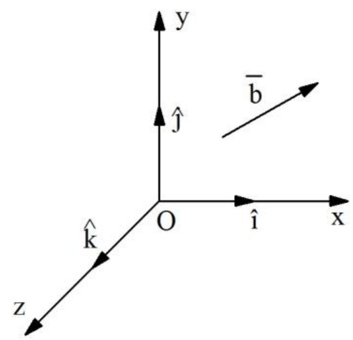
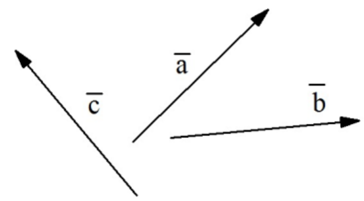
PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- Sea xyz un sistema de coordenadas cartesianas e $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ la correspondiente terna de vectores unitarios asociados; demostrar que un vector $\bar{b}$ cualquiera puede escribirse mediante:



$$\bar{b} = (\bar{b} \circ \hat{i})\,\hat{i} + (\bar{b} \circ \hat{j})\,\hat{j} + (\bar{b} \circ \hat{k})\,\hat{k}$$

2.- Sean $\bar{a}, \bar{b}$ y $\bar{c}$ vectores cualesquiera; demostrar las siguientes relaciones:

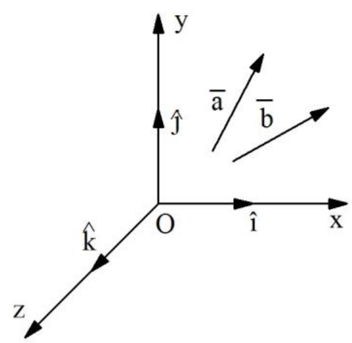


$$\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = (\bar{a} \circ \bar{c})\,\bar{b} - (\bar{a} \circ \bar{b})\,\bar{c}$$

$$\bar{a} \circ \bar{b} \times \bar{c} = \bar{a} \times \bar{b} \circ \bar{c}$$

$$\bar{a} \circ \bar{b} \times \bar{c} = \bar{b} \circ \bar{c} \times \bar{a} = \bar{c} \circ \bar{a} \times \bar{b}$$

3.- Sean $\bar{a}$ y $\bar{b}$ vectores cualesquiera cuya representación en un sistema de coordenadas cartesianas son:



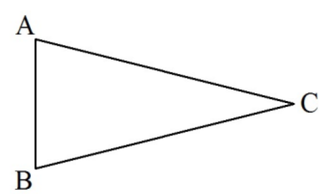
$$\bar{a} = a_x\,\hat{i} + a_y\,\hat{j} + a_z\,\hat{k}$$

$$\bar{b} = b_x\,\hat{i} + b_y\,\hat{j} + b_z\,\hat{k}$$

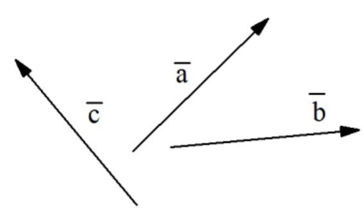
demostrar que:

$$\bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

4.- Si L es la longitud de cada uno de los dos lados iguales de un triángulo ABC isósceles, y α el valor de cada uno de los ángulos iguales correspondientes; demostrar que la longitud del tercer lado es igual a $2L\cos\alpha$.

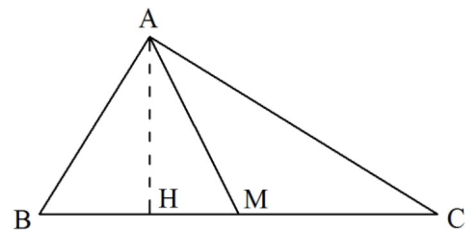


5.- Demostrar que la condición necesaria y suficiente para que los vectores $\bar{a}, \bar{b}$ y $\bar{c}$ sean coplanares es que:



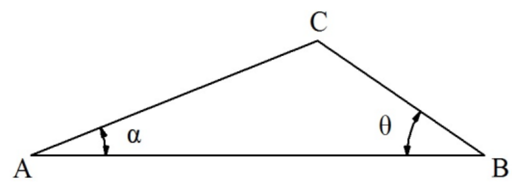
$$\bar{a} \circ \bar{b} \times \bar{c} = 0$$

6.- El triángulo ABC es rectángulo en A, AH es perpendicular al lado BC de longitud L, y AM es su mediana; demostrar que los triángulos ABM y AMC son isósceles.



7.- El triángulo ABC es oblicuángulo. Si los lados AB y BC tienen longitudes a y b respectivamente; demostrar que una relación entre los ángulos α y θ es:

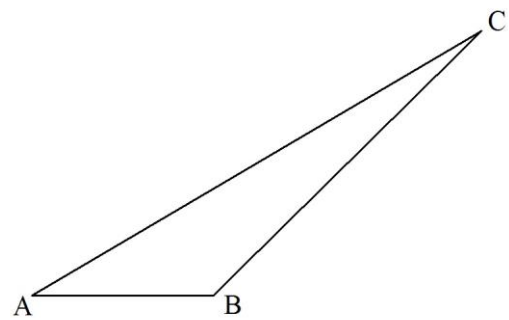
$$\cos\alpha = \frac{a - b\cos\theta}{\sqrt{a^2 - 2ab\cos\theta + b^2}}$$



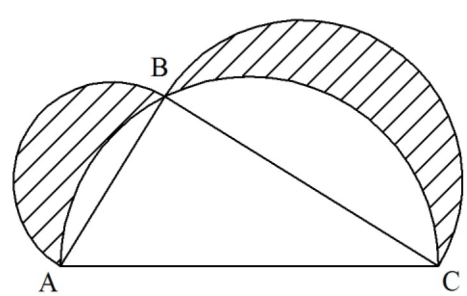
8.- El triángulo ABC es oblicuángulo. Si los lados AB y BC tienen longitudes R/2 y R respectivamente; demostrar que la longitud del lado AC es:

$$L = \frac{R\,(\cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + 3}\,)}{2}$$

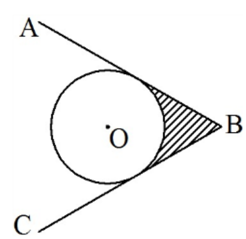
donde θ es el ángulo formado por AB y AC



9.- El triángulo ABC es rectángulo en B. Sobre la hipotenusa como diámetro se construye la semicircunferencia mayor, y sobre los catetos AB y BC, también como diámetros, se construyen las semicircunferencias menores. Si el área del triángulo es T; determinar el área de la zona rayada.



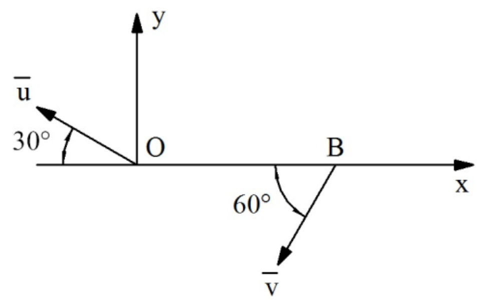
10.- AB y BC son segmentos de rectas tangentes a la circunferencia de centro O y radio 3 m., si estas rectas forman entre sí 60º; determinar el área de la zona rayada.



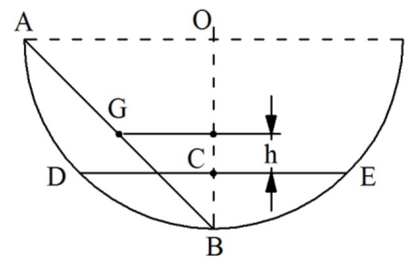
11.- Los vectores $\bar{u}$ y $\bar{v}$ contenidos en el plano xy, están relacionados por la ecuación:

$$\bar{u} = \bar{v} + \bar{\omega} \times \overline{BO}$$

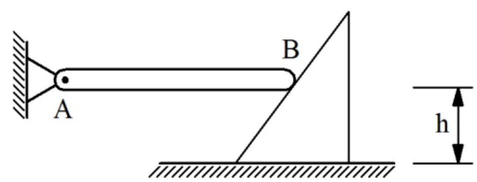
Si $\bar{\omega} = -3\hat{k}$ y la distancia entre O y B es 2; determinar la magnitud del vector $\bar{u}$ y la magnitud del vector $\bar{v}$.



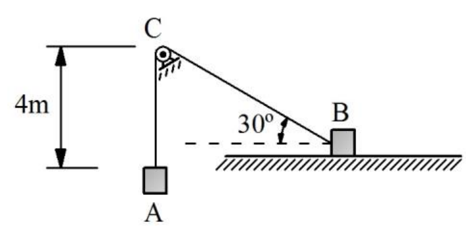
12.- En la semicircunferencia de centro O y radio R están ubicados los segmentos de recta AB y DE de igual longitud. Si C y G son los puntos medios de dichos segmentos; determinar la distancia vertical h.



13.- La barra AB de longitud 2h gira en sentido horario e inicia su movimiento desde la configuración mostrada, donde la barra está horizontal; determinar el desplazamiento de la cuña cuando el extremo B de la barra hace contacto con la superficie horizontal. La cara inclinada de la cuña forma 45º con la vertical.



14.- Los bloques A y B están unidos por la cuerda de longitud 10 m., que pasa por la polea C de radio despreciable articulada a tierra. Si el sistema inicia su movimiento desde la posición mostrada, y el bloque A desciende sin detenerse; determinar el desplazamiento horizontal del bloque B para el instante en el cual el tramo inclinado de la cuerda forma 60º con la horizontal.



15.- Los discos de centros A y B se mueven en contacto tal como se indica en la figura. El disco de centro B se apoya en la superficie vertical, mientras que el disco de centro A se apoya en la superficie inclinada 45º respecto a la horizontal. Si ambos radios son iguales a R, y los discos inician el movimiento desde la configuración mostrada donde la recta que une sus centros es perpendicular a la superficie inclinada; determinar el desplazamiento que experimenta el centro B desde la configuración indicada hasta el instante en que ambos centros se encuentran alineados verticalmente.