bombea el tapón final. La combinación de rotación y reciprocación se ha empleado en pozos horizontales y puede ser usado tanto para sartas completas como para revestidores colgantes. Es importante resaltar que el movimiento de la tubería es mucho más fácil con lodos base aceite que con lodos base agua, debido a que la fricción con la pared es menor.

Anteriormente se veía como la única opción, para alcanzar una remoción de lodo efectiva, el aumento en la tasa de bombeo de lechada de cemento. Pero investigaciones de laboratorio ^[4,9], concluyeron que la transferencia de energía total del flujo tenía una mayor importancia sobre la efectividad de remoción de lodo.

Aunque el movimiento de la sarta siempre debe ser una meta, las condiciones del pozo pueden dictar que no debe ser intentado. Por ejemplo, arrastre excesivo puede evitar la reciprocación de la tubería. Si el torque no es excesivo debe planearse la rotación.

APÉNDICE C

FUNDAMENTOS DE PERFORACIÓN DE POZOS

Aunque este trabajo se centra en la cementación de tuberías de revestimiento, la cementación no puede verse como un proceso aislado, pues, está estrechamente ligado a la perforación, así como a otros procesos. Muchas veces se hace necesario cementar, después de perforar una primera etapa del pozo, y luego continuar con el proceso de perforación.

En esta sección, se induce al lector a los fundamentos de la tecnología de perforación de pozos de petróleo y gas. También se describen las condiciones a las que se enfrenta la perforación, así como el equipo empleado para hacerlo.

Si el lector está familiarizado con los conceptos y tecnologías de perforación de pozos, puede obviar esta sección.

C-1. INTRODUCCIÓN

Con la iniciación (1859) de la industria petrolera en los Estados Unidos de América, para utilizar el petróleo como fuente de energía, el abrir pozos petrolíferos se tornó en tecnología que, desde entonces hasta hoy, ha venido marcando logros y adelantos en la diversidad de tareas que constituyen esta rama. La mayoría de estos adelantos han venido surgiendo con las necesidades, principalmente porque se cada vez se hace más y más difícil encontrar petróleo y gas.

Para construir un pozo profundo en la actualidad, es necesario proceder en varias etapas. Inicialmente se perfora con una mecha hasta una cierta profundidad (Fig.C-1A); el hoyo se reviste con una tubería hasta ese punto, se cementa, y luego se emplea una mecha más pequeña para perforar la siguiente porción del hoyo (Fig.C-1B). Estas etapas pueden repetirse unas tres o cuatro veces dependiendo de la profundidad y condiciones del pozo (Fig.C-1C).

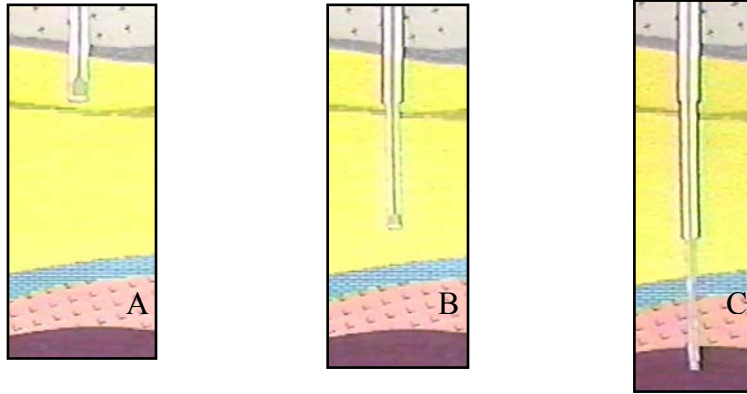


Fig.C-1. Perforación por Etapas

El hecho de perforar por etapas incrementa los costos, debido al aumento de tiempo entre bajada y subida de la tubería y al tiempo cementando cada revestidor (Ec.C-1). El costo por metro en un hoyo profundo en 1996 era de aproximadamente 425000 Bs./m ^[1]

$$Costo/m = \frac{Costo_{Fluido} + Costo_{mecha} + (Costo_{Taladro} / h) \cdot (h_{perforando} + h_{viaje})}{m_{formacióncortada}} \quad (C-1)$$

En casos extremos se hace imposible la extracción de la sarta. Esto puede ocasionar el abandono de la sarta y la pérdida del hoyo hecho, más la pérdida también de una cuantiosa inversión ^[1].

Las etapas se deben a que es necesario prevenir que la formación se desprenda dentro del hoyo. Además, muchas de las perforaciones son experimentales, y las condiciones en el fondo del pozo son hostiles y desconocidas, por lo que es preferible colocar la tubería de revestimiento.

Luego de culminar las etapas se procede a la terminación del pozo (Apéndice D)

C-2. PERFORACIÓN

La industria petrolera comenzó en 1859 utilizando el método de perforación a percusión, o perforación por cable (Fig.C-2), el cual dominó hasta la primera década del siglo XX. Para esta fecha se estrenaba el sistema de perforación rotatoria; el cual, debido a sus ventajas comparativas, como mejor control de la presión de la formación (entre otras), desplazó casi completamente al viejo método de perforación a percusión.



Fig.C -2. Perforación a Percusión

C-2.1. Equipo de perforación rotatoria

La perforación de un pozo de petróleo es un proceso complejo, que requiere maquinaria adecuada para servicio pesado. A pesar de los adelantos en sus componentes y nuevas técnicas de perforación, el principio básico de funcionamiento de la perforación rotativa (Fig.C-3) es el mismo. El equipo necesita en primera instancia una estructura que pueda soportar varios cientos de toneladas, pues, la profundidad del hoyo estará limitada por la capacidad de levantamiento de la máquina. El taladro debe soportar el peso de la tubería de perforación y equipos adicionales.

Al final de la tubería de perforación se conecta una mecha, mediante uno o más collares de perforación. Al otro extremo, la tubería está conectada a la mesa rotatoria. Esta mesa y una junta especial llamada junta Kelly proveen energía rotacional al ensamblaje.

Los componentes del taladro son:

- La planta de fuerza motriz
- El sistema de izaje
- El sistema rotatorio
- La sarta de perforación
- El sistema de circulación de fluidos de perforación

En la figura C-3 se puede apreciar la disposición e interrelación de los componentes mencionados.

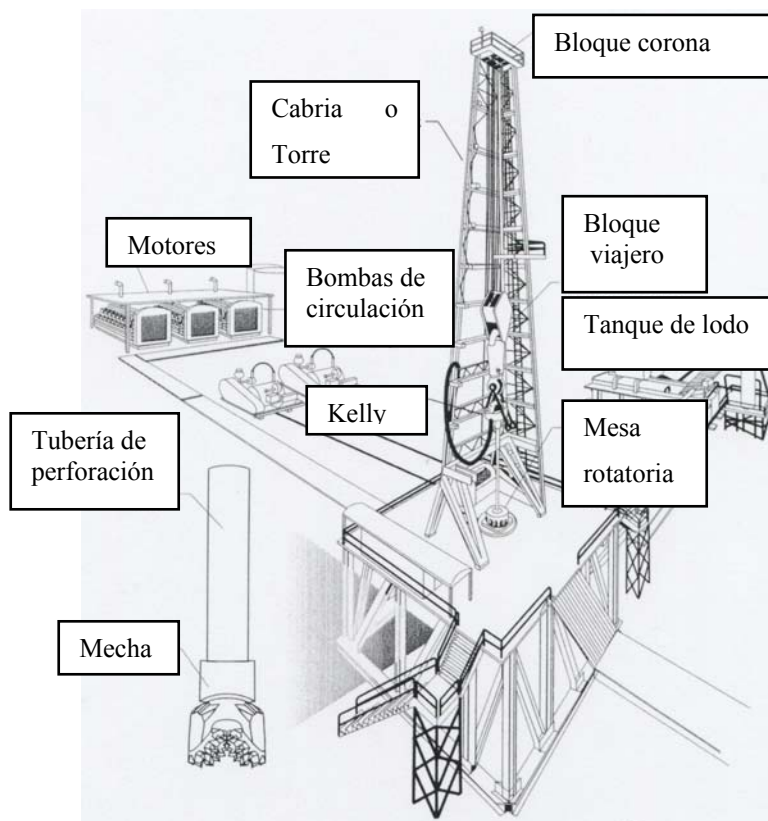


Fig.C-3: Componentes del sistema de perforación Rotativa

C-2.2. Sistema de circulación y el Fluido de Perforación

El sistema de circulación del fluido de perforación o “lodo de perforación”, es una parte esencial de la perforación. Sus dos componentes principales son el equipo que forma el circuito de circulación y el fluido propiamente dicho.

Las bombas de circulación (Fig.C-4A), toman del foso o tanque de lodo (Fig.C-4B), un determinado volumen de fluido; y lo envía a una cierta presión hasta el fondo del hoyo. Durante su recorrido, el fluido de perforación pasa por la tubería de descarga de la bomba, el tubo de paral (Fig.C-4C), la manguera, la junta rotatoria y la junta Kelly (Fig.C-4D), para luego bajar por dentro de la sarta de perforación y la mecha (Fig.C-4E). Después, asciende a la superficie por el espacio anular existente entre las paredes del hoyo y la sarta de perforación. Del espacio anular, el fluido de perforación sale por el tubo de descarga hacia el cernidor (Fig.C-4F), en el cual se separa los ripios del fluido, que de allí pasa al foso o tanque de toma, para ser otra vez succionado por la(s) bomba(s), y mantener la continuidad de la circulación.



A



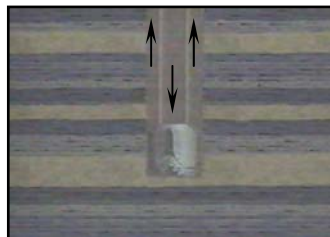
B



C



D



E



F

Fig.C-4: Sistema de Circulación de Lodo

Las Funciones del fluido de perforación son varias y todas muy importantes. Cada una de ellas, individualmente y en combinación son necesarias para lograr el avance eficiente de la mecha y la buena condición del hoyo. Estas funciones son:

- Suspender y transportar el ripio de la formación hasta la superficie; de manera que el fondo del hoyo se mantenga limpio, y la mecha avance eficazmente.
- Controlar, por medio del peso del fluido, la presión de las formaciones que corta la mecha.
- Enfriar y lubricar la mecha. Ayuda a mantener la rotación de los elementos cortantes de la mecha y prolonga la durabilidad de los elementos.
- Depositar sobre la pared del hoyo un revoque delgado, flexible y lo más impermeable posible, que impida la filtración del fluido evitando daños a la formación.
- Mantener por flotación la sarta de perforación y luego la tubería de revestimiento.
- Transmitir potencia hidráulica a la mecha.
- Proveer información geológica.

El fluido de perforación puede ser base agua o base aceite, cada uno con sus ventajas y desventajas.

El agua es uno de los mejores líquidos básicos para perforar, debido a su abundancia y bajo costo. El fluido de perforación base agua está compuesto de agua y una sustancia coloidal. Generalmente se emplea bentonita; que es un material de origen volcánico, compuesto por sílice y alúmina. Esto es muy favorable para la formación del revoque sobre la pared del hoyo.

El otro tipo de fluido de perforación es el fluido base aceite. En ocasiones se ha usado crudo liviano, pero generalmente se emplea Diesel u otro tipo de destilado pesado. El fluido base aceite presenta las siguientes ventajas respecto al fluido base agua:

- Incrementa la estabilidad en el hoyo
- Soporta mayores temperaturas
- Presenta menor torque y arrastre en hoyos desviados

- Menos sensible a los contaminantes
- Mantenimiento menos costoso, en ocasiones puede ser utilizado luego en otro pozo

Por otra parte es más costoso que el fluido base agua. Además, es más difícil de manejar en condición segura, debido al peligro de incendio.

APÉNDICE D

TERMINACIÓN DEL POZO

Entre la perforación de un pozo y su posterior producción, existe una operación crítica; que juega un papel determinante en el aprovechamiento del reservorio, la terminación del pozo.

Cementada la última sarta de revestimiento, que tiene doble función de revestidor y de sarta de producción, se procede a realizar el programa de terminación del pozo. Durante este programa, deben ser colocados ciertos equipos en el pozo. Previamente se realiza una evaluación técnico-económica del potencial productivo, para decidir si el pozo amerita ser terminado, estimulado o abandonado. Una buena terminación, maximiza el valor de un pozo a lo largo de su vida; optimizando su tasa de producción y minimizando sus costos operativos.

Las terminaciones pueden clasificarse según el método de producción, según el número de zonas, o según la interfase entre el agujero del hoyo y el reservorio (Fig.D-1). La última de ellas es la que tiene mayor relevancia para este trabajo. A continuación se describen brevemente las terminaciones del pozo según la interfase agujero-reservorio.

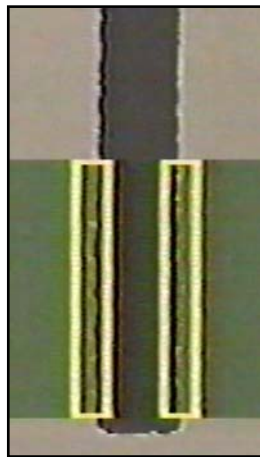


Fig.D-1. Interfase entre el Hoyo del Pozo y el Reservorio

D-1. Terminación de hoyo abierto

La tubería de producción se coloca justo por encima de la formación productiva, y el fondo se deja sin revestir. Este tipo de terminación maximiza la exposición de la zona productiva, presenta menores daños a la formación debido a cementación y cañoneo, es económica y facilita perforaciones posteriores. Por otra parte, no se tiene un buen control sobre los fluidos. Y presenta incapacidad de aislar zonas de agua o gas.

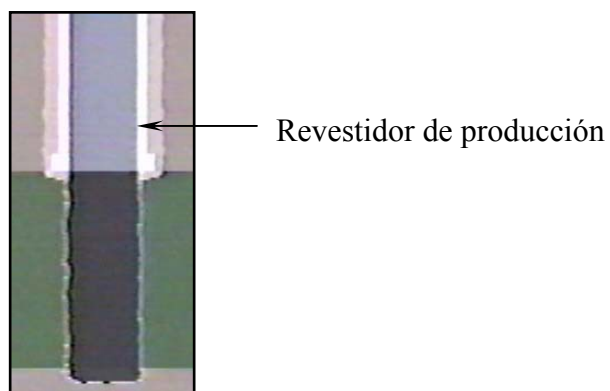


Fig.D-2. Terminación Hoyo Abierto

D-2. Terminación de revestidor colgante sin cementar

Fue usado inicialmente para prevenir colapso de arenas en terminaciones de hoyo descubierto. Todavía se consigue en algunas áreas, pero tiende a desaparecer.

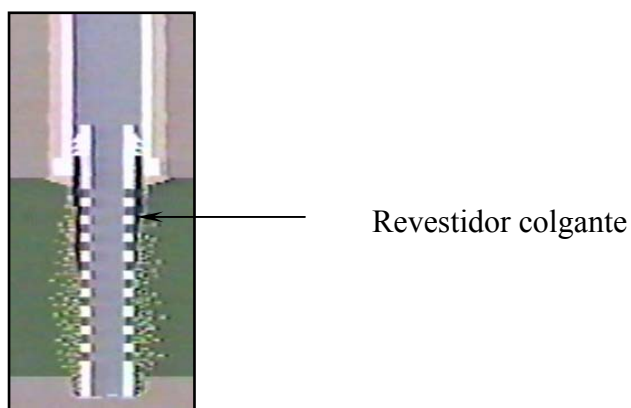


Fig.D-3. Terminación con Revestidor Sin Cementar

D-3. Terminación con Revestidor agujereado

Hoy en día es el tipo de terminación más común. Involucra la cementación del revestidor a través de la zona de producción y el subsiguiente cañoneo. Permite aislar zonas, generalmente más seguro y permite múltiples zonas de producción.

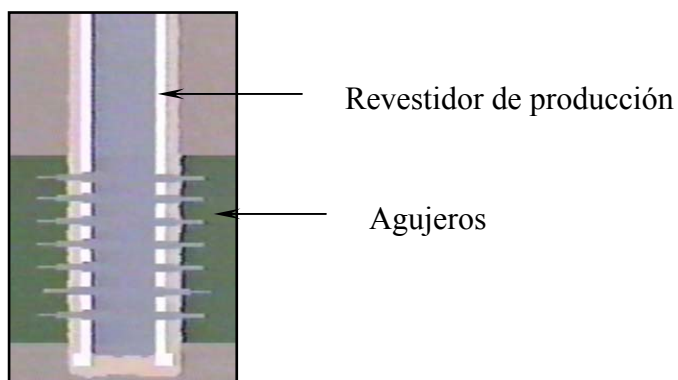


Fig.D-4. Terminación con Revestidor agujereado

La terminación puede darse sin “tubing”, donde el flujo es a través del revestidor de producción (Fig.D-5A). También puede ser con tubing, donde el flujo es a través del revestidor y tubing (Fig.D-5B), o a través del tubing solamente (Fig.D-5C)

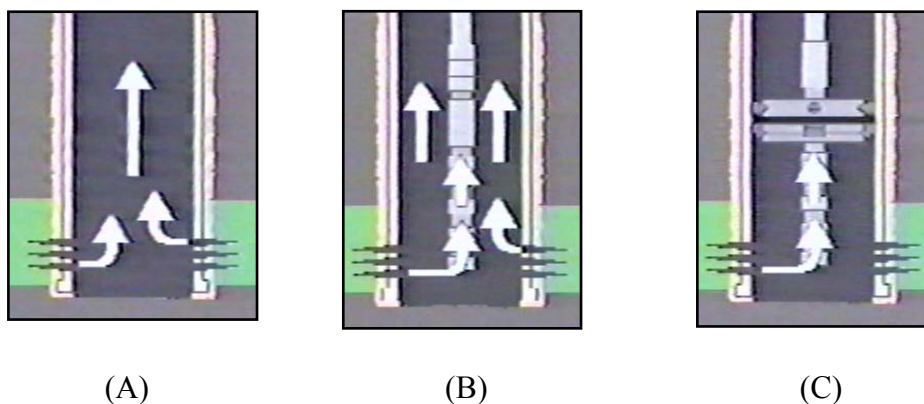


Fig.D-5. Tipos de Terminaciones con Revestidor Agujereado

D-3.1. Cañoneo

En la sección anterior hablamos sobre el proceso de cementación. El próximo paso importante en la construcción de un pozo, es permitir la entrada de los fluidos de producción; perforando la tubería de revestimiento, el cemento y la formación.

El proceso de “cañoneo”, no es simplemente, una cuestión de abrir huecos en el revestidor. Los agujeros deben ser lo suficientemente profundos, como para pasar cualquier formación dañada (Fig.D-6), debido a la perforación y la cementación. Los agujeros deben abrirse, en un número suficiente, de un diámetro y en una disposición tal, que se permita que los fluidos de la formación, fluyan hacia adentro del revestidor a través de ellos. Además, no deben ser obstruidos (por lodo o rebaba).

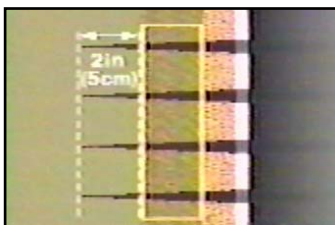


Fig.D-6. Profundidad Efectiva del Agujero

Existen muchas consideraciones en cuanto al tipo de cañones, método de operación y condiciones de cañoneo. Sin importar el caso, alcanzar de manera económica, los objetivos anteriormente descritos, es la meta de cualquier programa de cañoneo. Un cañoneo deficiente, puede hacer que se obtengan unos 200 barriles diarios, a partir de un potencial de 400 barriles por día. Un buen cañoneo nos ayuda a maximizar el valor de los hidrocarburos encontrados.

El cañoneo puede ser a bala o a chorro. El cañoneo a chorro, desarrollado durante la década de los 50's, emplea un mortero, sobre el cual se inicia eléctricamente una chispa (Fig.D-7A). La presión de la explosión (15 millones de psi), genera un chorro, a alta

velocidad (25000 ft/s), de metal fluido (Fig..D-7B). El chorro atraviesa el revestidor, el cemento y la formación (Fig.D-7C).

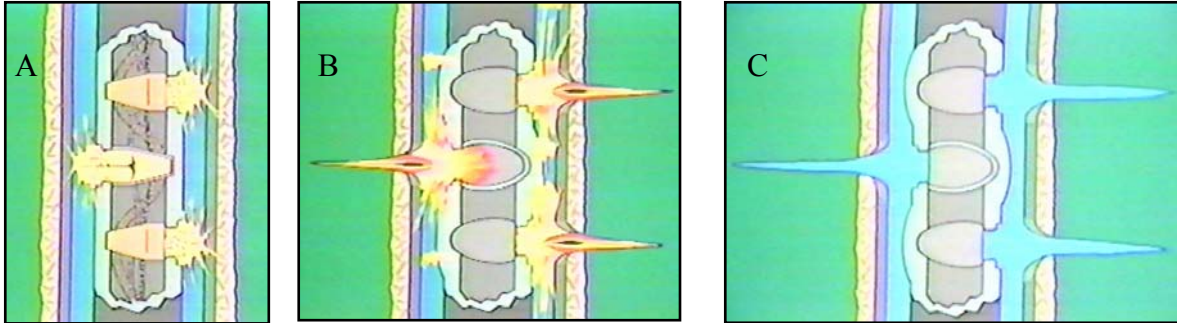


Fig.D-7. Proceso Convencional de Cañoneo

La longitud (2 a 20 pulgadas) y el diámetro (0.2 a 1 pulgada) del agujero, dependen del diseño del cañón y de los materiales que están siendo perforados. Además hay que considerar otros factores como holgura, profundidad del pozo, dirección de los cañones y presiones.

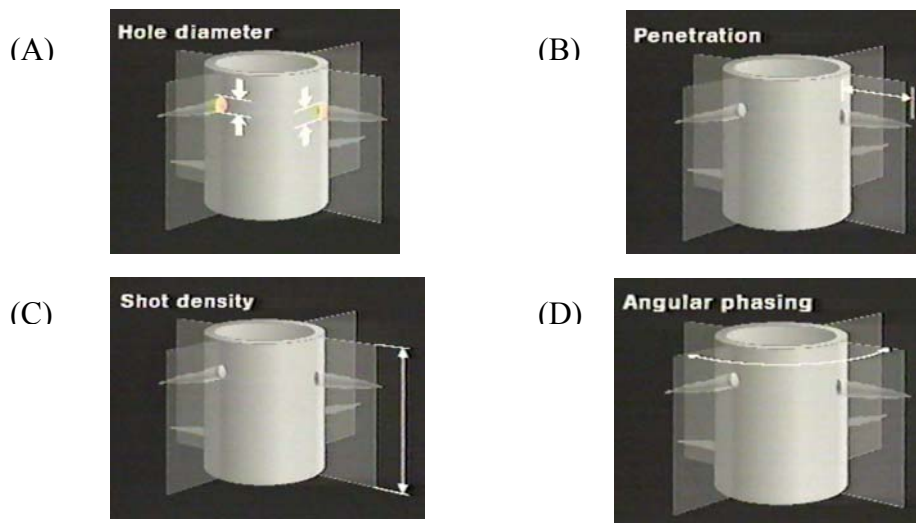


Fig.F-D: Parámetros de cañoneo. a) Diámetro del agujero. b) Penetración. c) Densidad. d) Ángulo de desfase

APÉNDICE E

VIGA-COLUMNAS

E-1. Carga Lateral y Compresión Axial Combinadas

Como primer caso en el uso de las ecuaciones de la viga-columna, consideremos una viga de longitud L simplemente apoyada (Fig.E-1) sometida a una carga lateral concentrada Q a una distancia c del extremo derecho.

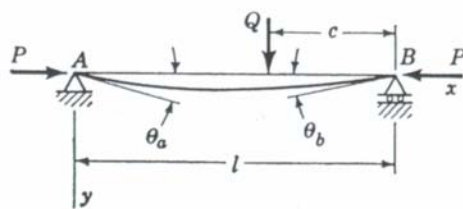


Fig.E-1. Viga-columna sometida a Carga Lateral Concentrada

El momento flector debido a la carga lateral Q , si ésta fuera la única carga, podría ser determinado de forma directa por estática. Sin embargo, en este caso, la fuerza axial P causa un momento flector que no se puede determinar hasta que las deflexiones sean conocidas. Por lo tanto, la viga-columna es estáticamente indeterminada y es necesario comenzar a resolver las ecuaciones diferenciales para la curva de deflexión de la viga. Los momentos flectores para los dos trozos en que Q divide la pieza son

A la izquierda de Q

$$M = \frac{Q \cdot c}{L} \cdot x + P \cdot y$$

A la derecha de Q

$$M = \frac{Q \cdot (L - c)}{L} \cdot (L - x) + P \cdot y$$

Por lo tanto, sustituyendo M en Ecuación Fundamental, las ecuaciones diferenciales de la elástica son

$$E \cdot I \cdot \frac{d^2}{dx^2} y = - \left(\frac{Q \cdot c}{L} \cdot x + P \cdot y \right) \quad (a) \quad E \cdot I \cdot \frac{d^2}{dx^2} y = - \left[\frac{Q \cdot (L - c)}{L} \cdot (L - x) + P \cdot y \right] \quad (b)$$

Para simplificar se introduce la siguiente notación

$$k^2 = \frac{P}{E \cdot I} \quad (E-1)$$

así, las ecuaciones (a) y (b) se convierten en

$$\frac{d^2}{dx^2} y + k^2 \cdot y = - \frac{Q \cdot c}{E \cdot I \cdot L} \cdot x \quad \frac{d^2}{dx^2} y + k^2 \cdot y = - \frac{Q \cdot (L - c)}{E \cdot I \cdot L} \cdot (L - x)$$

Las soluciones generales para estas ecuaciones diferenciales son

$$y = A \cdot \cos(k \cdot x) + B \cdot \sin(k \cdot x) - \frac{Q \cdot c}{P \cdot L} \cdot x \quad y = C \cdot \cos(k \cdot x) + D \cdot \sin(k \cdot x) - \frac{Q \cdot (L - c) \cdot (L - x)}{P \cdot L} \quad (c) \quad (d)$$

Las constantes de integración A, B, C y D se determinan por las condiciones de borde. Como las deflexiones en los extremos de la barra ($x = 0$ y $x = l$) son cero, se concluye que

$$A = 0 \quad C = -D \cdot \tan(k \cdot L) \quad (e)$$

En el punto de aplicación de la carga Q, tanto la deflexión como la tangente es la misma por la derecha y por la izquierda. Igualando las deflexiones y evaluando en $x = L - c$ obtenemos

$$B \cdot \sin[k \cdot (L - c)] - \frac{Q \cdot c}{P \cdot L} \cdot (L - c) = D \cdot [\sin[k \cdot (L - c)] - \tan(k \cdot L) \cdot \cos[k \cdot (L - c)]] - \frac{Q \cdot c}{P \cdot L} \cdot (L - c)$$

Igualando las tangentes y evaluando en $x = L - c$ obtenemos

$$B \cdot k \cdot \cos[k \cdot (L - c)] - \frac{Q \cdot c}{P \cdot L} = [D \cdot k \cdot [\cos[k \cdot (L - c)] + \tan(k \cdot L) \cdot \sin[k \cdot (L - c)]]] + \frac{Q \cdot (L - c)}{P \cdot L}$$

Resolviendo por para B y D

$$B = \frac{Q \cdot \sin(k \cdot c)}{P \cdot k \cdot \sin(k \cdot L)} \quad D = -\frac{Q \cdot \sin[k \cdot (L - c)]}{P \cdot k \cdot \tan(k \cdot L)} \quad (f)$$

Sustituyendo el valor de las constantes A, B, C y D, Ec. (e) y (f) en las ecuaciones (d) y (e) se obtienen las ecuaciones de deflexión

$$y = \frac{Q \cdot \sin(k \cdot c)}{P \cdot k \cdot \sin(k \cdot L)} \cdot \sin(k \cdot x) - \frac{Q \cdot c}{P \cdot L} \cdot x \quad 0 \leq x \leq L - c \quad (E-2)$$

$$y = \frac{Q \cdot \sin[k \cdot (L - c)]}{P \cdot k \cdot \sin(k \cdot L)} \cdot \sin[k \cdot (L - x)] - \frac{Q \cdot (L - c)}{P \cdot L} \cdot (L - x) \quad L - c \leq x \leq L \quad (E-3)$$

Con el fin de observar con mayor claridad los efectos de las cargas, se estudia a continuación el caso particular cuando la carga es aplicada en el centro de la viga. La deflexión máxima es obtenida entonces sustituyendo $x = c = L/2$ en la Ec. (E-2), resultando

$$\delta = y\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{Q}{2 \cdot P \cdot k} \cdot \left(\tan\left(\frac{k \cdot L}{2}\right) - \frac{k \cdot L}{2} \right) \quad (g)$$

Para simplificar se introduce una notación adicional

$$u = \frac{k \cdot L}{2} = \frac{L}{2} \cdot \sqrt{\frac{P}{E \cdot I}} \quad (E-4)$$

sustituyendo en la Ec. (g) se obtiene

$$\delta = \frac{Q \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} \cdot \left[\frac{3 \cdot (\tan(u) - u)}{u^3} \right] = \frac{Q \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} \cdot \chi(u) \quad (E-5)$$

El primer factor del miembro de la derecha en la ecuación, $\frac{Q \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$ representa la deflexión que se obtendría si únicamente actuara la carga lateral Q . El segundo factor, $\chi(u)$, indica la proporción en la cual crece esa deflexión por acción de la fuerza axial P [34]. Los valores de $\chi(u)$ pueden ser tabulados en función de u , que es función únicamente de P , cuando se fijan I , E y L [ver Ec. (E-4)].

Cuando P es pequeña, la cantidad u también es pequeña y el factor $\chi(u)$ se aproxima a la unidad, lo que indica que en este caso el efecto de la fuerza axial de compresión sobre la deflexión es despreciable. Cuando la cantidad u tiende a $\pi/2$, el factor $\chi(u)$ crece indefinidamente. En la Ec. (E-4) se observa que para que u alcance el valor de $\pi/2$, el valor que debe alcanzar la carga de compresión es

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} \quad (E-6)$$

Cuando P se aproxima al valor de P_{cr} (carga crítica o carga de Euler), aún la carga lateral más pequeña produce una deflexión lateral considerable. Tomando en cuenta la ecuación (E-6), la cantidad u [ver Ec. (E-4)] puede expresarse de la siguiente manera

$$u = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{P}{P_{cr}}} \quad (E-7)$$

por lo que u depende únicamente de la relación P/P_{cr} .

De forma análoga, la pendiente de la deflexión es obtenida diferenciando la ecuación (E-2), sustituyendo $c = L/2$ y evaluando en $x = 0$

$$\theta(0) = \frac{Q \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{2 \cdot (1 - \cos(u))}{u^2 \cdot \cos(u)} = \frac{Q \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I} \cdot \lambda(u) \quad (\text{E-8})$$

Nuevamente, el primer factor representa la pendiente producida únicamente por la carga lateral Q y el segundo factor $\lambda(u)$ el efecto de la carga axial. [1]

Recordemos que la forma de la solución de la ecuación diferencial dependerá de la sollicitación de la viga-columna. A continuación se muestran las soluciones para el resto de los casos de interés.

E-2. Varias Cargas Laterales Concentradas

El hecho de que las deflexiones son función lineal de Q (carga lateral), indica que el principio de superposición es válido^[33]. Consideremos entonces el caso de dos cargas laterales concentradas Q_1 y Q_2 actuando a distancias c_1 y c_2 del apoyo derecho respectivamente (Fig.E-2). Análogamente al caso anterior, encontramos que para este caso la ecuación de la deflexión es

$$E \cdot I \cdot \frac{d^2}{dx^2} y = -\frac{Q_1 \cdot c_1}{L} \cdot x - \frac{Q_2 \cdot c_2}{L} \cdot x - P \cdot y \quad x \leq L - c_2 \quad (\text{a})$$

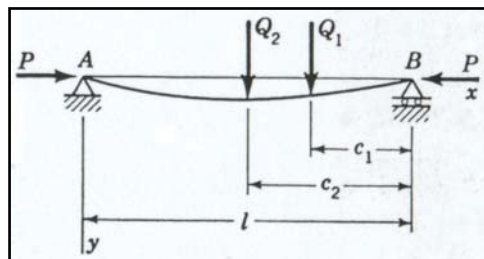


Fig.E-2. Viga-columna con Varias Cargas Laterales Concentradas

Si denotamos y_1 a la deflexión debida a Q_1 y denotamos y_2 a la deflexión debida a Q_2 , las ecuaciones de deflexión producida por las cargas individuales serán

$$E \cdot I \cdot \frac{d^2}{dx^2} y_1 = -\frac{Q_1 \cdot c_1}{L} \cdot x - P \cdot y_1$$

$$E \cdot I \cdot \frac{d^2}{dx^2} y_2 = -\frac{Q_2 \cdot c_2}{L} \cdot x - P \cdot y_2$$

Sumando estas dos ecuaciones

$$E \cdot I \cdot \frac{d^2}{dx^2} (y_1 + y_2) = -\frac{Q_1 \cdot c_1}{L} \cdot x - \frac{Q_2 \cdot c_2}{L} \cdot x - P \cdot (y_1 + y_2)$$

luego, “cuando existen varias cargas actuando en una barra comprimida, la deflexión resultante se puede obtener por superposición de las deflexiones producidas separadamente por cada carga lateral actuando en combinación con la fuerza longitudinal P [33]. Siendo así, consideremos n fuerzas laterales Q_1, Q_2, \dots, Q_n y sus distancias al extremo derecho de la viga son c_1, c_2, \dots, c_n donde $c_1 < c_2 < \dots < c_n$. Usando la Ecuaciones (1-7) y (1-8) para carga lateral individual, la deflexión entre las cargas consecutivas Q_m y Q_{m+1} viene dada por la ecuación

$$y = \frac{\text{sen}(k \cdot x)}{P \cdot k \cdot \text{sen}(k \cdot L)} \cdot \sum_{i=1}^m Q_i \cdot \text{sen}(k \cdot c_i) - \frac{x}{P \cdot L} \cdot \sum_{i=1}^m Q_i \cdot c_i + \frac{\text{sen}[k \cdot (L - x)]}{P \cdot k \cdot \text{sen}(k \cdot L)} \cdot \sum_{i=m+1}^n Q_i \cdot \text{sen}[k \cdot (L - c_i)] - \frac{(L - x)}{P \cdot L} \cdot \sum_{i=m+1}^n Q_i \cdot (L - c_i) \quad (\text{E-9})$$

E-3. Carga Lateral Distribuida

Las ecuaciones del caso anterior pueden ser adaptadas a este caso cambiando las sumatorias por integrales. Tomemos el caso de una carga lateral uniforme de intensidad q actuando sobre una barra comprimida simplemente apoyada (Fig.E-3), denotemos como c la variable distancia del extremo derecho al elemento $q \cdot dc$ de la carga continua. Este

elemento puede ser considerado como una carga concentrada infinitesimal y la carga uniforme puede ser reemplazada por un sistema de dichas cargas infinitesimales. Luego, usando la ecuación (E-9) y reemplazando las sumatorias de $i=1$ a $i=m$ por una integración desde 0 a $l-x$ y la sumatoria de $i=m+1$ hasta $i=n$ por una integración desde $l-x$ hasta l , obtenemos

$$y = \frac{\text{sen}(k \cdot x)}{P \cdot k \cdot \text{sen}(k \cdot L)} \int_0^{L-x} q \cdot \text{sen}(k \cdot c) \, dc - \frac{x}{P \cdot L} \int_0^{L-x} q \cdot c \, dc + \frac{\text{sen}[k(L-x)]}{P \cdot k \cdot \text{sen}(k \cdot L)} \int_{L-x}^L q \cdot \text{sen}[k(l-c)] \, dc - \frac{L-x}{P \cdot l} \int_{L-x}^L q \cdot (L-c) \, dc \quad (a)$$

Después de integrar y usando la notación (E-4) obtenemos la siguiente ecuación para la deflexión:

$$y = \frac{q \cdot L^4}{16 \cdot E \cdot I \cdot u^4} \left(\frac{\cos\left(u - \frac{2 \cdot u \cdot x}{L}\right)}{\cos(u)} - 1 \right) - \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot E \cdot I \cdot u^2} \cdot x(L-x) \quad (E-10)$$

Diferenciando la ecuación (E-10), encontramos la expresión para la pendiente de la curva de deflexión. Posteriormente será necesario conocer la pendiente en los extremos de la barra. Sustituyendo $x = 0$ en la expresión general de esta pendiente se obtiene

$$\theta(0) = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{3 \cdot (\tan(u) - u)}{u^3} = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I} \cdot \chi(u) \quad (E-11)$$

De nuevo, el primer factor representa la pendiente en el extremo cuando actúa únicamente la carga uniforme. El segundo factor es $\chi(u)$ y representa el efecto sobre la pendiente de la fuerza longitudinal P .

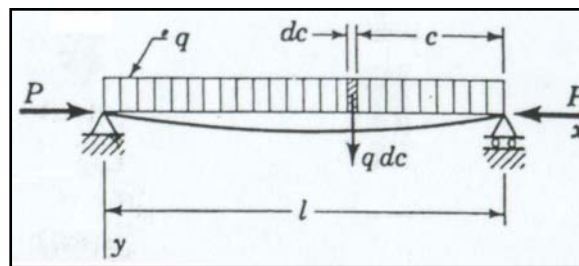


Fig.E-3. Viga-columna Sometida a Carga Lateral Distribuida

E-4. Flexión en viga-columna debido a Pares

Conocida la solución para una carga lateral concentrada (Fig.E-1), asumamos que la distancia c se aproxima a cero y que, al mismo tiempo, Q crece de forma que el producto $Q \cdot c$ sigue siendo un valor finito e igual a M_b (Fig.E-4). La curva de deflexión se obtiene entonces de la ecuación (E-2) sustituyendo $\text{sen}(k \cdot c) = k \cdot c$ y $Q \cdot c = M_b$, obteniéndose

$$y = \frac{M_b}{P} \cdot \left(\frac{\text{sen}(k \cdot x)}{\text{sen}(k \cdot L)} - \frac{x}{L} \right) \quad (\text{E-12})$$

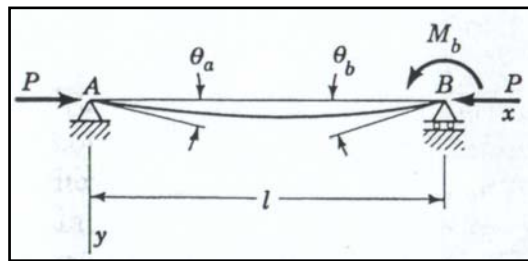


Fig.E-4. Viga-columna Sometida a Par

Posteriormente necesitaremos las ecuaciones que proporcionan los pequeños ángulos de rotación θ_a y θ_b en los extremos de la barra. Estos ángulos son considerados positivos cuando rotan en la dirección mostrada en la figura (B-4). Tomando la derivada de la ecuación (E-12) se obtiene

$$\theta_a = \frac{M_b}{P} \cdot \left(\frac{k}{\text{sen}(k \cdot L)} - \frac{1}{L} \right) = \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{3}{u} \cdot \left(\frac{1}{\text{sen}(2 \cdot u)} - \frac{1}{2 \cdot u} \right) \quad (\text{E-13})$$

$$\theta_b = -\frac{M_b}{P} \cdot \left(\frac{k \cdot \cos(k \cdot L)}{\text{sen}(k \cdot L)} - \frac{1}{L} \right) = \frac{M_b \cdot L}{3 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{3}{2 \cdot u} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot u} - \frac{1}{\tan(2 \cdot u)} \right) \quad (\text{E-14})$$

Las expresiones $\frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{3}{u}$ y $\frac{M_b \cdot L}{3 \cdot E \cdot I} \cdot \frac{3}{2 \cdot u}$ para cuando solamente actúa el momento M_b , están multiplicadas por los factores trigonométricos, que representan la influencia de la carga axial P sobre los ángulos de rotación en los extremos. Para simplificar las expresiones, emplearemos la siguiente notación

$$\phi(u) = \frac{3}{u} \cdot \left(\frac{1}{\text{sen}(2 \cdot u)} - \frac{1}{2 \cdot u} \right) \quad (\text{E-15})$$

$$\psi(u) = \frac{3}{2 \cdot u} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot u} - \frac{1}{\tan(2 \cdot u)} \right) \quad (\text{E-16})$$

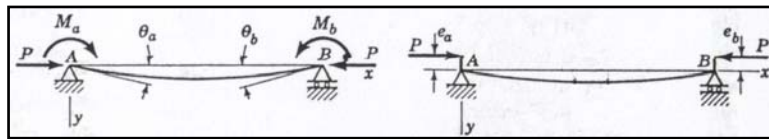
Si se aplican dos pares M_a y M_b en los extremos A y B de la barra (Fig.E-5A), la curva de deflexión puede ser obtenida por superposición. De la ecuación (E-12) obtenemos la deflexión producida por el par M_b . Luego, sustituyendo M_a por M_b y $(L-x)$ por x en la misma ecuación encontramos la deflexión producida por el par M_a . Adicionando estos resultados se obtiene la curva de deflexión para el caso representado en la figura E-5.A.

$$y = \frac{M_b}{P} \cdot \left(\frac{\text{sen}(k \cdot x)}{\text{sen}(k \cdot L)} - \frac{x}{L} \right) + \frac{M_a}{P} \cdot \left[\frac{\text{sen}[k \cdot (L - x)]}{\text{sen}(k \cdot L)} - \frac{L - x}{L} \right] \quad (\text{E-17})$$

Los ángulos θ_a y θ_b se obtienen usando las Ecuaciones (E-13) y (E-14), y las notaciones (E-15) y (E-16). Entonces por superposición tenemos

$$\theta_a = \frac{M_a \cdot L}{3 \cdot E \cdot I} \cdot \psi(u) + \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \phi(u)$$

$$\theta_b = \frac{M_b \cdot L}{3 \cdot E \cdot I} \cdot \psi(u) + \frac{M_a \cdot L}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \phi(u) \quad (\text{E-18})$$



(A)

(B)

Fig.E-5. Viga-columna Sometida a Pares en sus Extremos

E-5. Vigas Continuas con Acciones Axiales y Transversales

Para el caso de una viga continua sobre soportes rígidos con cargas axiales y transversales (Fig.E-6), es ventajoso considerar a los momentos flexionantes de la viga en los apoyos intermedios como redundantes^[Tim,Elast(33)]. Esta elección simplifica enormemente los cálculos ya que nos conduce a un sistema de ecuaciones simultáneas en el que no aparecen más de tres incógnitas en cada ecuación sin importar el número de redundantes^[Gere(35)].

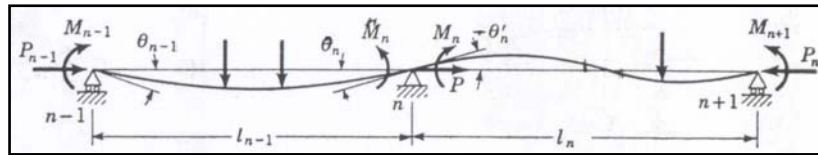


Fig.E-6. Viga Continua Sometida a Acciones Axiales y Transversales

Cuando los momentos flexionantes se retiran de la estructura, se interrumpe la continuidad de la viga en los apoyos, por lo que, la estructura liberada consiste en una serie de vigas simples. Cada una de estas vigas está sometida a las cargas externas que actúan sobre ella, junto a dos momentos flexionantes en sus extremos (Fig.E-7).

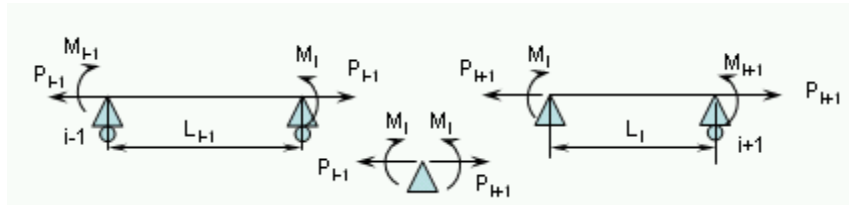


Fig.E-7. Viga Continua separada como Vigas Simples

Denotemos $1, 2, \dots, m$ los soportes consecutivos; M_1, M_2, \dots, M_m sus correspondientes momentos flexionantes; L_1, L_2, \dots, L_{m-1} las longitudes de los claros y u_1, u_2, \dots, u_{m-1} los correspondientes valores de la cantidad u (Ec.E-4) de cada claro. La fuerza axial y la rigidez a la flexión pueden variar de un claro a otro, pero son asumidas constantes a lo largo del claro.

Consideremos dos claros consecutivos entre los soportes n-1, n y n+1, como se muestra en la figura E-6. Los momentos flectores se asumen positivos en la dirección mostrada en la figura, es decir, cuando causan una compresión en las fibras superiores de la viga. Los ángulos de rotación se toman positivos cuando ocurren en la misma dirección de los momentos positivos.

La relación entre los momentos M_{n-1} , M_n y M_{n+1} se obtiene de la condición de que, en el soporte intermedio n las pendientes de la curva de deflexión debe ser la misma para ambos claros, es decir, el ángulo de rotación θ_n en el extremo derecho del claro n-1 debe ser igual en magnitud pero de signo opuesto al ángulo θ_n' en el extremo izquierdo del claro n, por lo tanto

$$\theta_n = -\theta_n' \quad (a)$$

Los ángulos de rotación se determinan considerando cada claro como una viga simplemente apoyada sujeta a carga lateral y momento en los extremos. Luego, la expresión de θ_n constará de dos partes, la primera dependiente de la carga lateral denotada por θ_{on} (para el caso de carga lateral que corresponda), y la segunda, dependiente de los momentos M_{n-1} y M_n en los extremos de la viga (Ec.E-18), luego

$$\theta_n = \theta_{on} + \frac{M_{n-1} \cdot L_{n-1}}{6 \cdot E \cdot I_{n-1}} \cdot \phi(u_{n-1}) + \frac{M_n \cdot L_{n-1}}{3 \cdot E \cdot I_{n-1}} \cdot \psi(u_{n-1}) \quad (b)$$

Análogamente, se puede obtener la expresión de θ_n' . Sustituyendo las expresiones de θ_n y θ_n' en la ecuación (a) obtenemos

$$\theta_{on} + \frac{M_{n-1} \cdot L_{n-1}}{6 \cdot E \cdot I_{n-1}} \cdot \phi(u_{n-1}) + \frac{M_n \cdot L_{n-1}}{3 \cdot E \cdot I_{n-1}} \cdot \psi(u_{n-1}) = - \left(\theta'_{on} + \frac{M_n \cdot L_n}{3 \cdot E \cdot I_n} \cdot \psi(u_n) + \frac{M_{n+1} \cdot L_n}{6 \cdot E \cdot I_n} \cdot \phi(u_n) \right)$$

De donde

$$M_{n-1} \cdot \phi(u_{n-1}) + 2 \cdot M_n \cdot \left(\psi(u_{n-1}) + \frac{L_n \cdot I_{n-1}}{L_{n-1} \cdot I_n} \cdot \psi(u_n) \right) + M_{n+1} \cdot \frac{L_n}{L_{n-1}} \cdot \frac{I_{n-1}}{I_n} \cdot \phi(u_n) = -\frac{6 \cdot E \cdot I_{n-1}}{L_{n-1}} \cdot (\theta_{on} + \theta'_{on}) \quad (E-19)$$

A esta ecuación se le conoce como la *Ecuación de los Tres Momentos* para vigas con carga axial. Es importante recordar que θ_{on} y θ'_{on} representan la contribución de la carga lateral (concentrada, distribuida, etc.) y pueden ser calculados por los métodos anteriormente descritos (E-1 a E-2). Por lo tanto, la Ec.E-19 contiene solamente 3 incógnitas, los momentos M_{n-1} , M_n y M_{n+1} . Escribiendo esta ecuación para cada soporte intermedio de la viga continua y usando las condiciones en el primer y último apoyo, obtenemos ecuaciones suficientes para calcular todos los momentos.

E-6. Vigas continuas con apoyos en distintos niveles

Supóngase que los apoyos de una viga continua no están al mismo nivel y que están orientados como se muestra en la figura (E-8). Las líneas punteadas no representan el eje de la viga sino son únicamente líneas rectas entre los puntos de apoyo; β_a y β_b representan los ángulos de inclinación de estas rectas, supuestos positivos cuando el apoyo derecho está mas bajo que el apoyo izquierdo.

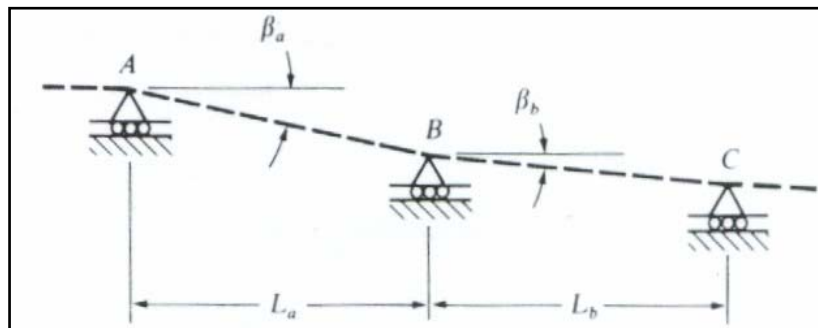


Fig.E-8. Viga Continua con Apoyos en Niveles Diferentes

Regresando a la ecuación escrita para θ_n [Ec. (b)], los términos existentes permanecerán intactos, pero además se debe considerar el efecto del ángulo βa . La presencia del ángulo βa reduce el valor de θ_n de forma que en vez de obtener (b) obtenemos

$$\theta_n = \left(\theta_{on} + \frac{M_{n-1} \cdot L_{n-1}}{6 \cdot E \cdot I_{n-1}} \cdot \phi(u_{n-1}) + \frac{M_n \cdot L_{n-1}}{3 \cdot E \cdot I_{n-1}} \cdot \psi(u_{n-1}) \right) - \beta a$$

De forma análoga, el efecto de βb en θ_n' será

$$\theta_n' = \left(\theta'_{on} + \frac{M_n \cdot L_n}{3 \cdot E \cdot I_n} \cdot \psi(u_n) + \frac{M_{n+1} \cdot L_n}{6 \cdot E \cdot I_n} \cdot \phi(u_n) \right) + \beta b$$

Sustituyendo en la ecuación de compatibilidad ($\theta_n = \theta_n'$)

$$M_{n-1} \cdot \phi(u_{n-1}) + 2 \cdot M_n \cdot \left(\psi(u_{n-1}) + \frac{L_n \cdot I_{n-1}}{L_{n-1} \cdot I_n} \cdot \psi(u_n) \right) + M_{n+1} \cdot \frac{L_n}{L_{n-1}} \cdot \frac{I_{n-1}}{I_n} \cdot \phi(u_n) = -\frac{6 \cdot E \cdot I_{n-1}}{L_{n-1}} \cdot (\theta_{on} + \theta'_{on}) + \frac{6 \cdot E \cdot I_{n-1}}{L_{n-1}} \cdot (\beta a - \beta b)$$

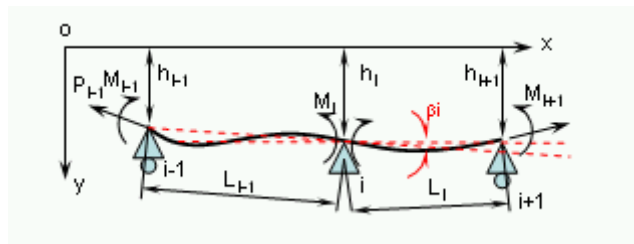


Fig.E-9. Viga continua, Todos los Efectos Simultáneamente

Si la posición de los apoyos es conocida (Fig.B-9)

$$\beta_a = \arcsen\left(\frac{h_n - h_{n-1}}{L_{n-1}}\right) \quad \text{y} \quad \beta_b = \arcsen\left(\frac{h_{n+1} - h_n}{L_n}\right)$$

Además, llamando $\beta_n = \beta_a - \beta_b$ (Ver Figura E-9)

$$M_{n-1} \cdot \phi(u_{n-1}) + 2 \cdot M_n \cdot \left(\psi(u_{n-1}) + \frac{L_n \cdot I_{n-1}}{L_{n-1} \cdot I_n} \cdot \psi(u_n) \right) + M_{n+1} \cdot \frac{L_n}{L_{n-1}} \cdot \frac{I_{n-1}}{I_n} \cdot \phi(u_n) = -\frac{6 \cdot E \cdot I_{n-1}}{L_{n-1}} \cdot (\beta_n - \theta_{on} - \theta'_{on})$$

(Ecuación empleada en el modelo)

Nota: Compárese con la Ec. (E-19), la única variación es β_n

APÉNDICE F
EFFECTO DE FLOTACIÓN SOBRE EL PESO, CARGAS AXIALES Y
LATERALES ACTUANTES EN LA TUBERÍA

En este apéndice se discute el efecto de la flotación sobre el peso de la sarta. También contiene el procedimiento para la determinación de los valores de carga, actuando en la dirección transversal y axial de la tubería.

F-1. Efecto de la Flotación Sobre el Peso Efectivo de la Sarta

El peso de la tubería en el aire se calcula multiplicando su peso nominal w_n [lb/ft] por la longitud de la tubería. Sin embargo, cuando la tubería está inmersa en el fluido de perforación, su peso efectivo se reduce debido a una fuerza de flotación, que es igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo de la sarta (Principio de Arquímedes). Debido a esto, es importante tomar en cuenta la fuerza de flotación en el cálculo del peso de la sarta. El peso efectivo puede expresarse como:

$$W_e = W_{\text{aire}} - W_{\text{flot}} \quad (\text{F-1})$$

Donde:

W_{aire} = Peso de la sarta en el aire, lbf

W_e = Peso efectivo de la sarta, lbf

W_{flot} = Fuerza de Flotación, lbf

La ecuación F-1 puede escribirse como:

$$W_e = L \cdot A_s \cdot \gamma_s - L \cdot A_s \cdot \gamma_i = L \cdot A_s \cdot (\gamma_s - \gamma_i) = L \cdot A_s \cdot \gamma_s \cdot \left(1 - \frac{\gamma_i}{\gamma_s}\right) = W_{aire} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_i}{\gamma_s}\right)$$

o

$$W_e = W_{aire} \cdot BF \quad (F-2)$$

donde

$$BF = \left(1 - \frac{\gamma_i}{\gamma_s}\right)$$

siendo:

γ_s = Peso específico del acero, 65.4 lb/gal

γ_i = Peso específico del fluido de perforación, lb/gal

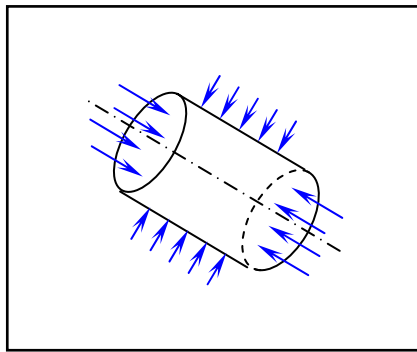
BF = Factor de flotación, adimensional

La flotación de la tubería es la misma en cualquier posición. Sin embargo, cuando la posición es vertical, la fuerza entera está concentrada en el extremo de abajo; mientras que en posición horizontal, se encuentra uniformemente distribuida a lo largo de la longitud. En posiciones entre horizontal y vertical, la fuerza es una mezcla entre concentrada y distribuida.

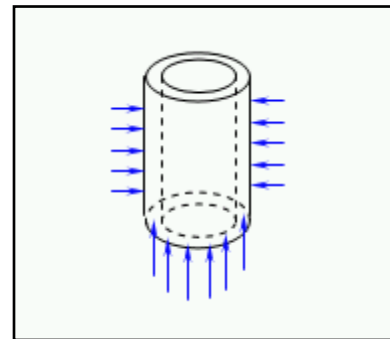
Podría argumentarse que la flotación es una carga distribuida aún cuando la posición de la sarta es vertical y, por lo tanto, reduce el peso de cada incremento de la tubería en un valor igual al peso del fluido desplazado por el incremento. Sin embargo, este argumento es incorrecto ^[13,32,31].

Para considerar el efecto del peso de la sarta en el modelo planteado inicialmente, se emplean las componentes rectangulares del peso efectivo We , en la dirección axial y transversal de la sarta. Sin embargo, para el modelo recomendado se introducen ciertas modificaciones.

Usar el concepto de peso efectivo en la dirección axial de la sarta es incorrecto, porque esta expresión se desarrolla a partir de suponer que la sección de la tubería está sumergida, y está completamente rodeado de fluido (Fig.F-1), que ejerce presión sobre toda la superficie (Incluyendo las tapas del cilindro). En las condiciones reales ningún elemento se encuentra en esta situación, por lo menos en la dirección axial. El extremo inferior de la sarta es el único elemento que sufre una acción axial debida al fluido. Por ejemplo, para una tubería vertical, la única área, que la presión de fluido puede empujar hacia arriba, es la sección transversal de la tubería en el fondo (Fig.F-2).



**Fig.F-1. Fuerzas debidas al fluido exterior
Actuando en dirección normal a la
Superficie del elemento (incorrecto)**



**Fig.F-2. Fuerzas del fluido exterior
Actuando sobre el elemento más
bajo de la sarta**

Debido a lo anterior, en el Método de Solución del modelorecomendado; se emplea el peso efectivo (W_e) para la componente lateral, y el peso de la tubería de acero (W_s), para la componente axial (Fig. F-3). Es decir:

$$F_{Lat} = (w_e \cdot L) \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{\Delta\theta}{2}\right)$$

y

$$F_{Ax} = (w_s \cdot L) \cdot \text{sen}\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right)$$

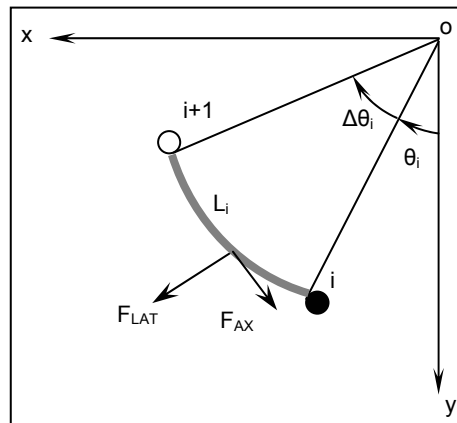


Fig. F-3. Componentes Laterales y Axiales Debidas al Peso

Donde:

F_{Lat} = Fuerza concentrada en dirección lateral de la sarta, lbf

F_{Ax} = Fuerza concentrada en dirección axial de la sarta, lbf

w_e = Peso efectivo de la tubería, lbf/ft

L = Longitud del tramo de tubería, ft

θ_i = Ángulo de referencia del tramo, °

$\Delta\theta_i$ = Incremento del ángulo de referencia a lo largo del tramo, °

Para usar correctamente la ecuación 4-1 del Método de Solución, se debe asignar a “Pi” en $i=0$ (P_o), un valor de compresión; considerando el nivel de presión en ese punto. La acción axial del fluido es de compresión, debido a que existe una presión hidrostática actuando sobre la sección transversal de la sarta (Fig.F-2), de forma tal que la fuerza axial está concentrada en el extremo de la tubería (Fig.F-4B). Muchos modelos previos asumen cero como valor de tensión en ese punto.

F-2. Efectos de la Presión Hidrostática sobre el Perfil de Tensiones

Como la fuerza hidrostática puede actuar tanto hacia arriba como hacia abajo, la flotación será el efecto resultante de estas fuerzas, y las fuerzas de compresión usualmente existen en la parte inferior de la tubería (Fig.F-4B).

La Figura F-4, ilustra el efecto de la flotación sobre el perfil de esfuerzos axiales. Si no existe fluido (Fig.F-4A), el esfuerzo axial en un punto debido al peso, es el peso de la tubería por debajo de ese punto, y no hay esfuerzo axial en el fondo. Cuando la tubería está sometida a presión hidrostática (Fig.F-4B), el esfuerzo axial debido a peso a una cierta profundidad, es la presión hidrostática al final de la tubería menos el peso en aire de la tubería por debajo del punto estudiado.

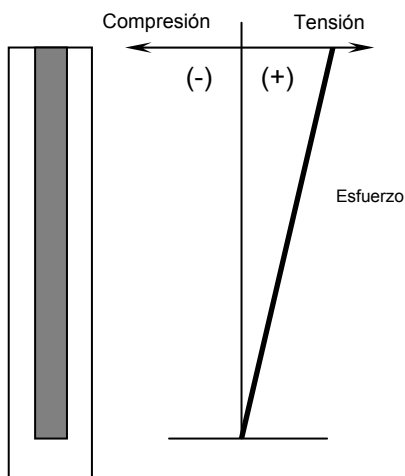


Fig.F-4A. Esfuerzo Axial debido al peso Sin considerar la presión

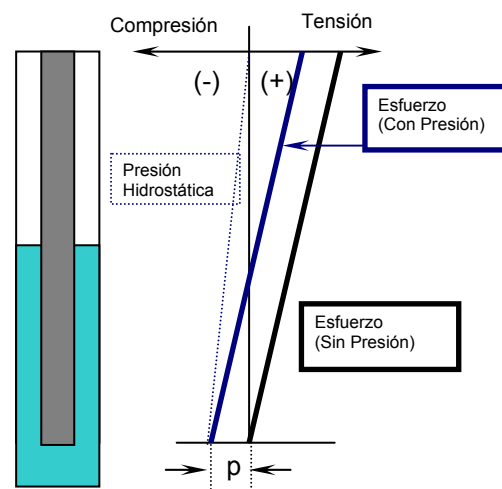


Fig.F-4B. Esfuerzo axial debido al peso Considerando la presión

La flotación es comúnmente pensada como una fuerza igual al peso del fluido desplazado. Una descripción más apropiada para relacionarla con los esfuerzos en la tubería, es el resultado de las fuerzas debido a una presión hidrostática aplicada verticalmente a los hombros expuestos (Fig.F-5)

En el modelo recomendado se observarán unos cambios discretos en el perfil de tensión debido a los cambios de diámetro. Lo anterior se explica porque la presión actúa sobre la superficie libre de los cambios de diámetro (Fig.F-5), resultando en una carga concentrada en la dirección axial.

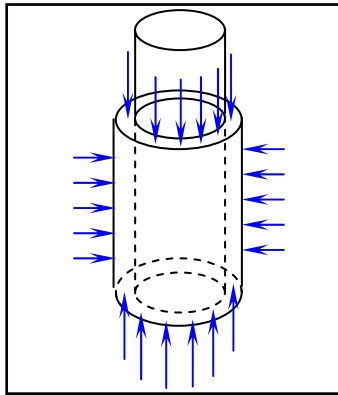


Fig.F-5. Presión actuando sobre la superficie libre en un cambio de diámetro

F-3. Fluidos dentro y fuera de la tubería de diferentes densidades

La ecuación F-2 es válida solo cuando el revestidor está inmerso, y el peso específico del fluido por dentro y por fuera de la sarta es el mismo. Durante la operación de cementación, el fluido que se encuentra por dentro del revestidor, es desplazado progresivamente por un cemento de mayor peso específico incrementándose el peso efectivo de la sarta colgante. A medida que la operación de cementación continúa, el cemento fluye por el anular hacia arriba, desplazando el fluido de menor peso; por ende,

aumentando la fuerza de flotación y resultando en una disminución del peso efectivo de la tubería.

Para determinar la flotación cuando la densidad de los fluidos por dentro y por fuera de la tubería difiere, consideremos la sarta y el fluido en su interior como un único cuerpo. El peso en aire del conjunto será:

$$w = w_s + w_i$$

$$w = \rho_s \cdot g \cdot [\pi \cdot (r_o^2 - r_i^2)] + \rho_i \cdot g \cdot (\pi \cdot r_i^2)$$

$$w = \pi \cdot g \cdot [\rho_s \cdot (r_o^2 - r_i^2) + \rho_i \cdot r_i^2]$$

Ahora, tomando en cuenta el fluido externo, el peso efectivo será:

$$w_e = \pi \cdot g \cdot [\rho_s \cdot (r_o^2 - r_i^2) + \rho_i \cdot r_i^2 - \rho_o \cdot r_o^2]$$

Es conveniente obtener el factor de flotación, separado de la expresión que representa el peso de la sarta n aire ($w_s = \rho_s \cdot g \cdot [\pi \cdot (r_o^2 - r_i^2)]$). Luego, se expresa la ecuación anterior como:

$$w_e = \pi \cdot \rho_s \cdot g \cdot (r_o^2 - r_i^2) \cdot \left[1 + \frac{\rho_i \cdot r_i^2 - \rho_o \cdot r_o^2}{\rho_s \cdot (r_o^2 - r_i^2)} \right]$$

donde el factor de flotación está representado por:

$$BF = \left[1 + \frac{\rho_i \cdot r_i^2 - \rho_o \cdot r_o^2}{\rho_s \cdot (r_o^2 - r_i^2)} \right]$$

La flotación bajo esas condiciones, también puede ser expresada en función del gradiente de presión ^(10,32) como:

Peso efectivo por unidad de longitud

$w_e = \text{Fuerzas hacia abajo} - \text{Fuerzas hacia arriba}$

$$w_e = (w_s + G_i \cdot A_i) - G_o \cdot A_o \quad (\text{F-3})$$

donde:

G_i = Gradiente de presión del fluido por dentro del revestidor, psi/ft

G_o = Gradiente de presión del fluido por fuera del revestidor, psi/ft

A_i = Área correspondiente al diámetro interno del revestidor, psi/ft

A_o = Área correspondiente al diámetro exterior del revestidor, psi/ft

w_e = Peso por unidad de longitud de la sarta en aire, lb/ft

APÉNDICE G

DEDUCCIÓN DE ECUACIONES EMPLEADAS EN EL MODELO 1 (El Autor)

G-1. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales

G-1.1. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Subida y Secciones Cóncavas

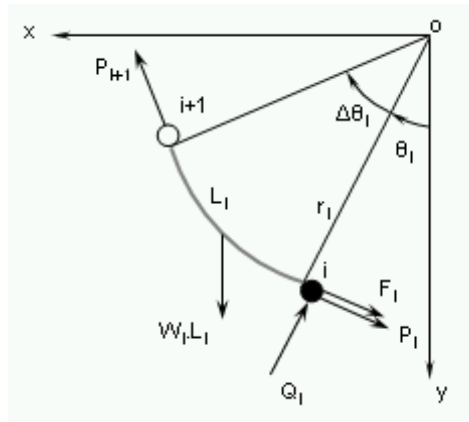


Fig.G-1. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Subida y Sección Cóncava

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \cos(\theta_i + \Delta\theta_i) + Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + F_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \cos(\theta_i + \Delta\theta_i) + Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + (\mu \cdot Q_i) \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot (\cos(\Delta\theta_i) + \mu \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)) = (w_i \cdot L_i \cdot \cos(\theta_i + \Delta\theta_i)) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)$$

$$Q_i = \frac{w_i \cdot L_i \cdot \cos(\theta_i + \Delta\theta_i) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)}{\cos(\Delta\theta_i) + \mu \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)} \quad (\text{G-1.1.1})$$

- De la sumatoria de fuerzas en la dirección tangencial en el soporte i+1

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i + \Delta\theta_i) - Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + F_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i + \Delta\theta_i) - Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + (\mu \cdot Q_i) \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$\boxed{P_{i+1} = (P_i + \mu \cdot |Q_i|) \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) - Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i + \Delta\theta_i)} \quad (\text{G-1.1.2})$$

G-1.2. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Subida y Secciones Convexas

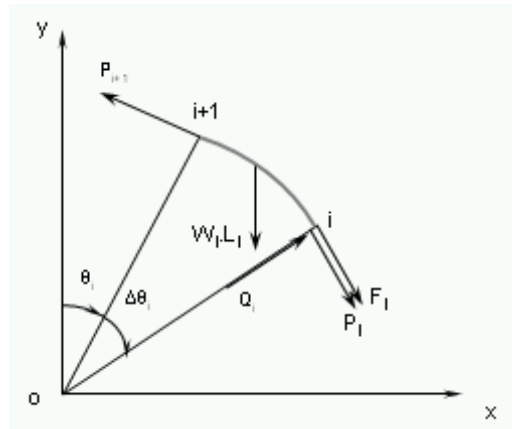


Fig.G-2. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Subida y Sección Convexa

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \text{cos}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) - F_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \text{cos}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) - (\mu \cdot Q_i) \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot (\text{cos}(\Delta\theta_i) - \mu \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)) = w_i \cdot L_i \cdot \text{cos}(\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)$$

$$\boxed{Q_i = \frac{w_i \cdot L_i \cdot \text{cos}(\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)}{\text{cos}(\Delta\theta_i) - \mu \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)}} \quad (\text{G-1.2.1})$$

- De la Sumatoria de fuerzas en la dirección tangencial en el soporte i+1

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + F_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + (\mu \cdot Q_i) \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$\boxed{P_{i+1} = (P_i + \mu \cdot |Q_i|) \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) + Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i)} \quad (\text{G-1.2.2})$$

G-1.3. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Bajada y Secciones Cóncavas

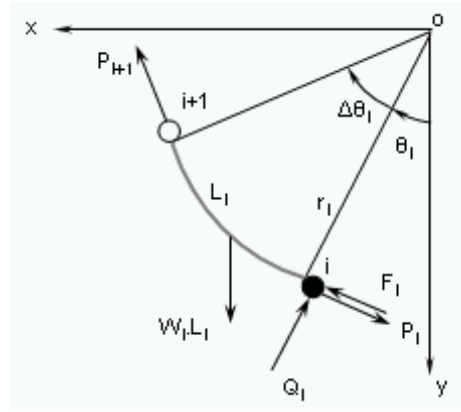


Fig.G-3. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Bajada y Sección Cóncava

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \text{cos}(\theta_i + \Delta\theta_i) + Q_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) - F_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \text{cos}(\theta_i + \Delta\theta_i) + Q_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) - (\mu \cdot Q_i) \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot (\text{cos}(\Delta\theta_i) - \mu \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)) = (w_i \cdot L_i \cdot \text{cos}(\theta_i + \Delta\theta_i) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i))$$

$$\boxed{Q_i = \frac{w_i \cdot L_i \cdot \text{cos}(\theta_i + \Delta\theta_i) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)}{\text{cos}(\Delta\theta_i) - \mu \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)}} \quad (\text{G-1.3.1})$$

- Sumando fuerzas en la dirección tangencial en el soporte i+1

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i + \Delta\theta_i) - Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) - F_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i + \Delta\theta_i) - Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) - (\mu \cdot Q_i) \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$\boxed{P_{i+1} = (P_i - \mu \cdot |Q_i|) \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) - Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i + \Delta\theta_i)} \quad (\text{G-1.3.2})$$

G-1.4. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Bajada y Secciones Convexas

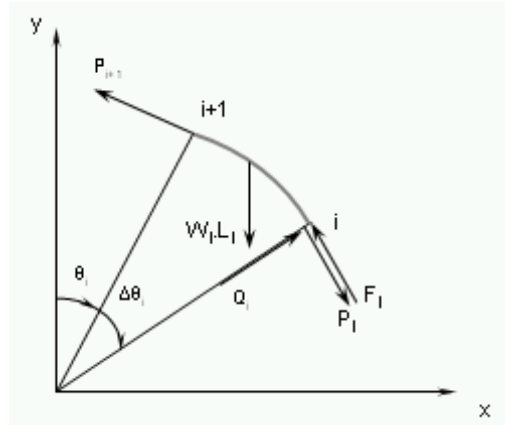


Fig.G-4. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Bajada y Sección Convexa

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \text{cos}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + F_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \text{cos}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + (\mu \cdot Q_i) \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot (\text{cos}(\Delta\theta_i) + \mu \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)) = w_i \cdot L_i \cdot \text{cos}(\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)$$

$$\boxed{Q_i = \frac{w_i \cdot L_i \cdot \text{cos}(\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)}{\text{cos}(\Delta\theta_i) + \mu \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)}} \quad (\text{G-1.4.1})$$

- De la sumatoria fuerzas en la dirección tangencial

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) - F_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) - (\mu \cdot Q_i) \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = 0$$

$$\boxed{P_{i+1} = (P_i - \mu \cdot |Q_i|) \cdot \cos(\Delta\theta_i) + Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i)} \quad (\text{G-1.4.2})$$

G-1.5. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Rotación y Secciones Cóncavas

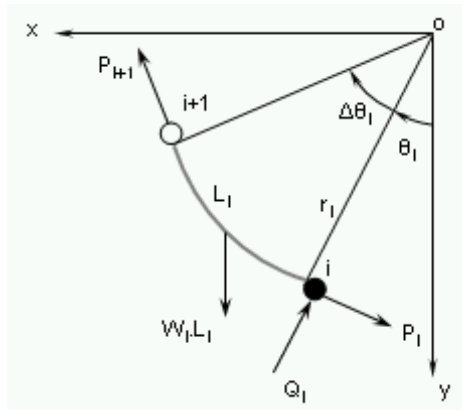


Fig.G-5. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Rotación y Sección Cóncava

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \cos(\theta_i + \Delta\theta_i) + Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \cos(\theta_i + \Delta\theta_i) + Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot (\cos(\Delta\theta_i)) = (w_i \cdot L_i \cdot \cos(\theta_i + \Delta\theta_i)) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)$$

$$\boxed{Q_i = \frac{w_i \cdot L_i \cdot \cos(\theta_i + \Delta\theta_i) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)}{\cos(\Delta\theta_i)}} \quad (\text{G-1.5.1})$$

- Sumando fuerzas en la dirección tangencial en el soporte i+1

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i + \Delta\theta_i) - Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i + \Delta\theta_i) - Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) - Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i + \Delta\theta_i)} \quad (\text{G-1.5.2})$$

G-1.6. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Rotación y Secciones Convexas

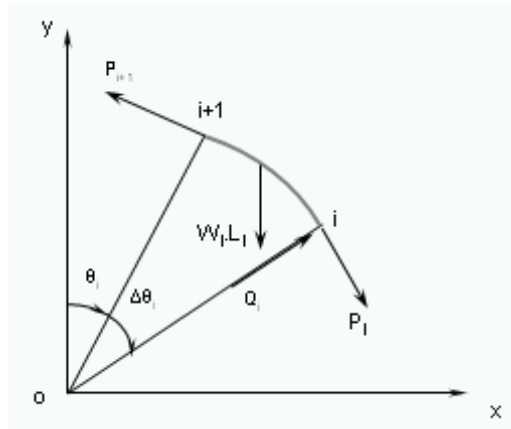


Fig.G-6. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Rotación y Sección Convexa

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \text{cos}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-(w_i \cdot L_i) \cdot \text{cos}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) - P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot (\text{cos}(\Delta\theta_i)) = w_i \cdot L_i \cdot \text{cos}(\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)$$

$$\boxed{Q_i = \frac{w_i \cdot L_i \cdot \text{cos}(\theta_i) + P_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i)}{\text{cos}(\Delta\theta_i)}} \quad (\text{G-1.6.1})$$

- De la sumatoria fuerzas en la dirección tangencial

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$-P_{i+1} + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i) + Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) = 0$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i \cdot \text{cos}(\Delta\theta_i) + Q_i \cdot \text{sen}(\Delta\theta_i) + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}(\theta_i)} \quad (\text{G-1.6.2})$$

G-5. Cálculo de Momentos Flectores

La Ecuación de los tres momentos para vigas continuas sometidas a cargas axiales y laterales, con apoyos en diferentes niveles se deduce en el Apéndice B. (Ecuación del Modelo)

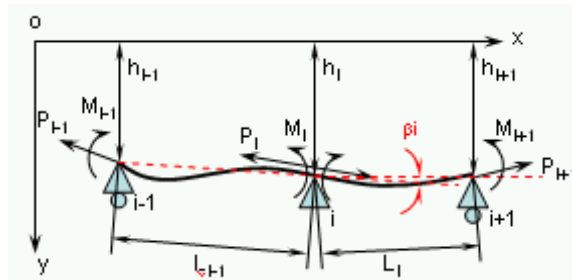


Fig.G-7. Esquema Para la Determinación de la Ecuación de los Tres Momentos

$$M_{i-1} \cdot \phi(u_{i-1}) + 2 \cdot M_i \cdot \left(\psi(u_{i-1}) + \frac{L_i \cdot I_{i-1}}{L_{i-1} \cdot I_i} \cdot \psi(u_i) \right) + M_{i+1} \cdot \frac{L_i}{L_{i-1}} \cdot \frac{I_{i-1}}{I_i} \cdot \phi(u_i) = \frac{6 \cdot E \cdot I_{i-1}}{L_{i-1}} \cdot (\beta_i - \theta_{oi} - \theta'_{oi})$$

(G-5.1)

Donde

$$u_i = \frac{L_i}{2} \cdot \sqrt{\frac{P_i}{E \cdot I_i}} \quad (\text{G-5.2})$$

$$\beta_i = \arcsen\left(\frac{h_i - h_{i-1}}{L_{i-1}}\right) - \arcsen\left(\frac{h_{i+1} - h_i}{L_i}\right) \quad (\text{G-5.3})$$

Si la fuerza axial es de compresión

$$\phi(u_i) = \frac{3}{u_i} \cdot \left(\frac{1}{\sen(2 \cdot u_i)} - \frac{1}{2 \cdot u_i} \right) \quad (\text{G-5.4})$$

$$\psi(u_i) = \frac{3}{2 \cdot u_i} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot u_i} - \frac{1}{\tan(2 \cdot u_i)} \right) \quad (\text{G-5.5})$$

$$\theta_{0i} = \frac{q_i \cdot (L_i)^3}{24 \cdot E \cdot I_i} \cdot \frac{3 \cdot (\tan(u_i) - u_i)}{(u_i)^3} \quad (\text{G-5.6})$$

Si la fuerza axial es de tensión

$$\phi(u_i) = -\frac{3}{u_i} \cdot \left(\frac{1}{\sinh(2 \cdot u_i)} - \frac{1}{2 \cdot u_i} \right) \quad (\text{G-5.7})$$

$$\psi(u_i) = -\frac{3}{2 \cdot u_i} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot u_i} - \frac{1}{\tanh(2 \cdot u_i)} \right) \quad (\text{G-5.8})$$

$$\theta_{0i} = -\frac{q_i \cdot (L_i)^3}{24 \cdot E \cdot I_i} \cdot \frac{3 \cdot (\tanh(u_i) - u_i)}{(u_i)^3} \quad (\text{G-5.9})$$

$$q_i = w_{e_i} \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{\theta_i}{2}\right) \quad (\text{G-5.10})$$

G-3. Cálculo de Fuerzas de Corte

G-3.1. Fuerzas de Corte Para Secciones Cóncavas

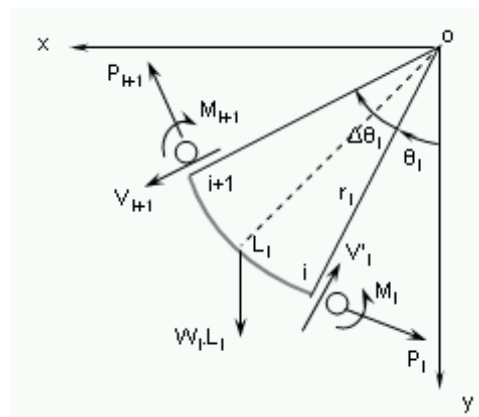


Fig.G-8. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de Fuerzas de Corte en Secciones Cóncavas

- De la sumatoria de momentos respecto a o

$$P'_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} - P_{i+1} \cdot r_i + (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen}\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot r_i = 0$$

$$P'_i = \frac{P_{i+1} \cdot r_i - (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen}\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot r_i + M_{i+1} - M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P'_i = P_{i+1} - w_i \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - \frac{1}{r_i} \cdot (M_i - M_{i+1})} \quad (\text{G-3.1.1})$$

- Sumatoria de Momentos respecto a i

$$V_{i+1} \cdot L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - M_{i+1} - P_{i+1} \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_i + \left(w_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)\right) \cdot \frac{L_i}{2} = 0$$

$$V_{i+1} = \frac{-\left(w_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)\right) \cdot \frac{L_i}{2} + P_{i+1} \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_{i+1} - M_i}{L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)}$$

$$\boxed{V_{i+1} = \frac{-w_i \cdot \frac{L_i}{2} \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + P_{i+1} \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + \frac{1}{L_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)}{\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)}} \quad (\text{G-3.1.2})$$

- Sumatoria de Momentos respecto a i+1

$$V'_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_i + P'_i \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - M_{i+1} - w_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot \frac{L_i}{2} = 0$$

$$V'_i = \frac{w_i \cdot \frac{L_i}{2} \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - P'_i \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_{i+1} - M_i}{L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)}$$

$$V'_i = \frac{w_i \cdot \frac{L_i}{2} \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - P'_{i+1} \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + \frac{1}{L_i} (M_{i+1} - M_i)}{\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)} \quad (\text{G-3.1.3})$$

G-3.2. Fuerzas de Corte Para Secciones Convexas

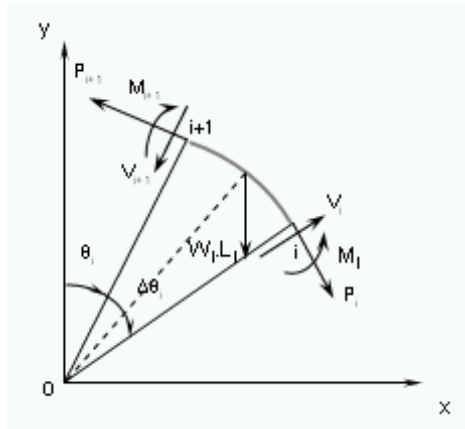


Fig.G-9. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de Fuerzas de Corte en Secciones Convexas

- Sumando Momentos respecto a O

$$-P'_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} + P_{i+1} \cdot r_i - (w_i \cdot L_i) \cdot \sin\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot r_i = 0$$

$$P'_i = \frac{P_{i+1} \cdot r_i - (w_i \cdot L_i) \cdot \sin\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot r_i - M_{i+1} + M_i}{r_i}$$

$$P'_i = P_{i+1} - w_i \cdot L_i \cdot \sin\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + \frac{1}{r_i} (M_i - M_{i+1}) \quad (\text{G-3.2.1})$$

- Sumando Momentos respecto a i

$$V_{i+1} \cdot L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - M_{i+1} + P_{i+1} \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_i + \left(w_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)\right) \cdot \frac{L_i}{2} = 0$$

$$V_{i+1} = \frac{-\left(w_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)\right) \cdot \frac{L_i}{2} - P_{i+1} \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_{i+1} - M_i}{L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)}$$

$$V_{i+1} = \frac{-w_i \cdot \frac{L_i}{2} \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - P_{i+1} \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + \frac{1}{L_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)}{\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)} \quad (\text{G-3.2.2})$$

- Sumando Momentos respecto a i+1

$$V_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_i - P'_i \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - M_{i+1} - w_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot \frac{L_i}{2} = 0$$

$$V_i = \frac{w_i \cdot \frac{L_i}{2} \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + P'_i \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_{i+1} - M_i}{L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)}$$

$$V_i = \frac{w_i \cdot \frac{L_i}{2} \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + P'_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + \frac{1}{L_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)}{\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)} \quad (\text{G-3.2.3})$$

G-4. Cálculo de Fuerzas de Roce

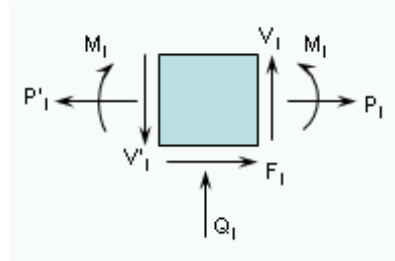


Fig.G-10. Diagrama de Cuerpo Libre de un Apoyo para la Estimación de Fuerzas de Roce

$$Q_i = V'_i - V_i \quad (G-4.1)$$

$$F_i = \mu \cdot |Q_i| \quad (G-4.2)$$

G-5. Cálculo de las Nuevas Fuerzas de Arrastre

G-5.1. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Subida y Secciones Cóncavas

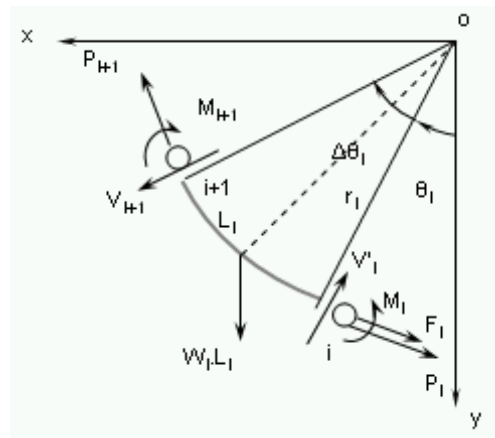


Fig.G-11. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Subida y Sección Cóncava

- Haciendo sumatoria de momentos respecto a o

$$P_i \cdot r_i + M_i + F_i \cdot r_i - M_{i+1} - P_{i+1} \cdot r_i + (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i + F_i \cdot r_i + (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i - M_{i+1} + M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i + F_i + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) - \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (\text{G-5.1})$$

G-5.2. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Subida y Secciones Convexas

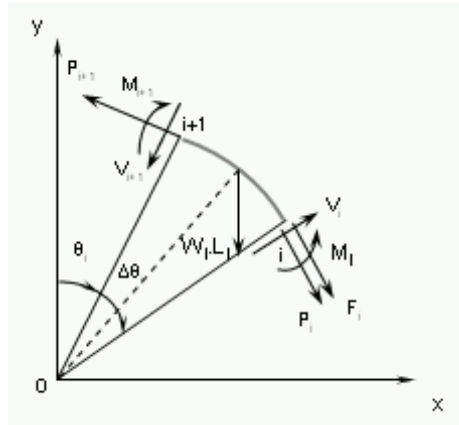


Fig.G-12. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Subida y Sección Convexa

- Sumando Momentos respecto a O

$$-P_i \cdot r_i - F_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} + P_{i+1} \cdot r_i - (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i + F_i \cdot r_i + (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i \right) \cdot r_i + M_{i+1} - M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i + F_i + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i \right) + \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (\text{G-5.2})$$

G-5.3. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Bajada y Secciones Cóncavas

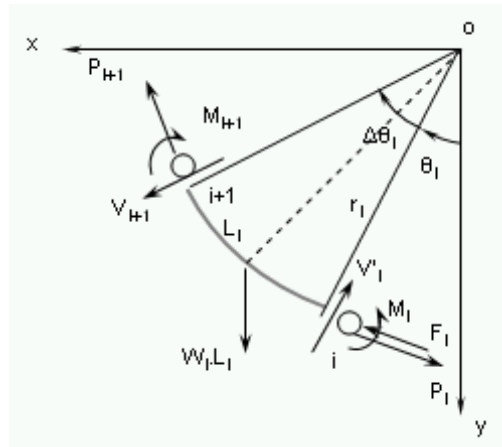


Fig.G-13. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Bajada y Sección Cóncava

- Sumando Momentos respecto a o

$$P_i \cdot r_i + M_i - F_i \cdot r_i - M_{i+1} - P_{i+1} \cdot r_i + (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i - F_i \cdot r_i + (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i \right) \cdot r_i - M_{i+1} + M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i - F_i + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i \right) - \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (\text{G-5.3})$$

G-5.4. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Bajada y Secciones Convexas

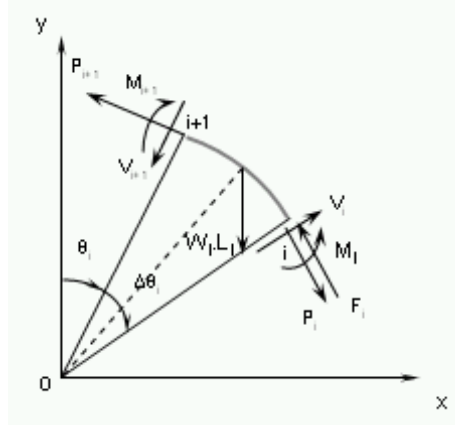


Fig.G-14. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Bajada y Sección Convexa

- Sumando Momentos respecto a o

$$-P_i \cdot r_i + F_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} + P_{i+1} \cdot r_i - (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i - F_i \cdot r_i + (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i + M_{i+1} - M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i - F_i + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) + \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (\text{G-5.4})$$

G-5.5. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Rotación y Secciones Cónicas

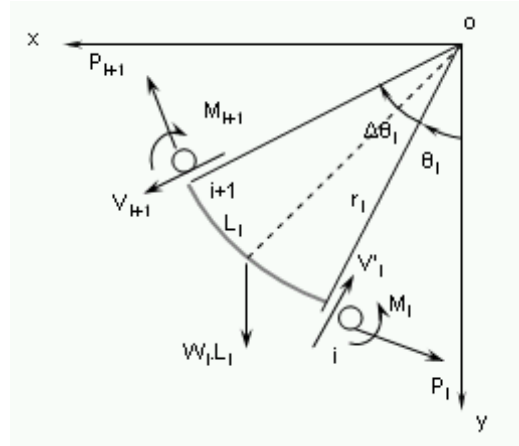


Fig.G-15. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Rotación y Sección Cónica

- Sumando Momentos respecto a o

$$P_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} - P_{i+1} \cdot r_i + (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i + (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i - M_{i+1} + M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) - \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (G-5.5)$$

G-5.6. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Rotación y Secciones Convexas

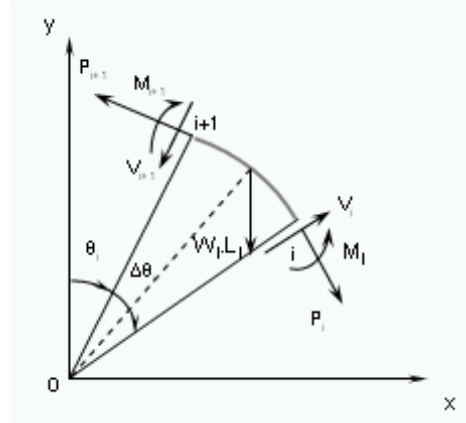


Fig.G-16. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Rotación y Sección Convexa

- Sumando Momentos respecto a o

$$-P_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} + P_{i+1} \cdot r_i - (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i + (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i + M_{i+1} - M_i}{r_i}$$

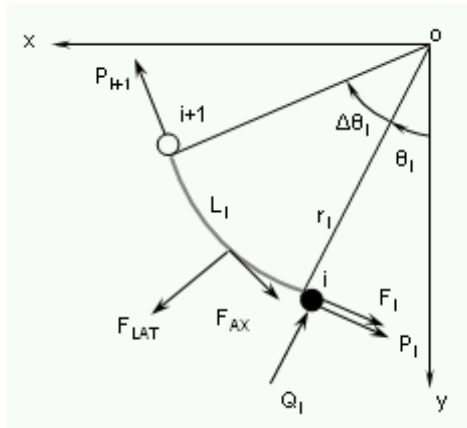
$$\boxed{P_{i+1} = P_i + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) + \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (\text{G-5.6})$$

APÉNDICE H

DEDUCCIÓN DE ECUACIONES EMPLEADAS EN EL MODELO 2

H-1. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales

H-1.1. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Subida y Secciones Cóncavas



$$F_{LAT} = w e_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{\Delta\theta_i}{2}\right)$$

$$F_{AX} = w s_i \cdot L_i \cdot \sin\left(\theta_i + \frac{\Delta\theta_i}{2}\right)$$

Fig.H-1. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Subida y Sección Cóncava

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + F_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) - (\mu \cdot Q_i) \cdot \sin(\Delta\theta_i)$$

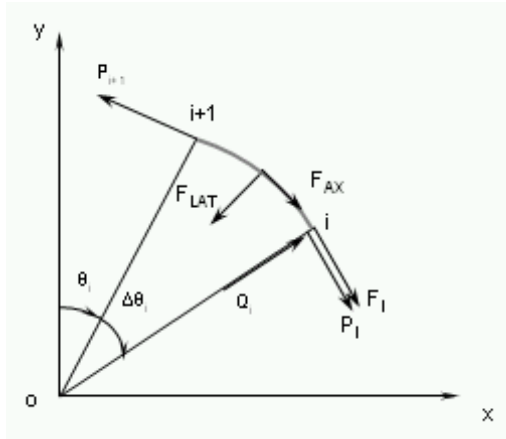
$$Q_i = \frac{F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i)}{\cos(\Delta\theta_i) + \mu \cdot \sin(\Delta\theta_i)} \quad (H-1.1.1)$$

- De la sumatoria de fuerzas en la dirección tangencial en el soporte i+1

$$-P_{i+1} + F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + F_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = 0$$

$$P_{i+1} = F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + \cos(\Delta\theta_i) \cdot (P_i + \mu \cdot |Q_i|) \quad (H-1.1.2)$$

H-1.2. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Subida y Secciones Convexas



$$F_{LAT} = w e_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{\Delta\theta_i}{2}\right)$$

$$F_{AX} = w s_i \cdot L_i \cdot \sin\left(\theta_i + \frac{\Delta\theta_i}{2}\right)$$

Fig.H-2. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Subida y Sección Convexa

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) - P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) - F_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + (\mu \cdot Q_i) \cdot \sin(\Delta\theta_i)$$

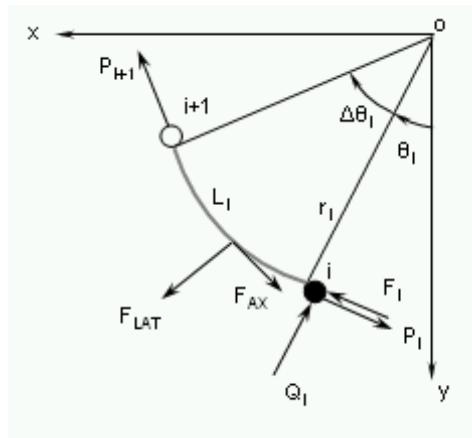
$$Q_i = \frac{F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i)}{\cos(\Delta\theta_i) - \mu \cdot \sin(\Delta\theta_i)} \quad (H-1.2.1)$$

- De la Sumatoria de fuerzas en la dirección tangencial en el soporte i+1

$$-P_{i+1} + F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + F_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = 0$$

$$P_{i+1} = F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + \cos(\Delta\theta_i) \cdot (P_i + \mu \cdot |Q_i|) \quad (H-1.2.2)$$

H-1.3. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Bajada y Secciones Cóncavas



$$F_{LAT} = w e_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{\Delta\theta_i}{2}\right)$$

$$F_{AX} = w s_i \cdot L_i \cdot \sin\left(\theta_i + \frac{\Delta\theta_i}{2}\right)$$

Fig.H-3. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Bajada y Sección Cóncava

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) - F_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + (\mu \cdot Q_i) \cdot \sin(\Delta\theta_i)$$

$$Q_i = \frac{F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i)}{\cos(\Delta\theta_i) - \mu \cdot \sin(\Delta\theta_i)} \quad (H-1.3.1)$$

- Sumando fuerzas en la dirección tangencial en el soporte i+1

$$-P_{i+1} + F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) - F_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = 0$$

$$P_{i+1} = F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + \cos(\Delta\theta_i) \cdot (P_i - \mu \cdot |Q_i|) \quad (H-1.3.2)$$

H-1.4. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Bajada y Secciones Convexas

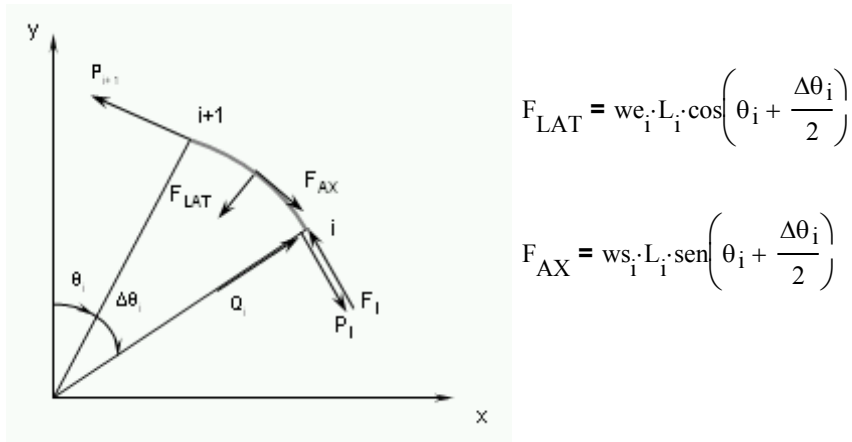


Fig.H-4. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Bajada y Sección Convexa

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) - P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + F_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) - (\mu \cdot Q_i) \cdot \sin(\Delta\theta_i)$$

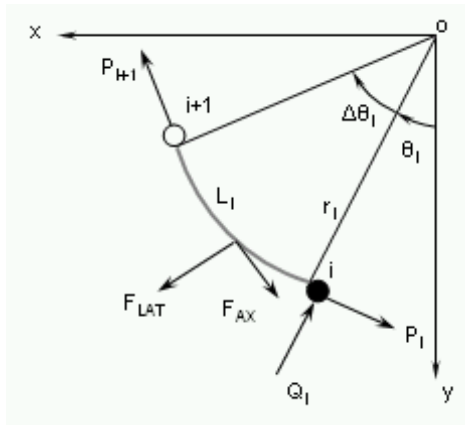
$$Q_i = \frac{F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i)}{\cos(\Delta\theta_i) + \mu \cdot \sin(\Delta\theta_i)} \quad (H-1.4.1)$$

- De la sumatoria fuerzas en la dirección tangencial

$$-P_{i+1} + F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) - F_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = 0$$

$$P_{i+1} = F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + \cos(\Delta\theta_i) \cdot (P_i - \mu \cdot |Q_i|) \quad (H-1.4.2)$$

H-1.5. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Rotación y Secciones Cóncavas



$$F_{LAT} = w e_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{\Delta\theta_i}{2}\right)$$

$$F_{AX} = w s_i \cdot L_i \cdot \sin\left(\theta_i + \frac{\Delta\theta_i}{2}\right)$$

Fig.H-5. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Rotación y Sección Cóncava

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i)$$

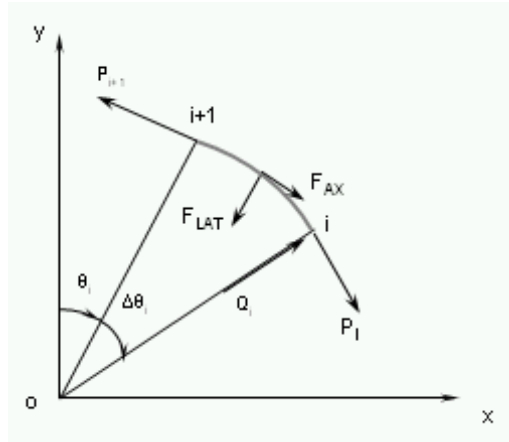
$$Q_i = \frac{F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i)}{\cos(\Delta\theta_i)} \quad (H-1.5.1)$$

- Sumando fuerzas en la dirección tangencial en el soporte i+1

$$-P_{i+1} + F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = 0$$

$$P_{i+1} = F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) \quad (H-1.5.2)$$

H-1.6. Cálculo de las Fuerzas Axiales Iniciales Para Operación de Rotación y Secciones Convexas



$$F_{LAT} = w e_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{\Delta\theta_i}{2}\right)$$

$$F_{AX} = w s_i \cdot L_i \cdot \sin\left(\theta_i + \frac{\Delta\theta_i}{2}\right)$$

Fig.H-6. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación Inicial de Carga Axial. Operación de Rotación y Sección Convexa

- De la sumatoria de fuerzas en dirección radial en el soporte i+1

$$-F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) - P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) = 0$$

$$Q_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i)$$

$$Q_i = \frac{F_{LAT} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + F_{AX} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + P_i \cdot \sin(\Delta\theta_i)}{\cos(\Delta\theta_i)} \quad (H-1.6.1)$$

- De la sumatoria fuerzas en la dirección tangencial

$$-P_{i+1} + F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) = 0$$

$$P_{i+1} = F_{AX} \cdot \cos\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) - F_{LAT} \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta_i}{2}\right) + Q_i \cdot \sin(\Delta\theta_i) + P_i \cdot \cos(\Delta\theta_i) \quad (H-1.6.2)$$

H-2. Cálculo de Momentos Flectores

La Ecuación de los tres momentos para vigas continuas sometidas a cargas axiales y laterales, con apoyos en diferentes niveles se deduce en el Apéndice B. (Ecuación del Modelo)

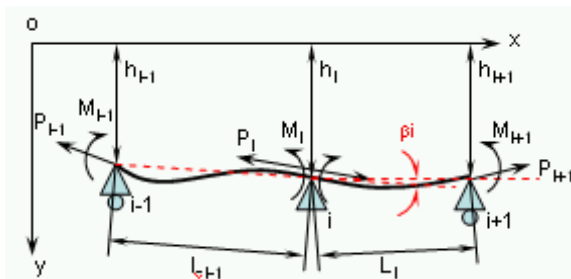


Fig.H-7. Esquema Para la Determinación de la Ecuación de los Tres Momentos

$$M_{i-1} \cdot \phi(u_{i-1}) + 2 \cdot M_i \cdot \left(\psi(u_{i-1}) + \frac{L_i \cdot I_{i-1}}{L_{i-1} \cdot I_i} \cdot \psi(u_i) \right) + M_{i+1} \cdot \frac{L_i}{L_{i-1}} \cdot \frac{I_{i-1}}{I_i} \cdot \phi(u_i) = \frac{6 \cdot E \cdot I_{i-1}}{L_{i-1}} \cdot (\beta_i - \theta_{oi} - \theta'_{oi}) \quad (H-2.1)$$

Donde

$$u_i = \frac{L_i}{2} \cdot \sqrt{\frac{P_i}{E \cdot I_i}} \quad (H-2.2)$$

$$\beta_i = \arcsen\left(\frac{h_i - h_{i-1}}{L_{i-1}}\right) - \arcsen\left(\frac{h_{i+1} - h_i}{L_i}\right) \quad (H-2.3)$$

Si la fuerza axial es de compresión

$$\phi(u_i) = \frac{3}{u_i} \cdot \left(\frac{1}{\sin(2 \cdot u_i)} - \frac{1}{2 \cdot u_i} \right) \quad (\text{H-2.4})$$

$$\psi(u_i) = \frac{3}{2 \cdot u_i} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot u_i} - \frac{1}{\tan(2 \cdot u_i)} \right) \quad (\text{H-2.5})$$

$$\theta_{0i} = \frac{q_i \cdot (L_i)^3}{24 \cdot E \cdot I_1} \cdot \frac{3 \cdot (\tan(u_i) - u_i)}{(u_i)^3} \quad (\text{H-2.6})$$

Si la fuerza axial es de tensión

$$\phi(u_i) = -\frac{3}{u_i} \cdot \left(\frac{1}{\sinh(2 \cdot u_i)} - \frac{1}{2 \cdot u_i} \right) \quad (\text{H-2.7})$$

$$\psi(u_i) = -\frac{3}{2 \cdot u_i} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot u_i} - \frac{1}{\tanh(2 \cdot u_i)} \right) \quad (\text{H-2.8})$$

$$\theta_{0i} = -\frac{q_i \cdot (L_i)^3}{24 \cdot E \cdot I_1} \cdot \frac{3 \cdot (\tanh(u_i) - u_i)}{(u_i)^3} \quad (\text{H-2.9})$$

$$q_i = w_e \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{\theta_i}{2}\right) \quad (\text{H-2.10})$$

H-3. Cálculo de Fuerzas de Corte

H-3.1. Fuerzas de Corte Para Secciones Cóncavas

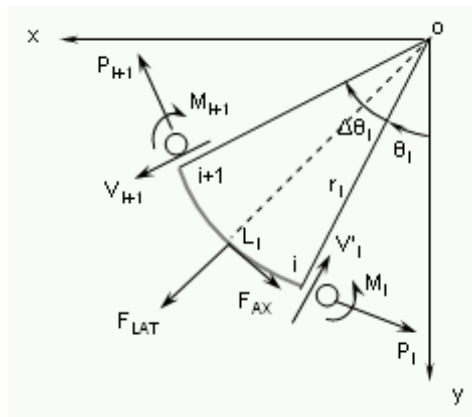


Fig.H-8. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de Fuerzas de Corte en Secciones Cóncavas

- De la sumatoria de momentos respecto a o

$$P'_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} - P_{i+1} \cdot r_i + (w_s \cdot L_i) \cdot \text{sen}\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot r_i = 0$$

$$P'_i = \frac{P_{i+1} \cdot r_i - (w_s \cdot L_i) \cdot \text{sen}\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot r_i + M_{i+1} - M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P'_i = P_{i+1} - w_s \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - \frac{1}{r_i} \cdot (M_i - M_{i+1})} \quad (\text{H-3.1.1})$$

- Sumatoria de Momentos respecto a i

$$V_{i+1} \cdot L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - M_{i+1} - P_{i+1} \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_i + \left(w_e \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)\right) \cdot \frac{L_i}{2} = 0$$

$$V_{i+1} = \frac{-\left(w_e \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)\right) \cdot \frac{L_i}{2} + P_{i+1} \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_{i+1} - M_i}{L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)}$$

$$\boxed{V_{i+1} = \frac{-w_e \cdot \frac{L_i}{2} \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + P_{i+1} \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + \frac{1}{L_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)}{\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)}} \quad (\text{H-3.1.2})$$

- Sumatoria de Momentos respecto a i+1

$$V'_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_i + P'_i \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - M_{i+1} - w_e \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot \frac{L_i}{2} = 0$$

$$V'_i = \frac{w_e \cdot \frac{L_i}{2} \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - P'_i \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_{i+1} - M_i}{L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)}$$

$$\boxed{V'_i = \frac{w_e \cdot \frac{L_i}{2} \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - P'_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + \frac{1}{L_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)}{\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)}} \quad (\text{H-3.1.3})$$

H-3.2. Fuerzas de Corte Para Secciones Convexas

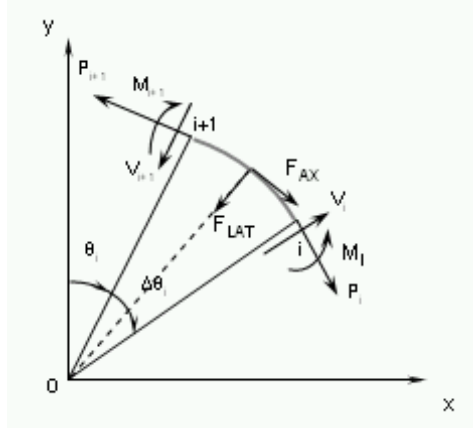


Fig.H-9. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de Fuerzas de Corte en Secciones Convexas

- Sumando Momentos respecto a o

$$-P'_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} + P_{i+1} \cdot r_i - (wse_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P'_i = \frac{P_{i+1} \cdot r_i - (wse_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i - M_{i+1} + M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P'_i = P_{i+1} - wse_i \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) + \frac{1}{r_i} \cdot (M_i - M_{i+1})} \quad (\text{H-3.2.1})$$

- Sumando Momentos respecto a i

$$V_{i+1} \cdot L_i \cdot \cos \left(\frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) - M_{i+1} + P_{i+1} \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) + M_i + \left(we_i \cdot L_i \cdot \cos \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \right) \cdot \frac{L_i}{2} = 0$$

$$V_{i+1} = \frac{- \left(we_i \cdot L_i \cdot \cos \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \right) \cdot \frac{L_i}{2} - P_{i+1} \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) + M_{i+1} - M_i}{L_i \cdot \cos \left(\frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right)}$$

$$V_{i+1} = \frac{-w_e \cdot \frac{L_i}{2} \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - P_{i+1} \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + \frac{1}{L_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)}{\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)} \quad (\text{H-3.2.2})$$

- Sumando Momentos respecto a i+1

$$V'_i \cdot L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_i - P'_i \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) - M_{i+1} - w_e \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot \frac{L_i}{2} = 0$$

$$V'_i = \frac{w_e \cdot \frac{L_i}{2} \cdot L_i \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + P'_i \cdot L_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + M_{i+1} - M_i}{L_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)}$$

$$V'_i = \frac{w_e \cdot \frac{L_i}{2} \cdot \cos\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + P'_i \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + \frac{1}{L_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)}{\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right)} \quad (\text{H-3.2.3})$$

H-4. Cálculo de Fuerzas de Roce

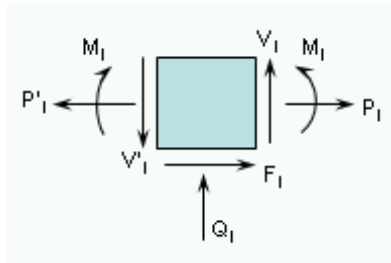


Fig.H-10. Diagrama de Cuerpo Libre de un Apoyo para la Estimación de Fuerzas de Roce

$$Q_i = V'_i - V_i \quad (\text{H-4.1})$$

$$F_i = \mu \cdot |Q_i| \quad (\text{H-4.2})$$

H-5. Cálculo de las Nuevas Fuerzas de Arrastre

H-5.1. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Subida y Secciones Cóncavas

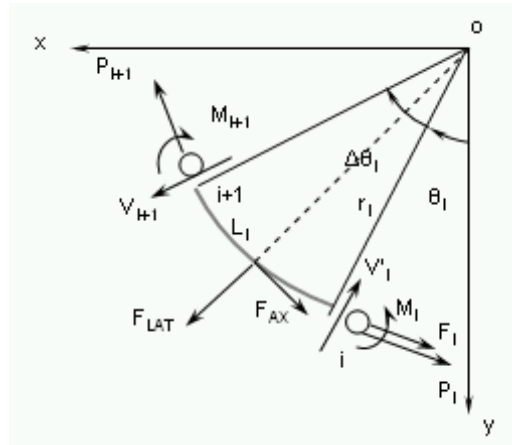


Fig.H-11. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Subida y Sección Cóncava

- Haciendo sumatoria de momentos respecto a o

$$P_i \cdot r_i + M_i + F_i \cdot r_i - M_{i+1} - P_{i+1} \cdot r_i + (w s_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i + F_i \cdot r_i + (w s_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i - M_{i+1} + M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i + F_i + w s_i \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) - \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (\text{H-5.1})$$

H-5.2. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Subida y Secciones Convexas

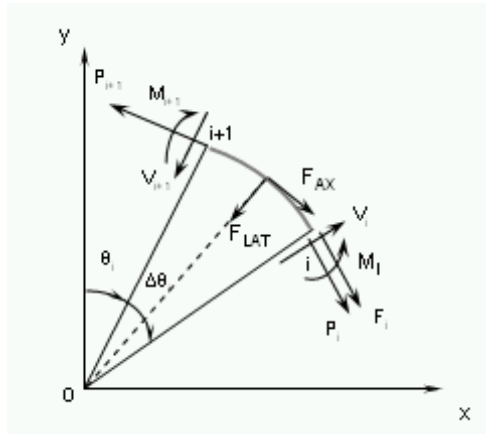


Fig.H-12. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Subida y Sección Convexa

- Sumando Momentos respecto a o

$$-P_i \cdot r_i - F_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} + P_{i+1} \cdot r_i - (w_s \cdot L_i) \cdot \sin\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i + F_i \cdot r_i + (w_s \cdot L_i) \cdot \sin\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) \cdot r_i + M_{i+1} - M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i + F_i + w_s \cdot L_i \cdot \sin\left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i\right) + \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (G-5.2)$$

H-5.3. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Bajada y Secciones Cónicas

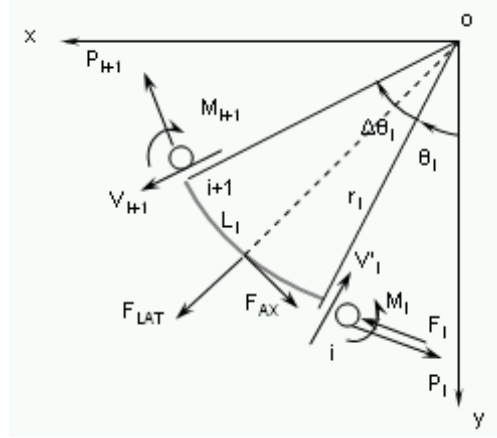


Fig.H-13. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Bajada y Sección Cóncava

- Sumando Momentos respecto a o

$$P_i \cdot r_i + M_i - F_i \cdot r_i - M_{i+1} - P_{i+1} \cdot r_i + (w_s \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i - F_i \cdot r_i + (w_s \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i \right) \cdot r_i - M_{i+1} + M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i - F_i + w_s \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_i \right) - \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (H-5.3)$$

H-5.4. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Bajada y Secciones Convexas

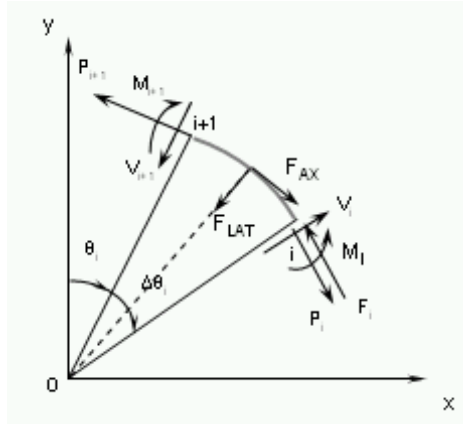


Fig.H-14. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Bajada y Sección Convexa

- Sumando Momentos respecto a o

$$-P_i \cdot r_i + F_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} + P_{i+1} \cdot r_i - (w_s \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i - F_i \cdot r_i + (w_s \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i + M_{i+1} - M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i - F_i + w_s \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) + \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (\text{H-5.4})$$

H-5.5. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Rotación y Secciones Cóncavas

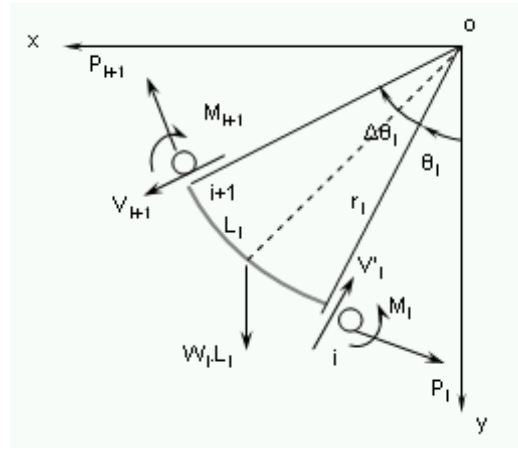


Fig.H-15. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Rotación y Sección Cóncava

- Sumando Momentos respecto a o

$$P_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} - P_{i+1} \cdot r_i + (w_s \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i + (w_s \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i - M_{i+1} + M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i + w_s \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) - \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (\text{H-5.5})$$

H-5.6. Nuevas Fuerzas de Arrastre Para Operación de Rotación y Secciones Convexas

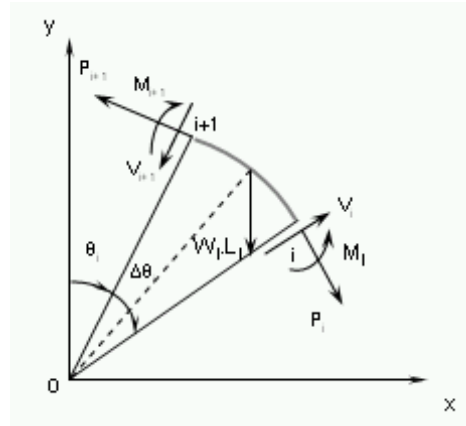


Fig.H-16. Diagrama de Cuerpo Libre para la Estimación de las Nuevas Cargas Axiales. Operación de Rotación y Sección Convexa

- Sumando Momentos respecto a o

$$-P_i \cdot r_i + M_i - M_{i+1} + P_{i+1} \cdot r_i - (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i = 0$$

$$P_{i+1} = \frac{P_i \cdot r_i + (w_i \cdot L_i) \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) \cdot r_i + M_{i+1} - M_i}{r_i}$$

$$\boxed{P_{i+1} = P_i + w_i \cdot L_i \cdot \text{sen} \left(\theta_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta \theta_i \right) + \frac{1}{r_i} \cdot (M_{i+1} - M_i)} \quad (\text{H-5.6})$$