

EL MERCADO FINANCIERO: ¿EFICIENTE O PREDIO DE LA COMPLEJIDAD?

Sary Levy Carciente
IIES, CEAP, FACES-UCV

Resumen:

El interés en entender, describir, y claro está, predecir el comportamiento del mercado financiero no es nuevo. La idea de ganarle a un mercado definido teóricamente como eficiente es de por sí una contradicción, pero avances computacionales, combinados con perspectivas no lineales y análisis técnicos de los datos financieros, parecieran indicar que estas series siguen dinámicas complejas, responden a distribuciones estables y poseen estructuras fractales. Por esta vía se pretende que los datos del mercado ofrezcan pistas sobre sus trayectorias.

Palabras Claves: No-linealidad, complejidad, mercado financiero.

JEL: CO,D4, G1.

1.- INTRODUCCIÓN

Los mercados financieros constituyen una parte determinante de las economías, cumpliendo el rol sistémico de ser agentes catalizadores de la eficiencia productiva. En sus dos segmentos medulares, el crediticio y el de inversión, permiten la intermediación entre agentes superavitarios y deficitarios de recursos monetarios, dándole el necesario impulso a la actividad económica.

El mundo financiero, y en particular el mercado bursátil, es considerado termómetro de la economía y la energía que impulsa su mercurio son las expectativas. No son pocos los estudios vinculados al análisis de las expectativas y variadas son las perspectivas para analizarlas: desde las racionales, pasando por las adaptativas hasta las irracionales, las investigaciones pretenden un conocimiento de su dinámica, sus desencadenantes y claro está, sus impactos; pues en última instancia, el análisis de las expectativas lo que pretende es entender, para describir el comportamiento del mercado y de ser posible, predecirlo.

En términos generales se puede señalar que en épocas de auge el movimiento económico se intensifica; el número de participantes aumenta, el dinero se consigue fácilmente, la inversión se realiza con celeridad, la rentabilidad per-

mite el crecimiento, las empresas se capitalizan y sus instrumentos tienden a subir de precio. Comienza así, la época del *boom* financiero y el mercado bursátil es vanagloriado por todos e impulsado por la mayoría. Pero como en la física: 'todo lo que sube tiene que bajar' y en períodos de depresión todo se revierte y sólo los más resistentes sobreviven a las crisis. Así, a luz del tiempo y tras el paso de los ciclos, son pocos los agentes que en el largo plazo efectivamente logran retener beneficios del mercado financiero de la economía, pero a pesar de este riesgo, el interés en participar en él es creciente.

Desde la segunda mitad del siglo pasado, el crecimiento del mercado, su interconexión global y su tecnificación se han acompañado de innumerables innovaciones en cuanto a instituciones e instrumentos financieros y hoy día se podría señalar la existencia de una inmensa gama de recursos ajustada a la necesidad del inversor más exigente. Pero de forma simultánea, el incremento de la volatilidad, el riesgo y la incertidumbre han emergido de forma contundente. De tal manera que el interés en comprender, describir y, claro está, predecir el comportamiento del mercado financiero sigue en el tapete.

2.- EFICIENCIA TEÓRICA

La teoría ortodoxa sugiere que no hay forma de ganarle al mercado, pues el mercado es perfecto, de donde los costos y beneficios asociados a un valor están todos incorporados (descontados) en su precio y sólo información imprevista puede generar cambios en los precios y beneficios inesperados. De lo anterior se deduce que la única manera de ganarle al mercado es obtener la información antes que el resto de los agentes.

La aceptación de esta perspectiva sobre la eficiencia de mercado ha tenido dos implicaciones importantes, una de carácter práctico: el crecimiento de las instituciones de inversión colectiva y otra de carácter técnico: el desarrollo de modelos asociados a este comportamiento de mercado y destinados al análisis de la conformación de portafolios, cuya coletilla implicaba que sólo la aceptación de mayores riesgos conllevaría a mayores tasas de beneficio. Las teorías que sustentan estos modelos son esencialmente normativas, es decir, describen técnicas eficientes para la selección de portafolios basadas en predicciones del comportamiento de valores individuales. Se asientan en el estudio de dos elementos principales: las expectativas de rendimiento y el riesgo asociado al rendimiento. De ahí que su objetivo no sea la minimización del riesgo, sino el logro de la combinación óptima entre riesgo y rendimiento esperado.

La teoría ortodoxa define el comportamiento del mercado como eficiente. Se dice que un mercado es eficiente cuando sus precios reflejan completamente

toda la información relevante (Weston y Copeland 1988, 548). Las condiciones que aseguran este comportamiento son: la inexistencia de costos transaccionales, el libre acceso y la gratuidad de la información y la existencia de un número lo suficientemente grande de participantes que procesen la información. Aunque estas condiciones no están presentes en la práctica, las mismas son condiciones suficientes, más no necesarias, para la eficiencia del mercado.

La teoría del mercado eficiente presenta la paradoja de que los inversores han de procesar continuamente la información asumiendo que el mercado no es perfecto; y tratando de lograr mayores rendimientos y no aceptar los otorgados en primera instancia. Este continuo procesar de información es lo que conlleva a la eficiencia. De no realizarse lo anterior el mercado no sería, o por lo menos sería menos, eficiente.

La eficiencia del mercado no se puede probar por sí misma, sino que ha de hacerse a partir de la especificación de una estructura adicional como: preferencias de los inversionistas, comportamiento y estructura de la información o con algún modelo de equilibrio de fijación de precios¹. Utilizando el modelo de Fijación de Precios de Activos de Capital (CAPM, Capital Asset Pricing Model), las condiciones de equilibrio de mercado se exponen en términos de retornos esperados. Si los valores de equilibrio son determinados sobre la base de una información dada, con cambios en los valores siempre independientes y distribuidos idénticamente, decimos que estamos en presencia de un Modelo de Juego Justo (Fair Game Model), de donde en promedio, no existirá discrepancia, en un intervalo de tiempo, entre el rendimiento real y el esperado de los valores. Si por el contrario las expectativas de discrepancia entre el rendimiento real y el esperado no son negativas, se dice que estamos en presencia de un Modelo de Submartingala². Finalmente, si se plantea que los cambios en los precios son independientes y distribuidos idénticamente y que la media de la distribución es independiente de la información disponible, estamos en presencia de un Modelo Aleatorio³.

¹ En algún sentido las pruebas de Eficiencia de Mercado se convierten así en pruebas de otras hipótesis auxiliares y sus resultados pueden dar poca información sobre el comportamiento del mercado (Farmer y Lo, 1999).

² La condición de no negatividad de los retornos esperados dada una información, implica que las reglas que se desprenden de la información, no generan mayores beneficios que aquellas de comprar y mantener los valores durante el período.

³ Esto último no indica que la información pasada no sea válida para predecir los valores futuros, sino que la secuencia u orden de los retornos en el pasado, no necesariamente mantendrán su distribución en el futuro. Este modelo puede ser visto como una extensión

Eugene Fama (1970) plantea tres niveles de probar la eficiencia del mercado:

- *Contraste débil*: razona que los precios actuales reflejan toda la información histórica, concluyéndose la imposibilidad de lograr excesivos rendimientos.
- *Contraste fuerte*: considera que los precios actuales reflejan toda la información en forma instantánea, disponible o no para el público (mercado con información promediativa o agregativa).
- *Contraste semi-fuerte*: asume que los precios actuales de los valores reflejan plenamente toda la información públicamente disponible. En este sentido se indica la importancia de los informes contables, especialmente aquellos de períodos cortos (menores a un año) frente a los anuales. Además se plantea que cuando los mercados son eficientes, el ajuste a la información ha de ser instantánea, de ahí que en un mercado eficiente se puede verificar la relevancia de una información observando si los precios se ajustan tras su publicación.

Las investigaciones realizadas por Fama (1970), Jensen (1968), Roll (1977, 1978), determinaron que el mercado de capitales es eficiente en su forma semi-fuerte, pues hace predicciones imparciales de las implicaciones de los movimientos de los precios de los valores, que son completamente reflejadas en el precio del valor al final del período.

Pero la teoría del mercado eficiente ha recibido diversas críticas a partir de dos ángulos básicos:

- Aceptando la eficiencia del mercado, se destaca su imposibilidad de lograr un eficiente manejo de la información, por lo que subsisten espacios de aprovechamiento de dichas ineficiencias. Esta situación es particularmente evidente en el caso de nuevos instrumentos y mercados, donde el aprendizaje de los agentes requiere un tiempo, lapso en el cual el arbitraje es fuente de beneficios⁴.
- Existen otras formas de aprovecharse del mercado ya que subsisten oportunidades de arbitraje resultado de la interacción de otros elementos, distintos al manejo de información. Uno de los aspectos analizados tiene que ver con la heterogeneidad de los agentes en lo que refiere a sus expectativas, sus

del de Juego Justo que permite un mayor detalle del ambiente económico y del proceso estocástico de generación de retornos.

⁴ En este sentido destaca también el concepto de 'Noise Traders' o Agentes de Ruido, los cuales, sea por su impericia en el manejo de la información o un interés deliberado, no maximizan beneficios.

horizontes temporales de inversión, al manejo que los propios agentes realizan con la información recibida y sus objetivos de inversión.

Por su parte, DeBondt y Thaler (1985, 1987) encuentran que el mercado de capitales tiene una inmensa facilidad en incorporar nueva información y que los acontecimientos económicos de corto plazo tienen un mayor peso relativo que aquellos alejados en el tiempo. De lo anterior se concluye que el comportamiento de los inversionistas no es aleatorio, pero presenta un sesgo extremista, explicando de alguna forma el llamado 'comportamiento de rebaño' o en su correspondiente estadístico, la presencia de curvas leptokúrticas. Así, al generarse un incremento sistemático de los precios, su caída podría predecirse a partir del análisis de precios pasados recientes, sin necesidad de procesar mayor información, lo cual contradice los resultados empíricos de eficiencia de mercado en su contraste débil de Fama.

En este mismo orden de ideas, Merton (1987, 486) indica que los contrastes débiles de eficiencia del mercado, asumen que los inversores tienen total acceso a la información anterior en el momento de tomar sus decisiones, lo cual no es necesariamente cierto. Sin embargo considera que la abstracción del modelo es útil en los análisis del sistema financiero en el largo plazo.

En general, se indica que los mercados financieros son bastante eficientes en el largo plazo, lo cual implica una gran dificultad de 'ganarle' al mercado. Pero por otro lado, si los mercados fuesen tan eficientes, los precios de los valores se acercarían cada vez más a sus niveles de equilibrio, de donde el beneficio de transarlos sería cada vez menor y sólo tendría lógica de realizarse cuando se obtuviese una nueva información. De ser esto cierto, el mercado sería mucho menos activo que lo que se observa, donde sólo el número de transacciones por concepto cambiario es cerca de 50 veces la producción mundial, lo cual es una importante contradicción.

Precisamente, el mundo financiero, y en particular, el mercado de capitales, ejemplo por excelencia de ser el último bastión del capitalismo puro, del mercado perfecto en el que el equilibrio es logrado a partir de la interacción de oferentes y demandantes, movidos de forma independiente por acciones racionales en pos del beneficio individual; muestra en la práctica conductas alejadas de teoría y obliga a prestar mayor atención a sus 'excéntricos' comportamientos y al análisis desdeñado por los teóricos, el análisis técnico.

3.- COMPLEJIDAD EMPÍRICA

Desde la empírea, el comportamiento de los mercados financieros ha sido motivo de estudio por muchos años y no son pocos quienes lo caracterizarían de erráticos y aleatorios, mientras otros han tratado de modelarlos principalmente por medio de distribuciones normales o analizarlos a partir de comportamientos puntuales.

Según si el enfoque del análisis se centra en las causas o las consecuencias se clasifica en:

- *Análisis Fundamental*: Evalúa el entorno económico nacional en general, la situación política y la percepción de la situación mundial, es decir, focaliza su análisis en las causas o determinantes del comportamiento de los precios.
- *Análisis Técnico*: Examina datos pasados sobre cotizaciones y volúmenes negociados, con el objetivo de prever futuros movimientos de precios. A partir de herramientas específicas, se descubren tendencias y se identifican oportunidades de compra o de venta. El concepto sobre el que se apoya toda la teoría del análisis técnico es el de tendencia, cualquiera sea su duración (tendencia primaria, intermedia o menor) y se complementa con los de soporte y resistencia⁵. El análisis técnico intenta detectar sus niveles críticos y la probabilidad de un cambio de la misma.

La disputa entre fundamentalistas y técnicos (chartristas) es de vieja data. Con frecuencia los primeros han desdeñado las informaciones de los segundos indicando la necesidad de vincular los comportamientos con determinantes últimos de carácter macroeconómico. Por su parte los chartristas han considerado inválidas las perspectivas teóricas e inútiles a la hora de actuar en el mercado.

La teoría de Dow es la antecesora del análisis técnico y se basa en el comportamiento de los inversores, en su psicología y en el movimiento de los precios. A partir de ella se han generado una serie de mecanismos que pretenden la optimización de resultados para un operador en el mercado y se complementan con la Teoría de las Ondas Elliot, las Relaciones de Fibonacci y una serie de osciladores e indicadores técnicos.

⁵ Soporte: nivel de precio considerado atractivo de por un gran número de inversores y por lo tanto es difícil de romper a la baja. Resistencia: Nivel de precio capaz de frenar la escalada al alza de los precios, nivel de precio difícil de traspasar al alza.

3. 1.- No-linealidad

A partir del avance en la informática y el procesamiento de datos, la perspectiva técnica ha adquirido un nuevo impulso, ahora combinada con perspectivas no lineales. La no-linealidad simplemente significa que los efectos no son proporcionales a las causas. Es decir, que ante una misma causa el mercado reacciona en diferentes proporciones dependiendo de las circunstancias. Así, la capacidad de entender y predecir el mercado dependerá del avance en la estadística no-lineal. Pero quienes incursionan por estos senderos han sido duramente criticados y tildados de simples 'mineros de datos' (data miners).

Sin embargo una serie de investigaciones parecen apoyar esta perspectiva:

Vale recordar el trabajo de Tversky et.al (1990) quien, analizando el comportamiento del inversionista, concluyese que el mismo es adverso a riesgo a la hora de enfrentar la posibilidad de una ganancia, mientras que muestra un comportamiento contrario a la hora de enfrentar una pérdida, evidenciando no-linealidad en su comportamiento.

De igual manera, la teoría GARCH (Generalised Auto-Regresive Conditional Heteroskedacity) indica que la volatilidad presenta comportamientos diferenciables según el periodo escogido o agrupados en 'clusters'. Esta perspectiva, en vez de tomar en cuenta los retornos esperados, los cuales son considerados con un comportamiento aleatorio, analiza la volatilidad mostrada por dichos retornos y busca patrones comportamentales. Así, cuando la volatilidad es baja el mercado mantiene la tendencia más allá de lo esperado, mientras que si la volatilidad es alta, revierte la tendencia.

Finalmente, Brock, Lakonishok y LeBaron (1992) con datos del Dow Jones, contrastaron el comportamiento de las principales herramientas de análisis técnico, la teoría GARCH y el análisis aleatorio, indicando que las primeras fueron las que mejor resultado obtuvieron.

3.2.- Normalidad vs. estabilidad

El análisis estadístico que conocemos tiene un pilar fundamental: las distribuciones normales, las cuales a su vez son justificadas bajo el teorema del límite central. Para que una distribución normal sea una buena aproximación de comportamientos bajo incertidumbre, estas han de ser el resultado de pequeñas contribuciones de variables aleatorias del mismo orden de magnitud. Si el peso

de algunas contribuciones es mayor que otras, estamos en presencia de lo que se conoce como una distribución estable o distribución Levy⁶, de donde las distribuciones normales son un caso especial de las estables⁷ con valores determinados de media y varianza.

Dada una función densidad de probabilidad $f(x)$, su función característica es definida por:

$$Mf(z) = \int \exp(izx)f(x)dx$$

donde $i = (-1)^{1/2}$ y

$$\ln(M(z)) = i\mu z - \nu^\alpha |z|^\alpha \left[1 - i\beta(\operatorname{sgn}(z)) \tan(\pi\alpha / 2) \right], \text{ para } \alpha \neq 1$$

$$\ln(M(z)) = i\mu z - \nu |z| \left[1 + i\beta(\operatorname{sgn}(z))(2/\pi) \ln|z| \right], \text{ para } \alpha = 1$$

la distribución estable queda determinada por cuatro parámetros:

- *Índice de estabilidad, índice o exponente de cola o exponente característico* (α): de rango $(0,2]$ que mide la frecuencia de las grandes dispersiones. Señala que tan puntiaguda es la distribución. En la medida que este valor es menor, mayores serán los cambios que tenderán a ocurrir. Si una distribución es normal $\alpha = 2$ y si $\alpha = 1$ es una distribución de Cauchy.
- *Sesgo de la serie* (β): varía entre $[-1, 1]$. Si $\beta=0$ la serie es simétrica respecto al parámetro de localización, valores negativos (asimetría a la izquierda) indican que grandes cambios negativos son más frecuentes que grandes cambios positivos o que pequeños cambios positivos son más frecuentes que pequeños movimientos negativos y viceversa para valores positivos.
- *Parámetro de localización*: $\mu \in \mathbb{R}$ mide el valor promedio de la serie. Definido sólo en las distribuciones normales.
- *Parámetro de escala o dispersión* (ν): mide el tamaño de los cambios. Vinculado al concepto de volatilidad (sólo es calculable en las distribuciones normales y cuyo valor es $\sigma/2$).

⁶ En honor al francés Paul Lévy quien, a comienzos de los años 20, especificara las condiciones de estabilidad de estas distribuciones.

⁷ Otro caso especial lo constituye la distribución de Cauchy.

A excepción de la normal, todas las distribuciones estables tienen varianza infinita, indicando que desviaciones importantes son mucho más comunes de lo esperado. Esto las hace consistentes con el comportamiento observado por el mercado de capitales.

Por lo general, en el mercado financiero, asimilamos la varianza al riesgo, pero si el riesgo es infinito, no tendrían sentidos modelos como el CAPM; y aunque sabemos que el riesgo no es realmente infinito, valores realmente elevados de riesgo explicarían los incrementos en la volatilidad y la propensión a comportamientos tendenciales. El comportamiento señalado por aquellos que trabajan en los mercados bursátiles como de 'Oso' y de 'Toro' dejaría así de ser una creencia y pasaría a ser demostrable, donde los análisis técnicos tendrían mucho de análisis fundamental que ofrecer a los estudiosos del área. Por otro lado ciertos estudios indican valores del exponente característico de 1.12; 1.39 y 1.82 en diversos mercados bursátiles (Levy, 1998), distinguiéndose de comportamientos normales ($\alpha=2$).

Asimilar el comportamiento de las series financieras a distribuciones estables tiene implicaciones importantes en lo que al manejo de inversiones y portafolios se refiere, puesto que su uso no permite crear coberturas perfectas haciendo uso de un valor subyacente, siendo su cobertura únicamente parcial aunque de poca desviación. Asimismo, exige herramientas propias de las series no lineales.

3.3.- Fractalidad

Otra característica de las distribuciones estables es que poseen un comportamiento similar a escala o fractal, lo cual es algo presente también en las estadísticas del mercado de capitales.

Un fractal es una estructura geométrica autosimilar a escala. Todo fractal tiene una dimensión fractal, lo que nos habla de la importancia de la escala utilizada en la medición resultante. La idea de dimensión fractal es más claramente percibida en contraposición a la de dimensión entera que se presenta en el espacio euclidiano donde las dimensiones espaciales son enteras, $M = \alpha L^F$, con $F \in \mathbb{N}$ (y se representan por números naturales). En el caso de una forma fractal, su medida variará en proporciones fractales (en fracciones) a lo que se modifica su longitud: $M = \alpha L^F$, con $F \in \mathbb{Q}$.

Un fractal es entonces, una forma geométrica que se repite a sí misma en cualquier escala a la que se observe. Su característica básica es por tanto, la autosemejanza o autosimilitud. La autosimilitud puede ser espacial o temporal.

La espacial es aquella que se observa en la repetición de las estructuras grandes en las derivaciones de menor tamaño. La temporal es la evidenciada dado que los patrones de pequeñas fluctuaciones en el tiempo se repiten en las grandes fluctuaciones a lo largo del tiempo.

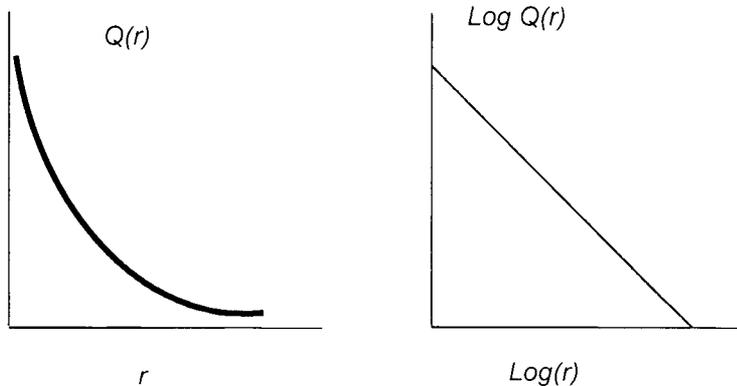
La forma matemática de la autosimilitud determina la forma matemática de la relación escalar. La forma matemática de la autosimilitud es tal que el valor $Q(ar)$ de una propiedad medida a una resolución ar es proporcional al valor $Q(r)$ medido a la resolución r . Esto es: $Q(ar) = k Q(r)$, donde k es una constante. De acá se tiene que la relación escalar tiene la forma de la ley de potencia, sea en su forma simple o más completa:

Ley de Potencia (simple): es la forma más simple de relación escalar, tal que el valor de lo medido $Q(r)$ depende de la resolución utilizada para hacer la medición: $Q(r) = B r^b$, con B y b , constantes.

$$\text{Si: } Q(r) = B r^b \rightarrow Q(ar) = B a^b r^b,$$

$$\text{si } a^b = k \rightarrow Q(ar) = k Q(r)$$

Fig. No. 1. Ley de potencia simple



Ley de Potencia (forma completa): la forma completa de la relación escalar anterior es

$Q(r) = B r^b f(\text{Log}(r) / \text{Log}(a))$; donde B , b y a son constantes y $f(x)$ es una función periódica tal que $f(x) = f(1+x)$. De donde si:

$$Q(r) = B r^b f(\text{Log}(r) / \text{Log}(a)) \rightarrow Q(ar) = B a^b r^b f(\text{Log}(ar) / \text{Log}(a)) =$$

$$B a^b r^b f([\text{Log}(a) + \text{Log}(r)] / \text{Log}(a)) = B a^b r^b f(1 + [\text{Log}(r) / \text{Log}(a)])$$

como $f(x) = f(1+x)$:

$$B a^b r^b f([\text{Log}(r) / \text{Log}(a)]) = k Q(r); \quad \text{con } a^b = k$$

La dimensión es entonces una medida cuantitativa de las propiedades fractales de autosimilitud y escalaridad. La dimensión nos indica cuántas piezas adicionales de un objeto pueden ser reveladas en la medida que la resolución es más precisa y existen tres distintas formas de evaluarla: la fractal, la topológica y la subyacente.

La **dimensión fractal** describe la forma en la cual un objeto llena el espacio. Ofrece información sobre la longitud, área o volumen de un objeto. Su valor puede ser un entero o una fracción.

Hay distintas dimensiones fractales, la más sencilla es la *Dimensión de Autosimilitud*: $d = \text{Log}(N) / \text{Log}(M) \rightarrow M^d = N$; donde M es el número de partes en las cuales el objeto será dividido, d es la dimensión del objeto y N el número de partes resultantes. Es utilizada únicamente en caso de que el objeto sea autosimilar geométricamente, de forma tal que las piezas resultantes serán autosimilares al objeto original.

En el caso de un segmento dividido en tres partes iguales; $d=1, M=3 \rightarrow N=3$

En el caso de una superficie dividida en tres partes cada lado; $d=2, M=3 \rightarrow N=9$

En el caso de un cubo, dividiendo cada lado en tres partes; $d=3, M=3 \rightarrow N=27$

La *dimensión de Capacidad* permite evaluar la dimensión de objetos irregulares geométricamente. Para ello se cubre el objeto con círculos de un radio dado y se cuenta el menor número de ellos necesario para cubrirlo completamente. Posteriormente se reduce el radio (r) de los mismos, así sucesivamente. Partiendo de que $d = \text{Log}(N) / \text{Log}(M)$, en la medida que el radio es menor,

mayor será el número de círculos necesarios o partes (M), de donde $M = 1/r$. De ahí que $d = \text{Log}(N) / \text{Log}(1/r)$. En vez de contar las partes autosimilares resultantes (N) se contarán el número de círculos $N(r)$; de donde la dimensión de capacidad es el valor de $\text{Log} N(r) / \text{Log}(1/r)$ cuando r tiende a 0.

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N(r)}{\log \frac{1}{r}}$$

Dimensión Hausdorff-Besicovitch: de forma análoga a las previas, la función de calibre (Gauge Function) busca lograr el diámetro r de cada conjunto (A_i) a la potencia S . La suma de los diámetros de todos los conjuntos elevados a la potencia S son calculados y el comportamiento de esta suma como función de S se estudia cuando el diámetro tiende a cero. En la medida que el diámetro tiende a anularse, esta suma se hará infinita, si S es menor a cierto número, mientras que se hará muy pequeña si S es mayor a dicho número. El valor que separa ambos comportamientos es la llamada dimensión $H-B$

$$H(S,r) = \inf \sum (\text{diámetro } A_i)^S$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} H(s, r) = \infty \quad \text{si } s < d$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} H(s, r) = 0 \quad \text{si } s > d$$

La **dimensión topológica** describe la forma en la cual los puntos de un objeto están conectados los unos a los otros. Indica si el objeto es un borde, una superficie o un sólido y su valor siempre es un entero. Existen distintas formas de determinarla:

A partir de la *dimensión de Cobertura*: se calcula el menor número de conjuntos necesarios para cubrir el objeto, los cuales pueden superponerse. Si cada punto del objeto es cubierto por no más de G conjuntos entonces la dimensión de cobertura es $d = G-1$.

A partir de la *dimensión Iterativa*: se basa en que los bordes del espacio de dimensión D tienen dimensión $d-1$, así, todo volumen tridimensional podrá estar rodeado por planos bidimensionales. Para calcularla se buscan los bordes de los bordes hasta alcanzar la dimensión 0 (punto). El número de veces realizada la operación (H) equivale a la dimensión; $d=H$.

La **dimensión subyacente** (*embedding*): describe el espacio que contiene al objeto fractal. Indica si es una línea, un área o un volumen. Su valor puede ser un entero o una fracción y resulta complejo identificar la dimensión subyacente apropiada.

Finalmente, un objeto fractal es un objeto en el espacio o proceso en el tiempo que tiene una dimensión fractal mayor a su dimensión topológica

En las distribuciones con estructura fractal su media tiende a anularse o hacerse infinita, ya que en la medida que se incorporan valores de la distribución para su cálculo, su valor no converge. Esta propiedad se conoce como no-estacionaridad. En el caso de la varianza o segundo momento, dado que los fractales presentan autosimilitud la varianza se incrementará en la medida que más data es analizada, dado que serán cada vez mayores las fluctuaciones autosimilares. De tal manera que los momentos estadísticos no son útiles para caracterizar propiedades fractales.

Mucho más útil resulta el análisis del espectro de poder⁸, ya que refleja la autosimilitud, la relación escalar y propiedades estadísticas de los fractales. La autosimilitud se verifica por la relación existente entre la potencia de las frecuencias altas (resolución fina) y las frecuencias bajas (resolución gruesa). Esta relación viene dada por la ley de potencia escalar de la forma $P(f) = 1/f^\alpha$. En cuanto a las propiedades estadísticas de un fractal, estas dependerán de la resolución utilizada para medirla, por lo que se hace necesario realizarlas con diferentes resoluciones, revisando la media, varianza, desviación estándar, dispersión relativa (desviación estándar / varianza), factor Fano (Varianza / media), desviación de la media cuadrada y rango recalado (rango de las sumas de las desviaciones de la media / desviación estándar).

Mediciones realizadas por Mandelbrot (1997), quien es conocido como el padre de los fractales, indican que una distribución normal tiene una dimensión fractal de exactamente 1.5, pero el mercado de capitales muestra una dimensión de 1.4. Este cálculo es realizado de la siguiente manera: se construye un gráfico de barras de una serie financiera, y se calcula el área de las barras. Este cálculo se repite modificando el intervalo de tiempo (día, mes, año) y se observa que el área se incrementa en la medida que el intervalo de tiempo es menor. Es decir el factor escalar es determinante. Si por el contrario el comportamiento hubiese sido de una distribución normal, el promedio de altura se mantendría a escala

⁸ Gráfico que muestra la cantidad de series de oscilación periódica que está presente en cada frecuencia.

según la raíz cuadrada del tiempo escogido. Esto a su vez nos habla de que el riesgo del mercado financiero es mucho mayor que lo que se infiere de la distribución normal o que el mercado es propenso a seguir tendencias.

Otra posibilidad de explicar esta dimensión fractal es asumir que la serie es aleatoria. En este caso los cambios serían independientes, por lo que una dimensión fractal menor a 1.5 podría explicar un comportamiento tendencial (si el mercado tendiese a un punto de equilibrio, la tendencia lineal sería de dimensión 1). Pero una tendencia dejaría de ser aleatoria en la medida que los precios se moviesen más hacia una tendencia que en contra de ella. Pero la tendencia a su vez debería ser fractal, es decir deberían haber tendencias en todas las escalas y esas tendencias podrían ir potencialmente en distintas direcciones. Para probar la hipótesis de la tendencia lo que se hace es barajar la serie de tiempo al azar, creándose una nueva serie de tiempo que se sumará con la anterior, la cual no debe presentar ya tendencia alguna, por tanto su dimensión debe incrementarse hasta 1.5. Sin embargo, al hacerlo, si bien la dimensión fractal aumenta, no llega al valor señalado.

Los elementos anteriores indican que la dimensión fractal baja se debe a que la serie responde a una distribución estable, pero de ser así, no se esperaría que la dimensión fractal de la serie de tiempo barajada se modificara en absoluto, de donde otra explicación posible es que dependa de la estructura de la volatilidad. Por tanto, los resultados no son concluyentes.

Edgar E. Peters (1996) sostiene el caso de una estructura fractal en los mercados de capitales. Mantiene que en el mediano plazo la estructura fractal se explica por lo que él denomina 'ruido fractal' (distribución estable de probabilidades y varianza infinita); mientras que en el largo plazo, la estructura fractal es explicada por lo que denomina 'caos ruidoso' (tendencia fractal con ruido). Desde un punto de vista de la teoría económica el trabajo de Peters pareciera indicar que a la larga, los mercados de capitales están determinados por factores propios de la economía, siendo la economía —en última instancia— determinística, aunque muy imprevisible tal cual un sistema fractal. Simultáneamente de sus resultados se infiere que existe cierto ruido aleatorio que afecta la actividad económica todo el tiempo.

4.- OTROS FÉRTILES ENFOQUES

Dentro de las nuevas perspectivas utilizadas para dilucidar la controversia generada alrededor de la hipótesis de la eficiencia del mercado destacan los enfoques psicológicos, los de la teoría de juegos y los modelos basados en agentes.

Los enfoque psicológicos se centran en el análisis del comportamiento de los inversionistas, en un afán de encontrar la racionalidad que subyace en las conductas evidenciadas (aparentemente irracionales) y así poder modelarlo más adecuadamente. Enfatizan en la forma en la cual la psicología humana influencia el proceso de toma de decisiones económicas.

La teoría de juegos estudia la forma en la cual los agentes interactúan y toman decisiones, tomando en cuenta en algunos casos la evolución y el equilibrio de poblaciones con estrategias competitivas en circunstancias dadas, forma en la cual puede ser visto el comportamiento de los actores en un mercado bursátil.

Los modelos basados en agentes son modelos computacionales que representan agentes individuales y su comportamiento colectivo. Sus componentes son los agentes y sus estados, las reglas que lo gobiernan sus interacciones y el ambiente en el cual se desenvuelven. Un elemento característico es que conlleven a la representación de los agentes individuales y sus interacciones, en vez de centrarse en los resultados agregados y sus dinámicas globales siendo particularmente útiles a la hora de evaluar entornos con agentes heterogéneos, como puede ser definido un mercado bursátil.

En sus distintas perspectivas cada uno de los enfoques anteriores aplicados al mercado financiero pretende explicar su comportamiento, dándole un rol determinante a los agentes y a sus motivaciones.

5.- REFLEXIONES FINALES

La controversial hipótesis sobre la eficiencia del mercado se abre paso para su contraste a partir de nuevas perspectivas tanto desde de los datos que resumen su comportamiento, como desde de los factores y esquemas que originan su dinámica.

En el primer caso nos valemos, entre otros, de los conceptos de complejidad, caos y fractalidad. En algún sentido, fractalidad y caos responde a dos caras inversas de una misma moneda: la fractalidad permite aflorar patrones en comportamientos aparentemente aleatorios, si se logra encontrar la dimensión apropiada; mientras que la teoría del caos describe la complejidad generada en sistemas simples. En ambos casos, orden y caos parecieran coexistir. En el caso de los mercados financieros, plantear la existencia de caos determinístico implica que su comportamiento está influenciado en última instancia por un número determinado de factores. De ser así, su predictibilidad es, en teoría, posible. El afán por predecir el comportamiento del mercado bursátil no es algo nuevo y tampoco es cuestión de magia, sino de grados de libertad y en el caso

que se demuestre la estructura fractal del mercado, los grados de libertad para su predicción se asimilan a su dimensión fractal.

En el segundo enfoque hablamos de teoría de juegos, esquemas evolutivos, modelos basados en agentes. Los análisis psicológicos del comportamiento de los agentes, sus dinámicas evolutivas a partir de esquemas comportamentales dados y su modelaje computacional, ofrecen explicaciones sobre el por qué del comportamiento del mercado, identificando las motivaciones de las conductas consideradas no-racionales. En el caso de los mercados financieros, estos esquemas pretenden entender y explicar el comportamiento del mismo, dándole un rol determinante a los agentes, sus motivaciones individuales y su interacción que deviene en dinámicas agregadas de carácter complejo.

En cualquiera de sus enfoques se rescata un pensamiento sistémico, evolutivo, dinámico, interdependiente, muy adecuado para evaluar el comportamiento económico.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, A. y Rubio, G. (1990), "Overreaction in the spanish equity market", *Journal of Banking and Finance*, Vol. 14, August.
- Alonso, A.; Rubio, G. y Tusell, F. (1990), "Asset pricing and risk aversion in the spanish stock market", *Journal of Banking and Finance*, Vol. 14, August.
- Brock; William; Lakonishok, Josef and LeBaron, Blake (1992), "Simple technical trading rules and the stochastic properties of stock returns", *Journal of Finance*, Vol. 47 (5) December.
- De Bondt, Werner y Thaler, Richard (1985), "Does the stock market overreact?", *Journal of Finance*, Vol. 40 (3) July.
- (1987), "Further evidence on investor overreaction and stock market seasonality", *Journal of Finance*, Vol. 42 (3) July.
- Fama, Eugene F. (1991), "Efficient capital markets: II", *Journal of Finance*, Vol. 46(5) December.
- (1970) "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work", *The Journal of Finance*, Vol. 25(2) May.
- (1963), "Mandelbrot and the stable paretian hipótesis", *Journal of Business*, Vol. 36 (4).
- (1965), "The behavior of stock prices", *Journal of Business*, Vol. 38 (1).

Farmer, J. Doyne y Lo Andrew W. (1999), "Frontiers of finance: evolution and efficient markets", www.santafe.edu/sfi/publications/Working-Papers/99-06-039E.ps.

Gabaix, Xavier; Gopikrishnan, Parameswaran; Pierou Vasiliki y Stanley H. Eugene (2003), "A theory of power law distributions in financial market fluctuations", *Nature* Vol. 423 (15).

Jensen, Michael C.(1968), "The performance of mutual funds in the period 1945-64" *The Journal of Finance*, Vol. 23(2), May.

Levy, S. (1998), "Wealthy people and fat tails: an explanation for the lévy distribution of stock returns", *Capital Management Sciences Finance Working Paper #30-98*, Nov. Los Angeles, CA.

Mandelbrot, Benoit (1983), *The fractal geometry of nature*, Freeman and Co., New York.

— (1997), *Fractals and scaling in finance: discontinuity, concentration and risk*, Springer-Verlag, New York.

Merton, Robert C. (1987), "A simple model of capital market equilibrium with incomplete information" *Journal of Finance* Vol. 42(3) July.

Miller, Merton H. y Upton, Charles W. (1976), "leasing, buying, and the cost of capital services", *Journal of Finance*, Vol. 31(3), June.

Peters, Edgar E. (1996), *Chaos and order in the capital markets*, 2nd.Ed, John Wiley & Sons, NY.

Roll, Richard (1977), "A critique of the asset pricing theory's tests", *Journal of Finance* Vol 32(1), March.

— (1978), "Ambiguity when performance is measured by securities market line", *Journal of Finance*, Vol.33 (3), september.

Scheinkman, José A y LeBaron, Blake (1989), "Nonlinear dynamics and stock returns" *journal of business*, Vol. 62 (3), July.

Shlesinger, M.F.; Zaslavsky, G.M y Klafter, J. (1993), "Strange kinetics" *Nature*, Vol. 363.

Tversky, Amos; Slovik Paul y Kahneman, Daniel (1990), "The causes of preference reversal" *American Economic Review*, Vol. 80 (1).

Weston, J. F. y Copeland, T. E. (1998), *Finanzas en administración*. 8va Edición, Vol. I-II. McGraw Hill Interamericana de México, S.A.