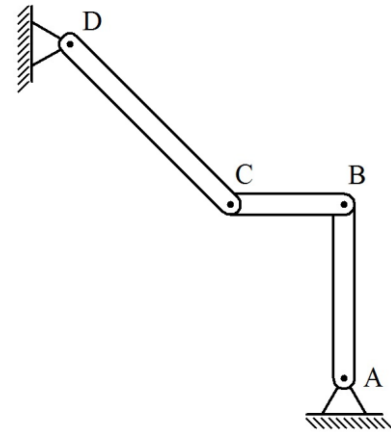
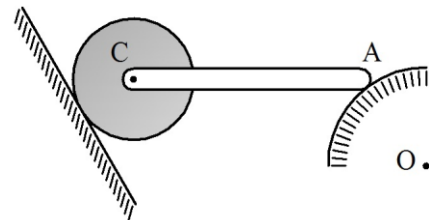


PROBLEMAS PROPUESTOS

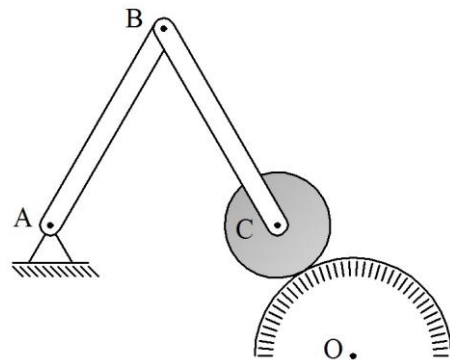
1.- La barra AB de longitud L, la barra BC de longitud L/2 y la barra CD de longitud L están articuladas entre sí tal como se muestra. Las barras AB y CD se articulan a tierra en sus extremos A y D respectivamente. Para la configuración mostrada \overline{CD} forma 45° con la vertical, \overline{BC} es horizontal y \overline{AB} es vertical. Si la barra AB gira respecto a tierra con velocidad angular de magnitud constante ω en sentido horario; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular de la barra CD respecto a tierra para dicha configuración.



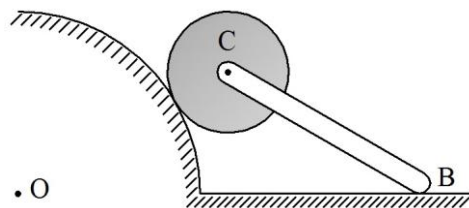
2.- El extremo A de la barra AC de longitud $3R$ se mueve en la superficie semicircular de centro O y radio $2R$ fija a tierra, y su otro extremo está articulado al centro del disco de radio R. Para la configuración mostrada la barra es horizontal y \overline{OA} es paralelo a la superficie inclinada. Si el disco rueda en la superficie inclinada 60° con la horizontal, también fija a tierra y su velocidad angular es de magnitud constante ω en sentido antihorario respecto a este marco; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del extremo A respecto a tierra para dicha configuración.



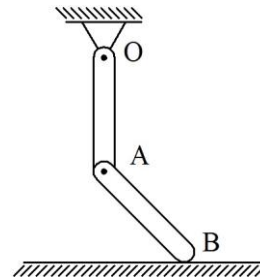
3.- El disco de centro C y radio R, la barra BC de longitud $4R$ y la barra AB también de longitud $4R$ están articulados entre sí tal como se muestra. Para la configuración mostrada O, C y B están alineados en una recta que forma 60° con la horizontal y \overline{AC} es horizontal. Si el disco rueda en la superficie semicircular de centro O y radio $3R$ fija a tierra con velocidad angular de magnitud constante ω en sentido antihorario, y el extremo A de la barra AB está articulado a tierra; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular de la barra AB respecto a tierra para dicha configuración.



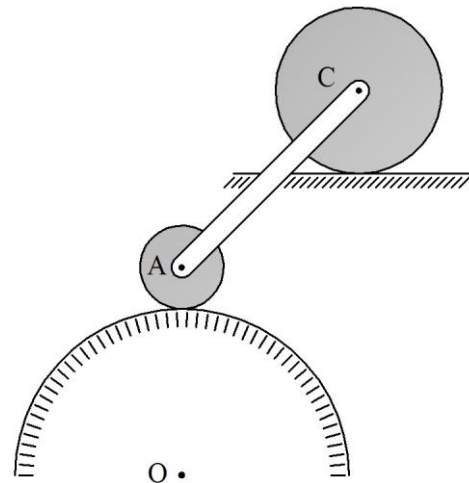
4.- El disco de centro C y radio R rueda en la superficie circular de centro O y radio $3R$ fija a tierra. En su centro está articulada la barra CB cuyo extremo B se mueve en la superficie horizontal también fija a tierra, con velocidad de magnitud constante v hacia la derecha. Si para la configuración mostrada la barra forma 30° con la horizontal OB y \overline{OC} forma también 30° con esta dirección; determinar el vector velocidad y el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.



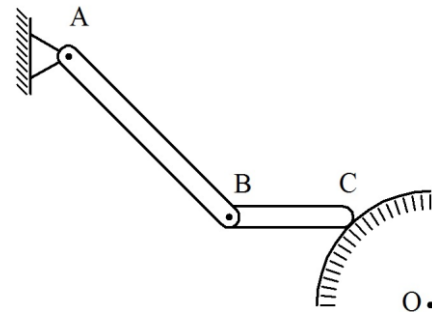
5.- La barra OA de longitud L está articulada a tierra en O, y su extremo A se articula a la barra AB también de longitud L, cuyo extremo B se mueve en la superficie horizontal fija a tierra. Para la configuración mostrada \overline{OA} es vertical y \overline{AB} forma 45° con la horizontal. Si la barra OA gira desaceleradamente respecto a tierra en sentido antihorario con velocidad y aceleración angulares de magnitudes ω y $\omega^2/2$ respectivamente; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del punto medio de la barra AB respecto a tierra para dicha configuración.



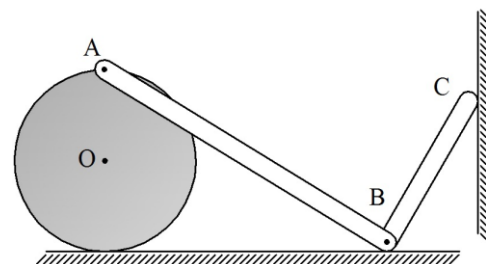
6.- El disco de centro C y radio $2R$ rueda en la superficie horizontal fija a tierra. En su centro está articulado un extremo de la barra AC de longitud $6R$, cuyo otro extremo se articula al centro A del disco de radio R que rueda en la superficie semicircular de centro O y radio $4R$ también fija a tierra. Para la configuración mostrada \overline{OA} es vertical y la barra forma 45° con la horizontal. Si el centro del disco superior se mueve hacia la izquierda con velocidad de magnitud constante v ; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular del disco inferior respecto a tierra para dicha configuración.



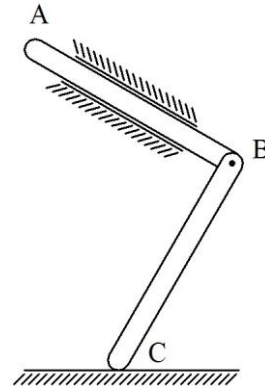
7.- La barra AB de longitud $2R$ está articulada a tierra en A, y en B a la barra BC de longitud R , cuyo extremo C se mueve en la superficie circular de centro O y radio R fija a tierra con velocidad de magnitud constante v en sentido horario. Si para la configuración mostrada \overline{AB} forma 45° con la vertical, \overline{BC} es horizontal y \overline{OC} es paralelo a \overline{AB} ; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular de la barra AB respecto a tierra para dicha configuración.



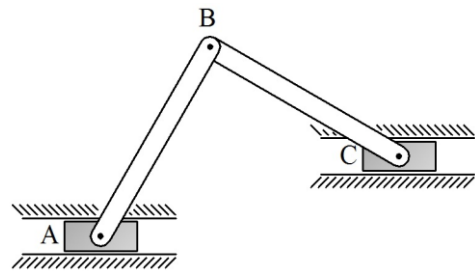
8.- El disco de centro O y radio R rueda en la superficie horizontal fija a tierra. El extremo A de la barra AB está articulado a la periferia del disco y su extremo B, además de moverse en la superficie horizontal está articulado a la barra BC de longitud $2R$ tal como se muestra. Para la configuración mostrada \overline{AB} forma 30° con la horizontal, \overline{OA} es vertical y ambas barras son perpendiculares. Si el extremo C de la barra BC se mueve en la superficie vertical también fija a tierra con velocidad de magnitud constante v hacia arriba; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.



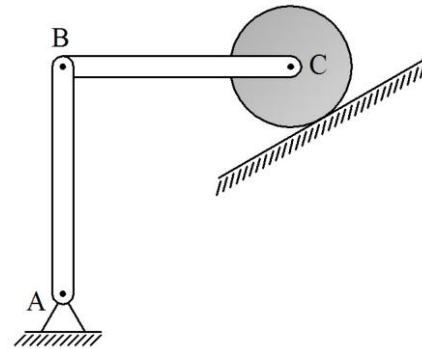
9.- La barra AB se mueve en la guía inclinada 30° con la horizontal, fija a tierra. Su extremo B se articula a la barra CB de longitud L , cuyo extremo C se mueve en la superficie horizontal también fija a tierra. Para la configuración mostrada las barras son perpendiculares. Si la barra AB se mueve respecto a tierra con velocidad de magnitud constante v hacia abajo; ubicar la partícula de la barra CB que posee la mayor velocidad respecto a tierra, y determinar su vector velocidad para dicha configuración.



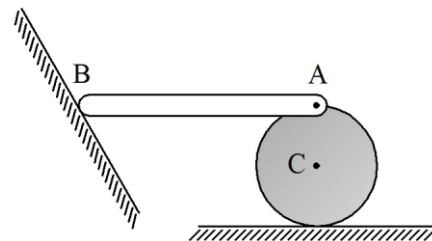
10.- Las barras AB y BC de igual longitud L están articuladas en su extremo B. Los bloques A y C están articulados a los extremos de ambas barras y se mueven en guías horizontales fijas a tierra. Para la configuración mostrada \overline{AB} forma 60° con la horizontal y \overline{BC} forma 30° con la misma dirección. Si el bloque A se mueve aceleradamente respecto a tierra hacia la izquierda con velocidad y aceleración de magnitudes v y $2v^2/L$ respectivamente, y el bloque C se mueve también aceleradamente respecto a tierra hacia la derecha con velocidad y aceleración de magnitudes $3v$ y $4v^2/L$ respectivamente; determinar el vector velocidad y el vector aceleración de la partícula B respecto a tierra para dicha configuración.



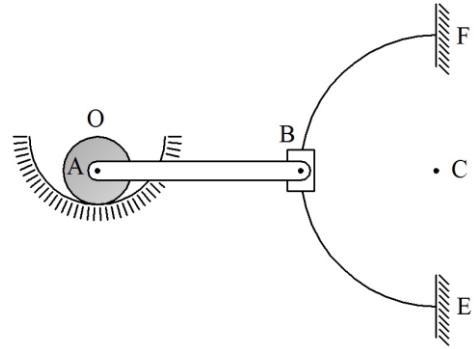
11.- La barra AB y la barra BC ambas de longitud $2R$, y el disco de centro C y radio R están articulados entre sí tal como se muestra. La barra AB está articulada a tierra en A, el disco rueda en la superficie inclinada 30° con la horizontal, fija a tierra. Para la configuración mostrada \overline{AB} es vertical y \overline{BC} es horizontal. Si la barra AB gira desaceleradamente respecto a tierra en sentido horario con velocidad y aceleración angulares de magnitudes ω y $\omega^2/3$ respectivamente; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.



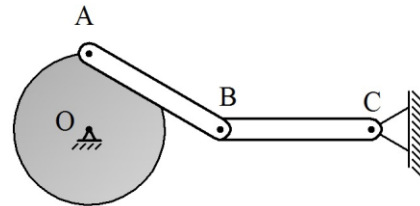
12.- El extremo B de la barra AB de longitud $4R$ se mueve en la superficie inclinada 60° con la horizontal, fija a tierra. El extremo A de la barra está articulado a la periferia del disco de centro C y radio R que rueda en la superficie horizontal también fija a tierra con velocidad angular de magnitud constante ω en sentido horario. Si para la configuración mostrada la barra es horizontal y \overline{CA} es vertical; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del punto medio de la barra respecto a tierra para dicha configuración.



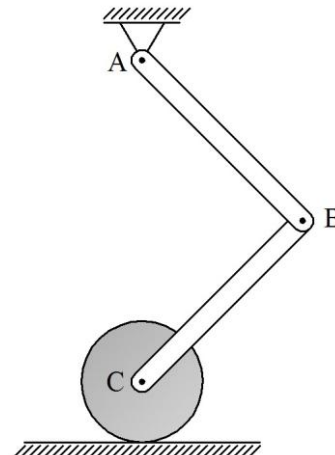
13.- El disco de centro A y radio R rueda en la superficie semicircular de centro O y radio 2R fija a tierra. La barra AB de longitud 6R está articulada al centro del disco y su extremo derecho está unido al collar B que se mueve en sentido horario con velocidad de magnitud constante v en el semiarco EF de centro C y radio 4R, también fijo a tierra. Si para la configuración mostrada A, B y C están alineados horizontalmente y \overline{OA} es vertical; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.



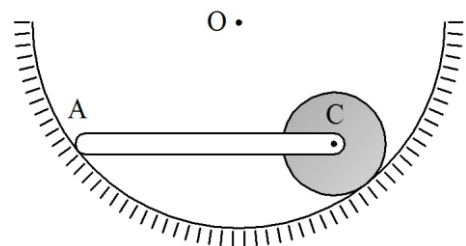
14.- El disco de radio R articulado a tierra en su centro O gira con velocidad angular de magnitud constante ω en sentido horario. La barra AB de longitud 2R se articula a la periferia del disco en A, y en B se une a la barra BC también de longitud 2R articulada a tierra en C. Si para la configuración mostrada O, B y C están alineados horizontalmente y \overline{OA} es vertical; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular de la barra BC respecto a tierra para dicha configuración.



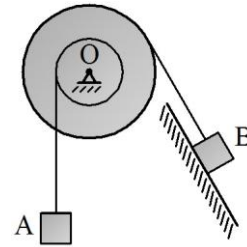
15.- La barra AB de longitud 4R está articulada a tierra en A, y en B se une a la barra BC de longitud 3R, cuyo extremo C está articulado al centro del disco de radio R que rueda en la superficie horizontal fija a tierra. Para la configuración mostrada \overline{AC} es vertical y ambas barras son perpendiculares. Si la barra AB gira desaceleradamente respecto a tierra en sentido antihorario con velocidad y aceleración angulares de magnitudes ω y ω^2 respectivamente; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.



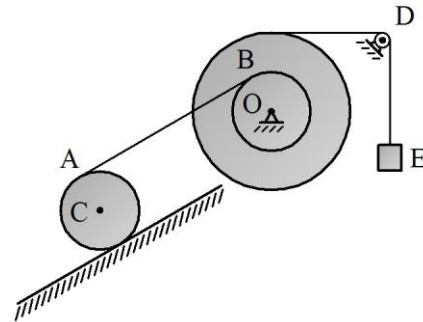
16.- El disco de centro C y radio R rueda en la superficie semicircular de centro O y radio 4R fija a tierra. La barra AC está articulada al centro del disco, y su extremo A se mueve en la misma superficie. Para la configuración mostrada la barra es horizontal. Si la barra gira respecto a tierra con velocidad angular de magnitud constante ω en sentido horario, \overline{OA} y \overline{OC} son perpendiculares; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del centro del disco respecto a tierra para dicha configuración.



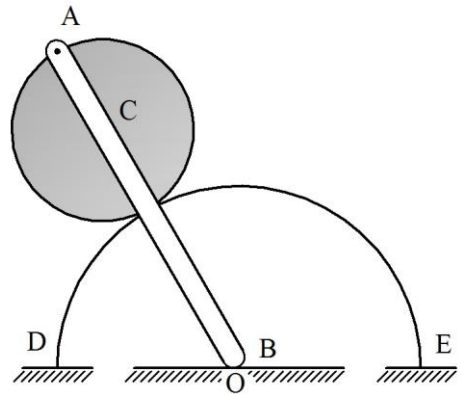
17.- El carrete formado por dos discos rígidamente unidos entre sí está articulado a tierra en su centro geométrico O. En el disco de radio R se enrolla† la cuerda cuyo extremo se une al bloque A. En el disco de radio 2R se enrolla otra cuerda cuyo extremo se une al bloque B que se mueve en la superficie fija a tierra, inclinada 60° con la horizontal. Si para la configuración mostrada el bloque A desciende aceleradamente con velocidad y aceleración de magnitudes v y $v^2/4R$ respectivamente; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque B respecto a tierra para dicha configuración. El tramo de cuerda que une al bloque B con el disco es paralelo a la superficie.



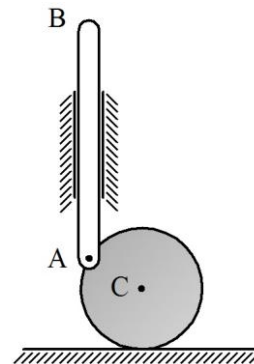
18.- El disco de centro C y radio R rueda en la superficie inclinada 30° con la horizontal, fija a tierra. La cuerda que se enrolla en el disco también lo hace en otro disco de radio R que forma parte de un carrete, articulado a tierra en su centro O. Otra cuerda se enrolla al disco de radio 2R rígidamente unido al anterior, pasa por la polea D de radio despreciable articulada a tierra y se une en su extremo al bloque E. Si para la configuración mostrada el bloque E desciende desaceleradamente con velocidad y aceleración de magnitudes v y $v^2/2R$ respectivamente; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular del disco de centro C respecto a tierra para dicha configuración. El tramo de cuerda entre los discos de radio R es paralelo a la superficie.



19.- El disco de centro C y radio R rueda en el semicirculo DE de centro O y radio 2R fijo a tierra. La barra AB se articula a la periferia del disco en A, y su extremo B se mueve en la superficie horizontal también fija a tierra. Para la configuración mostrada A, C, B y O están alineados en una recta que forma 60° con la horizontal. Si el disco gira aceleradamente respecto a tierra en sentido antihorario con velocidad y aceleración angulares de magnitudes ω y $\sqrt{3}\omega^2/6$ respectivamente; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular de la barra respecto a tierra para dicha configuración. D, O y E están alineados en la misma horizontal.

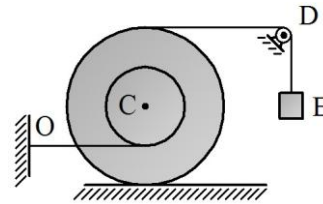


20.- El disco de centro C y radio R se mueve en la superficie horizontal fija a tierra. En su periferia se encuentra articulada la barra AB que se mueve en la guía vertical también fija a tierra. Para la configuración mostrada \overline{CA} forma 30° con la horizontal. Si la barra desciende desaceleradamente con velocidad y aceleración de magnitudes v y $v^2/2R$ respectivamente; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.

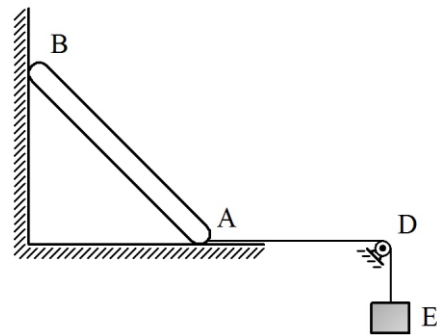


† Toda cuerda que se enrolla sobre una superficie circular, se entenderá que no desliza sobre la misma.

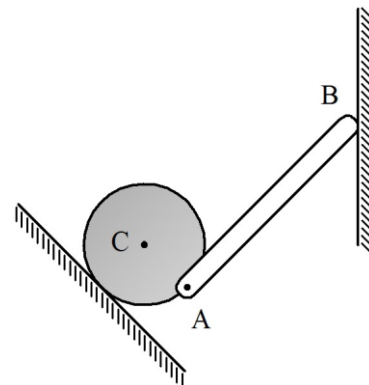
21.- El carrete de centro C formado por dos discos concéntricos rígidamente unidos, gira y desliza en la superficie horizontal fija a tierra. La cuerda enrollada en el disco de radio R se encuentra fija a tierra en su extremo O. La cuerda enrollada al disco de radio 2R pasa por la polea D de radio despreciable articulada a tierra y se une en su extremo al bloque E. Si para la configuración mostrada el carrete gira aceleradamente respecto a tierra en sentido horario con velocidad y aceleración angulares de magnitudes ω y $\omega^2/3$ respectivamente; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque respecto a tierra para dicha configuración. El tramo de cuerda entre O y el disco pequeño, y el tramo de cuerda entre el disco grande y la polea D son paralelos a la superficie.



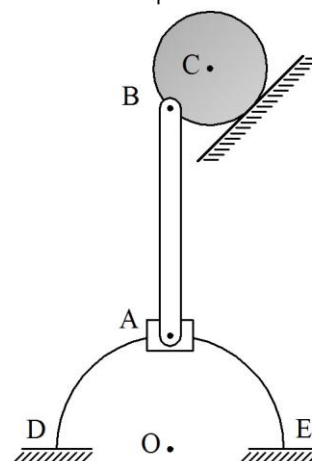
22.- El extremo A de la barra AB de longitud L se mueve en la superficie horizontal fija a tierra, y su extremo B se mueve en la superficie vertical también fija a tierra. La cuerda unida al extremo A de la barra pasa por la polea D de radio despreciable articulada a tierra y se une en su otro extremo al bloque E. Para la configuración mostrada la barra forma 45° con la horizontal. Si el extremo B desciende con velocidad de magnitud constante v ; determinar el vector velocidad y el vector aceleración del bloque respecto a tierra para dicha configuración. El tramo de cuerda entre el extremo A y la polea es horizontal.



23.- El disco de centro C y radio R rueda en la superficie inclinada 45° con la horizontal, fija a tierra. A la periferia del disco se articula la barra AB de longitud 2R, cuyo extremo B se mueve en la superficie vertical también fija a tierra. Para la configuración mostrada \overline{CA} es paralelo a la superficie inclinada y la barra forma 45° con la vertical. Si el disco gira desaceleradamente respecto a tierra en sentido horario con velocidad y aceleración angulares de magnitudes ω y $\omega^2/2$ respectivamente; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular de la barra respecto a tierra para dicha configuración.

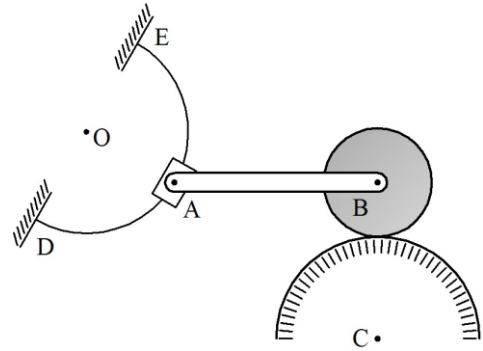


24.- El disco de centro C y radio R rueda en la superficie inclinada 45° con la horizontal, fija a tierra. A la periferia del disco se articula la barra AB de longitud 4R, cuyo extremo A está articulado al collar que se mueve aceleradamente en sentido antihorario en el semiarco DE de centro O y radio 2R también fijo a tierra. Para la configuración mostrada O, A y B están alineados en la misma vertical y \overline{BC} es paralelo a la superficie. Si la magnitud del vector velocidad del collar es v , y la magnitud de su vector aceleración tangencial es $\sqrt{2} v^2 / 2R$, ambos respecto a tierra; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.

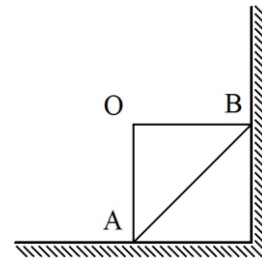


D, O y E están alineados en la misma horizontal.

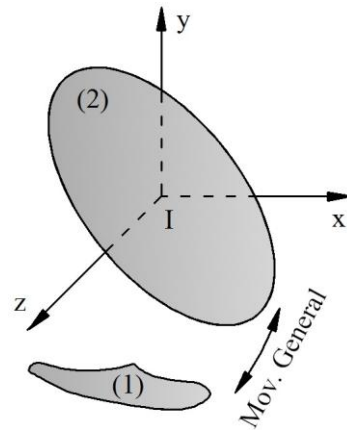
25.- El disco de centro B y radio R rueda en la superficie semicircular de centro C y radio 2R fija a tierra. Al centro del disco se articula la barra AB de longitud 4R, cuyo extremo A está unido al collar que se mueve en el semiarco DE de centro O y radio R también fijo a tierra. Para la configuración mostrada \overline{OA} forma 60° con la vertical, \overline{AB} es horizontal y \overline{CB} es vertical. Si el collar se mueve aceleradamente respecto a tierra en sentido antihorario con velocidad y aceleración tangencial de magnitudes v y $\sqrt{3}v^2/R$ respectivamente; determinar el vector velocidad angular y el vector aceleración angular del disco respecto a tierra para dicha configuración.



26.- El vértice B de la placa en forma de triángulo rectángulo, de lado L se mueve en la superficie vertical fija a tierra y su vértice A se mueve hacia la izquierda en la superficie horizontal también fija a tierra con velocidad de magnitud constante v . Si para la configuración mostrada \overline{AB} forma 45° con la horizontal; ubicar la partícula de la placa contenida en el lado AB que posee la menor velocidad respecto a tierra para dicha configuración, y además determinar la magnitud de su vector velocidad.

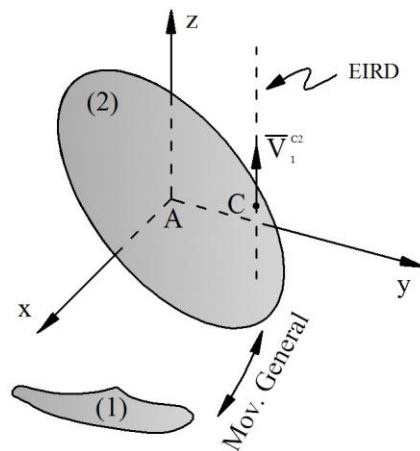


27.- El cuerpo rígido 2 tiene movimiento general respecto al marco de referencia 1. Sea I una partícula del cuerpo contenida en el Eje Instantáneo de Rotación y Deslizamiento (E.I.R.D.), que además coincide con el origen del sistema de coordenadas cartesianas (xyz) solidario al cuerpo. Si para la configuración mostrada la magnitud de la velocidad de la partícula I respecto al marco 1 es v y el vector velocidad angular del cuerpo respecto al mismo marco es: $\overline{\omega}_{21} = \omega_o \hat{i} + \omega_o \hat{j}$; demostrar que para esta configuración se cumple:



$$\left. \frac{d\hat{i}}{dt} \right|_1 \circ \overline{V}_1^{I2} = 0$$

28.- Para una determinada configuración el Eje Instantáneo de Rotación y Deslizamiento (E.I.R.D.) del cuerpo 2 en movimiento general respecto al marco de referencia 1, es paralelo al eje z del sistema cartesiano solidario al cuerpo. Para esta misma configuración el vector velocidad de la partícula C perteneciente a dicho eje es de magnitud v y su sentido es según el eje z positivo. Si la magnitud del vector velocidad angular del cuerpo respecto al marco 1 es v/λ , donde λ es constante; demostrar que bajo estas condiciones se cumple la siguiente relación:



$$\overline{V}_1^{C2} = \lambda \hat{i} \times \left. \frac{d\hat{i}}{dt} \right|_1$$